

# BESTIMMUNG DES AUFNAHMESTANDPUNKTES DURCH KONSTRUKTION, NACH EINER AUFNAHME MIT GENEIGTER BILDEBENE, IM BESITZ DER SENKRECHTEN PROJEKTIONEN DES DARGESTELLTEN OBJEKTES

A. HORN

Lehrstuhl für Darstellende Geometrie  
Technische Universität Budapest, H-1521

(Eingegangen am 1. Juli 1982)

*Determination of the Shot Standpoint by Construction from a Photo of Skew Picture Plane in Possession of Normal Projections of the Subject* — In possession of normal projections of the subject of a photo of skew picture plane, and being expected to construct the shot standpoint, it is sufficient to partially reconstruct the inner data of the photo. First, the normal projection of the photo centre on the skew picture plane, principal point  $F$  has to be determined, the distance of the picture plane from the projection centre is needless. Its possession permits to construct the photo standpoint on normal projections of the subject, either from the angle included between central projection planes of parallel edges, or relying on overlap conditions in the photo.

## I. Anwendung der geneigten Bildebene

Die zeichnerische Bestimmung des Aufnahmestandpunktes von Aufnahmen mit vertikaler Bildebene nach Lichtbildern wurde in einer früheren Arbeit [6] beschrieben.

In dem vorliegenden Beitrag sollte dieselbe Aufgabe im Falle von Aufnahmen mit geneigter Bildebene gelöst werden, u. zw. deshalb, weil bei mit einer alltäglichen, keiner photogrammetrischen Kamera gemachten Photoaufnahmen im allgemeinen das der Fall ist. An diesen Kameras befindet sich kein Instrument, das bei der Aufnahme darüber informieren würde, ob die Aufnahme mit vertikaler oder geneigter Bildebene erfolgt. Daher weicht bei solchen Aufnahmen die Bildebene des Lichtbildes fast ausnahmslos mehr oder weniger von der Vertikalen ab.

Es kommt auch oft vor, daß der Photoapparat bei der Aufnahme absichtlich geneigt wird, wenn aus der Nähe eine höhere Gebäudefassade, ein Turm fotografiert werden oder von einem höheren Aufnahmestandpunkt aus eine tiefer liegende Gebäudemasse, ein Gebäudeteil aufgenommen werden soll.

Auch in einem solchen Falle ist das Ziel, mit Hilfe des Bildes des Bauwerks auf der Photoaufnahme den Aufnahmestandpunkt, dessen senkrechte Projektion auf die Grundebene, ferner die Entfernung des Aufnahmezentrums von der Grundebene, seine Höhe über oder seine Tiefe unter dieser zu bestimmen.

Werden diese in der Karte, auf der der Grundriß des in dem Lichtbild gesehenen Gebäudes bereits zur Verfügung steht, konstruiert, und ist die Entfernung des Projektionszentrums von der Grundebene im Maßstab der Karte bekannt, so ist die Aufgabe gelöst, die Lage des Aufnahmestandpunktes im Verhältnis zu dem Gebäude ist bekannt geworden. Bei einer Lichtbildaufnahme wird das Aufnahmezentrum durch den objektseitigen Hauptpunkt des Linsensystems der Kamera verkörpert.

Es sei bemerkt, daß in der vorliegenden Arbeit der besseren Übersichtlichkeit halber die Konstruktionen, statt an Lichtbildern, an Linienbildern gezeigt werden.

## 2. Rekonstruktion der senkrechten Projektion des Projektionszentrums in der Ebene des Lichtbildes

Steht der Gebäudegrundriß — in Form einer Karte oder eines Bauplanes — zur Verfügung, wird nur die senkrechte Projektion des Aufnahmezentrums in der geneigten Bildebene rekonstruiert.

Abb. 1 zeigt diesen Fall. Hier ist eine Aufnahme mit geneigter Bildebene von einem Gebäudeblock aus zwei Gliedern zu sehen. Man erkennt die geneigte Bildebene an den Bildern der Vertikalkanten. Sind die Bilder dieser Kanten im Bilde zueinander parallel, so war die Bildebene der Aufnahme zu diesen parallel, d. h. vertikal, sind sie es nicht, so war die Bildebene geneigt.

