

EIN NEUES MODELL FÜR DIE BESTIMMUNGEN DER GEOMETRISCHEN MASSTOLERANZEN IM EISENBAHNOBERBAU

Gyula KORMOS

Department of Railway Engineering
Technische Universität Budapest
H-1521 Budapest, Ungarn

Fax: +36 1 463-3054, email: gykormos@epito.bme.hu
Phone: +36 1 463-3055

Eingegangen: July 10, 1997

Abstract

The movement of a railway vehicle is the most often replaced by the movement of its centre of mass. This results determining the tolerance of geometrical distortions of a railway track with a high grade of inaccuracy, which is not permissible. In order to evaluate exactly the vehicle movement on the one hand the vehicle must be interpreted as a system of points on the other hand, a natural triedron must be determined which follows the real movement of the vehicle so that its eigenvectors point always toward the geometrical axes of the railway carriage.

The movement of a railway vehicle in the irregular track can be determined by simulation and it can be evaluated by mathematical models. In this way the tolerance of distortion values respecting to up-to-date theorems can be determined on the basis of reality simulating movement characteristics.

Keywords: tolerance of distortion of railway track, railway kinematics, natural triedron.

1. Einleitung

In Fachkreisen für Eisenbahn und in der Eisenbahnliteratur [1,2,3,4,5] und besonders bei den theoretischen Bestimmungen der geometrischen Maßtoleranzen wird das Fahrzeug am häufigsten durch einen Massenmittelpunkt (kurz Schwerpunkt oder Mittelpunkt) ersetzt (sog. Massenpunktmodell) [6,7]. Durch die Ausnutzung der kinematischen Gesetzmäßigkeiten erhält man die Bewegungsmerkmale für den sich bewegenden Punkt (hier den Schwerpunkt des Fahrzeuges). Die Anwendung des Massenpunktmodells ist solange genügend genau, bis der Fahrzeugschwerpunkt praktisch genau dieselbe Raumkurve zurücklegt und der Abstand der Gleisachse (Gleismitte) von der Raumkurve (sog. sekundäre Auswirkungen [6,8,9]) vernachlässigt werden kann. In manchen wichtigen Fällen (z. B. bei geometrischen Richtungsabweichungen in der Bahn- oder Lotebene des Gleises, bei Kreisbogen mit kleineren Radien, bei kurzen Übergangsbogen) kann aber diese Vernachlässigung nicht angenommen werden, da erstens der eingesetzte Fahr-

zeugpunkt eine ganz andere Bahnkurve beschreiben kann, und zweitens in einem solchen Falle die kinematischen Beanspruchungen der einzelnen Punkte des Fahrzeuges wesentlich von der im Schwerpunkt auftretenden Beanspruchung abweichen können [8,9].

