

# RAUMAKUSTISCHE PRÜFUNGEN IN DER BAUKUNST ANGEWANDTER GEOMETRISCHER OBERFLÄCHEN

G. SUDA KARÁNÉ

Lehrstuhl für Darstellende Geometrie  
Technische Universität, H-1521, Budapest

Eingegangen am 20-ten April, 1991.

## Abstract

When studying room acoustics, acoustical qualities of geometrical surfaces often applied in architectural design are dealt with on the basis of primary reflections. Primary reflections can be studied on models produced by three-dimensional anaglyph construction method instead of the usual two-dimensional geometrical analysis which is suitable only for the preparation of some cross-sections. This constructional method makes the release of the spatial limits of geometrical constructions possible.

Es ist bekannt, daß die Konstruktionen zur Prüfung der Schallverbreitung in erster Linie bei der Auswertung der ersten Reflexionen benutzt werden können. Bei der Bestimmung oder dem Entwerfen der 'ersten Zeitlücke' von Beranek und der Tonreinheit von Thiele kommt der ersten Reflexionen eine wichtige Rolle zu. Beim Entwerfen von Bauten, die eine gute Akustik erfordern, lohnt es sich, die Schallverbreitung durch geometrische Konstruktionen in der früheren Phase des Entwerfens, noch vor der Gestaltung der inneren Oberflächen und vor der Bestimmung der akustischen Charakteristiken der zu verwendenden Stoffe, in der Phase der Raumvorgestaltung zu prüfen.

Bei der akustischen Gestaltung von Räumen ist es wichtig in Kauf zu nehmen, daß jeder ausgezeichnete Grenzsichtspunkt die Quelle von neuen Schallwellen ist, sowie reflektierte und resultierende Beugungswellenoberflächen in Abhängigkeit von der Natur der Hindernisse und Wellenlänge gemäß dem Prinzip von Huygens entstehen.

Bei der Auswertung der Ergebnisse der geometrischen akustischen Konstruktionen müssen auch die Schallfrequenz und Wellenlänge in Abhängigkeit von den Raumaussmassen beachtet werden. Die Schallwelle pflanzt sich im akustisch homogenen Raum zwischen zwei Punkten gemäß dem Fermat-Prinzip auf dem kürzesten Weg fort. Dementsprechend können die Wellenfrontpflanzung sowie die auf die Wellenoberfläche senkrecht vorgestellten Schallstrahlen geometrisch konstruiert werden. Das Wesen des

Konstruktionsverfahrens ist wie folgt: Die Reflexion der auf die Wellenoberfläche senkrechten Schallstrahlen oder die Reflexionen der Schallwellen können in den Hauptschnitten der Reflexionsoberfläche konstruiert werden.

*Die Konstruktion der Schallstrahlen-Reflexionen* fußt darauf, daß der Winkel zwischen dem bei der Reflexionsoberfläche eintreffenden Schallstrahl und der Normalen der Oberfläche mit dem Winkel zwischen dem reflektierten Schallstrahl und der Vorherigen übereinstimmt. Dies kann in der Praxis durch Spiegelung der Schallquelle konstruiert werden. Den kürzesten Weg gemäß dem Fermat-Prinzip erhält man — wenn der Schallstrahl inzwischen reflektiert wird — durch Spiegelung auf die Reflexionsoberfläche.

Im Falle von gekrümmten Oberflächen wird die Spiegelung auf die Tangentenebene, die zum Einfallspunkt des eintreffenden Schallstrahl gehört, ausgeführt.

### Konstruktion der Reflexionen von Wellenoberflächen

Im allgemeinen wurden Reflexionen von Kugelwellen studiert. Die ebene Welle kann als eine Kugelwelle mit einem besonders grossen Halbmesser behandelt werden.

Die Konstruktion der Reflexion an ebenen Oberflächen wird wieder einmal durch Spiegelung ausgeführt. Die Konstruktion einer von gekrümmten Oberflächen reflektierten Wellenfront ist aber eine komplizierte Aufgabe. Die reflektierte Welle ist nicht in jedem Fall eine Kugelwelle und wenn ja, ihr Halbmesser stimmt mit dem Radius der eintreffenden Welle nicht überein. Die von gekrümmten Oberflächen reflektierte Schallwelle kann im allgemeinen von Punkt zu Punkt als Hüllfläche der Endpunkte der Schallstrahlen, die den gleichen Weg zurückgelegt haben, konstruiert werden.

Die bisher erwähnten, aus der Fachliteratur bekannten Konstruktionsverfahren werden durch planimetrische Methoden, natürlich mit ihren Nachteilen ausgeführt. Sie können jeweils nur in einem Hauptschnitt der Oberfläche angefertigt werden. Die Reflexionen von der ganzen Oberfläche können nur schwierig studiert werden, die Konstruktion erteilt daher nur annähernde Informationen.

