

DYNAMISCHE PRÜFUNG DES EISENBAHNOBERBAUS IM SYSTEM FAHRBAHN-FAHRZEUG

Tamás HAVADY

Department of Railway Engineering

Technical University of Budapest

H-1111 Budapest, Hungary

Fax: +36 1 463 3054, email: thavady@epito.bme.hu

Phone: +36 1 463 1154

Eingegangen: July 10, 1997

Abstract

The article deals with the dynamic model of the railway track superstructure in the track-vehicle system when the dynamic model includes besides the track the vehicle, too. After introducing the problems of the track-vehicle system, the present method used for dimensioning tracks is represented and analysed, and finally the well applicable discrete dynamical plane model for tracks is presented.

This model consists of rail, sleeper, ballast, simplified model of moving vehicle, and important elastic and damping effects occurring in and between them. The mathematical handling of this system is complicated by the involvement of a vehicle model, however, this is its greatest advantage, too, i.e. the real conditions can be approached more precisely than with a dynamic model describing only the track.

Keywords: track-vehicle system, dynamic model.

1. Einleitung

Es wird die mit den vertikalen Bewegungen der Eisenbahn und des Radsatzes verbundene gemeinsame dynamische Untersuchung dargestellt, mit besonderer Rücksicht auf die Bewegungs und Belastungsverhältnisse der Eisenbahnstrecke.

Zuerst wird die Problematik des Systems Fahrbahn-Fahrzeug behandelt, danach wird das zur Zeit zur Bemessung des Oberbaus am meisten angewandte Modell zusammengefaßt, schließlich beschäftigt sich der Autor mit einem, das dynamische Verhalten des Systems Fahrbahn-Fahrzeug gut beschreibenden Fahrbahn-Modell [1, 2]. Das Studium dieses System-Modells hat den Zweck, die infolge der Wechselwirkungen zwischen der Fahrbahn und dem Fahrzeug in der Fahrbahn auftretenden Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und Verschiebungen sowie auf Grund derselben Beanspruchungen zu bestimmen. Mit deren Hilfe können die Schienen, die Querschwellen, die Befestigungsanlagen bemessen und die gegenüber dem

Schotterbett gestellten technischen Anforderungen auch genauer umrissen werden.

Auf Grund des Obigen kann man einsehen, daß in Untersuchung der dynamischen Vorgänge der Fahrbahn bzw. des Fahrzeuges einen bedeutenden Qualitätsfortschritt allein die im System Fahrbahn-Fahrzeug gemeinsam durchgeführte Prüfung ergeben kann.

2. Das System Fahrbahn-Fahrzeug

Im Eisenbahnbetrieb gibt es viele solche Aufgaben, die entweder innerhalb eines Fahrzeuges oder einer Fahrbahn stattfinden und ebendort gelöst werden können. Jedoch befindet sich eine Menge solcher Probleme, die wechselseitig sowohl auf die Bahn als auch auf das Fahrzeug einwirken. Die letzteren können ausschließlich in einer gemeinsamen Anschauung bzw. Behandlung der beiden Subsysteme gelöst werden. Deshalb ist es notwendig, die beiden Systeme als solche einzige Struktureinheit zu betrachten, worin sich die Fahrbahn und das Fahrzeug als Subsysteme miteinander in Wechselwirkung befinden [3].

Nimmt man eine idealisierte, geometrisch vollkommen definierte Fahrbahn bzw. deren Oberbau, mit homogener Elastizität in den Längs-, Quer- und Vertikalrichtungen sowie mit einer homogenen Dissipations-(Energieabsorptions-)Fähigkeit in den Längs-, Quer- und Vertikalrichtungen und mit einer homogenen Inertial-Eigenschaft an, so erfährt man, daß infolge des Beiseins des Spurspielraums und des Anlaufwinkels sowie infolge des Unterschieds des Halbmessers und der Konizität der Rädersonhle aus der Selbsterregung stammende Quervibrationen entstehen können [1]. Nämlich können sich unterschiedliche Halbmesser der Laufkreise bei dem seitlich verschobenen Radsatz auf den seitlich verschobenen Schienensträngen ausbilden, weiters kann die Verdrehungsebene des Radsatzes einen vom Null abweichenden Winkel annehmen. Solcherweise verändern sich die Berührungsverhältnisse der Laufflächen der Schiene und des Radkranzes, es bildet sich ein Rückschubeffekt aus und infolgedessen entsteht ein von der gleichmäßigen Bewegung abweichender Bewegungsvorgang.