2. Problem der Beschreibung der Fahrzeugbewegungen

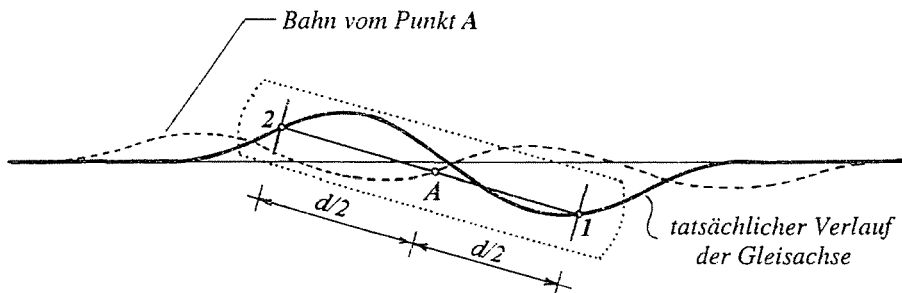


Abb. 1. Die einzelnen Punkte des Fahrzeuges beschreiben verschiedene Raumkurven

Gut veranschaulicht das in der Einleitung dargestellte Problem die Abb. 1, auf der man sehen kann, daß während sich die Punkte 1 und 2 des Fahrzeuges (diese Punkte können z. B. die Drehgestellzapfen sein) geometrisch auf der durchgezogenen Linie bewegen, sich Punkt A (z. B. Schwerpunkt) des Fahrzeuges auf einer ganz anderen geometrischen Bahn (gestrichelte Linie) bewegt [8,9,10]. Es ist also eindeutig: Sofern zur Bestimmung der im Fahrzeug entstehenden Bewegungsmerkmale (Geschwindigkeit, Beschleunigung, Änderungsbeschleunigung) die durch die Punkte 1 und 2 beschriebene Linie berücksichtigt wäre – das Massenpunktmodell als Grundlage genommen – und sich der Punkt A auf dieser Bahnkurve bewegte, zeigt, in bezug auf das Fahrzeug als Ganzes, die für die vom Punkt A durchlaufene Raumkurve das typische Ergebnis. Wenn wir das Fahrzeug als Punktsystem (starrer Körper) in der durchgezogenen Raumkurve behandeln und annehmen, daß die geometrischen Achsen des Wagenkastens parallel zum begleitenden körperfesten Koordinatensystem (Dreibein) [6,8,9] im Punkt A mit den Einheitsvektoren t , n , b liegen, so kommen wir zu einer offensichtlich unmöglichen, irrationalen Fahrzeuglage entsprechenden Bewegungsmerkmalen (Abb. 2). Beide Verfahrenssysteme sind fehlerhaft, der Punkt A des Fahrzeuges ist zwar nicht unabhängig von der mit durchgezogener Linie bezeichneten Raumkurve, kann er aber in seinen Merkmalen auch ganz andere Bahnen beschreiben.

Wenn die Bewegung der Punkte 1 und 2 durch auf diese Punkte

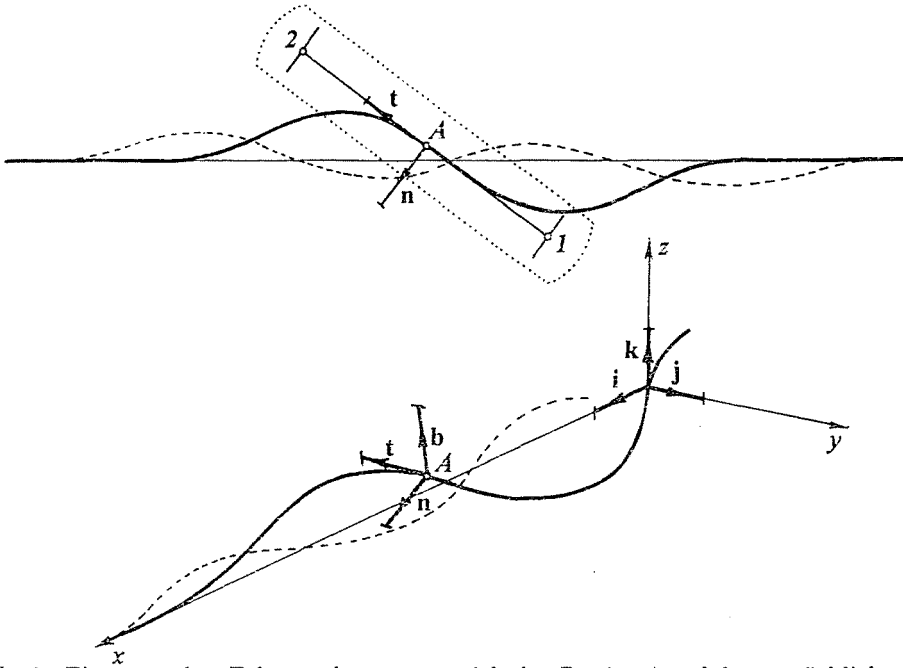


Abb. 2. Eine unwahre Fahrzeuglage, wenn sich der Punkt A auf der tatsächlichen Gleisgeometrie bewegt

zeigende Ortsvektoren r_1 , r_2 beschrieben wird, so entspricht die vom Punkt A zurückgelegte Bahn (mit gestrichelter Linie gezeichnet) einer Linearkombination davon, siehe Gl. (3) weiter unten. Anhand der Berechnungen auf dem begleitenden Dreibein, welches die Raumkurve entlang läuft, kommt man nach Abb. 3 zu den der Fahrzeuglage entsprechenden Bewegungsmerkmalen. Auch dieses gibt nicht die wirkliche Fahrzeuglage wieder. Also kann die Anwendung dieses Modells nur dann in Frage kommen, wenn bei der Bestimmung der genauen Bewegungsmerkmale die die Krümmungsänderung fühlende Länge d des Fahrzeuges (vgl. Abb. 1 und 5) und die Länge des Übergangsbogens oder die geometrische Fehlerlänge der Bahn sich nach der Größenordnung sehr unterscheiden.