Während der Forschungsarbeit wurde eine neue Methode zur geometrischen Konstruktion der Reflexionen ausgearbeitet. Das zur Beseitigung der räumlichen Beschränktheit erarbeitete Konstruktionsverfahren erteilt bedeutend mehr Informationen als die obigen. Das raumakustische Modellieren kann natürlich durch dieses Verfahren nicht ersetzt werden, es kann aber in der früheren Phase des Entwerfens, während der Gestaltung der

Raumformen eine wichtige Rolle spielen. Das Wesen der Konstruktion ist wie folgt: Die anzuwendenden Oberflächen oder in manchen Fällen sogar der geplante oder vorhandene Raum werden durch anaglyphes Konstruktionsverfahren dargestellt und die Reflexionen werden in diesen stereozentralen Projektionen konstruiert.

Durch dieses Verfahren können Bilder, die zur Prüfung des Wegs der reflektierten Schallstrahlen geeignet sind, gemacht werden, es besteht aber auch die Möglichkeit, das Stereobild der zustande gekommenen Wellenfront zu konstruieren.

Im weiteren werden die auf Grund der Stereo-Bilder gemachten Feststellungen kurz zusammengefaßt.

### Reflexionen von einer ausgebreiteten ebenen Oberfläche

Das erste Stereo-Bild zeigt die Reflexion einer von punktförmiger Schallquelle ausgehenden Schallwelle an einer ausgebreiteten ebenen Oberfläche.

Die Schallquelle ist mit  $H$ , ihr Spiegelbild mit  $H^z$  bezeichnet. Sowohl die Einfallswinkel und die Reflexionswinkel als auch die zu den Stoßpunkten gehörenden Oberflächennormalen sind eingezeichnet. An den mit Pfeilen bezeichneten Endpunkten der Schallstrahlen legte der Strahl den eingezeichneten Weg '1' von der Schallquelle ausgehend zurück. Die von der Oberfläche reflektierten Schallstrahlen bilden eine divergierende Reflexionsstrahlreihe.

Die rechte Abbildung des ersten Bildes zeigt die Konstruktion der Wellenfront, die dem Abstand zwischen dem mit der vorigen Schallquelle übereinstimmenden Sender und der Reflexionsebene entspricht. Die Kugelwelle mit dem Halbmesser '1' folgt der originalen Schallwelle von der Oberfläche reflektiert als eine Kugelwelle mit dem Halbmesser '1'. Mittelpunkt der reflektierten Welle ist Punkt  $H^z$ .

### Reflexionen von gekrümmten Oberflächen

Es muß betont werden, daß hier solche Oberflächen behandelt werden, deren Krümmungshalbmesser wesentlich größer als die Schallwellenlänge ist, da sie sonst von dem Gesichtspunkt der Akustik aus nur als Oberflächenunebenheiten eine Rolle spielen würden. Nun werden einige Oberflächentypen vorgestellt, die mit architektonischem und akustischem Ziel anzuwenden sind, und zwar: Kugel, Ellipsoid, Paraboloid, zweischaliges Hyperboloid, verschiedene Kegel- und Zylinderoberflächen, einschaliges Drehhyperboloid, hyperbolisches Paraboloid und Konoidoberfläche. Bei der Konstruktion der Reflexionen wird in einigen Fällen die Schallquel-

lenanordnung, in anderen Fällen die konvexe bzw. konkave Seite der Oberflächen geändert.

Auf dem zweiten Stereo-Bild ist die Konstruktion von Reflexionen an der inneren Oberfläche einer Kugel zu sehen. Die einzelnen Abbildungen zeigen verschiedene Schallquellenanordnungen.

Gleichzeitig muß aber die Herausbildung des reflektierten Wellentypes auch bei Drehellipsoid-, Drehparaboloid- und Drehhyperboloid-Oberflächen untersucht werden. Die einzelnen Kugeloberflächenteile spielen nämlich bei der Herausbildung der Reflexionen dieselbe Rolle wie die oben erwähnten Drehoberflächen. Das Verhalten der einzelnen Oberflächenteile hängt davon ab, welche Kugeloberflächenteil ersetzende Oberfläche mit der gleichen Krümmung zu der Schallquelle als Fokus gehört.