Gleichzeitig verursacht das sich mit dem Fahrweg in Wechselwirkung befindliche Fahrzeug eine Fahrwegdeformation. Jedoch ruft die durch die Belastung hervorgerufene Verformung der Fahrbahn noch eine weitere Änderung hervor, bzw. die Laufflächen der Schiene sich nicht nur verschieben, sondern sie verdrehen sich auch um die Schwerpunkt-Längsachse der Schiene. Infolgedessen ändern sich die kontaktmechanischen Bedingungen, und demgemäß müssen weitere Änderungen in dem Bewegungszustand des Radsatzes infolge der neueren hinzukommenden Einwirkungen eintreten.

Schon auch aus dem Vorhergehenden ist die strenge Wechselwirkung der Fahrbahn und des Fahrzeuges offensichtlich. Eine weitere Änderung

kommt infolge der in den waagerechten und in den vertikalen Ebenen befindlichen Gleiskrümmungen, d.h. aus der Tatsache vor, daß die Fahrbahnachse mit Hilfe einer Raumkurve beschrieben werden kann. Nämlich tritt eine zentripetale Beschleunigung im Falle einer Fahrbahn mit einer von Null abweichenden Krümmung auf. Infolge der sich ausbildenden Zentrifugalkraft führen die von den Radsohlen auf die Schienen übergebenen abweichenden Kräfte zu weiteren abweichenden Verformungen der beiden Schienenstränge; wodurch sich die Berührungsverhältnisse der Fahrbahn und des Fahrzeugs verändern, demzufolge eine weitere Veränderung des Bewegungszustands des Fahrzeugs entsteht. Demgemäß, wie auch vorher, tritt wiederum eine hin- und zurück wirkende Wechselbeanspruchung auf. Weitere Probleme bedeuten die in dem Oberbau befindlichen verschiedenen Gleisvorrichtungen wie z.B. Weichen und Schienenstöße. Nämlich kann man auf solchen lokalen Störstellen in der Kontinuität der dynamischen Vorgänge des Fahrbahn-Fahrzeug Systems mit spezifischen dynamischen Reaktionsvorgängen rechnen.

Die Kräfteübertragung zwischen den beiden Systemen erfolgt an den Grenzen derselben und zwar auf den Laufflächen der Schienen. Die Form dieser Kontaktfläche ist in einer strengen Abhängigkeit von den Krümmungsverhältnissen der Laufflächen des Rades und der Schienenfläche, deshalb ist durch die Abnutzung derselben stark beeinflusst. Die Größe der Kontaktfläche beträgt ungefähr $1,5 \text{ cm}^2$. Auf dieser Fläche wirkt auch noch das sogenannte Bohrkriechmoment außer den Längs-, Quer- und Vertikalkomponenten. Die auf der Kontaktfläche entstehenden relativen Verschiebungen können durch die Längs- und Querkriechen (mit der spezifischen Gleitgeschwindigkeit) bzw. durch das Kriechen um die Berührungsnormale (mit der spezifischen Gleit-Winkelgeschwindigkeit) charakterisiert werden.

Davon ist es ersichtlich, daß während der Durchfahrt des Fahrzeugs durch die Strecke äußerst komplexe dynamische Vorgänge stattfinden. Die in der Fahrbahn auftretenden Kraftwirkungen können mit Hilfe eines entsprechend aufgebauten dynamischen System-Modells annähernd beschrieben werden. Auf diese Grundlage können die sich in den einzelnen Konstruktionsteilen entwickelnden Beanspruchungen kalkuliert, die Schienen, Schwel len, Schienenbefestigungsanlagen bemessen und die an die Schotterbettung gestellten Forderungen können auch genauer bestimmt werden. Der Kräfteverlauf übt danach den Gesetzmäßigkeiten des Systems entsprechend selbstverständlich eine Rückwirkung auf das andere Subsystem, d.h. auf das Fahrzeug aus. Das Eisenbahnfahrzeug erhält infolge der auf der Radkranzsohle stattfindenden Kraftübertragung von der Fahrbahn eine Erregung. Zur dynamischen Prüfung der Strukturelemente des Fahrzeugs ist die Kenntnis dieser Erregungskraft wichtig. Zu diesen dynamischen Prüfungen ist schon ein erweitertes Generalmodell des Systems Fahrbahn-Fahrzeug erforderlich. Die Berechnung der Fahrzeugschwingungen bietet sich nicht nur zur Bemessung der Strukturelemente, sondern dadurch können auch die