Aufgrund dieser Erkenntnisse wurden zur genaueren Beschreibung der Fahrzeugbewegung als Ergebnisse der Forschungen in Ungarn neue Modelle erstellt [8,9,11]. Von diesen wählt man das Modell aus, mit dessen Hilfe aufgrund der Bewegungskordinaten der ausgewählten Punkte 1 und 5 die Bewegungsmerkmale des jeweiligen Punktes T im Fahrzeugkasten (vgl. Abb. 5) bestimmt werden können.

3. Bewertung der kinematischen Bewegungen des Fahrzeuges

Die Lösung des Problems erhält man, wenn die Einheitsvektoren des begleitenden Dreibeins immer parallel zu den geometrischen Hauptachsen des Wagenkastens zeigen, der Ursprung identisch mit Punkt A ist und er sich gleichzeitig in der *Abb. 1* und *Abb. 4* auf der gestrichelten Linie bewegt. Nun sollen sich die Punkte 1 und 2 unabhängig auf verschiedenen Raumkurven, aber immer in der Entfernung d voneinander bewegen, so daß Punkt A auf halbem Wege zwischen 1 und 2 sei (*Abb. 5*). Die Bewegung der zwei Punkte (1 und 2) bezeichnet man mit den Bewegungskordinaten $x_1 y_1 z_1$ bzw. $x_2 y_2 z_2$. Da die Entfernung der zwei Punkte festgelegt ist, benötigt man einen Punkt 3 , dessen Bewegungskordinate z_3 den ausgefallenen Freiheitsgrad ersetzt. Der Punkt 3 ist dabei auf Entfernung u vom Punkt A in derselben Ebene nach *Abb. 4*. Diese Koordinaten sind Bewegungskordinaten und ändern sich deshalb ständig über die Zeit.

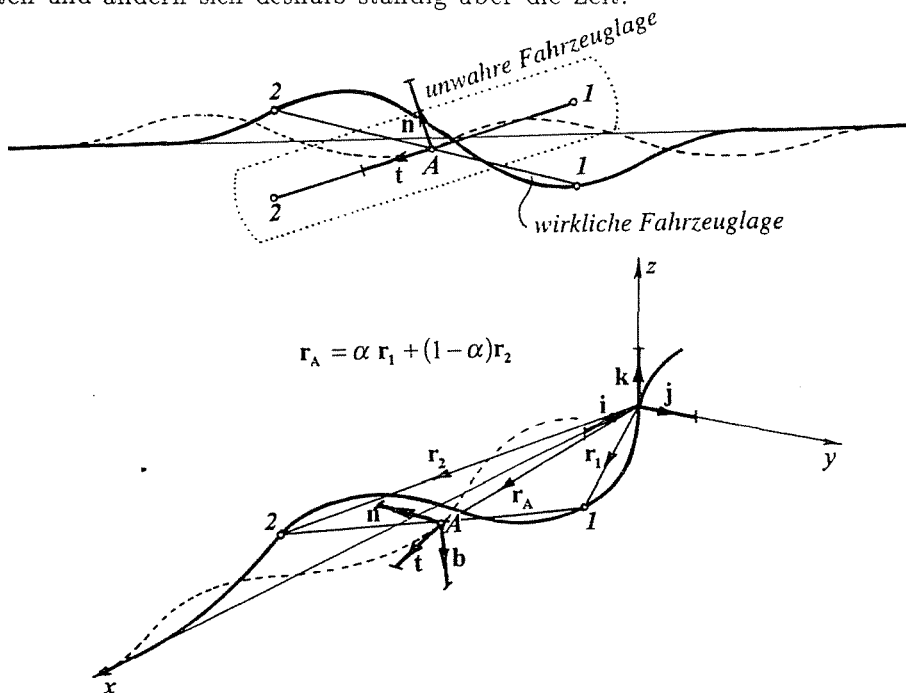


Abb. 3. Eine unmögliche Fahrzeuglage, wenn die Hauptachse des Wagenkastens parallel zum auf der Bahn des Schwerpunkts laufenden Dreibein läge