Zuerst werden die Richtungspunkte  $I_x$  und  $I_y$  der Bilder der aufeinander senkrechten, horizontalen Kanten, sowie der Richtungspunkt  $I_z$  des Bildes der Vertikalkanten konstruiert. Werden diese verbunden, erhält man die Richtungslinien  $h$ ,  $p$  und  $v$ , von denen  $h$  das Bild der unendlich entfernten Geraden der horizontalen Grundebene, der Horizontlinie ist;  $p$  und  $v$  sind die Richtungslinien der Ebenen der linksseitigen Seitenfassaden bzw. der rechtsseitigen Hauptfassaden.

Die Richtungspunkte  $I_x$ ,  $I_y$  und  $I_z$  wurden bei der Aufnahme durch drei durch das Projektionszentrum verlaufende, zu den Gebäudekanten parallele, aufeinander senkrechte Richtungsgeraden in der Bildebene herausgeschnitten. Werden also durch die Punkte  $I_x$ ,  $I_y$  und  $I_z$  drei aufeinander senkrechte Geraden gestellt, so werden diese ineinander das rekonstruierte Zentrum  $C$  ausschneiden.

Da die durch  $I_x$  laufende Richtungsgerade  $x$  auf die durch die Richtungspunkte  $I_y$  und  $I_z$  laufenden Richtungsgeraden  $y$  und  $z$  senkrecht steht, ist sie auch auf deren Verbindungsebene senkrecht. Deshalb steht die senkrechte Projektion der Richtungsgeraden  $x$  in der geneigten Bildebene senkrecht auf  $p$ , ihre senkrechte Projektion  $y$  senkrecht auf  $v$ , und ihre Projektion  $z$  auf  $h$ . Der Schnittpunkt derselben ist der Hauptpunkt  $F$ , die senkrechte Projektion



des Projektionszentrums  $C$  auf die geneigte Bildebene, der zugleich der Höhepunkt des Dreiecks  $I_x I_y I_z$  ist. Da man der Entfernung des Zentrums  $C$  von der geneigten Bildebene nicht bedarf, wurde diese gar nicht konstruiert. So wurde das Zentrum  $C$  nur teilweise rekonstruiert.

### 3. Bestimmung der senkrechten Projektion des Aufnahmezentrums im Grundriß und in der Fassadenzeichnung des Gebäudes

Die vertikalen, zentralen Projektionsebenen, welche die durch die Punkte  $1_0, 2_0$  und  $3_0$  des Gebäudes verlaufenden, vertikalen Kanten abbilden, schneiden — durch das Zentrum  $C$  durchgehend — in drei Geraden die geneigte Bildebene des Gebäudes. Diese Geraden laufen durch die Punkte 1, 2 und 3 der Horizontlinie  $h$  und schneiden sich im Richtungspunkt  $I_z$ . Dieselben drei vertikalen zentralen Projektionsebenen sind in der durch das Zentrum  $C$  durchgehenden, waagerechten Horizontebene als drei Geraden sichtbar. Um diese zu zeichnen, wird die Horizontebene um ihre mit der geneigten Bildebene gebildete Schnittlinie  $h$  in die Bildebene gedreht. Dann kommt das noch nicht vollständig rekonstruierte Zentrum wegen der senkrechten Lage der es kreuzenden und mit ihm jetzt gedrehten Richtungsgeraden  $x$  und  $y$  in den auf den Abschnitt  $I_x I_y$  — als Durchmesser — gezeichneten *Thales-Kreis*, in dem die Gedrehte des Zentrums durch die auf  $h$  senkrechte, durch den Punkt  $F$  durchgehende Ebene ausgeschnitten wird, in der sich das Zentrum  $C$  beim Drehen um  $h$  verschoben hat. Das gedrehte Zentrum ( $C_1$ ), mit den Punkten 1, 2 und 3 verbunden, ergibt die senkrechte Projektion der zentralen Projektionsebenen der genannten drei vertikalen Gebäudekanten auf der Horizontebene. Die zentralen Projektionsebenen der vertikalen Gebäudekanten 1 und 2 bilden miteinander den Winkel  $\alpha$ , die Projektionsebenen der Kanten 2 und 3 den Winkel  $\beta$ .