Reisebequemlichkeit, Güteraufbewahrung in Betracht genommen und die Beobachtungen auch sogar auf das Gebiet der Unfallverhütung erweitert werden.

Aufgrund des Obigen ist es leicht einzusehen, daß in den fahrbahn- bzw. fahrzeugdynamischen Untersuchungen eine bedeutende Qualitätsbesserung nur durch dynamische Prüfungen beider Untersysteme in einer gemeinsamen, komplexen Untersuchung erreicht werden kann.

3. Das zur Bemessung des Eisenbahnoberbaus bisher benutzte Modell

Im Eisenbahnbau wird die statische Bemessung schon seit langem mit Hilfe der Zimmermannschen sog. Ersatz-Langschwelen-Berechnung durchgeführt [4]. Dieses Verfahren wurde von Zimmermann im Jahre 1888 auf der von Winkler im Jahre 1875 aufgestellten Grundformel stützend ausgearbeitet. Das Wesen des Verfahrens ist wie folgt.

In der Wirklichkeit sind beide Schienenstränge durch die Querschwelen elastisch unterstützte kontinuierliche Träger und zwar mehrhaft unbestimmte Träger, da die Zahl der unabhängigen Gleichgewichtsgleichungen weniger als die Zahl der unbekannteten Stützkräfte ist. Deshalb soll je eine Langschwelle unendlicher Länge zur einfachen Bestimmung der zur Berechnung erforderlichen Durchbiegungs- (Eisenkungs-) und der Moment-Einflußlinien von den einzelnen Querschwelen unter den beiden Schienen hergestellt werden. Diese Berechnung wurde unter der Annahme durchgeführt, daß die Auflagefläche der zur gegebenen Querschwelle gehörigen Ersatz-Langschwelle mit der Auflagefläche der Querschwelle identisch ist. Auf diese Weise wurde unter dem Schienenstrang eine einzelne (fiktive) Langschwelle zustande gebracht. Im Interesse der Ersatzbarkeit ist es erforderlich, daß der Unterschied zwischen der Verformung des wirklichen Querschwelengleises und der Verformung des durch die theoretische Ersatzschwelle unterstützten Gleises minimal sei. Danach wird die Durchbiegungsfunktion des Längsbalkens aufgeschrieben, die eine Differentialgleichung dritter Ordnung sei. Nach der Lösung dieser Differenzialgleichung kann man schließlich die gesuchten Durchbiegungs- und Moment-Funktionen sowie die Einflußfunktion der von der Schienensohle übertragener Kraft aufschreiben. Alle drei Einflußfunktionen können in geschlossenen Formen aufgeschrieben werden. Obgleich sie nur die Funktionen der Radlast und der Gleiselastizität sind, können die Beanspruchungen auf diese Weise schnell und leicht ermittelt werden. Eben darin liegt der Vorteil dieser Methode.

Bisher hat man nur die Einwirkung der statischen Belastung geprüft und - unter anderem - hat man auch die Stetigkeit der Schotterbettung angenommen. Jedoch wird die Fahrbahn in der Wirklichkeit durch dynamische Belastung beansprucht. Das heißt, daß sich die Kennwerte des

Fahrbahn-Fahrzeug-Systems in der Abhängigkeit von den Fahrbahnkennwerten und zwar nach der Elastizität des Gleises, damit auch der Breite der Ersatzschwelle, der Feder und der Schwingungs-, Dämpfungs-Konstante des Fahrzeugs ändern. Die tatsächliche Fahrbahn und die Fahrzeuge sind immer durch Fehler belastet, demzufolge ruft das auf dem wirklichen Gleis bewegliche Fahrzeug sowohl im Gleis als auch in sich selbst – auf die im Punkt 2 dieser Abhandlung beschriebene Art – komplexe Bewegungen, selbsterregte Schwingungen hervor, die Beschleunigungen, erregte Kräfte ergeben. All dies hatte zur Folge, daß die von Eisenmann (Technische Universität München) durchgeführten zahlreichen Beanspruchungsmessungen ausgedehnte Streuung erwiesen, die mit der Erhöhung der Geschwindigkeit der Fahrzeuge zunahm [5]. Darin liegt der Fehler des originalen Zimmermannschen Verfahrens und ist es davon zu sehen, daß die fahrbahndynamischen Aufgaben nur im System Fahrbahn-Fahrzeug, gelöst werden dürfen.

