

# UNTERSUCHUNG DES FESTSTOFFTRANSPORTS IM EXTRUDERSCHNECKENKANAL, III

MODELLE ZUR UNTERSUCHUNG DER EINDIMENSIONALEN,  
ISOTHERMEN BLOCKBEWEGUNG

I. MONDVAI and L. HALÁSZ

Lehrstuhl für Kunststoff- und Gummiindustrie,  
Technische Universität, H-1521 Budapest

Eingegangen am 20 Januar 1986  
Vorgelegt von Doc. J. Varga

## Abstract

In this publication we are dealing with the models of the one-dimensional, isotherm plug-flow. Some of these models suppose an isotropic pressure distribution in the polymer plug, while in others the authors are taking into account the non-isotropic pressure distribution which is the real case. Starting from the equations of the continuity and the impulse it's possible to write the balances of the forces and the moments.

Die den Feststofftransport beschreibenden ersten Modelle waren Modelle zur Untersuchung der eindimensionalen, isothermen Blockbewegung [1-3]. Dabei wurde grundsätzlich angenommen, daß das zusammengedrückte Polymergranulat einen elastischen, zusammenhängenden, festen Block bildet, der sich in dem Schneckenkanal auf Wirkung verschiedener Kräfte fortbewegt. Besonders die Publikation [3] wurde allgemein bekannt, in der angenommen wurde, daß

1. sich das Polymer als elastisches, zusammenhängendes, festes Kontinuum verhält,
2. die Schneckengangtiefe konstant ist,
3. sich die Schneckenflanken an den Schneckenkern radial anschließen,
4. die Dichte des Polymers konstant ist,
5. der Schneckenkanal vollständig ausgefüllt ist,
6. die Bewegung des Polymerblockes stationär ist,
7. der Schneckenkanal durch einen prismatischen Kanal ersetzt werden kann,
8. Schwär- und Fliehkräfte vernachlässigt werden dürfen,
9. die Werte der Reibungskoeffizienten konstant sind,
10. der Transportprozess isotherm ist,
11. die Druckverteilung im Polymerblock isotrop ist.

Unter diesen Annahmen wurden die Beziehungen Volumendurchsatz-Förderwinkel und Förderwinkel-Druckaufbau abgeleitet. Der Volumendurch-

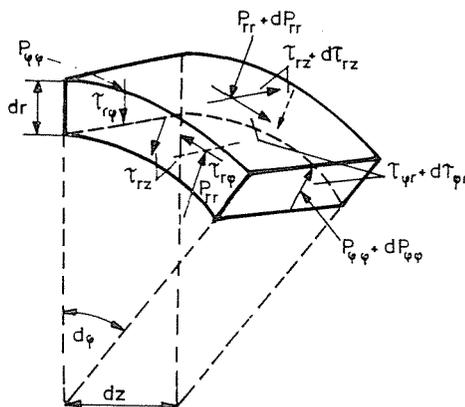


Abb. 1. Die auf einen festen Polymerblock wirkenden Kräfte im Polarkoordinatensystem

satz je Schneckendrehung beträgt

$$\frac{Q}{N} = \frac{\pi^2 DH (D-H) \operatorname{tg} \Phi \operatorname{tg} \Theta_z}{\operatorname{tg} \Phi + \operatorname{tg} \Theta_z} \quad (1)$$

Der Förderwinkel hängt nach der Gleichung

$$\cos \Phi = K_1 \sin \Phi + K_2 \quad (2)$$

mit den Koeffizienten  $K_1$  und  $K_2$  zusammen, welche die Schneckengeometrie, die Reibungskoeffizienten sowie den Druckgradienten enthalten. Der Druckaufbau wird nach der Gleichung

$$P = P_0 \exp(AZ) \quad (3)$$

berechnet, wo  $A$  ein den Förderwinkel, die Reibungskoeffizienten und die geometrischen Daten der Schnecke enthaltender Zahlenwert ist.  $P_0$  ist der Druck bei der Koordinate  $Z=0$ .