Im Falle der unten in der Mitte stehenden Kugel ist die Schallquelle im Mittelpunkt der Kugel. Bei dieser Anordnung schneiden sich die die Oberfläche erreichenden und dann davon reflektierten Schallstrahlen wieder im Mittelpunkt der Kugel. Dies führt von akustischem Gesichtspunkt aus dazu, daß sich die Schallenergie während der Reflexion wieder an der Stelle der Schallquelle konzentriert. Machen wir bei der linken Abbildung bezüglich der Schallquellenanordnung die folgenden Einschränkungen:

$$PH < PO < 2 \cdot PH,$$

wo  $PH$  den Abstand des Senders,  
 $PO$  dem Krümmungshalbmesser und  
 $O$  den zum Punkt  $P$  gehörenden Krümmungsmittelpunkt bezeichnet.

Im Falle dieser Schallquellenanordnung verhält sich der Oberflächenteil in der Umgebung des Punktes  $P$  wie die Drehellipsoid-Oberfläche in dem Falle, wenn die Schallquelle in einem der Fokusse steht. Bei der Abbildung wurde der durch Ellipsoid-Oberfläche ersetzbare Teil der Kugeloberfläche durch zu der Oberfläche gehörende Parallelkreise markiert.

Es ist bekannt, daß die Summe der aus den Fokussen zu den Ellipsenpunkten konstruierten Radiusvektoren konstant ist:

$$r_1 + r_2 = 2a.$$

Bei der Konstruktion des Wegs der auf Wellenfrontpflanzung gemäß dem Fermat-Prinzip senkrechten Schallstrahlen folgt es aus dem Obigen, daß die von einem der Fokusse als Sender ausgehenden Schallstrahlen von der Ellipsoidoberfläche in den anderen Fokus reflektiert werden. Das Konzentrieren infolge der Reflexionen tritt in der Sekunde der Schallfortpflanzung ein.

Das dritte Stereo-Bild zeigt die Reflexionen von dem Drehellipsoid getrennt. Im Falle der Abbildung in der Mitte des zweiten Bildes unten kann der Kugeloberflächenteil um den Punkt  $P$  durch eine Drehparaboloid-

Oberfläche ersetzt werden. Hier besteht der folgende Zusammenhang zwischen dem Abstand des Senders und der Krümmung:

$$PH = \frac{1}{2} \cdot PO.$$

In diesem Falle kommt der andere Fokus ins Unendliche, also die von diesem Oberflächenteil reflektierten Schallstrahlen verlassen die Reflexionsoberfläche parallel.

Auf dem vierten Stereo-Bild sind Reflexionen von einem Drehparaboloid dargestellt. Es sind darin die direkte Schallwelle als eine vom Punkt  $H$  ausgehende Kugelwelle mit dem Radius ' $l$ ', die reflektierte ebene Schallwelle und manche reflektierten Schallstrahlen zu sehen.

Die rechte Abbildung des zweiten Stereo-Bildes zeigt den Fall, wenn der Sender noch näher der Oberfläche ist:

$$PH < \frac{1}{2} \cdot PO.$$

In diesem Falle kann der angezeigte Teil der Kugeloberfläche durch ein Drehhyperboloid ersetzt werden. Die Schallstrahlen schneiden sich auch hier — der Reflexionskonstruktion entsprechend — in dem anderen Fokus. Dieses Schneiden tritt aber hinter der Reflexionsoberfläche ein, wie es bei der Konstruktion der Reflexionen von der ebenen Oberfläche beobachtet wurde. Daraus folgt, daß die reflektierte Schallwelle durch eine Wellenoberfläche mit einem zunehmenden Halbmesser folgt. Auch ihre Intensität nimmt ab. In der Raumakustik kann diese Oberfläche durch die Ausnützung der Wirkung der primären Reflexionen günstiger als das Drehparaboloid angewandt werden.

Auf dem fünften Stereo-Bild sind von Zylinder- und Kegeloberflächen reflektierte Wellenfronten zu sehen, nachdem die Schallwelle den gegebenen Abstand ' $l$ ' zurückgelegt hatte. Die reflektierten Schallstrahlen wurden durch Spiegelung konstruiert, und zwar die Schallquelle wurde auf die zu den Reflexionspunkten gehörende Berührungsebene gespiegelt und die reflektierten Schallstrahlen wurden von der Spiegelbild-Schallquelle ausgehend, mit dem Abstand ' $l$ ' eingezeichnet.