Jedoch erwiesen die Versuche auf diesem Gebiet, daß die Mittelwerte der Versuchsergebnisse in einer guten Übereinstimmung mit den durch das Zimmermannsche Verfahren erhaltenen Werten sind. Deshalb wird heute bei der Bestimmung der maßgebenden Beanspruchungen auch die vom Zustand des Gleises und der Geschwindigkeit des Fahrzeugs abhängige Streuung mit mathematisch-statistischen Verfahren in Betracht genommen.

Im Vorhergehenden wurde das beim Eisenbahnbau allgemein angewandte quasidynamische Modell vorgestellt. Im weiteren wird solch ein dynamisches Modell behandelt, das zur Berechnung der Fahrbahn in der Gemeinschaft des Systems Fahrbahn-Fahrzeug angewandt werden kann.

4. Das diskretisierte Fahrbahnmodell

Zur dynamischen Untersuchung der Fahrbahn im System Fahrbahn-Fahrzeug stehen uns mehrere sehr einfache dynamische Modelle [1] zur Verfügung, die aber allzusehr die Vereinfachung der Fahrbahn übertreiben. Zwar ein vielmehr verwickeltes, die Fahrbahn weitaus genauer beschreibendes, zugleich aber auch mathematisch behandelbares Modell ist das völlig diskretisierte ebene Fahrbahnmodell. Zu den Untersuchungen kann dieses Modell wie folgt hergestellt werden (*Abb. 1*).

Betrachten wir einen Streckenabschnitt mit einer Länge von neun Querschwellenfächern. Auf diesem Abschnitt befinden sich im Falle von 60 cm Schwellenabstand $n_a = 10$ Querschwellen je von einer Masse m_a . Es ist vorausgesetzt, daß die Querschwellen durch elastische und dissipative