Nach [3] kann die Schlußfolgerung gezogen werden, daß der Volumendurchsatz der Schneckendrehzahl proportional ist, sofern Druckgradient und Reibungskoeffizienten von der Drehzahl unabhängig sind. Die Feststofftransportleistung nimmt mit abnehmendem Quotienten  $\mu_s/\mu_z$  zu. Der Gegendruck übt auf den Förderwinkel nur eine geringe Wirkung aus. Bei der Berechnung des Druckaufbaues macht die Bestimmung des Wertes von  $P_0$  Schwierigkeiten, im allgemeinen wird er als gleich dem Druck unter dem Dosiertrichter angenommen.

In den Publikationen [4–6] wurde die nichtisotrope Druckverteilung im Polymerblock berücksichtigt. In Abb. 1 ist ersichtlich, daß sich nach den in einem Polarkoordinatensystem dargestellten Kraftwirkungen der Zusam-

$$\frac{dP_{rr}}{dr} = \frac{P_{\varphi\varphi} - P_{rr}}{r} \quad (4)$$

menhang ergibt. Zwischen den Normalkräften einen linearen Zusammenhang angenommen, erhält man die Gleichung

$$pP_{\varphi\varphi} = P_{rr} \quad (5)$$

und

$$\frac{(P_{rr})_z}{(P_{rr})_s} = \left[ \frac{R_z}{R_s} \right]^{\frac{1-p}{p}} \quad (6)$$

wo  $R_z$  und  $R_s$  den Zylinder- bzw. den Schneckenhalbmesser bedeuten. Die mittlere Axialkraft wird durch die Gleichung

$$\bar{P}_{\varphi\varphi} = \frac{\int_{R_s}^{R_z} P_{\varphi\varphi} dr}{R_z - R_s} \quad (7)$$

definiert, damit ergibt sich der Radialdruck auf der Zylinder- bzw. auf der Schneckenoberfläche zu

$$P_z = (P_{rr})_z = \bar{P}_{\varphi\varphi} \frac{1 - (R_s/R_z)}{1 - (R_s/R_z)^{\frac{1}{p}}} \quad (8)$$

$$P_s = (P_{rr})_s = \bar{P}_{\varphi\varphi} \frac{(R_z/R_s) - 1}{(R_z/R_s)^{\frac{1}{p}} - 1} \quad (9)$$

Die Gleichungen (8–9) können in kürzerer Form wie folgt geschrieben werden:

$$P_z = p_z P \quad \text{und} \quad P_s = p_s P \quad (10)$$

Dabei bedeuten  $P$  den mittleren Axialdruck,  $p_z$  und  $p_s$  die entsprechenden Koeffizienten.

Ein ähnlicher Zusammenhang kann auch für die Schneckenflanken angeschrieben werden, unter Berücksichtigung des Umstandes, daß die Schneckenflanken symmetrisch angeordnet sind, die auf die beiden Seiten bezogenen Faktoren also gleich sind:

$$P_f = p_f P \quad (11)$$

Nach dem Gesagten werden die Koeffizienten in der Gleichung (2) die Form

$$K_1 = \frac{E(\operatorname{tg} \Theta_m + \mu_s)}{1 - \mu_s \operatorname{tg} \Theta_m} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
K_2 = & \frac{\mu_s p_f 2H(D-H)}{\mu_z p_z D(E-e)} \left\{ K_1 \operatorname{tg} \Theta_m + \frac{D-H}{D} \right\} + \\
& + \frac{\mu_s p_s \cos \Theta_s D - 2H}{\mu_z p_z D} \left\{ K_1 \operatorname{tg} \Theta_s + \frac{D-2H}{D} \right\} + \\
& + \frac{H \cos \Theta_m \sin \Theta_m (D-H)}{\mu_z p_z LD} \left\{ K_1 \operatorname{tg} \Theta_m + \frac{D-H}{D} \right\} \ln \frac{P_2}{P_1}
\end{aligned} \quad (13)$$

haben. Der Volumendurchsatz ergibt sich zu [9]

$$\frac{Q}{N} = \frac{\pi^2 DH(D-H)(E-e)}{E} \frac{\operatorname{tg} \Theta_z \operatorname{tg} \Phi}{\operatorname{tg} \Theta_z + \operatorname{tg} \Phi} \quad (14)$$

Es wurde nachgewiesen, daß die Oberflächentemperatur des Polymerblockes bald den Schmelzpunkt erreicht und dort ein Schmelzefilm erscheint [4]. So wird die Bewegung des Blockes nicht durch die Reibungskräfte, sondern durch die Schubkräfte geregelt. Es wurden Zusammenhänge für die Bestimmung des Volumendurchsatzes, des Druckaufbaues sowie des Leistungsbedarfs für den Feststofftransport angegeben. Bei der Anwendung des Modells ist die Feststellung der Schubspannungen problematisch.

