

BESTIMMUNG DER SENKRECHTEN PROJEKTIONEN VON GEWÖLBEN UND DECKENGEMÄLDEN DURCH KONSTRUKTION, ANHAND EINER PHOTOAUFNAHME

A. HORN

Lehrstuhl für Darstellende Geometrie
Technische Universität, H-1521, Budapest

Eingegangen am 12 März 1991.

Abstract

Determination of Orthogonal Projections of Vaults and Ceiling Frescos by Constructing from Photographs

The normal stereograms are pairs of photographs taken by a camera from two different sites in such a way that the images are on the same plane, e.g. a camera placed on the floor, when the optical axes are vertical and the image planes are in the same horizontal plane. On such a pair of pictures the elements of the vault or fresco lying in a horizontal level-plane remain similar to the original ones, their images will be congruent and thus they can be brought in covering. If we construct on the pictures the perpendicular projections of the basis connecting the exposure sites, and keeping them in covering we move them on each other the two images of other and other point groups will coincide belonging to other and other level-plane. The length (1) of the basis for the image-pair, the varying basis length (2) applied at the evaluation, the distance (3) of the level-plane of the object point measured from the optical centre of the lens and the distance (4) of the optical centre from the plane of the image create a proportion of which (1) and (4) are constant, (2) is varying and measurable and thus (3) is constructable and computable. Thence the points lying in different level-planes of a vault or a fresco can be reconstructed from which the ground plan and the elevation plan of the formation can be reconstructed.

Einleitung

Ein Normalstereogramm wird durch ein Bildpaar gebildet, dessen Mitglieder mit Aufnahmekammern mit gleichen inneren Daten gefertigt wurden, deren Achsen auf die Verbindungsbasislinie der Aufnahmeörter senkrecht und zueinander parallel waren. In diesem Falle befanden sich die Bildebenen der beiden Aufnahmen zur Zeit der Verfertigung derselben in einer einzigen Ebene.

Normalstereogramme können gleichzeitig mit Hilfe zweier gleicher Aufnahmekammern, oder mit Hilfe einer einzigen Kamera in verschiedenen Zeitpunkten aufgenommen werden, vorausgesetzt, daß das aufzunehmende

Gebilde in der Zeit zwischen den beiden Aufnahmen in jeder Hinsicht unverändert bleibt.

In den beiden Bildern eines Normalstereogrammes werden die Projektionen der gemeinsam dargestellten Gebilde den unterschiedlichen Aufnahmeörtern entsprechend voneinander abweichend sein. In den beiden Aufnahmen bleiben jedoch die Projektionen aller Punktgruppen, Oberflächengeraden und Kurven übereinstimmend, kongruent, die sich an der Oberfläche des dargestellten Gebildes in einer zu der gemeinsamen Bildebene des Normalstereogrammes parallelen Bildebene befinden.

Um das zu verstehen, betrachten wir die *Abb. 1*. Hier ist ein gotisches Kreuzgewölbe zu sehen, das mit Hilfe zweier gleicher Aufnahmekammern in der gemeinsamen Bildebene K des Normalstereogrammes photographiert wurde. Die durch Punkte C_1 und C_2 bezeichneten Projektionszentren sind die bildseitigen Hauptpunkte der gleichen Aufnahmekammern. Die gemeinsame Bildebene K befindet sich in einer Distanz d von diesen. Ist das aufzunehmende Gebilde so groß, daß sich ein scharfes Bild nur bei auf 'unendlich' eingestelltem Linsensystem erhalten läßt, dann stimmt die Distanz d gerade mit der Fokaldistanz f des Linsensystems überein.

Durch die zu den Projektionszentren C_1 und C_2 gehörenden Projektionskegel der Schichtenebene N — besser gesagt der Niveauebene, da sie in diesem Falle waagrecht ist — des hier dargestellten Gewölbes werden die zu N parallelen Bildebenen K_1 und K_2 in der Ebene N ähnlichen Schnitten geschnitten, und da sich die Projektionszentren in gleicher Entfernung von der Ebene N befinden, ferner auch die Abstände der Bildebene K_1 von C_1 und der Bildebene K_2 von C_2 übereinstimmen (d), sind die beiden Projektionen von gleicher Größe, bzw. kongruent.

Werden die beiden Bilder eines Normalstereogrammes in Aufnahmezustand untersucht, findet man, daß die beiden kongruenten Projektionen der Ebene N in Richtung der die Zentren C_1 und C_2 verbindenden Basis b im Verhältnis zueinander verschoben sind. Die zu einem jeden beliebigen, abzubildenden Punkt gehörende durch die Zentren C_1 und C_2 hindurchgehende Verbindungsebene des Projektionsstrahlenpaares liegt nämlich in der die Zentren verbindenden Basis b . Infolge der Parallelität der Basis b und der Bildebene K wird der Bildebene K durch die Verbindungsebenen des Projektionsstrahlenpaares in zu der Basis parallelen Geraden geschnitten. Deshalb befinden sich die beiden Projektionen eines beliebigen Punktes im Normalstereogramm in Basisrichtung im Verhältnis zueinander verschoben, und deshalb sind auch die kongruenten Projektionen der Gebilde in den zu der gemeinsamen Bildebene des Normalstereogramms parallelen Schichtenebenen in ähnlicher Richtung verschoben.