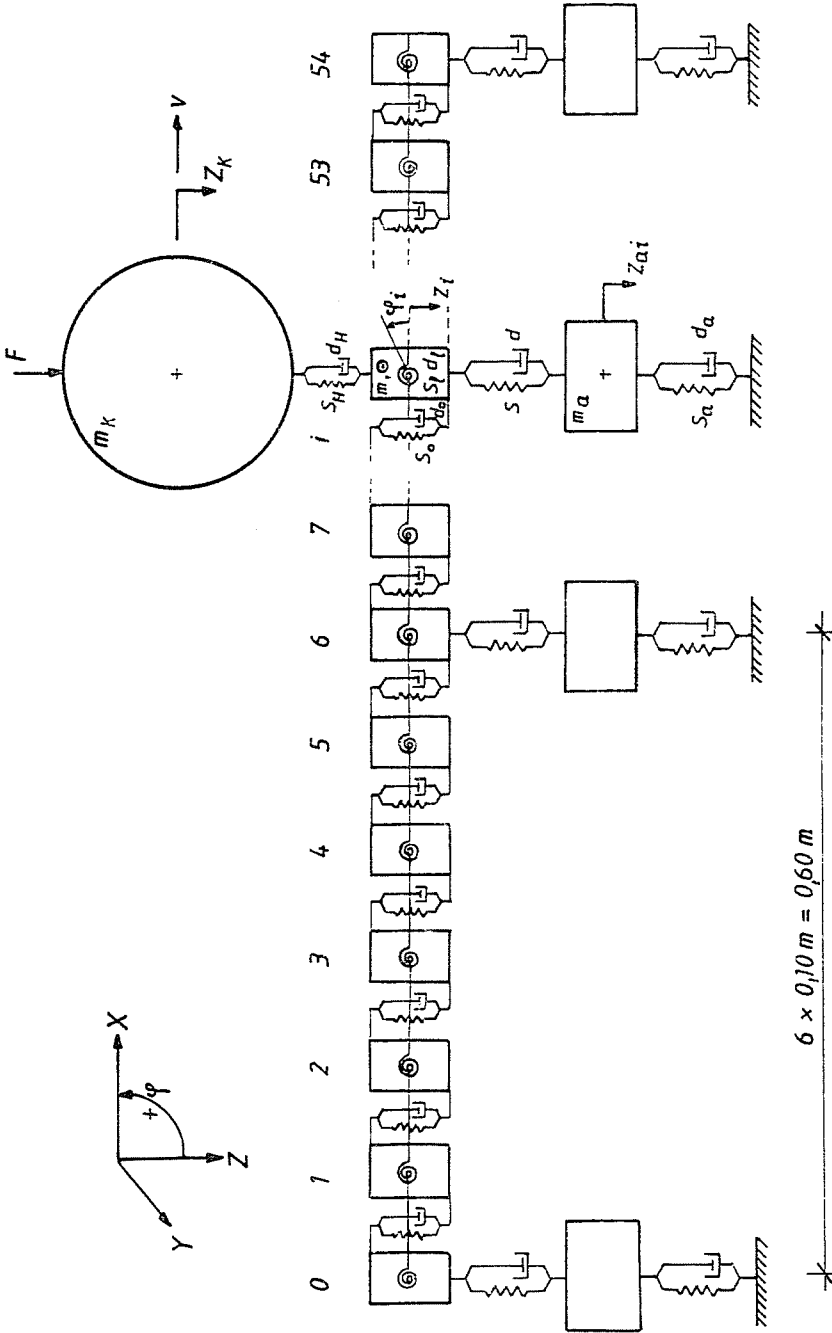


Abb. 1. Das diskretisierte dynamische Systemmodell

Kräftewirkung (s_a und d_a , bzw. s und d) darstellende parallelgeschaltene Feder- und Dämpfungselemente verknüpft sind. Die Querswellen können nur im vertikalen Sinne verschoben werden, d.h. sie sind Elemente von einem Freiheitsgrad. Nun unterteilt man den zu prüfenden Abschnitt in 10 cm lange Abschnitte (der Masse m pro Stück), damit erhält man über jeder Querschwelle ein Stück und in jedem Schwellenfach 5, d.h. insgesamt $n_s = (n_a - 1) \cdot 6 + 1 = 55$ Schienenstücke. Die vertikale relative Verschiebung wird durch die zwischen den Schienenstücken befindlichen, parallel angeordneten Feder (s_0) und durch die Dämpfungselemente (d_0) zugesichert, während die durch die in der Vertikalebene entstehende Durchbiegung verursachte relative Verdrehung im Vergleich mit den anderen einzelnen Schienenstücken ebenfalls durch parallel angeordnete Spiralfeder (s_l) und Dämpfungselemente (d_l) ermöglicht ist. Wie man sieht, können sich die Schienenabschnitte im vertikalen Sinne verschieben, und in der vertikalen Ebene verdrehen, demgemäß ist die Größe deren Freiheitsgrades zwei. Schließlich kann die Kraftübermittlung von dem sich auf der Schiene bewegendem Fahrzeugrad (Masse m_k) mit Hilfe der parallel geschalteten Feder Hertzschens Kennlinie (s_h) und mittels des Dämpfungselements (d_H) gelöst werden. Die dynamischen Einwirkungen der weiteren Bestandteile des Fahrzeugs im Zusammenhang mit dem behandelten Modell werden nicht erörtert. Die von den anderen Bestandteilen des Fahrzeugs übermittelten Kräfte werden durch auf das Rad wirkende vertikale Erregungskraft F ersetzt. Das Rad kann sich im dynamischen System außer der Fahrt im waagerechten Sinne nur im vertikalen Sinne verschoben werden, deswegen ist die Größe seines Freiheitsgrades in diesem Fall eins ($n_k = 1$). Der Gesamtfreiheitsgrad des behandelten dynamischen Systems:

$$N = n_a + n_s \cdot 2 + n_k = 10 + 55 \cdot 2 + 1 = 121 .$$

In diesem System werden sowohl die Schotterbettung, als auch die Schienenbefestigung und der Widerstand gegen Durchbiegung und der Schubkraft je mit einer Elastizitäts- und dissipativen Verbindung von linearem Charakter modelliert. In der Wirklichkeit können diese Beziehungen selbstverständlich nur durch bei weitem kompliziertere Zusammenhänge angenähert werden, jedoch nur mit unbedeutendem Nutzen.