In der Arbeit [5] dargelegt wurde, daß der Feststofftransport nach zwei verschiedenen Mechanismen vor sich geht: zuerst in einem verhältnismäßig kurzen Abschnitt als Granulatbewegung, dann bewegt sich das Granulat im Schneckenkanal als Block weiter. Die Bewegung des Blockes wird durch die auf diesen wirkenden Reibungs- und Druckkräfte bestimmt. In dem Kanalabschnitt, wo die Temperatur den Schmelzpunkt des Polymers nicht übersteigt, sind die Reibungskräfte gleich dem Produkt aus der auf die betreffende Reibungsfläche (Zylinder, Schnecke) wirkenden Druckkraft und aus dem betreffenden Reibungskoeffizienten. Wo die Temperatur der Metallfläche höher als der Schmelzpunkt des Polymers ist, bildet sich eine Schmelzeschicht. In diesem Falle ergeben sich die wirkenden Kräfte als Produkte aus den an der Grenzfläche zwischen festem Polymer und Schmelzeschicht auftretenden Schubspannungen und aus den betreffenden Flächen.

Bei der Analyse des Feststofftransports wird von den Annahmen in [5–8] ausgegangen:

1. Das feste Polymer kann als Kontinuum behandelt werden.
2. In dem Spalt zwischen Zylinderfläche und Schneckenflanke findet keine Förderung statt.
3. Der Feststofftransport ist ein stationär Prozess.
4. Die Wirkung von Schwerkraft und Fliehkräften darf vernachlässigt werden.
5. Der Schneckenkanal ist ganz ausgefüllt.

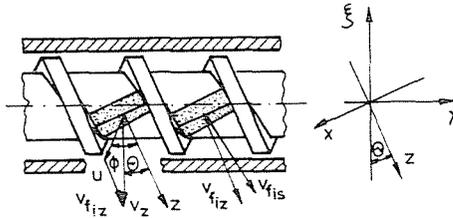


Abb. 2. Geschwindigkeitsvektoren der Bewegung des Polymerblockes

Nach beendeter Granulatbewegung ist für den Förderprozess die Blockbewegung kennzeichnend, deren Geschwindigkeitsvektoren in Abb. 2 dargestellt sind. Die Geschwindigkeiten der Blockbewegung an der Zylinderfläche, an der Schneckenoberfläche und in einer mittleren Entfernung zwischen diesen beiden werden durch die folgende Zusammenhänge ausgedrückt:

$$v_{f,z} = v_z \frac{\sin(\Phi_z - \Theta_z)}{\sin \Phi_z} \quad (15)$$

$$v_{f,s} = v_s \frac{\sin(\Phi_s - \Theta_s)}{\sin \Phi_s} \quad (16)$$

$$v_{f,m} = v_m \frac{\sin(\Phi_m - \Theta_m)}{\sin \Phi_m} \quad (17)$$

wobei  $v_z$  ist die Geschwindigkeit des Polymerblockes an der Zylinderfläche,  $v_s$  ist die Geschwindigkeit des Polymerblockes an der Schneckenoberfläche und  $v_m$  ist die Geschwindigkeit des Polymerblockes in mittlerer Entfernung zwischen Zylinder- und Schneckenoberfläche.

Die Koordinate in Richtung der Gangsteigung ist  $Z$ ,  $X$  ist die mit  $Z$  einen rechten Winkel bildende Koordinate in derselben Ebene und  $Y$  die auf die Ebene  $X - Z$  senkrecht stehende Koordinate. Die zu der Ebene  $X - Z$  parallele Koordinate in Richtung der Schneckenachse ist  $\lambda$  und die Koordinate, die mit letzterer in der gleichen Ebene liegt und einen rechten Winkel bildet, ist  $\zeta$ . Damit ist der durch  $Z$  und  $\zeta$  gebildete Winkel der Steigungswinkel  $\Theta$ , während der Winkel zwischen der Richtung des scheinbaren Geschwindigkeitsvektors  $\bar{u}$  des Polymerblockes und der Koordinate  $Z$ ,  $\Phi$  ist. Der Zylinder dreht sich um die Koordinate  $\lambda$  mit der Umfangsgeschwindigkeit  $v_z = \pi DN$ . Der Förderwinkel des Polymerblockes  $(\Phi - \Theta)$  ist der durch die Vektoren  $\bar{v}_z$  und  $\bar{u}$  gebildete Winkel. Man sieht, daß zu den Bewegungsgeschwindigkeiten entsprechende Förderwinkel gehören.