Der Einfachheit halber wird ein Modell einer geraden Bahnstrecke mit räumlichen Richtungsabweichungen konstruiert (in der Bahnebene und vertikal). Unter Annahme der Näherungsbedingungen $x \approx l$ (wobei l die

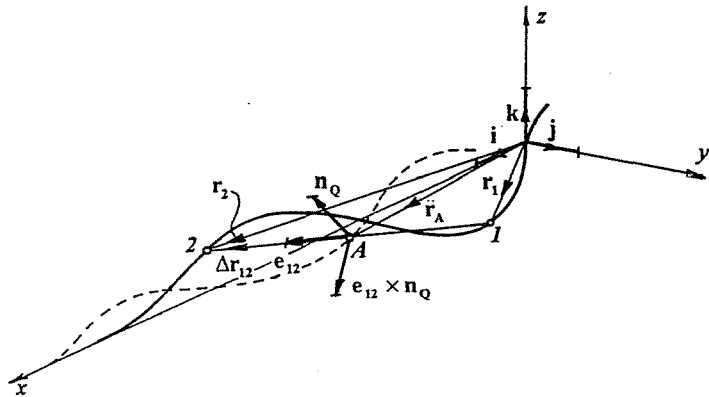


Abb. 4. Die Einheitsvektoren liegen parallel zu den Wagenkastenhauptachsen

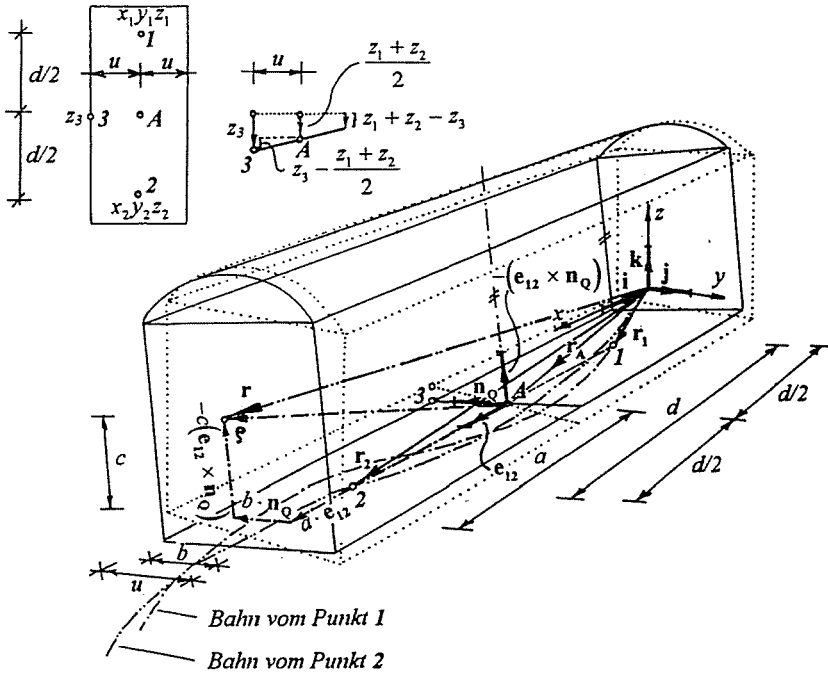


Abb. 5. Modell des starren Körpers, wobei das begleitende Dreiein parallel zu den Wagenkastenhauptachsen liegt

Bahnkurvenlänge ist) stellen sich die Ortsvektoren r_1 und r_2 wie folgt dar:

$$r_1 = \left(l - \frac{d}{2} \right) i + y_1 j + z_1 k, \tag{1}$$

$$\mathbf{r}_2 = \left(l + \frac{d}{2} \right) \mathbf{i} + y_2 \mathbf{j} + z_2 \mathbf{k}, \quad (2)$$

wobei \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} die Einheitsvektoren für die Richtungen x , y und z sind.