Werden also die beiden Bilder eines Normalstereogramms zueinander orientiert — wobei die senkrechten Projektionen der Basis b in eine

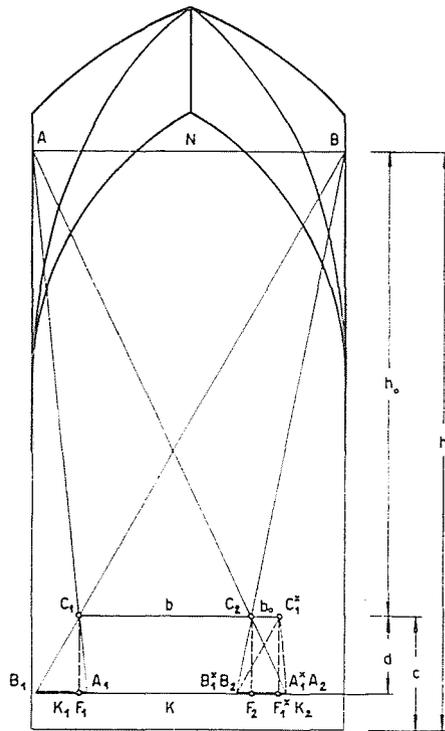


Abb. 1.

einzigste Gerade fallen, und die beiden Aufnahmen in Richtung der Basis aufeinander zu verschieben sind, kann die Situation erreicht werden, daß die in je einer Schichtenebene liegenden kongruenten Projektionen in den beiden Aufnahmen miteinander in Deckung kommen. Diese Feststellung bedeutet zugleich, daß im Falle eines gegenseitig orientierten Bildpaares die Punkte die gegebenenfalls durch Verschiebung in Basisrichtung gleichzeitig mit zwei Bildern in Deckung gebracht werden können, zu einer einzigen Schichtenebene gehören.

Durch die obengenannte Eigenschaft des Normalstereogramms wird ermöglicht, daß in einem in beiden Bildern dargestellten Flächenteil zu einer beliebigen Schichtenebene gehörende Punkte zugleich bestimmt werden. Nach dem Gesagten werden jene Punkte zu einer und derselben Schichtenebene gehören, deren in zwei Aufnahmen befindliche Bilder auf einmal miteinander in Deckung gebracht werden können. Diese lassen sich mit Hilfe der Kanten und Linien auf der Oberfläche ermitteln. Bei einer Verschiebung in Basisrichtung wird nämlich der Schnittpunkt der zwei Bilder einer Kante oder einer Oberflächenlinie jener Punkt sein, dessen zwei Bilder

gerade miteinander in Deckung sind. Durch Verschiebung verschiedenen Grades kommen die Bilder immer weiterer Punkte miteinander in Deckung, und so lassen sich in dieser Weise in verschiedenen Schichtenebenen befindliche Punktscharen oder Schichtenlinien bestimmen.

Die Entfernungen der einzelnen Punktscharen und Schichtenlinien von dem Aufnahmeort lassen sich — in Kenntnis der Länge der Aufnahmebasis — sowohl durch Konstruktion, als auch rechnerisch ermitteln. Für diesen Zweck wird in *Abb. 1* die Aufnahme K_1 zusammen mit dem dazugehörenden Aufnahmezentrum C_1 in Richtung der Basis so verschoben, daß die kongruenten Projektionen der Schichtenebene N in den Bildebenen K_1 und K_2 miteinander in Deckung kommen. Der Projektionskegel $A_1B_1C_1$ kommt also in die Lage $A_1^x B_1^x C_1^x$ und so kommen A_1^x mit A_2 , B_1^x mit B_2 in Deckung.

Durch die Zentren $C_1^x C_2$ wird in der Gerade der Basis b die Strecke b_0 bestimmt, deren senkrechte Projektion in der in Deckung gebrachten Bildebene die Entfernung $F_1^x F_2$ gleicher Richtung und Größe, wie die senkrechte Projektion ist. Werden im Fall der Dreiecke AC_1C_2 und $A_1^x C_1^x C_2$ $C_1 C_2$ und $C_1^x C_2$ als Grundlinien gewählt, ist ihr Verhältnis — infolge der Ähnlichkeit der beiden Dreiecke — gleich dem Verhältnis der zu diesen gehörenden Höhen: $C_1 C_2 : C_1^x C_2 = h_0 : d$. Da

$$C_1 C_2 = b, \quad C_1^x C_2 = F_1^x F_2 = b_0,$$

verhält sich: $b : b_0 = h_0 : d$, daher gilt: $h_0 = d \frac{b}{b_0}$.

Nach der hier abgeleiteten Formel läßt sich bereits durch Verschiebung des orientierten Bildpaares in Basisrichtung in verschiedenem Maße die Entfernung der Schichtpunktscharen und Schichtenlinien von der Basis der Aufnahmen in Kenntnis der Basis b der Aufnahme, der Distanz d , sowie der zu verändernden Entfernung $F_1^x F_2^x$ schon rechnerisch bestimmen. Durch Konstruktion kann die vorhin abgeleitete Formel mit Hilfe zweier ähnlicher Dreiecke aufgelöst werden. Die Auflösung wird in *Abb. 3* gezeigt.

Es sei auch bemerkt, daß es im Falle eines bei horizontalem Bildstand aufgenommenen Bildpaares — besonders im Bauwesen — nicht genüge, den Abstand von der Aufnahmebasislinie der Schichtenebenen bzw. die Höhen über diesen anzugeben; die Höhenmaße sind über einer bekannten Ebene, z. B. im Falle von Innenräumen über der Fußbodenoberkante anzugeben. In einem solchen Falle erhält man den gesuchten Wert h , indem der durch Konstruktion oder rechnerisch ermittelte Wert h_0 um den in *Bild 1* angegebenen Wert c erhöht wird. Die Entfernung c ist der Abstand von der Rückseite der Aufnahmekammer des objektseitigen Hauptpunktes des benutzten Linsensystems in dem Falle wenn das Bildpaar mit

waagerechter Bildebene mit Hilfe einer auf den Fußboden gestellten Kamera gemacht wird. In einem solchen Falle erhält man den mit den verschiedenen Linsenständen veränderlichen c -Wert — der bei einem Bildpaar konstant ist — von dem Herstellerwerk. Werden unter Umständen eine Unterlage oder ein Stativ benutzt, ist der Wert von c noch um die Höhe der Unterlage oder des Stativs zu erhöhen.