Die Förderung kann auch mit Hilfe des in die effektive Förderrichtung fallenden Geschwindigkeitsvektors, mit der zur Schneckenachse parallelen Geschwindigkeit, die von der Radialkoordinate unabhängig ist, beschrieben

werden. Der Volumendurchsatz ist das Produkt aus der mittleren Geschwindigkeit und der auf die Geschwindigkeit senkrechten Fläche:

$$Q = \int_{1n(D-2H)/2}^{D/2} v_{\lambda} \left[ 2\pi r - \frac{ie}{\sin \Theta_m} \right] dr \quad (18)$$

Dabei ist  $i$  die Zahl der Flankenanfänge, fällt also bei einer Schnecke mit einem einzigen Schneckengang aus, und  $v_{\lambda}$  ist:

$$v_{\lambda} = v_{f,z} \sin \Theta_z \quad (19)$$

Daraus ergibt sich der Volumendurchsatz zu:

$$Q = \pi^2 D(D-H)NH \frac{\sin(\Phi_z - \Theta_z) \sin \Theta_z}{\sin \Theta_z} \left[ 1 - \frac{ie}{\pi(D-H) \sin \Theta_m} \right] \quad (20)$$

Untersucht man die Förderung in dem im vorigen beschriebenen rechtwinkligen Koordinatensystem, können folgende Gleichungen angeschrieben werden:

1. Kontinuitätsgleichung in Richtung der Koordinate  $Z$ :

$$\partial/\partial Z(\rho v_z) = 0 \quad (21)$$

2. Impulsgleichung in Richtung der Koordinate  $Z$ :

$$\Sigma d F_z + M_d d v_z = 0 \quad (22)$$

3. Impulsgleichung in Richtung der Koordinate  $X$ :

$$\Sigma d F_x = 0 \quad (23)$$

Zugleich wurden die Impulsgleichungen durch Multiplikation mit den infinitesimalen Volumina in Kraftgleichungen umgewandelt. Hier bedeuten  $dF_z$  die Resultierende des infinitesimalen Kraftvektors in  $Z$ -Richtung und  $dF_x$  jene in  $X$ -Richtung. Durch diese wird die Bewegung des festen Polymers bestimmt. Die Gleichungen (22) und (23) können nach den Achsen  $\lambda$  und  $\zeta$  transformiert werden; die für die  $\lambda$ -Achse gültigen Zusammenhänge werden aus den für die  $Z$ -Achse gültigen Zusammenhängen, diese mit  $\sin \Theta$  multipliziert, und aus den für die  $X$ -Achse gültigen Zusammenhängen, diese mit  $\cos \Theta$  multipliziert, erhalten. Dementsprechend werden die die  $\zeta$ -Achse betreffenden Zusammenhänge aus den für die  $Z$ -Achse gültigen Zusammenhängen mit  $\cos \Theta$  multipliziert, aus den für die  $X$ -Achse gültigen Zusammenhängen mit  $\sin \Theta$  multipliziert erhalten.

In Abb. 3 sind die Kraftvektoren zu sehen. Die an der Zylinderfläche entstehende, die Bewegung hindernde Kraft ist  $\Delta F_z$ , ihre Komponente in  $\lambda$ -Richtung:

$$\Delta F_{z,\lambda} = K_z W_{f,z} \sin (\Phi_z - \Theta_z) \Delta Z_z \quad (24)$$