Da die Ebene des vorhandenen Gebäudegrundrisses in Abb. 1 horizontal, also parallel zu der Horizontebene ist, schneiden sich dort auch die zentralen Projektionsebenen der in den Punkten  $1', 2'$  und  $3'$  gesehenen, vertikalen Wandkanten ebenfalls in den Winkeln  $\alpha$  und  $\beta$ . Werden daher im Gebäudegrundriß auf den Abschnitt  $1'2'$  mit dem Winkel  $\alpha$ , auf den Abschnitt  $2'3'$  mit dem Winkel  $\beta$  Sehkreise konstruiert, wird deren Schnittpunkt  $C'$  ergeben, nämlich die senkrechte Projektion des Aufnahmezustandes in der Grundrißebene.

$C''$  wird nach der gleichen Überlegung wie im vorigen bestimmt, mit Hilfe der durch die Punkte  $2_0, 2_1$  und  $2_2$  der den Punkt  $2_0$  schneidenden Vertikalkante laufenden Horizontalkanten in Richtung  $y$ . Die durch Punkt  $2_2$  gehende



Gerade von  $y$ -Richtung ist eigentlich keine Kante des Gebäudeblockes, nur eine Gerade der Dachebene des höheren Gebäudeteils.

Die zentrale Projektionsebene der genannten drei Horizontalkanten schneidet die geneigte Bildebene in drei Geraden, die die Richtungslinie  $v$  in den Punkten 4, 5 und 6 schneiden und gegen  $I_y$  streben. Dieselben zentralen Projektionsebenen sind in der der Vorderansichtebene entsprechenden, durch  $v$  laufenden Richtungsebene in den die Punkte 4, 5 und 6 mit  $(C_2)$  verbindenden Geraden zu sehen, die miteinander die Winkel  $\gamma$  und  $\theta$  bilden. Der hier benutzte Punkt  $(C_2)$  wurde in dem auf den Abschnitt  $I_x I_z$  — als Durchmesser — gezeichneten Thales-Kreis durch die aus  $F$  auf  $v$  gestellte, senkrechte Ebene ausgeschnitten, als die Richtungsebene um  $v$  die geneigte Bildebene eingedreht wurde.

Werden in der Fassadenzeichnung auf dem Abschnitt  $2_0 2_1$  mit dem Winkel  $\theta$ , auf dem Abschnitt  $2_1 2_2$  mit dem Winkel  $\gamma$  Sehkreise konstruiert, schneiden diese aufeinander die Projektion  $C''$  des Aufnahmezentrums aus, der in dieselbe Ordnungslinie wie  $C'$  fallen muß. Durch die Bestimmung der Projektionen  $C'$  und  $C''$  wurden die Projektionen des Aufnahmezustandes in Grundriß und  $n$  der Fassadenzeichnung des Gebäudes bestimmt.

In Abb. 2 wurden die senkrechten Projektionen des Aufnahmezentrums, im gleicher Weise wie in Abb. 1, in Unteransicht gezeichnet.

#### 4. Bestimmung des Aufnahmezustandes mit Hilfe der Richtungsebenen der Haupt- und Seitenfassaden

In Abb. 3 wurden mittels der Richtungspunkte  $I_x$ ,  $I_y$  und  $I_z$  nur die Richtungslinien  $h$ ,  $p$  und  $v$  konstruiert. Die Gerade  $p$  ist das als Kante gesehene Bild der zu den linken Seitenfassaden parallelen Richtungsebene, da diese durch das Projektionszentrum läuft; und die Gerade  $v$  ist das ebenfalls als Gerade gesehene Bild der zu den rechtsseitigen Hauptfassadenebenen des Gebäudeblockes parallelen Richtungsebene. Um dies zu veranschaulichen, wurden zwischen der durch die Punkte 2, 5 verlaufenden Fassadenebene und ihrer Richtungsebene die Abschnitte zwischen den auf die genannte Fassadenebene senkrechten Kanten einiger paralleler Ebenen angegeben, als ob der näher liegende Gebäudeteil in Richtung des Beobachters um verschiedene Längen wäre verlängert worden.