Die obere linke Abbildung des fünften Bildes zeigt die Reflexionen von der inneren Oberfläche eines Drehzylinders. Die Schallquelle befindet sich an der Achse des Zylinders. Die reflektierten Schallstrahlen werden also sich an der Achse schneiden, die Schallenergie konzentriert sich also an einer Linie. Die Wellenfront-Oberfläche der reflektierten Schallwelle bildet eine Torusoberfläche, deren Achse mit der Zylinderachse übereinstimmt. Diese Schallwelle ist von akustischem Gesichtspunkt aus ungünstig. Auf der unteren linken Abbildung des fünften Bildes wird die Reflexion einer

Kugelwelle von der äußeren Oberfläche eines Drehzylinders dargestellt. Die Abbildung in der Mitte des fünften Stereo-Bildes zeigt die Reflexion von einem parabolischen Zylinder. Die Schallquelle wurde in den Fokus eines der Parabolanschnitte gestellt. Die Wellenfrontoberfläche der von dieser Oberfläche reflektierten Schallwelle bildet diese Drehzylinder-Oberfläche, deren Achse die Leitlinie des Parabolanschnittes in der aus dem Punkt  $P$  auf die Zylinder-Mantellinien gestellten senkrechten Ebene und deren Halbmesser der zurückgelegte Abstand ' $l$ ' ist. Soll die die Energieverbessernde Wirkung der ersten Reflexionen ausgenutzt werden, hat diese Oberfläche günstige akustische Eigenschaften.

Auf der oberen rechten Abbildung des fünften Bildes sind die Reflexionen von der inneren Oberfläche eines Drehkegels zu studieren. Die Schallquelle steht in einem Punkt der Kegelachse. Die Frontoberfläche der reflektierten Welle ist eine Torusoberfläche. Es kann vom akustischen Gesichtspunkt aus doch vorteilhaft angewandt werden, nicht wegen der günstigen Reflexionen, sondern deswegen, weil durch ihren Einsatz die Reflexionen zu vermeiden sind. Dieser Oberflächentyp ist auch bei der Gestaltung des Zuschauerraums in den antiken Theatern zu beobachten. Auf der unteren rechten Abbildung des fünften Stereo-Bildes sind Schallwellenreflexionen von äußeren Oberflächen eines Drehkegels durch Schallstrahlen dargestellt. Dies kann als eine Oberfläche zur Erhöhung der Diffusität angewandt werden. Das sechste Stereo-Bild zeigt Schallstrahlen und eine Schallwellenfront, die von der äußeren Oberfläche eines einschaligen Drehhyperboloids reflektiert werden. Auf dem siebenten und achten Stereo-Bildern sind hyperbolische Paraboloidoberflächen, auf dem neunten Bild eine Konoidoberfläche zu sehen. Bei diesen Oberflächen kann es bemerkt werden, daß die günstige bzw. ungünstige akustische Wirkung der Oberfläche durch die Schallquellenanordnung ausschlaggebend beeinflusst wird. Ihre Anwendung erfordert eine umsichtige Planung.

Zum Schluß ein paar Worte über die geometrischen Möglichkeiten der akustischen Planung:

Bei der Form- und geometrischen Gestaltung der Grenzkonstruktionen in dem architektonischen Entwerfen spielt die geometrische akustische Planung eine wichtige Rolle. Die Formgestaltung der Anlagen geht in jedem Falle der Bestimmung der anzuwendenden Bekleidungen und anderen Stoffe mit akustischem Ziel voraus. Es ist bekannt, daß die nachträgliche innere Korrektur der akustisch falsch ausgestalteten Raumformen schwierig und kostspielig ist. Durch die vorgestellten stereo-zentralen geometrischen Konstruktionen ist das maßstabgerechte 'Modellieren' des ganzen Raums möglich und die zustande kommenden Reflexionen können durch die Konstruktion der Schallstrahlen oder der Wellenfront studiert werden.