Man kann einfacher verfahren, wenn die Entfernung von dem Fußboden eines auch im Bilde erkenntlichen Punktes des Gebildes gemessen werden kann. In diesem Falle wird zuerst die senkrechte Projektion des Gebildes (Gewölbes) in gewünschtem Maßstab sodann — unter Berücksichtigung des Maßstabes — von dem ausgewählten Punkt aus nachträglich die Ebene des Fußbodens gezeichnet.

Bestimmung und Rekonstruktion der Schichtpunkte von Gewölben

In den *Abb. 2.a* und *2.b* ist ein Normalstereogramm mit horizontaler Bildebene zu sehen, das ein gotisches Kreuzgewölbe darstellt. Der Umstand, daß die Bildebene des Bildpaares horizontal ist, wird dadurch bewiesen, daß Bilder der vertikalen Kanten in beiden Bildern nach dem Hauptpunkt streben.

Als Ausgangspunkt wird die senkrechte Projektion b' der Basis in den beiden Aufnahmen konstruiert.

Herstellung der senkrechten Projektion der Basis

Für diesen Zweck werden die Bilder einer — wie allgemein bekannt — horizontalen Geraden im Bildpaar gesucht. Unter anderen ist dazu jede Seite des durch die allgemein bekannten, waagerechten Gewölbekämpferpunkte $ABDE$ gebildeten Vierecks geeignet. Auch durch den Umstand, daß die beiden Projektionen des die genannten Punkte verbindenden Vierecks kongruent sind, wird bewiesen, daß die gemeinsame Bildebene des Bildpaares waagerecht ist und das Normalstereogramm des Bildpaares existiert. Es werden die Seite AE gewählt und deren beide Endpunkte mit einem Punkt verbunden, der in beiden Aufnahmen leicht aufzufinden ist. Wird dieser beliebige Punkt mit den Punkten A und E verbunden, ergibt er in beiden Aufnahmen je ein Dreieck. Die so erhaltenen Dreiecke werden — bei Wahrung der Lage der Seiten AE gleicher Größe — auch auf das andere Bild durchkopiert. Werden die dritten Eckpunkte der Dreiecke mit gemeinsamer Grundlinie AE im Bilde verbunden, erhält man die Richtung der

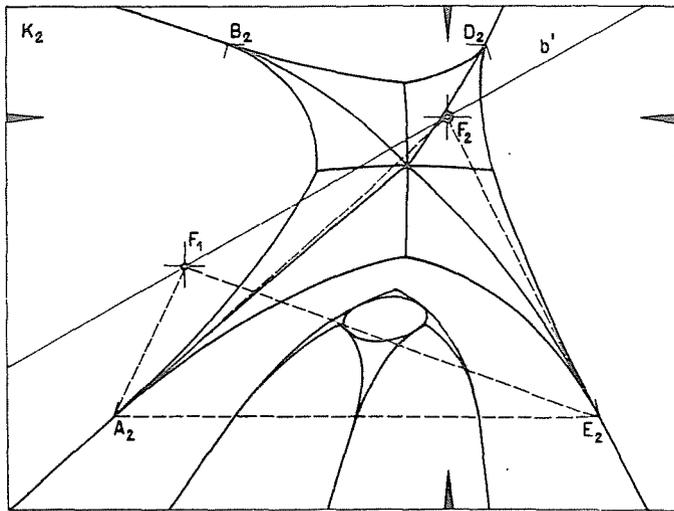
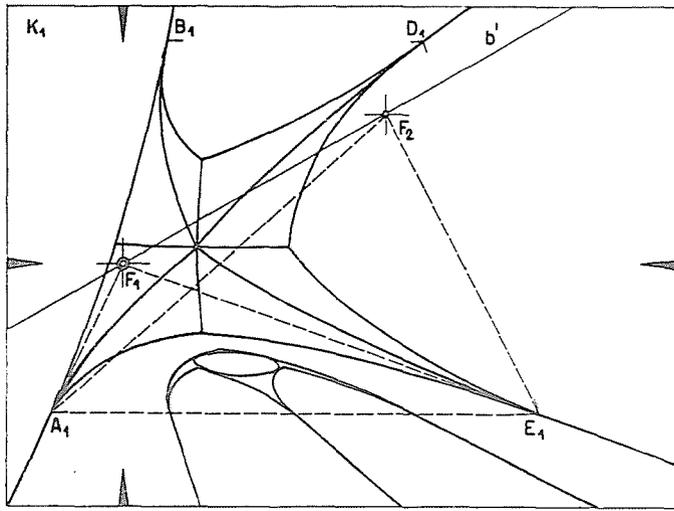


Abb. 2.

Basis. Parallel zu diesen geht die senkrechte Projektion b' der Basis durch die Hauptpunkte der beiden Aufnahmen hindurch.

In den Abb. 2.a. und 2.b wurde das Bild eines unendlich weit entfernten Punktes der senkrechten Kanten benutzt, das mit den Hauptpunkten

der zwei Aufnahmen zusammenfällt. So wurden von dem ersten Bild das Dreieck $A_1 E_1 F_1$ in die Gerade $A_2 E_2$ des zweiten Bildes, und umgekehrt, das Dreieck $A_2 E_2 F_2$ des zweiten Bildes auf die Strecke $A_1 E_1$ des ersten Bildes durchkopiert. Da die benutzten Punkte mit den Hauptpunkten zusammenfielen, ergeben in den beiden Bildern die Verbindungsgeraden der Punkte $F_1 F_2$ in der Bildebene der Aufnahme die senkrechte Projektion der Basis b' .

Wie es *Abb. 1* zeigt, sind nämlich im Falle der Anordnung zweier Projektionen einer beliebigen Schichtenebene — hier der Ebene $ABDE$ — die Doppelprojektionen der Punkte außerhalb der Schichtenebene oder die Hauptpunkte durch Geraden von Basisrichtung verbunden.