Dabei gilt  $K_z = P_z \mu_z$ , d. h. das Produkt aus der auf die Zylinderfläche senkrechten Druckkraft und dem Reibungskoeffizienten, wenn die Temperatur an der Zylinderoberfläche den Schmelzpunkt des Polymers unterschreitet. Im entgegengesetzten Falle gilt  $K_z = \tau_z$ , d. h. die Schubspannung an der Grenzfläche zwischen Schmelzeschicht an der Zylinderoberfläche und festem Polymer. Die Breite  $W_{f,z}$  des festen Polymerblockes an der Zylinderoberfläche ist vor dem Erscheinen der Schmelzeschicht neben der Schneckenflanke gleich der Breite des Schneckenkanals:

$$W_z = \frac{E - e}{i} \cos \Theta_z \quad (25)$$

Die Komponente in  $\xi$ -Richtung:

$$\Delta F_{z,\xi} = K_z W_{f,z} \cos (\Phi_z - \Theta_z) \Delta Z_z \quad (26)$$

Die an der Schneckenoberfläche entstehende, die Bewegung hindernde Kraft ist  $\Delta F_s$ , und deren Komponente von  $\lambda$ -Richtung:

$$\Delta F_{s,\lambda} = K_s W_{f,s} \sin \Theta_s \Delta Z_s \quad (27)$$

Dabei gelten, wie im vorigen,  $K_s = P_s \mu_s$  oder im zweiten Falle  $K_s = \tau_s$ . Die Komponente in  $\xi$ -Richtung:

$$\Delta F_{s,\xi} = K_s W_{f,s} \cos \Theta_s \Delta Z_s \quad (28)$$

Im festen Polymerblock wirkt die Druckkraft  $\Delta F_p$ , mit den Komponenten in  $\lambda$ -Richtung:

$$\Delta F_{p,\lambda} = H W_{f,m} \Delta P \sin \Theta_m \quad (29)$$

und in  $\xi$ -Richtung:

$$\Delta F_{p,\xi} = H W_{f,m} \Delta P \cos \Theta_m \quad (30)$$

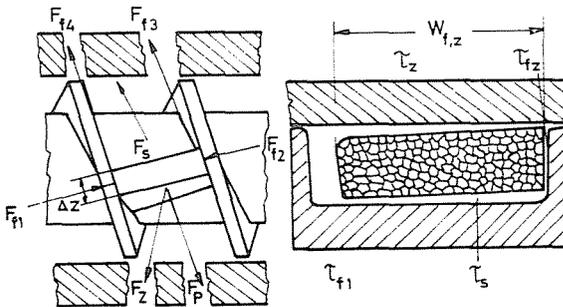


Abb. 3. Die auf verschiedene Flächen des Polymerblockes vor dem Schmelzen wirkenden Kräfte und die in der Schmelzeschicht auftretenden Schubspannungen

Auf die aktive Schneckenflanke wirkt die Druckkraft  $\Delta F_{f1}$ , deren Komponenten in  $\lambda$ -Richtung:

$$\Delta F_{f1,\lambda} = PH \cos \Theta_m \Delta Z_m + \Delta F \cos \Theta_m \quad (31)$$

und in  $\xi$ -Richtung:

$$\Delta F_{f1,\xi} = PH \sin \Theta_m \Delta Z_m + \Delta F \sin \Theta_m \quad (32)$$

sind. Auf die passive Schneckenflanke wirkt die Druckkraft  $\Delta F_{f2}$ , mit den Komponenten von  $\lambda$ -Richtung:

$$\Delta F_{f2,\lambda} = PH \cos \Theta_m \Delta Z_m \quad (33)$$

und von  $\xi$ -Richtung:

$$\Delta F_{f2,\xi} = PH \sin \Theta_m \Delta Z_m \quad (34)$$

Die an der passiven Schneckenflanke entstehende, die Bewegung hindernde Kraft ist  $\Delta F_{f3}$ . Deren Komponente in  $\lambda$ -Richtung:

$$\Delta F_{f3,\lambda} = K_{f3} H \sin \Theta_m \Delta Z_m \quad (35)$$

wo, ähnlich wie in Gleichung (24),  $K_{f3} = P_f \mu_s$ . d. h. das Produkt aus der auf die Schneckenflanke senkrechten Druckkraft und dem Koeffizienten an der Schneckenoberfläche, wenn die Temperatur an der Schneckenflankenoberfläche den Erweichungspunkt des Polymers unterschreitet. Im entgegengesetzten Falle gilt  $K_{f3} = \tau_{f2}$ , d. h. die an der Grenzfläche zwischen Polymerschmelzeschicht an der passiven Schneckenflanke und festem Polymer auftretende Schubspannung. Die Komponente in  $\xi$ -Richtung ergibt sich zu