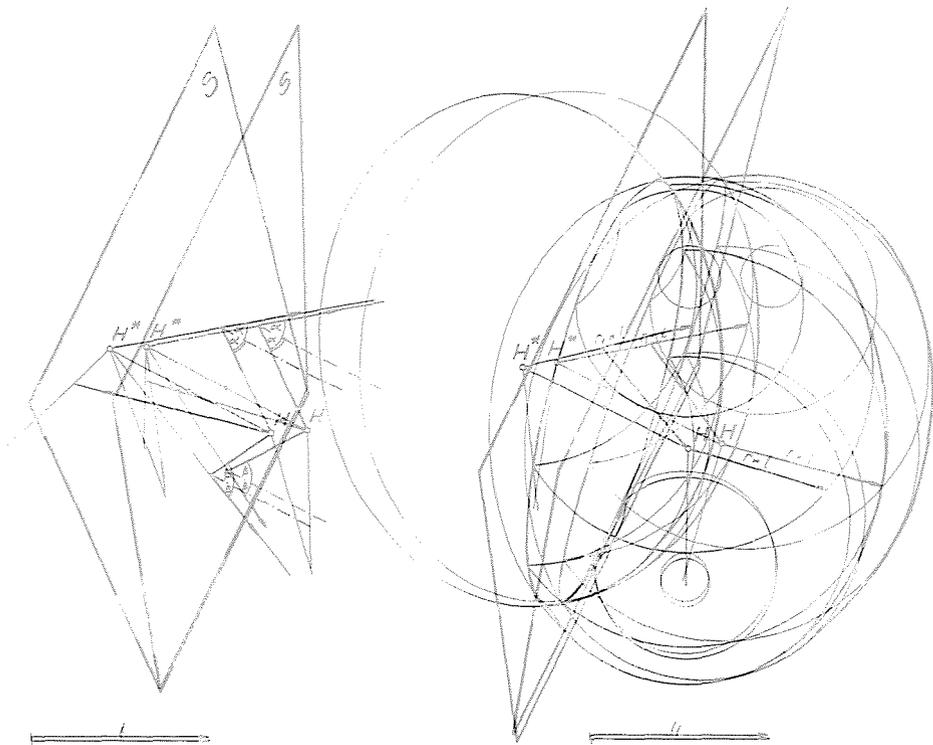
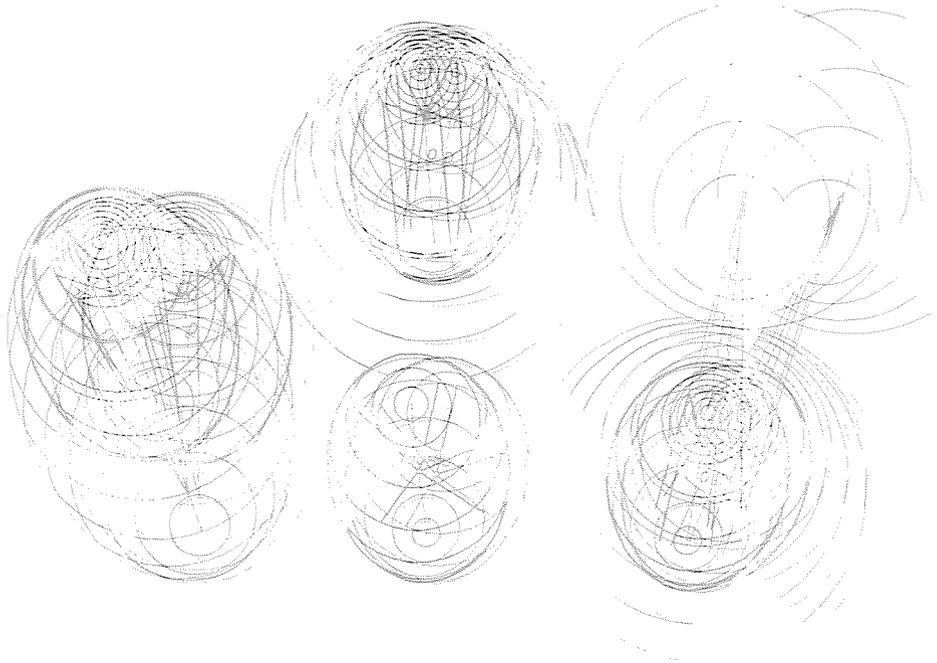
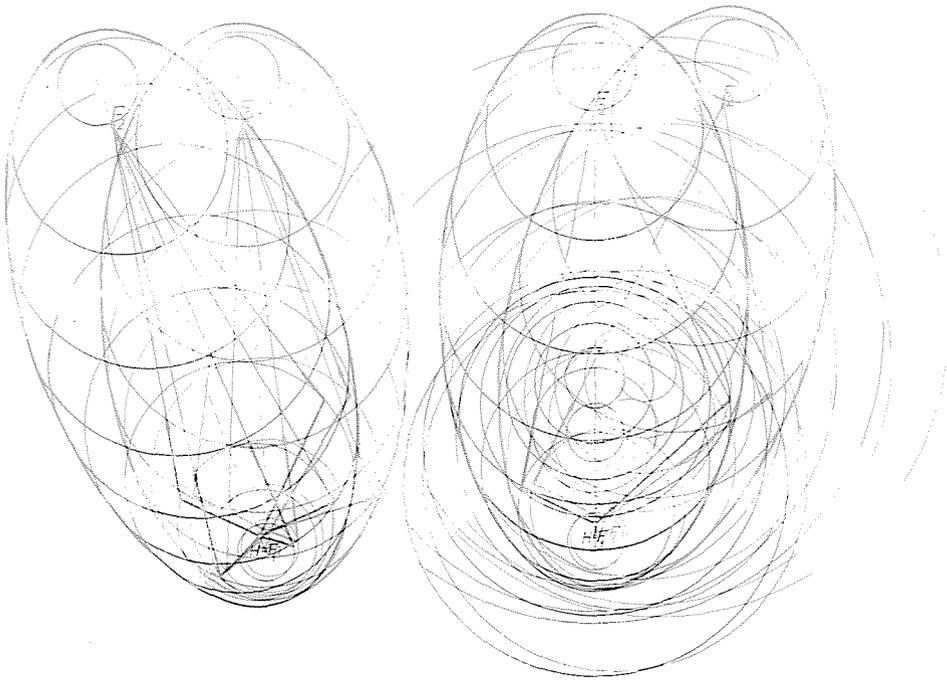