Wird der Abstand der Richtungsebenen von einer der parallelen Fassadenebenen bestimmt, oder wird das Verhältnis der Entfernung zwischen den parallelen Fassadenebenen zu der Entfernung der zu diesen parallelen Richtungsebenen konstruiert, so können die Richtungsebenen im vorhandenen Gebäudegrundriß aufgrund der nun bereits bekannten Verhältnisse gezeichnet

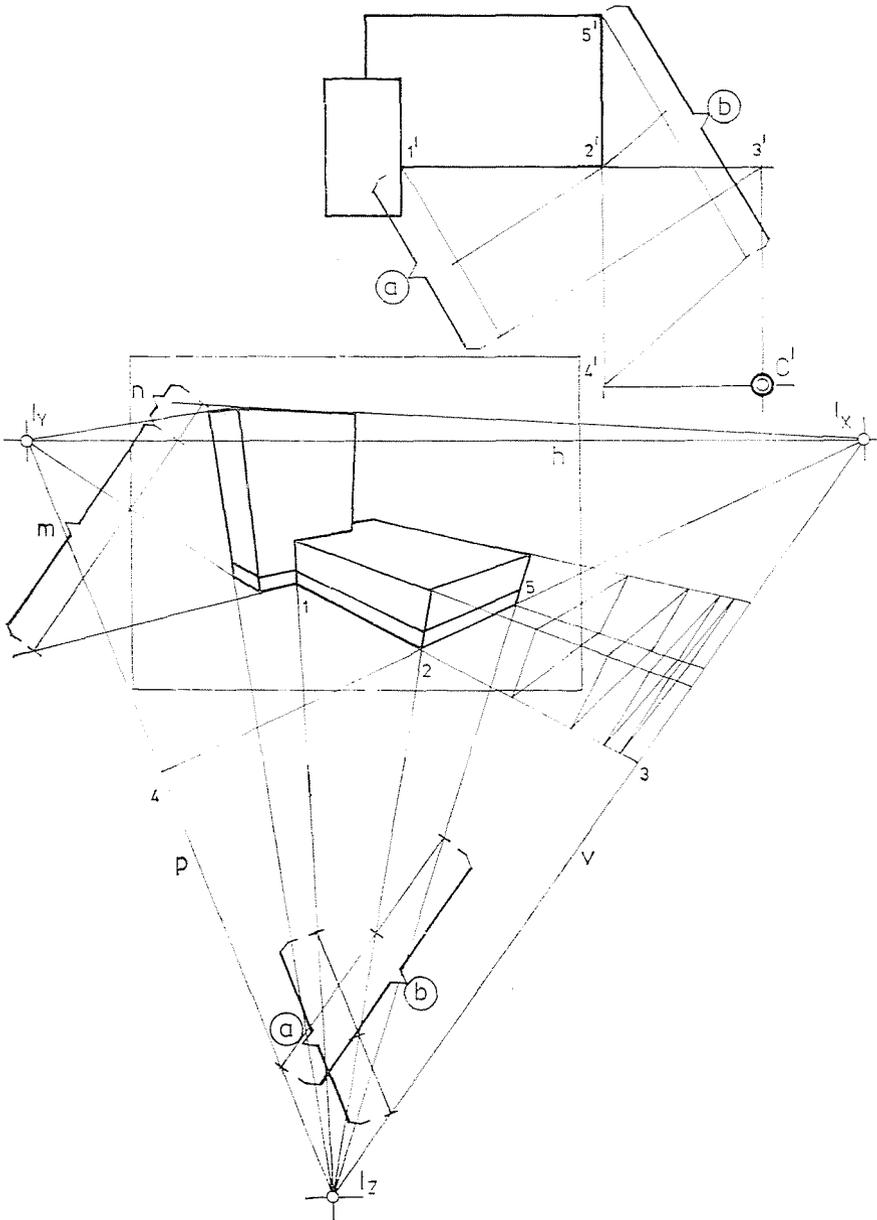


Abb. 3

werden. Im Schnitt derselben erhält man die Projektion  $C'$  des Projektionszentrums.