Rekonstruktion der senkrechten Projektionen des dargestellten Gebildes

Die Rekonstruktion anhand des Normalstereogrammes wird so durchgeführt, das ein beliebig gewähltes Bild des Bildpaares festgelegt wird. Dann wird mit Hilfe des festgelegten Bildes und des dazugehörigen Projektionszentrums der Projektionskegel hergestellt, durch den das Gebilde bei der Aufnahme abgebildet wurde. An diesem Projektionskegel wird dann auch das rekonstruierte Gebilde angeordnet, selbstverständlich in einem von dem Original abweichenden Maßstab. Darauf folgend wird das andere, bewegliche Mitglied des Bildpaares nach dem festgelegten Bild orientiert und in Richtung der Basis über das erstere geschoben. Nach der Verschiebung liefern die mit ihrer Doppelprojektion in Deckung befindlichen Punkte die zu einer Schichtenebene des Gebildes gehörenden Punkte. Die Schichtenebene wird mit Hilfe eines Beliebigen ihrer Punkte konstruiert. Es werden dessen Projektionsstrahlen hergestellt, die zu dem Projektionen dieses Punktes in den gegenseitig orientierten Bildpaar in Ausgangsstellung gehören, und durch die aneinander der genannte Punkt der gesuchten Schichtenebene ausgeschnitten wird. Nachdem die Schichtenebene bestimmt ist, werden deren weitere Punkte mit Hilfe des Projektionskegels auf die Schichtenebene projiziert. Durch wiederholte Verschiebung in verschiedenem Maße kommen die Bilder verschiedener Punkte in den beiden Aufnahmen miteinander in Deckung, und so lassen sich Punktscharen bestimmen, die in verschiedenen Schichtenebenen liegen.

In *Abb. 3* werden Bestimmung und Rekonstruktion von Punkten gezeigt, die zu einer beliebigen Schichtenebene des Gewölbes gehören.

Die gemeinsame Bildebene der Photographien wird als erste Bildebene der senkrechten Projektionen gewählt. In dieser wird — von dem Gewohnen abweichend — nicht die Draufsicht auf das Gewölbe, sondern — mit den Photos übereinstimmend — deren Unteransicht konstruiert. Es sei be-

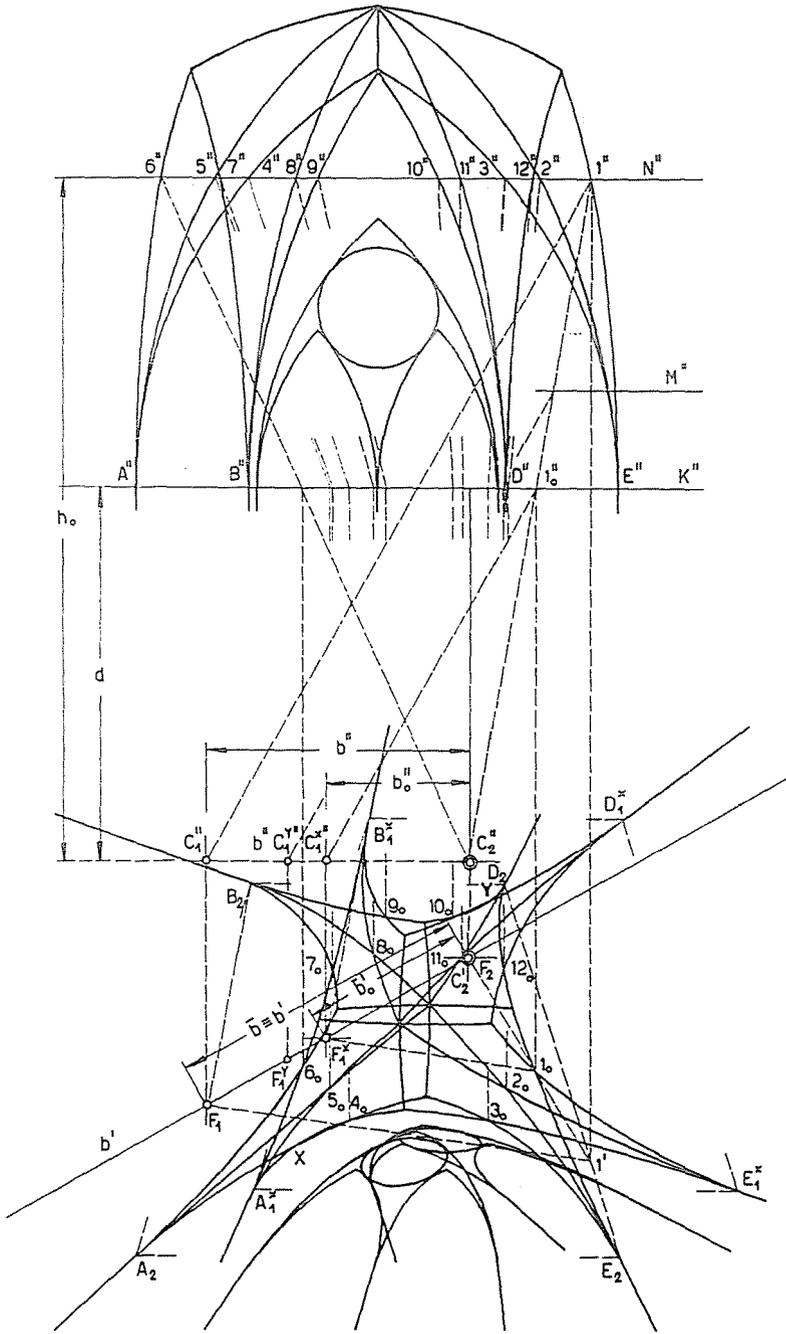


Abb. 3.

merkt, daß die in dieser Weise hergestellte Unteransicht gerade das Spiegelbild der Darufsicht ist.