Abb. 1. Reflexion einer von einer punktförmigen Schallquelle (Sender) ausgehenden Schallwelle an einer ausgebreiteten ebenen Oberfläche  
 1. (links) Die den Abstand 'l' zurückgelegten und inzwischen reflektierten Schallstrahlen  
 2. (rechts) Die den Abstand 'l' zurückgelegte und von der Ebene reflektierte Kugelwelle



- Abb. 2.* Reflexion einer von einem punktförmigen Sender ausgehenden Schallwelle an der inneren Oberfläche einer Kugel bei verschiedenen Schallquellenanordnungen
1. (In der Mitte, unten) Reflexion an einer Kugeloberfläche, Sender im Mittelpunkt der Kugel
  2. (links) Ein Kugeloberflächenteil, der sich vom Standpunkt der Reflexion aus als ein Drehellipsoid verhält
  3. (in der Mitte, hinten) Ein Kugeloberflächenteil, der sich infolge der Schallquellenanordnung als ein Drehparaboloid verhält
  4. (rechts) Dieser Kugeloberflächenteil kann durch eine zweischalige Drehhyperboloid-Oberfläche ersetzt werden



**Abb. 3. Reflexion einer von einem punktförmigen Sender ausgehenden Schallwelle an der inneren Oberfläche eines Drehellipsoids**

1. (links) Reflexion der den Abstand 'l' zurückgelegten Schallstrahlen
2. (rechts) Die den Abstand 'l' zurückgelegte reflektierte Schallwellenfront

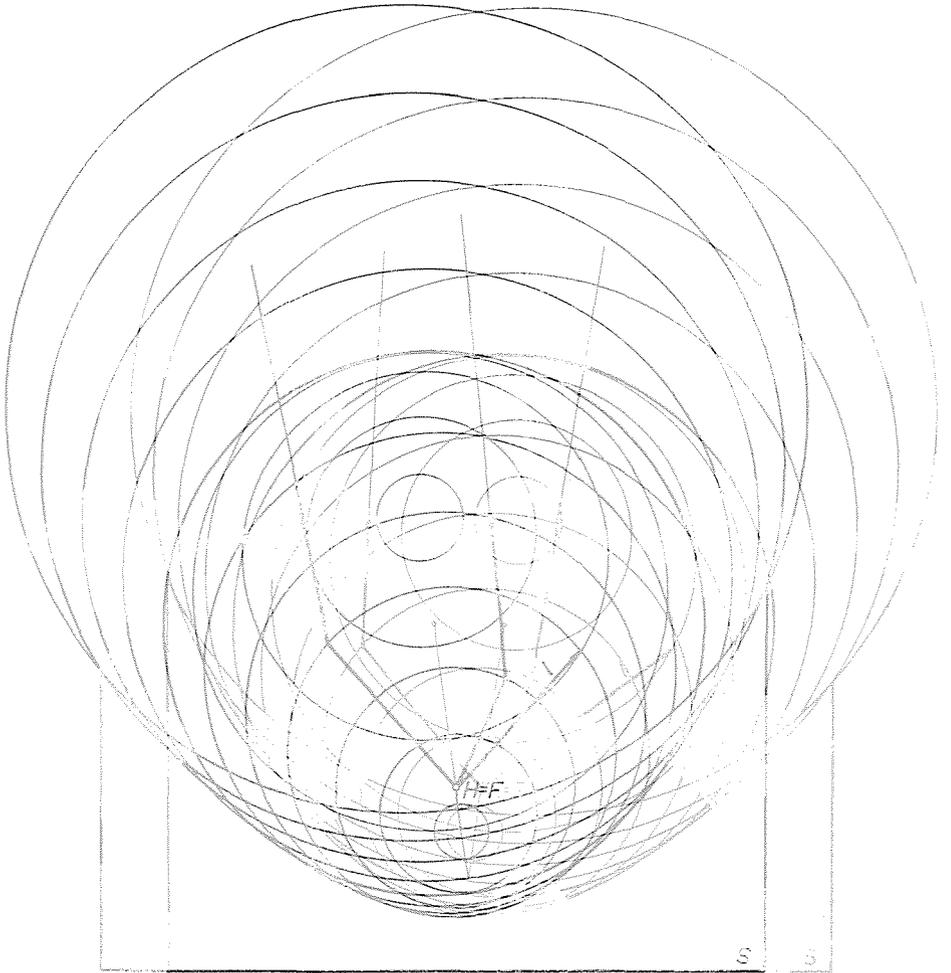


Abb. 4. Reflexion einer von einem punktförmigen Sender ausgehenden Schallwelle an einer Drehparaboloid-Oberfläche