So wird zuerst der Ort der durch  $v$  verlaufenden Richtungsebene an der linken Seitenfassade des flacheren Gebäudeblockes ermittelt. Diese Richtungs-

ebene schneidet in der die Punkte 1, 2 der genannten Seitenfassade verbindenden Grundkante den Punkt 3. Die Entfernungen zwischen den Punkten 1, 2, 3 erscheinen jedoch hier nicht maßrichtig. Daher erhält man, werden die gegen  $I_z$  verlaufenden Bilder der durch die drei Punkte durchgehenden, vertikalen Geraden an einer beliebigen Stelle parallel zu der Richtungslinie  $p$  dieser Ebenen geschnitten, das Verhältnis  $a$ . Die Gerade  $p$  ist die Schnittlinie der zu der genannten Seitenfassadenebene parallelen Richtungsebenen mit der Bildebene. Der zu dieser parallel angenommene Abschnitt ist die zu der Bildebene parallele Hauptlinie der Fassade, die Entfernungen ändern sich auf dieser im gleichen Verhältnis, daher entspricht das Verhältnis der auf dieser vorhandenen Entfernungen dem ursprünglichen Verhältnis.

Werden in dem so erhaltenen Verhältnis im Grundriß, in der Geraden  $1' 2'$  der Punkt  $3'$  gezeichnet und durch diesen eine zu der Hauptfassadenebene parallele Gerade  $2'5'$  gezogen, dann haben wir die Richtungsebene dieser Fassade gezeichnet, wo sich  $C'$  befindet.

Wird dieses Vorgehen für die Grundkante 2.5 wiederholt, erhält man den Punkt 4. Hier erhält man das Verhältnis der Entfernungen der Punkte 4.2 und 2.5 in einer parallel zu  $v$  beliebig gewählten Hauptlinie. Wird dieses durch »b« bezeichnete Verhältnis im Grundriß für die Gerade  $2'5'$  umkonstruiert, erhält man  $4'$ . Wird durch  $4'$  parallel zu den Seitenfassadenebenen eine Gerade gezogen, schneidet diese in der vorhin konstruierten Richtungsebene den Punkt  $C'$ , den Grundriß des Aufnahmestandpunktes.

Die Höhe des Projektionszentrums wird hier ebenfalls durch die Konstruktion proportionaler Entfernungen ermittelt.

Die linksseitige Vertikalkante in der rechtsseitigen Hauptfassadenebene des Hochhauses wird durch die Horizontlinie in zwei Teile geteilt. Unterer und oberer Teil sind jedoch hier nicht im ursprünglichen Verhältnis zu sehen. Daher wird zwischen den verlängerten Bildern der drei horizontalen Geraden — Grundkante, Gerade in der Horizontebene und Dachkante — parallel zu der Richtungslinie  $v$  der Hauptfassadenebene ein Schnitt durchgeführt; das Verhältnis der so erhaltenen Schnitte gibt bereits die Höhe der Horizontebene an, die das Aufnahmezentrum enthält. Wird also die Höhe des Hochhauses von unten nach oben im Verhältnis  $m-n$  geteilt, so liefert der in der Mitte erhaltene Teilungspunkt die Höhe des Aufnahmestandpunktes.

## 5. Bestimmung des Aufnahmestandpunktes aus dem Deckungsverhältnis

In Abb. 4 wurde der Aufnahmestandpunkt mit Hilfe der Deckungsverhältnisse bestimmt.