Das rechtseitige Mitglied des Bildpaares wird als festes Bild gewählt und so angeordnet, daß die durch Fenster gegliederte Wandfläche nach der Rekonstruktion in Vorderansicht verzerrungsfrei sichtbar sei. Für diesen Zweck wird das Bild der Verbindungsgeraden der Kämpferpunkte A_2E_2 in der Wandfläche waagrecht gestellt. Diese ist nämlich in der Wirklichkeit waagrecht und daher parallel zu der Ebene der Photoaufnahme und behält somit ihre Richtung im Photo auch in der Rekonstruktion. Zu dieser Richtung parallel wird die Ebene der Vorderansicht, die zweite Bildebene angenommen. In letzterer wird die in der horizontalen Geraden K'' sichtbare erste Bildebene, die Vorderansicht der gemeinsamen Bildebene des Normalstereogramms gezeichnet. Unter dieser wird parallel, in der Entfernung der Distanz d die Projektion b'' der Basis angesetzt, in der die Vorderansichten der Projektionszentren gezeichnet werden.

Darauf folgend wird auch das linkseitige bewegliche Bild zu dem rechtseitigen, festen Bild orientiert. Damit fallen die in den beiden Aufnahmen bereits im voraus konstruierten Basisprojektionen in eine einzige Gerade. Dann werden die Hauptpunkte — F_1 und F_2 — der beiden Aufnahmen unter Berücksichtigung des Maßstabes der Rekonstruktion im Verhältnis zueinander in Basislängenentfernung angeordnet. Will man die Rekonstruktion im Maßstab 1:100 durchführen, dann muß die Basis von 5.67 m Länge hier gleich 5.67 cm sein. D. h. daß sich nach Abschluß der gegenseitigen Orientierung F_1 und F_2 in solcher Entfernung voneinander befinden. In *Abb. 3* wurde von der Ausgangslage des beweglichen Bildes nur der Hauptpunkt F_1 angegeben.

Im nächsten Schritt wird das bewegliche, linkseitige Bild in Richtung der Basis um eine beliebige Länge verschoben. Damit kommt der Hauptpunkt F_1 in die Lage F_1^z . Durch das eine Bild einer beliebigen Kante der Fläche wird das Bild der Kante in der anderen Aufnahme in einem Punkt geschnitten. So ergeben sich die Schnittpunkte $1_0, 2_0, 3_0, \dots, 12_0$. Die beiden Projektionen dieser Punkte können also auf einmal miteinander in Deckung gebracht werden und gehören daher — nach den früheren Feststellungen — zu einer und derselben Schichtenebene.

Die Schichtenebene N wird mit Hilfe des Punktes l bestimmt. Für diesen Zweck werden im Ordner b'' von F_1, F_1^z und F_2 in Vorderansicht die Vorderansichten der dazugehörigen Projektionszentren $C_1'', C_1^{z''}$ und C_2'' , die Vorderansicht der Projektion l_1 , nämlich l_0'' in K'' durch C_1'' eine parallele Gerade gezeichnet, so wurde der zu dem beweglichen Punkt gehörende Projektionstrahl des Punktes l_0 in seiner originalen Lage hergestellt. Durch diesen wird bereits im Projektionsstrahl $C_2''l_0''$ die Vorderansicht t des Punk-

tes l, l'' ausgeschnitten. Die gesuchte Schichtenebene N geht durch letztere — parallel zu der gemeinsamen Ebene K'' der Aufnahmen — hindurch.

Die Höhe der zu rekonstruierenden Schichtenebene wurde also mit Hilfe der ähnlichen Dreiecke $C_1'', C_2''l_0$ und $C_1''C_2''l$ bestimmt. Nun wurden die Punkte $2_0, 3_0, \dots, 12_0$ senkrecht auf K'' , dann von dort mit Hilfe von C_2'' auf N'' projiziert, um deren Vorderansichten $2'', 3'', \dots, 12''$ zu erhalten. Die Grundrisse $1', 2', \dots, 12'$ derselben werden in den entsprechenden Ordner durch die ersten Bilder der zu den Bildern $1_0, 2_0, \dots, 12_0$ gehörenden, zentralen Projektionsstrahlen ausgeschnitten, deren Bilder aus dem Hauptpunkt D_2 ausgehen. Um eine Überfülltheit der Abbildung zu vermeiden, wurde von dem ersten Bild nur die Konstruktion von l' dargestellt.

Nun wird das linkseitige Bild um eine beliebige Entfernung weiter verschoben, wodurch mit Hilfe der neuerdings in Deckung gekommenen Punkte die Punkte weiterer Schichtenebenen rekonstruierbar werden.

Rekonstruktion der Schichtenebene gewünschter Höhe

Soll die Schichtenebene in der vorgegebenen Höhe h über dem Fußboden des dargestellten Gewölbes rekonstruiert werden, wird zuerst die dazugehörige Höhe h_0 berechnet:

$$h_0 = h - c.$$

Im Besitz des bekannten Wertes h_0 wird aus der früher abgeleiteten Formel

$$h_0 = d \cdot \frac{b}{b_0}$$

der unbekannte Wert b_0 ausgedrückt:

$$b_0 = \frac{b \cdot d}{h_0}.$$

Darauf folgend wird das bewegliche Bild in der Weise in Richtung der Basis verschoben, daß dessen Hauptpunkt F_1 in die eben berechnete Entfernung b_0 von dem Hauptpunkt F_2 zu liegen kommt. Damit kommen die Punkte der Schichtenebene vorgegebener Höhe mit unseren beiden Bildern in Deckung und werden rekonstruierbar.

Die Lösung dieser Aufgabe wird durch Konstruktion mit Hilfe eines dritten ähnlichen Dreieckes bewerkstelligt, wie es im vorigen Kapitel in *Bild 3* mit Hilfe zweier ähnlicher Dreiecke geschah. Der mit dem Projektionsstrahl $C_2''l''$ gebildete Schnittpunkt der Schichtenebene M vorgegebener Höhe h_0 wird in Vorderansicht konstruiert. Wird von hier aus eine zu $C_1''l''$ parallele Gerade gezeichnet, erhält man in b'' den Punkt $C_1''l''$. Die in

b'' liegende Seite $C_1^{y''}$ $C_2^{y''}$ des neuen Dreiecks ist die Vorderansicht der zu der Rekonstruktion der Schichtenebene M notwendigen Basislänge. In dem Ordner von $C_1^{y''}$ erhält man in b' dessen Grundriß, F_1^y . Darauf folgend wird das bewegliche Bild in Richtung der Basis so verschoben, daß der Hauptpunkt F_1 in die Lage von F_1^y komme. Damit wird auch die Schichtenebene M rekonstruierbar.