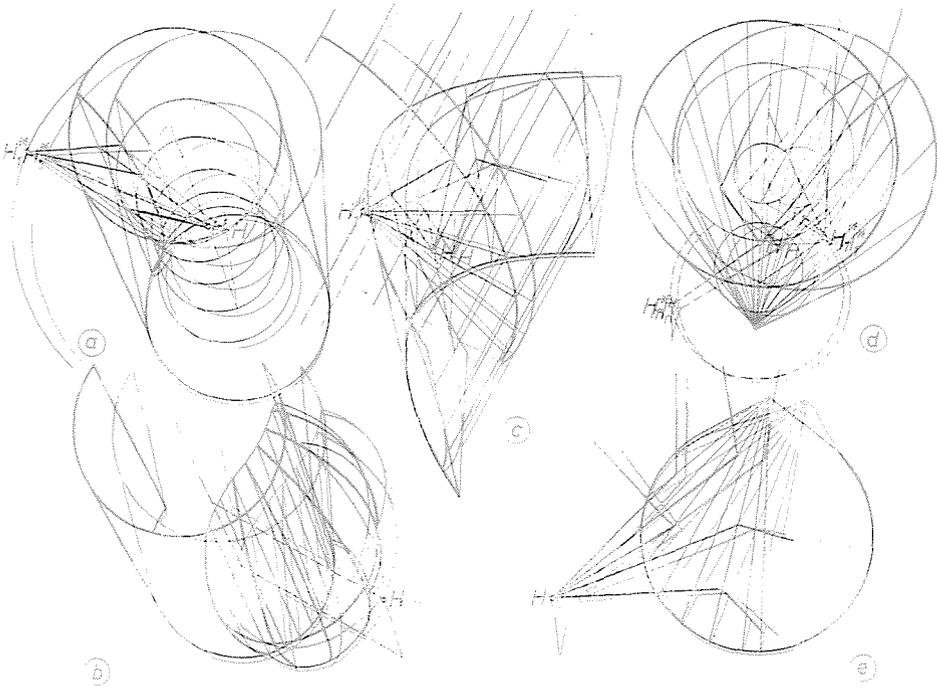
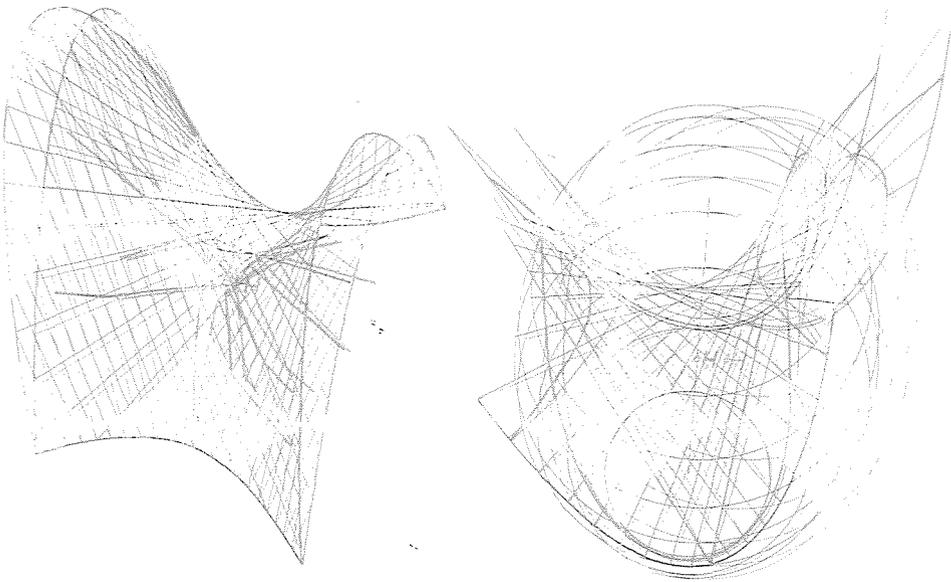


Abb. 5. Reflexion einer von einem punktförmigen Sender ausgehenden Schallwelle an Zylinder- und Kugeloberflächen

1. (links oben) Reflexion an der inneren Oberfläche eines Drehzylinders
2. (links unten) Reflexion an der äußeren Oberfläche eines Drehzylinders
3. (Mitte) Reflexion an der Oberfläche eines Parabelzylinders
4. (rechts oben) Reflexion an der inneren Oberfläche eines Drehkegels
5. (rechts unten) Reflexion an der äußeren Oberfläche eines Drehkegels