Die durch Punkt 2 durchlaufende, rechtsseitige Vertikalkante des Hochhauses ist in Deckung mit der durch den Punkt  $2_0$  der linksseitigen Seitenfassade

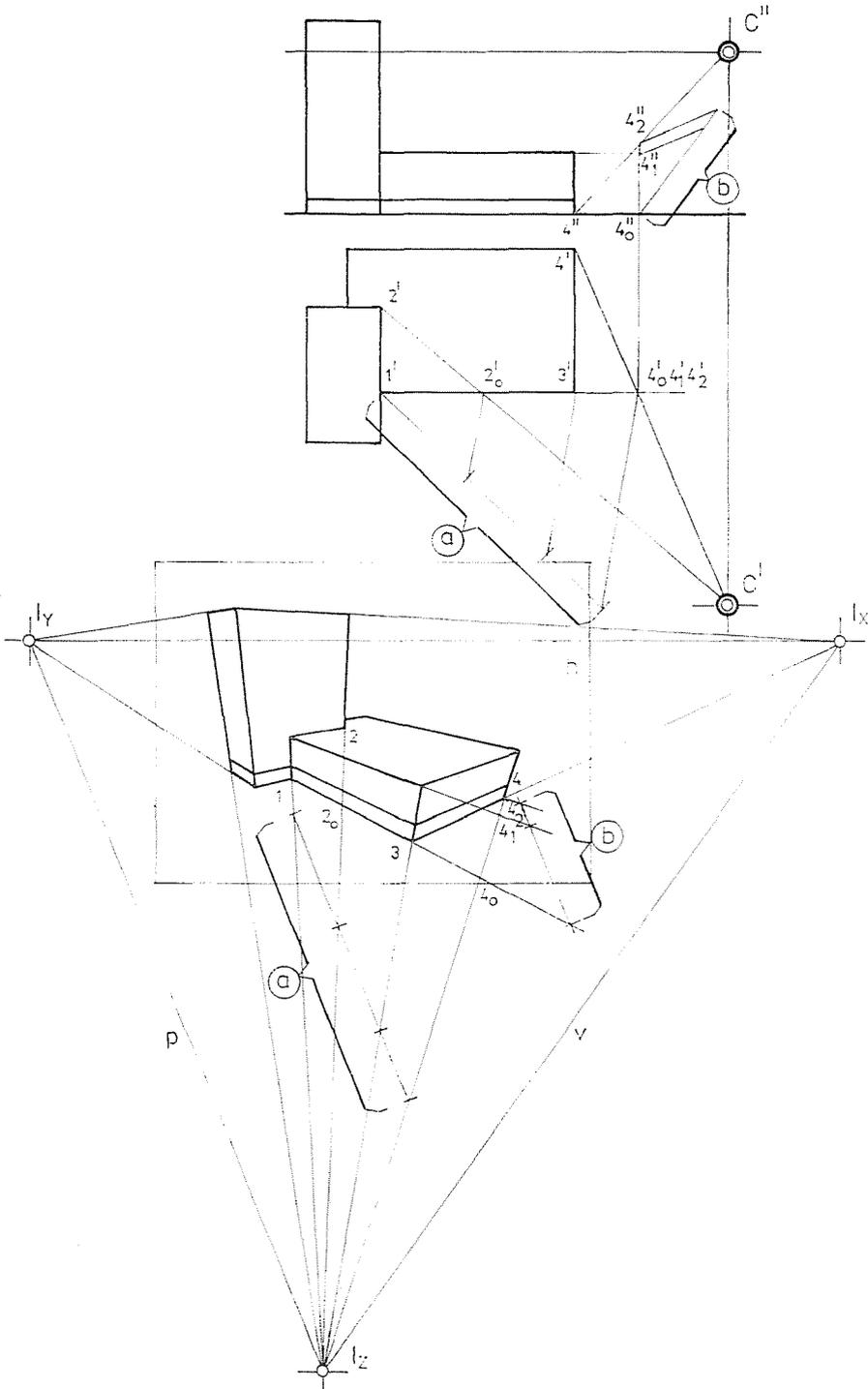


Abb. 4

des näheren Gebäudeteils durchgehenden vertikalen Geraden. In gleicher Weise wird durch die durch den Punkt 4 laufenden Vertikalkante des niedrigeren Gebäudeblockes die durch den Punkt  $4_0$  durchgehende, vertikale Gerade der linksseitigen Fassadenebene gedeckt.