Schichtenebenen, deren Zentralprojektion in der Bildebene des Normalstereogramms schon im Maßstab der Rekonstruktion dargestellt ist, bleiben im Laufe der Rekonstruktion unverändert, so daß die Vorderansicht derselben mit K'' zusammenfällt. In der Abbildung ist die Verbindungsebene der Kämpferpunkte $ABDE$ eine solche.

Bestimmung der Schichtenlinien eines Deckengemäldes an einem Gewölbe

In den *Abb. 4.a* und *4.b* sind wieder zwei Bilder eines Normalstereogrammes zu sehen. Die Bilder zeigen Einzelheiten des Deckengemäldes von Lukas Kracker: 'Die Synode von Trident', das in der Stadt Eger das Gewölbe der Bibliothek der Pädagogischen Hochschule schmückt.

Am Rande des Deckengemäldes werden einzelne Szenen der Synode ins Leben gerufen, während sich im Mittelfeld das gotische Gewölbesystem der Kirche, des Schauplatzes der Synode abzeichnet. Durch das meisterhaft dargestellte Bild des in die Höhe strebenden gotischen Gewölbes wird es für den Betrachter unmöglich gemacht Form und Höhe des Bibliotheksaales zu erfassen.

Die Bestimmung der Form und der Abmessungen, sowie der Projektionen des Gewölbes läßt sich auch mit Hilfe eines Normalstereogrammes bewerkstelligen.

Nach gegenseitiger Orientierung der beiden Aufnahmen werden die senkrechten Projektionen der in den einzelnen Schichtenebenen befindlichen Gebilde auch hier durch Verschiebungen verschiedener Größe bestimmt. Da sich an der Gewölbeoberfläche keine Kante befindet, ergibt die Verbindungslinie der Punkte in den einzelnen Schichtenlinien die in den Schichtenebenen liegende Schichtenlinie des Gewölbes.

Auch in diesem Falle werden als Ausgangspunkt die senkrechten Projektionen b' der Basis in dem Bildpaar konstruiert. Daher wird eine gerade oder bogenförmige Strecke gesucht, deren Bilder in den beiden Aufnahmen kongruent sind. Dafür ist jede — wie allgemein bekannt — horizontale Linie geeignet, so zum Beispiel, die Oberkante des Podiums unter der Reihe sitzender Figuren, oder eine durch leicht erkennbare zwei Punkte der Oberkante begrenzte Strecke des hinter ihnen in Kopfhöhe verlaufenden

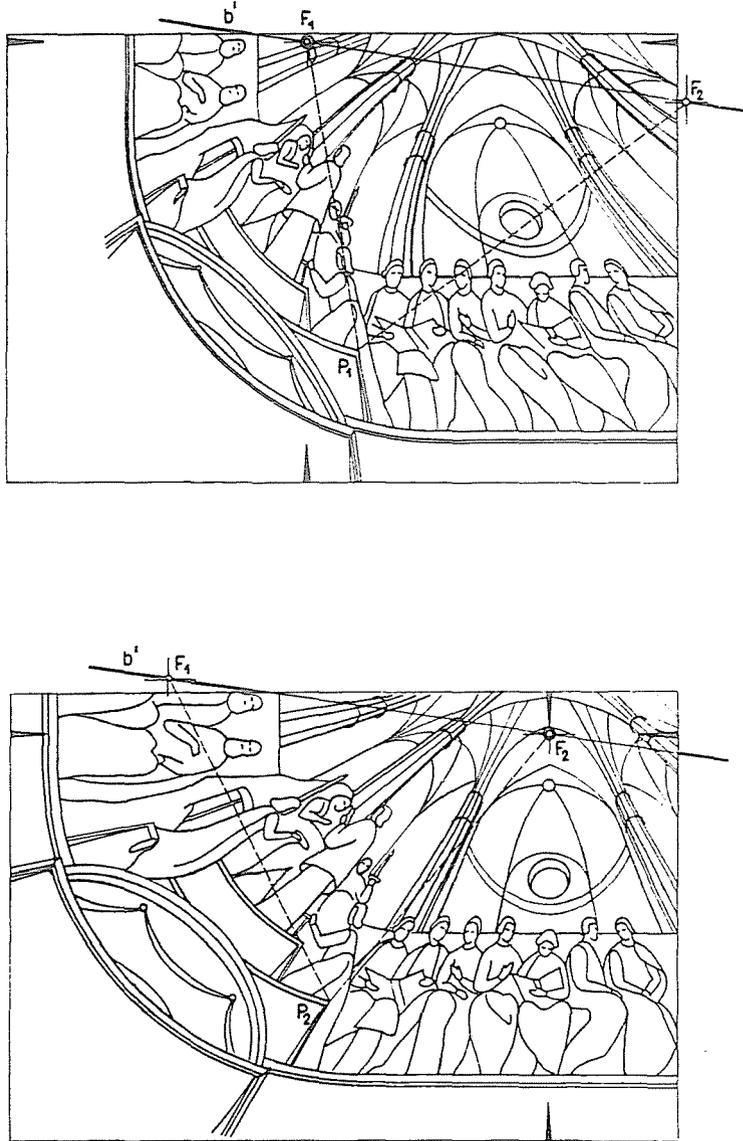


Abb. 4.