**Abb. 7.** Hyperbolische Paraboloid-Oberflächen als schallreflektierende Oberflächen  
1. (links) Schallreflexion an einer Sattel-Schale  
(Durch reflektierte Schallstrahlen konstruiertes Bild)  
2. (rechts) Konstruktion eines reflektierenden Oberflächenteiles eines hyperbolischen Paraboloids

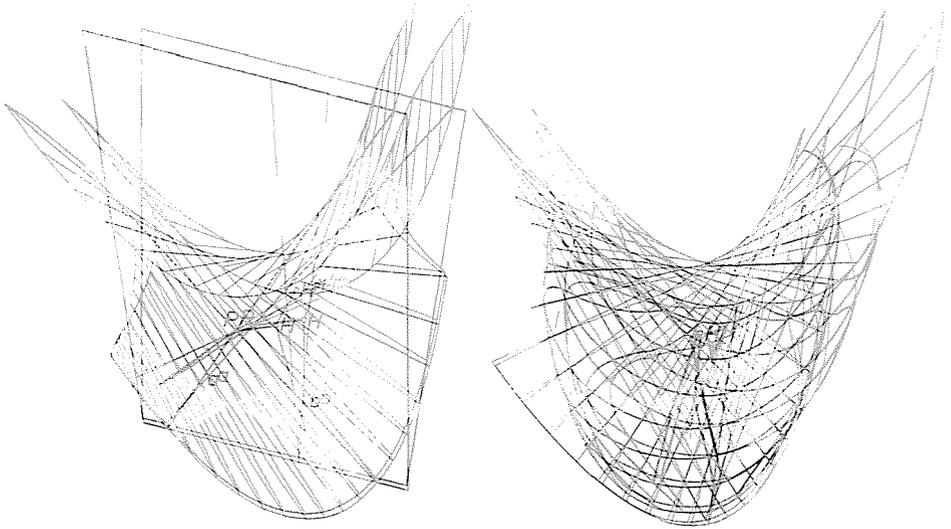


Abb. 8. Konstruktion einer von einem punktförmigen Sender ausgehenden Schallwelle, die an hyperbolischen Paraboloid-Oberflächen reflektiert wird

1. (links) Konstruktion eines an einem Punkt der Oberfläche reflektierten Schallstrahles
2. (rechts) Die an der Oberfläche reflektierten Schallstrahlen und die momentane Schallwellenfront

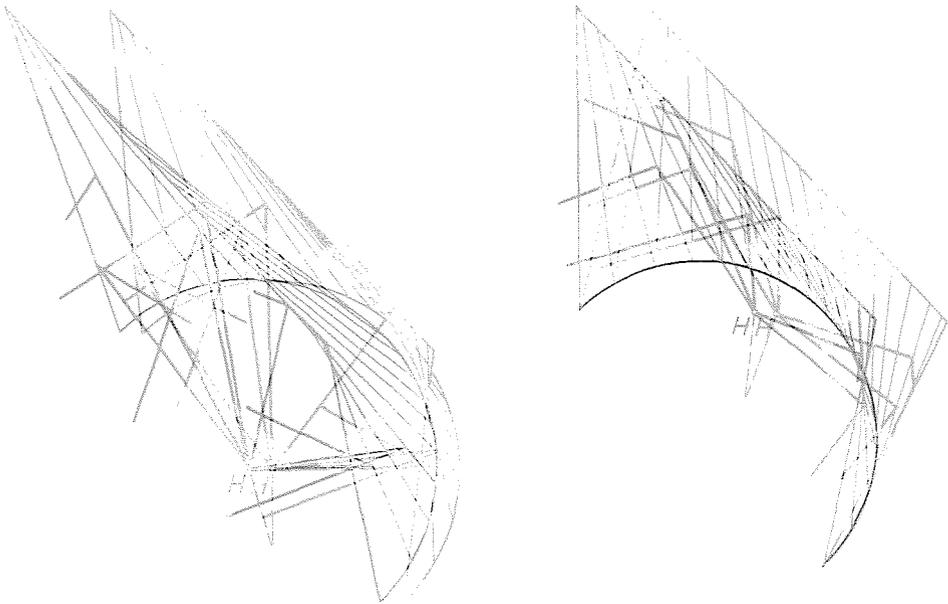


Abb. 9. Konstruktion der Reflexion einer von einem punktförmigen Sender ausgehenden Schallwelle an geraden Kreiskonoid-Oberflächen, bei verschiedenen Schallquellenanordnungen

1. (links) Der Sender ist im Mittelpunkt des Leitkreises
2. (rechts) Der Sender ist näher zu der Oberfläche

*Address:*

Dr. Gizella SUDA KARÁNE  
Lehrstuhl für Darstellende Geometrie  
Technische Universität, H-1521, Budapest  
Ungarn