So wird das Verhältnis der Entfernungen der Punkte 1,  $2_0$ , 3,  $4_0$  auf der Grundkante der linken Seitenfassade des niedrigeren Gebäudeteils in den Bildern der durch diese laufenden, vertikalen Geraden durch zu  $p$  parallele Schnitte bestimmt. Dann werden in dem Grundrißplan zwischen  $1'$  und  $3'$  der Punkt  $2'_0$  auf der rechten Seite, in derselben Geraden der Punkt  $4'_0$  durch proportionale Teilung konstruiert. Die Verbindungsgerade der Punkte  $2'$   $2'_0$  des Grundrisses schneidet in der Verbindungsgeraden  $4' 4'_0$  den Grundriß des Projektionszentrums  $C'$ .

Hier wird  $C''$  wieder durch Deckung bestimmt. Durch den Punkt 4 des Gebäudes wird der Punkt  $4_2$  der durch den Punkt  $4_0$  laufenden vertikalen Geraden, der in der Seitenansicht des Gebäudes mit Hilfe des zu  $p$  parallelen Schnitts umkonstruiert wurde, gedeckt. In der Seitenfassadenzeichnung schneidet die Verbindungslinie  $4'' 4''_2$  in der Ordnungslinie von  $C'$  den Punkt  $C''$ .

So läßt sich der Aufnahmestandpunkt auch in Aufnahmen mit geneigter Bildebene mit Hilfe der Deckungsverhältnisse bestimmen.

### Zusammenfassung

Stehen senkrechte Projektionen in Lichtbildern mit geneigter Bildebene dargestellter Objekte zur Verfügung, und soll der Aufnahmestandpunkt bestimmt werden, so genügt eine teilweise Rekonstruktion der inneren Daten der Photographie. Es wird die senkrechte Projektion des Aufnahmezentrums in der geneigten Bildebene, der Hauptpunkt  $F$ , bestimmt, während die Entfernung des Projektionszentrums von der Bildebene nicht ermittelt wird. In deren Besitz kann in den senkrechten Projektionen des Objekts der Aufnahmestandpunkt bereits konstruiert werden. Dieser wird mit Hilfe des durch die zentralen Projektionsebenen der parallelen Kanten gebildeten Winkels oder nach den aus der Aufnahme ersichtlichen Deckungsverhältnissen gezeichnet.

### Literatur

1. ZIGÁNY, F.: Darstellende Geometrie.\* 16. Auflage. Tankönyvkiadó Budapest, 1962.
2. HORN, A.: Photogrammetrie.\* Ein Abschnitt im: Hajnóczy, Gy.: Vermessung von Baudenkmalern. Építőipari Műszaki Egyetem Tudományos Közleményei (Wissenschaftliche Mitteilungen der TU für Bauwesen Budapest) Bd. I. H. 6, 1956.
3. KORIS, K.: Eindeutigkeitsproblem der photogrammetrischen gegenseitigen Orientierung.\* ÉKME Tudományos Közleményei (Wissenschaftliche Mitteilungen der TU für Bau- und Verkehrswesen Budapest) Bd. 12. H. 1, 1966.
4. HORN, A.: Konstruktive photogrammetrische Verfahren zur Rekonstruktion von Rotationsflächen. Periodica Polytechnica. Arch. Bd. 13. (1969) H. 1—2.
5. HORN, A.: Rekonstruktion eines Baudenkmal (Windmühle) durch photogrammetrische Konstruktion. Periodica Polytechnica. Arch. Bd. 21. (1977) H. 1—2.
6. HORN, A.: Zeichnerische Ermittlung des Aufnahmestandpunktes von Photographien. Periodica Polytechnica. Arch. Bd. 23. (1979) H. 2—3.

Dozent Dr. Antal HORN, H-1521, Budapest

\* In ungarischer Sprache.