Wandbelags, oder eine gut vergleichbare Strecke der beiden Bilder der Kanten des bogenförmigen Eckenpodiums, die sich in einem beliebigen der beiden Bilder gut bestimmen lassen, weil auch deren Projektionen kongruent sind. Unter den letzteren wird der Bogen PQ gewählt. Mit dessen Endpunkten werden im ersten Bild der Hauptpunkt F_1 , im zweiten Bild der

Hauptpunkt F_2 verbunden. Die erhaltenen Dreiecke werden auf das andere Bild kopiert, so daß sie auf dessen Strecke PQ fallen. Werden die der Seite PQ gegenüber liegenden Eckpunkte der erhaltenen Dreiecke verbunden, erhält man die Projektion b' der Basis.

Darauf folgend werden die beiden Aufnahmen zueinander orientiert, u.zw. in der Weise, daß die Projektionen der Basis b' in den beiden Aufnahmen in eine einzige Gerade fallen, und die zwei Hauptpunkte, F_1 und F_2 unter Berücksichtigung des Maßstabes der Rekonstruktion voneinander in einer Entfernung gleich der bei der Rekonstruktion benutzten Basislänge zu liegen kommen. Dann wird das bewegliche Bild durch Verschiebung beliebiger Größe in Basisrichtung über das erste Bild geführt. Werden die in Deckung gekommenen Punkte verbunden, so ist — wie es *Abb. 5* zeigt — das Bild einer beliebigen Strecke der Schichtenlinien des Gewölbes bestimmt.

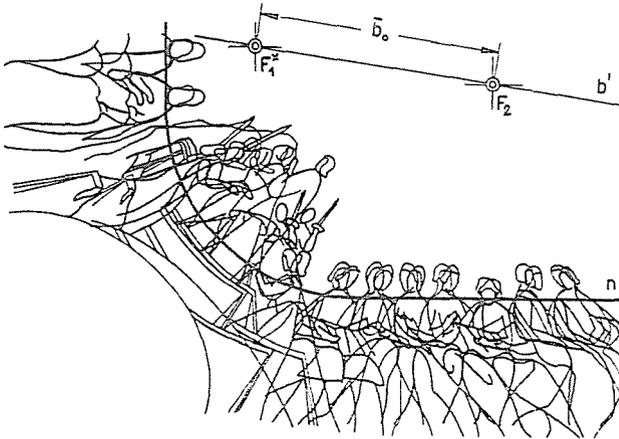


Abb. 5.

Die Höhe der Ebene der Schichtenlinie läßt sich mit Hilfe eines beliebigen Punktes dieser Schichtenlinie berechnen oder nach dem in *Bild 3* bereits ausführlich beschriebenen Verfahren konstruieren.

Darauf folgend werden die weiteren Punkte der Schichtenlinie mit dem Projektionskegel des festen Bildes auf die bewußte Schichtenebene projiziert, wo deren Rekonstruierte der auf dem Photo konstruierten Zentralprojektion ähnlich sein wird.

Sind in den einzelnen Schichtenebenen — hier Niveauebenen — die hergestellten Schichtenlinien im Verhältnis zueinander — unter Berücksichtigung des Maßstabes der Rekonstruktion — gezeichnet (*Abb. 6*) erhält man, nachdem die zusammengehörigen Punkte verbunden wurden, den

Grundriß und die Vorderansicht des Gewölbes mit dem darauf gemalten Fresko, nach denen notwendigenfalls auch die Musterzeichnungen, die Kartone der Fresken wieder hergestellt werden können.

In den *Abb. 3* und *5* ergeben sich in der simultanen Ansicht oder in den aufeinander kopierten zwei Bildern — neben den im vorliegenden Falle wichtigen Schichtpunkten — noch zahllose andere Schnittpunkte. Diese nicht nützlichen Schnitte können aufgrund der figuralen Zeichnung des Freskos noch leicht sinngemäß beseitigt werden, wenn die sich im Schnittpunkt schneidenden Punkte nicht zu derselben Figur gehören, oder wenn sich nicht die selben Linien der gleicher Figur in den zwei Bildern im betreffenden Punkte schneiden. In *Abb. 3* erfordert die Entscheidung derselben Frage gründlichere Überlegung. In einem Aufnahmenpaar, das mit einer größeren Basis gemacht wurde, können die beiden Bilder eines Bogens voneinander bereits wesentlich abweichen. Hier können besonders Bögen Sorgen machen, deren Grundriße nahezu parallel zu der Basis sind, da sich in den in Deckung gebrachten Projektionen derselben auch mehrere Schnittpunkte ergeben können. Nach der beschriebenen Methode lassen sich auf einmal nur die Punkte einer einzigen Schichten- oder Niveauebene bestimmen, andererseits liegt jeder Punkt der Gewölbebögen in einer anderen Höhe, daher kann am Bogen kein einen weiteren Schnittpunkt liefernder Schnitt liegen.

Dieser Fall wird durch den Bogen in *Abb. 3* bekräftigt, der von dem Kämpferpunkt *A* ausgehend durch Punkt 4_0 hindurchgeht, auf dem — wie es sich aus der Dicke der Linie entnehmen läßt — auch noch der Schnittpunkt *X* liegt, sowie durch den durch Punkt 10_0 hindurchgehenden Bogen mit dem Kämpferpunkt *D*, auf dem in ähnlicher Weise von D_2 aus abwärts fortschreitend der Schnittpunkt *Y* sichtbar ist. Da *X* und *Y* tiefer liegen, zu den Kämpferpunkten näher fallen, können diese keinen neueren Schicht- bzw. Niveaupunkt liefern. Betrachten wir — um das besser zu verstehen — die *Abb. 6*, in der zur Beurteilung der durch + bezeichneten Schichtpunkte liefernden und der durch - bezeichneten, keinen Schichtpunkt darstellenden Schnittpunkte drei unterschiedliche Fälle gezeigt werden.