$$\Delta F_{f3,\xi} = K_{f3} H \cos \Theta_m \Delta Z_m \quad (36)$$

Die an der aktiven Schneckenflanke anfallende, die Bewegung hindernde Kraft ist  $\Delta F_{f4}$ , deren Komponente in  $\lambda$ -Richtung:

$$\Delta F_{f4,\lambda} = K_{f4} H \sin \Theta_m \Delta Z_m + \Delta F K_{f5} \sin \Theta_m \quad (37)$$

wo, ähnlich die im vorigen,  $K_{f4} = P_f \mu_s$  und im zweiten Falle  $K_{f4} = \tau_{f1}$ , d. h. die an der Grenzfläche zwischen der Schmelzeschicht neben der aktiven Schneckenflanke und dem festen Polymer auftretende Schubspannung. Der andere Faktor ist  $K_{f5} = \mu_s$ , und nach dem Erscheinen der Schmelzeschicht  $K_{f5} = 0$ . Für die Komponente in  $\xi$ -Richtung gilt:

$$\Delta F_{f4,\xi} = K_{f4} H \cos \Theta_m \Delta Z_m + \Delta F K_{f5} \cos \Theta_m \quad (38)$$

Das Kräftegleichgewicht ergibt sich aus

$$\begin{aligned} \Sigma \Delta F_\lambda = & -\Delta F_{z,\lambda} - \Delta F_{s,\lambda} - \Delta F_{p,\lambda} - H \sin \Theta_m \Delta Z_m (K_{f3} + K_{f4}) + \\ & \Delta F (\cos \Theta_m - \mu \sin \Theta_m) \end{aligned} \quad (39)$$

Das Momentengleichgewicht:

$$\begin{aligned} \Sigma \Delta M_{d,\xi} = & -F_{z,\xi} \frac{D}{2} + \Delta F_{s,\xi} \frac{D-2H}{2} + \\ & + \Delta F_{p,\xi} \frac{D-H}{2} H \cos \Theta_m \Delta Z_m (K_{f3} + K_{f4}) + \\ & + \Delta F (\sin \Theta_m + \mu \cos \Theta_m) \frac{D-H}{2} = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

Aus den Gleichungen (39) und (40) können die unbekannte Bewegungskraft  $\Delta F$  ausgedrückt, der Zusammenhang zwischen Druckaufbau und Förderwinkel, sowie die Antriebsleistung angeschrieben werden.

Die Impulsleichungen lauten: in Richtung der Z-Koordinate

$$\begin{aligned} -\Delta F_{z,\xi} + K_s W_{f,s} \Delta Z_s + H W_{f,m} \Delta P + \\ + H \Delta Z_m (K_{f3} + K_{f4}) + \Delta F \mu_s + M dv_z = 0 \end{aligned} \quad (41)$$

in Richtung der X-Koordinate

$$-\Delta F_{z,\lambda} + \Delta F = 0 \quad (42)$$

Die Gleichungen (41) und (42) durch die Dichteänderung des Polymers ergänzt, läßt sich der Zusammenhang zwischen Druckaufbau und Förderwinkel ebenfalls bestimmen.

### Literatur

1. MAILLEFER, C.: Dissertation Univ. Lausanne, 1952.
2. JACKSON, M. L., LAVACOT, F. J., RICHARDS, H. R.: Ind. Eng. Chem. 50, 1561, 1968.
3. DARNELL, W. H., MOL, E. A. J.: SPE Journal 12, No. 4, 20, 1956.
4. CHUNG, C. I.: SPE Journal 26, No. 5, 32, 1970.
5. MONDVAI, I., HALÁSZ, L.: Műanyag és Gumi 7, 308, 1970.
6. MONDVAI, I., HALÁSZ, L., MOLNÁR, I.: Plaste u. Kautschuk 19, 919, 1972.
7. HALÁSZ, L., MONDVAI, I.: Műanyag és Gumi 10, 16, 1973.
8. HALÁSZ, L., MOLNÁR, I., MONDVAI, I.: Rheologische Grundlagen der Verarbeitung von Polymeren, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.
9. SCHNEIDER, K.: Dissertation RWTH Aachen, 1968.

Dr. Imre MONDVAI }  
Dr. László HALÁSZ } H-1521 Budapest