Der Ortsvektor des Punktes A ist eine Linearkombination daraus:

$$\mathbf{r}_A = \alpha \mathbf{r}_1 + (1 - \alpha) \mathbf{r}_2. \quad (3)$$

Falls $\alpha=0,5$, so ist der Punkt A genau zwischen den Punkten 1 und 2 :

$$\mathbf{r}_A = 0,5\mathbf{r}_1 + 0,5\mathbf{r}_2 = l\mathbf{i} + \frac{1}{2}(y_1 + y_2)\mathbf{j} + \frac{1}{2}(z_1 + z_2)\mathbf{k}. \quad (4)$$

Der Differenzvektor von Punkt 1 zu Punkt 2

$$\Delta \mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = d\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} + (z_2 - z_1)\mathbf{k} \quad (5)$$

zeigt immer in die Längsrichtung des Wagenkastens. Wird nun sein Einheitsvektor gebildet, so erhält man Gl. (6) :

$$\mathbf{e}_{12} = \frac{\Delta \mathbf{r}_{12}}{|\Delta \mathbf{r}_{12}|} = \frac{\Delta \mathbf{r}_{12}}{d} = \mathbf{i} + \frac{y_2 - y_1}{d}\mathbf{j} + \frac{z_2 - z_1}{d}\mathbf{k}. \quad (6)$$

Aus der Näherung $x \approx l$ ist dies jedoch nur ein Näherungs-Einheitsvektor, aber mit realen Werten rechnend erhält man eine Abweichung in einer Größenordnung von etwa 10^{-4} . Diese Differenz kann vernachlässigt werden. Die Werte von Bewegungsmerkmalen werden in der Wirklichkeit bis maximal drei Dezimalstellen ermittelt.

Nun bildet man einen Einheitsvektor, welcher senkrecht zu \mathbf{e}_{12} steht. Wechselt man die Koeffizienten der Einheitsvektoren \mathbf{i} , \mathbf{j} und wandelt ein Vorzeichen um - der Einheitsvektor \mathbf{e}_{12} bewegt sich annähernd in der xy -Ebene - erhält man ein ähnliches Ergebnis:

$$\mathbf{n}_{12} = \frac{y_2 - y_1}{d}\mathbf{i} - \mathbf{j} + \frac{z_2 - z_1}{d}\mathbf{k}. \quad (7)$$

Dies wirkt sich aber noch nicht in der Kippebene des Wagenkastens aus, da die z -Koordinate nur um $\frac{z_2 - z_1}{d}$ von der xy -Ebene abweicht. Theoretisch könnte man den Einheitsvektor um die Achse des Einheitsvektors \mathbf{e}_{12} drehen und in die entsprechende Richtung stellen. Diese Koordinatentransformation kann auch durch die folgende weitere Näherung eliminiert werden. Wenn man in Betracht zieht, daß das Kippen des Wagenkastens um Punkt A den Punkt 3 (im Abstand u laut Abb. 4) um

$$\frac{2z_3 - (z_1 + z_2)}{2} \quad (8)$$

bewegt, ergibt das für den Koeffizienten des \mathbf{k} -Einheitsvektors

$$\frac{2z_3 - (z_1 + z_2)}{2u}. \quad (9)$$

So wird der Einheitsvektor, der annähernd in die Querachse des Wagenkastens zeigt

$$\mathbf{n}_Q \approx \frac{y_2 - y_1}{d} \mathbf{i} - \mathbf{j} + \frac{2z_3 - (z_1 + z_2)}{2u} \mathbf{k}. \quad (10)$$

Der in die Lotachse zeigende Einheitsvektor wird das vektorielle Produkt

$$\mathbf{e}_{12} \times \mathbf{n}_Q. \quad (11)$$

Bestimmung der Bewegungsmerkmalvektoren des Punktes T : Im Koordinatensystem xyz ist \mathbf{r}_A der Ortsvektor eines ausgewählten Fahrzeugpunktes A . Die Komponenten des von dem Punkt A nach dem untersuchten maßgebenden Punkt T zeigenden Vektors ρ sind

- in Längsrichtung

$$a \cdot \mathbf{e}_{12}, \quad (12)$$

- in Querrichtung (auf die Fahrzeumlängachse senkrecht)

$$b \cdot \mathbf{n}_Q, \quad (13)$$

- in die Lotachse des Wagenkastens

$$-c (\mathbf{e}_{12} \times \mathbf{n}_Q), \quad (14)$$

wobei a , b , c die auf Grund der Fahrzeugmaße bestimmbaren Längsabmessungen (Abb. 4) sind.