Die genauen Werte der Federhärte (s) sowie die die dissipative Eigenschaft representierenden Dämpfungsfaktoren (d) berechnet man im allgemeinen auf Grund von physikalischen Überlegungen, für die Schotterbettung benutzt man im allgemeinen Versuchsverfahren [5]. Das Modell erhält die Erregung nicht unmittelbar, sondern mittels der auf die Schienenstücke stützenden Fahrzeugräder. Infolgedessen wirkt die die dynamischen Wirkungen des Fahrzeugs darstellende vertikale Erregungskraft F während des ganzen Wegs auf das Rad, rollend über die einzelnen Teile des Fahrbahnmodells. Zufolge der vorher beschriebenen Ermittlungsmethode der Federsteife und des Dämpfungsfaktors ist es zweckmäßig, das Flachmodell

derart anzunehmen, daß die beiden Schienenstränge übereinander in Deckung kommen, und somit die an einem Strang gerechneten Massenwerte, Steifheits- und Dämpfungskoeffizienten zweifach betrachtet werden. Die im Modell eingefassten elastischen und dissipativen Zusammenhänge sollten derart aufgenommen werden, daß die Wirkungslinien der Feder s_a und s , bzw. die Wirkungslinien der Dämpfungselemente d_a und d durch die Schwerpunkte der Schwelle, bzw. des Schienenstücks übergehen, die Wirkungslinien der Feder s_0 und der Dämpfungselemente d_0 zur rechten und linken Begrenzungsfläche anpassen, schließlich die Moment-Vektoren der Feder s_l und der Dämpfungselemente d_l durch die Schwerpunkte der Schienenstücke hinübergehen.

Zur Aufschreibung des Bewegungs-Gleichungssystems sollte man erstens die auf die Massen wirkenden Kräfte und Momente bestimmen, sodann kann das System der Bewegungsgleichung mit deren Benutzung aufgeschrieben werden. Dieses Gleichungssystem, infolge des Freiheitsgrads $N = 121$, enthält ebenso viele lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Das Gleichungssystem ist im nachstehenden vorgestellt.

Die dynamische Gleichung der Querschwellen ist:

$$m_a \ddot{z}_{ai} = s \cdot (z_i - z_{ai}) - s_a z_{ai} + d \cdot (\dot{z}_i - \dot{z}_{ai}) - d_a \dot{z}_{ai}, \quad i = 0, 6, 12, 18, \dots, 54.$$

Die dynamische Gleichung der Schienenstücke ist:

$$\begin{aligned} m \ddot{z}_i &= s \cdot (z_{ai} - z_i) + d \cdot (\dot{z}_{ai} - \dot{z}_i) + \\ &+ s_0 \cdot \left(z_{i-1} + z_{i+1} - 2z_i + \frac{h}{2} \cdot (\varphi_{i-1} - \varphi_{i+1}) \right) + \\ &+ d_0 \cdot \left(\dot{z}_{i-1} + \dot{z}_{i+1} - 2\dot{z}_i + \frac{h}{2} \cdot (\dot{\varphi}_{i-1} - \dot{\varphi}_{i+1}) \right) + F_{gi}, \\ & \quad i = 6, 12, 18, \dots, 48; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \ddot{z}_i &= s_0 \cdot \left(z_{i-1} + z_{i+1} - 2z_i + \frac{h}{2} \cdot (\varphi_{i-1} - \varphi_{i+1}) \right) + \\ &+ d_0 \cdot \left(\dot{z}_{i-1} + \dot{z}_{i+1} - 2\dot{z}_i + \frac{h}{2} \cdot (\dot{\varphi}_{i-1} - \dot{\varphi}_{i+1}) \right) + F_{gi}, \end{aligned}$$