In der Abbildung wurden die in Deckung gebrachten zwei Basisprojektionen $b_{1,2}$ dargestellt, ferner wurde in allen drei Fällen die gemeinsame Berührungslinie von Basisrichtung der Bilder des untersuchten Bogens gezeichnet, ohne den Berührungspunkt *B* genau zu bezeichnen. Das linkseitige Ende des Bogens wurde durch seinen nichtbezeichneten Punkt *A*, das rechtseitige Ende durch seinen Punkt *C* bezeichnet. Im Falle a) ist der Schichtpunkt -1 kein Schnittpunkt, da er nicht zwei Projektionen desselben Punktes darstellt, nachdem er an der Kurve k_1 , auf der Strecke B_1C_1 zwischen den Punkten *B* und *C*, an k_2 auf der Strecke A_2B_2 , zwischen den Punkten *A* und *B* liegt. Im Falle b) ist der Punkt +1 ein Schichtpunkt,

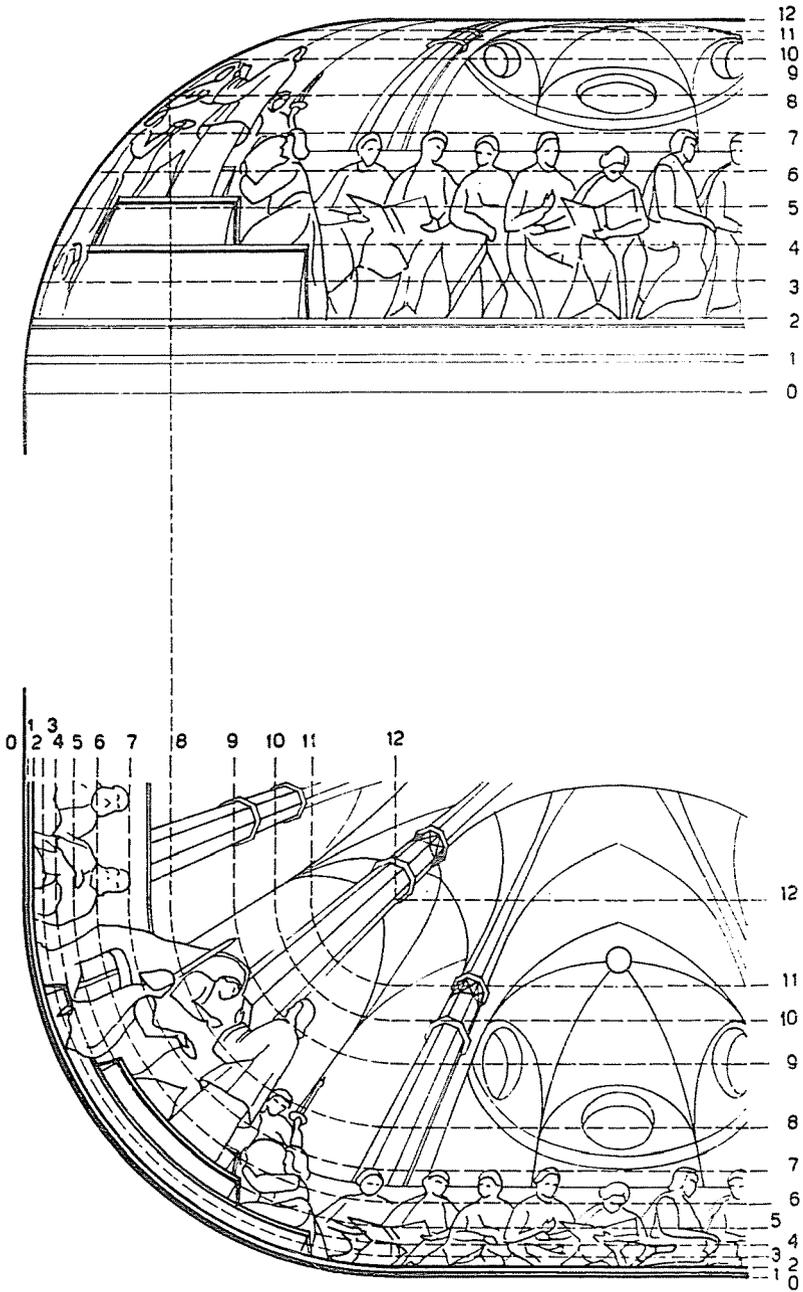


Abb. 6.

da er sich in beiden Bildern auf der Strecke AB befindet, -2 aber keiner

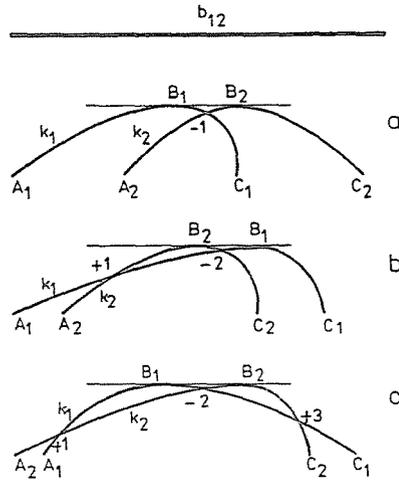


Abb. 7.

ist. Im Falle c) sind die Schnittpunkte $+1$ und $+3$ Schichpunkte, -2 ist hingegen keiner.

Diese Erwägung läßt sich vermeiden, wenn die Möglichkeit besteht, drei Aufnahmen zu machen, u.zw. in der Weise, daß die Basis b_2 , durch welche der erste oder der zweite Aufnahmeort mit dem dritten verbunden wird, annähernd senkrecht auf Basis b_1 sei, durch die die Standpunkte bei den ersten zwei Aufnahmen verbunden sind. Wird Abb. 3 von diesem Gesichtspunkt aus betrachtet, kommen die Bögen mit den Kämpferpunkten A und D in die günstige Lage der Bögen mit den Kämpferpunkten C und E .

Address:

Dr. Antal HORN
 Lehrstuhl für Darstellende Geometrie
 Technische Universität, H-1521, Budapest
 Ungarn