

ACHSENRICHTUNGSBESTIMMUNG EINES HYPERBOLISCHEN PARABOLOIDS

A. HORN

Lehrstuhl für Darstellende Geometrie
Technische Universität, H-1521, Budapest

Eingegangen am 20. April, 1991.

Abstract

*Determination of the axis direction
of a hyperbolic paraboloid*

When the direction planes of both generatrix sets of the hyperbolic paraboloid are projection planes then their intersection, the direction of the axis, appears as a point. In this case the distorted surface quadrangle created by any two primary generatrices and any two secondary ones seems a parallelogram where the halving points of the diagonals coincide. This means only covering for a distorted quadrangle. Thus linking the halving points of the two diagonals of an arbitrary distorted quadrangle in any projection yields the direction of the axis of the hyperbolic paraboloid.

Sind die drei Leitlinien einer geradlinigen, windschiefen Fläche Geraden, von denen sich zwei im Endlichen, eine im Unendlichen befindet, so bilden diese ein gemeinsames transversales hyperbolisches Paraboloid. An dessen Fläche befinden sich zwei Geradenscharen (Erzeugendenscharen): die Schar der primären und jene der sekundären Erzeugenden. Die primären Erzeugenden weichen einander aus, und die sekundären Erzeugenden ebenfalls, alle primären Erzeugenden schneiden jedoch sämtliche sekundäre Erzeugende, und alle sekundäre sämtliche primäre.

Von den drei Geraden, die die drei Leitkurven des hyperbolischen Paraboloids ergeben, können die zwei im Endlichen befindlichen als die beiden Mitglieder der Erzeugendenschar betrachtet werden, während die dritte die unendlich entfernte Gerade einer Ebene ist, die als Richtungsebene der sekundären Erzeugendenschar betrachtet werden kann, zu der die sekundären Erzeugenden parallel sind. Und, umgekehrt, die Richtungsebene der primären Erzeugenden ist parallel zu den primären Erzeugenden. So ist also die zu den im Endlichen befindlichen zwei Leitkurven — Geraden — parallele Ebene die Richtungsebene der primären Erzeugenden, zu der sämtliche primäre Erzeugenden parallel sind.

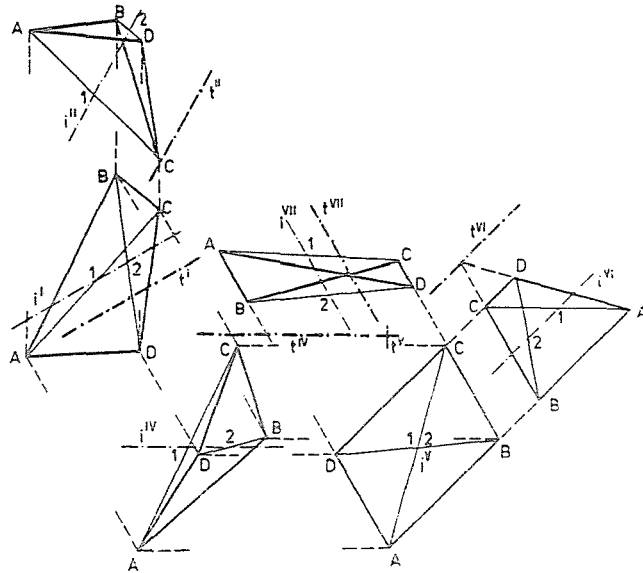


Abb. 1

In einer Projektion, wo die Richtungsebenen beider Erzeugendenscharen Projektionsebenen sind, zeigen die beiden Erzeugendenscharen zwei parallele Geradenscharen, so daß in dieser Projektion ein jedes durch zwei seiner primären und zwei seiner sekundären Erzeugenden begrenztes, windschiefes Viereck dieser Fläche ein Parallelogramm zu sein scheint. An derselben Stelle erscheint die Achse der Fläche als Punkt, da sie parallel zu der Schnittlinie der Richtungsebene der Erzeugendenscharen ist.

So läßt sich die Richtung der Achse durch Konstruktion aus einem beliebigen, windschiefen Viereck der Oberfläche des hyperbolischen Paraboloids ohne Schwierigkeit in jeder Projektion ermitteln. Werden die zwei sekundären Erzeugenden zu sich selbst parallel aufeinander geschoben, bilden sowohl die primären, als auch die sekundären sich schneidende Gerade-paare, die durch die Ebene bestimmt werden, die abwechselnd parallel zu den Richtungsebenen der beiden Erzeugendenscharen sind, so ergibt deren Schnittlinie die Richtung der Achse des hyperbolischen Paraboloids.

Obwohl diese Konstruktion weder schwierig, noch umfangreich ist, läßt sich die Aufgabe dennoch viel leichter lösen.

Betrachten wir *Abb. 1*. Hier erscheint in jedem fünften Bild ein jedes windschiefes Viereck der Fläche als Parallelogramm, während daselbst die Richtung der Achse der Fläche als Punkt gesehen wird. Da die Bilder aller windschiefer Vierecke auf der Oberfläche Parallelogramme sind, bei denen die Halbierungspunkte der Diagonalen miteinander in Deckung kommen,

liegt es auf der Hand, daß die Richtung der Achse der Fläche gleich der Richtung der Verbindungsgeraden der Halbierungspunkte der Diagonalen der windschiefen Vierecke ist. Werden in der Abbildung in einer beliebigen Projektion die Halbierungspunkte 1 und 2 miteinander verbunden, so haben wir die Richtung der Achse der Fläche bestimmt.

Durch den Schnittpunkt der auf die Richtung der Achse senkrechten primären und sekundären Erzeugenden hindurch verläuft die Achse des hyperbolischen Paraboloids parallel zu der konstruierten Richtung.

Address:

Dr. Antal HORN
Lehrstuhl für Darstellende Geometrie
Technische Universität
H-1521, Budapest, Ungarn