$1 \leq i \leq 53$ und i können mit 6 nicht dividiert werden;

$$\begin{aligned} m \ddot{z}_0 &= s \cdot (z_{a0} - z_0) + d \cdot (\dot{z}_{a0} - \dot{z}_0) + s_0 \cdot \left(z_1 - z_0 - \frac{h}{2} \cdot (\varphi_0 - \varphi_1) \right) + \\ &+ d_0 \cdot \left(\dot{z}_1 + \dot{z}_0 - \frac{h}{2} \cdot (\dot{\varphi}_0 - \dot{\varphi}_1) \right) + F_{g0}; \end{aligned}$$

$$m\ddot{z}_{54} = s \cdot (z_{a54} - z_{54}) + d \cdot (\dot{z}_{a54} - \dot{z}_{54}) + s_0 \cdot \left(z_{53} - z_{54} + \frac{h}{2} \cdot (\varphi_{53} + \varphi_{54}) \right) + \\ + d_0 \cdot \left(\dot{z}_{53} - \dot{z}_{54} + \frac{h}{2} \cdot (\dot{\varphi}_{53} + \dot{\varphi}_{54}) \right) + F_{g54} .$$

Die dynamische Gleichung der Winkelschwingungen der Schienenstücke:

$$\Theta\ddot{\varphi}_i = \frac{h}{2}s_0 \cdot \left(z_{i+1} - z_{i-1} - \frac{h}{2} \cdot (\varphi_{i+1} + 2\varphi_i + \varphi_{i-1}) \right) + \\ + \frac{h}{2}d_0 \cdot \left(\dot{z}_{i+1} - \dot{z}_{i-1} - \frac{h}{2} \cdot (\dot{\varphi}_{i+1} + 2\dot{\varphi}_i + \dot{\varphi}_{i-1}) \right) + \\ s_l \cdot (\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}) + d_l \cdot (\dot{\varphi}_{i+1} - 2\dot{\varphi}_i + \dot{\varphi}_{i-1}) , \quad 1 \leq i \leq 53;$$

$$\Theta\ddot{\varphi}_0 = \frac{h}{2}s_0 \cdot \left(z_1 - z_0 - \frac{h}{2} \cdot (\varphi_1 + \varphi_0) \right) + \\ + \frac{h}{2}d_0 \cdot \left(\dot{z}_1 - \dot{z}_0 - \frac{h}{2} \cdot (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_0) \right) + s_l \cdot (\varphi_1 - \varphi_0) + d_l \cdot (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_0) ;$$

$$\Theta\ddot{\varphi}_{54} = \frac{h}{2}s_0 \cdot \left(z_{54} - z_{53} - \frac{h}{2} \cdot (\varphi_{53} + \varphi_{54}) \right) + \\ + \frac{h}{2}d_0 \cdot \left(\dot{z}_{54} - \dot{z}_{53} - \frac{h}{2} \cdot (\dot{\varphi}_{53} + \dot{\varphi}_{54}) \right) + s_l \cdot (\varphi_{53} - \varphi_{54}) + d_l \cdot (\dot{\varphi}_{53} - \dot{\varphi}_{54}) .$$

Die dynamische Gleichung des Rades:

$$m_k\ddot{z}_k = s_H \cdot (z_u - z_k) + d_H \cdot (\dot{z}_u - \dot{z}_k) - F .$$

Bezeichnungen in den vorangehenden Gleichungen:

$$F_{gi} = \begin{cases} s_H \cdot (z_k - z_i) + d_H \cdot (\dot{z}_k - \dot{z}_i) , & i = u(t) \\ 0 & \text{ansonsten} \end{cases}$$

die von dem auf den i -ten Schienenstück rollenden Rad übergebene erregende Kraft;

$t = t_1 - t_0$	seit dem Anfang der Untersuchung vergangene Zeit;
$u(t) = \left[\frac{v \cdot t}{h} \right]$	die Stelle des Rades bestimmende (Integer-Funktion);
t_0	Anfangszeitpunkt der Untersuchung;
t_1	aktueller Zeitpunkt;
v	Geschwindigkeit des Fahrzeugs;
h	Länge der Schienenstücke;
z	vertikale Verschiebung der einzelnen Massen (nach unten positiv);
\dot{z}, \ddot{z}	erster bzw. zweiter Derivierte der Zeit;
φ	Verdrehung der Schienenstücke, um ihre Drehachse, die auf die vertikale Ebene senkrecht ist;
$\dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$	erste bzw. zweite Derivierte von φ nach der Zeit;
Θ	Rotations-Trägmmomente bezogen auf ihre Achse, die auf die vertikale Ebene senkrecht ist.

Das vorangehende Differential-Gleichungssystem kann in der Form

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{S}\mathbf{x} = \mathbf{F}$$

zusammengefasst werden, worin die Matrizen \mathbf{M} , \mathbf{D} , und \mathbf{S} quadratisch Matrizen von 121×121 Elementen sind (von denen \mathbf{M} die diagonale Massenmatrix, \mathbf{D} die symmetrische Dämpfungsmatrix und \mathbf{S} die symmetrische Steifheitsmatrix ist); Vektoren \mathbf{x} , $\dot{\mathbf{x}}$; $\ddot{\mathbf{x}}$ und Belastungsvektor \mathbf{F} von 121 Grundelementen sind (\mathbf{x} ist der Verschiebungsvektor, $\dot{\mathbf{x}}$ bzw. $\ddot{\mathbf{x}}$ die erste bzw. zweite Derivierte von \mathbf{x} nach der Zeit und \mathbf{F} ist der Massenvektor).

Schließlich sollte das vorliegende Differential-Gleichungssystem gelöst werden. Von den möglichen Verfahren bietet sich die numerische Lösungsmethode, ausgearbeitet von Wilson (Methode- Θ genannt), deren größter Vorteil die Unabhängigkeit von der Zeitstufe (die Bedingungslosigkeit) ist. Mit dieser Methode kann man für die angenommenen kleinen Intervalle (d.h. Zeitintervalle, Zeitstufe) die Reaktion des vollständigen dynamischen Systems sodann mit Hilfe der Verschiebungen und deren Derivierten die im Oberbau entstandenen Beanspruchungen in der Abhängigkeit von der Zeit rechnen. Auf Grund desselben kann der Oberbau in gewohnter Weise bemessen werden, womit das von uns vorgenommene Ziel erreicht wurde.

Zusammengefasst kann es festgestellt werden, daß zur Bemessung des Oberbaus das im System Fahrbahn-Fahrzeug vorgeschlagene zusammengesetzte dynamische Modell den tatsächlichen Verhältnissen weit genauer annähert als das bisher benutzte, allein die Fahrbahn in Betracht nehmende Modell. Mit dem der Wirklichkeit genauer annähernde Modell kann die Fahrbahn genauer bemessen werden, was aus dem Gesichtspunkt der Dauerhaftigkeit bzw. Wirtschaftlichkeit gewisse Vorteile für die Eisenbahn sichert.

Literatur

- [1] ZOBORY, I. (1991): A pálya-jármű rendszer járműmérnöki szemmel. *Pálya-jármű rendszer. Tudományos konferencia IV.*, Velem, 1991. okt. 2-4., Vortrag, pp. 19-42.
- [2] ZÁHONYI, ZS. (1987): A vasúti járműkerékpár és a vasúti pálya együttes dinamikai vizsgálata. Diplomarbeit, BME Járműgépészeti Intézet Vasúti Járművek Tanszék, p. 114.
- [3] DESTEK, M. (1976): Pálya-jármű rendszer. KÖZDOK, Budapest.
- [4] MEGYERI, J. (1991): Vasútépítéstan. MÁV Szakkönyv. KÖZDOK, Budapest, p. 280.
- [5] EISENMANN, J. (1968): Beanspruchung des Eisenbahnoberbaues. *Eisenbahntechnische Rundschau*, 1968. 5. S. 94.
- [6] ZÁBORI, Z. (1993): Rugalmas pályán gördülő egyedülálló vasúti kerékpár keresztirányú dinamikai vizsgálata számítógépi szimulációval. A vasúti pálya-jármű rendszer közlekedésmechanikájának elméleti és kísérleti vizsgálata című, OTKA I/3. 391 (BME: 5-307) számú kutatás részjelentésének része, 1993.
- [7] ZOBORY I. (1992): Track Dynamics. Manuskript. Vortrag, Aachen 1992.
- [8] BATHE, K. L. - WILSON, E. L. (1976): Numerical Methods in Finite Element Analysis. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey. p. 528.
- [9] Quarterly Reports. 1981. No. 1.