So wird der Vektor bei Verwendung der Formeln (12), (13) und (14)

$$\rho = a \cdot \mathbf{e}_{12} + b \cdot \mathbf{n}_Q - c (\mathbf{e}_{12} \times \mathbf{n}_Q). \quad (15)$$

Bei gegebenem Ortsvektor (Objektvektor) \mathbf{r}_A (4) und gegebenem Vektor ρ (15) ist der Ortsvektor (Bildvektor) des zu untersuchenden Fahrzeugpunktes T im xyz -Koordinatensystem

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_A + \rho. \quad (16)$$

Der erste nach der Zeit abgeleitete Vektor ist der Geschwindigkeitsvektor:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_T = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = & \left\{ \frac{dl}{dt} + \frac{b}{d} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - \frac{c}{2ud} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) (2z_3 - z_1 - z_2) - \right. \\ & \left. \frac{c}{2ud} (y_2 - y_1) (2\dot{z}_3 - \dot{z}_1 - \dot{z}_2) - \frac{c}{d} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \right\} \mathbf{i} + \left\{ \frac{1}{2} (\dot{y}_1 + \dot{y}_2) + \frac{a}{d} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + \right. \\ & \left. + \frac{c}{2u} (2\dot{z}_3 - \dot{z}_1 - \dot{z}_2) - \frac{c}{d^2} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) (z_2 - z_1) - \frac{c}{d^2} (y_2 - y_1) (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \right\} \mathbf{j} + \\ & + \left\{ \frac{1}{2} (\dot{z}_1 + \dot{z}_2) + \frac{a}{d} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + \frac{b}{2u} (2\dot{z}_3 - \dot{z}_1 - \dot{z}_2) + \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{2c}{d^2} (y_2 - y_1) (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) \} \mathbf{k}. \quad (17)$$

Der Beschleunigungsvektor des Punktes T ist der zweite nach der Zeit abgeleitete Vektor des Ortsvektors, es ist also der erste nach der Zeit abgeleitete Vektor des Geschwindigkeitsvektors:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_T = \frac{d\mathbf{v}_T}{dt} = & \left\{ \frac{d^2 l}{dt^2} + \frac{b}{d} (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) - \frac{c}{2ud} (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) (2z_3 - z_1 - z_2) - \frac{c}{ud} \cdot \right. \\ & \cdot (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) \cdot (2\dot{z}_3 - \dot{z}_1 - \dot{z}_2) - \frac{c}{2ud} (y_2 - y_1) (2\ddot{z}_3 - \ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) - \frac{c}{d} (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) \} \mathbf{i} + \\ & + \left\{ \frac{1}{2} (\ddot{y}_1 + \ddot{y}_2) + \frac{a}{d} (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) + \frac{c}{2u} (2\ddot{z}_3 - \ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) - \frac{c}{d^2} (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) (z_2 - z_1) - \right. \\ & - \frac{2c}{d^2} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - \frac{c}{d^2} (y_2 - y_1) (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) \} \mathbf{j} + \left\{ \frac{1}{2} (\ddot{z}_1 + \ddot{z}_2) + \right. \\ & + \frac{a}{d} (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) + \frac{b}{2u} (2\ddot{z}_3 - \ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) + \frac{2c}{d^2} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \\ & \left. + \frac{2c}{d^2} (y_2 - y_1) (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) \} \mathbf{k}. \quad (18) \end{aligned}$$

Der Änderungsbeschleunigungsvektor \mathbf{h} dritter Ordnung ist der dritte nach der Zeit abgeleitete Vektor des Ortsvektors, es ist also der erste nach der Zeit abgeleitete Vektor des Beschleunigungsvektors:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_T = \frac{d\mathbf{a}_T}{dt} = & \left\{ \frac{d^3 l}{dt^3} + \frac{b}{d} (\dddot{y}_2 - \dddot{y}_1) - \frac{c}{2ud} (\dddot{y}_2 - \dddot{y}_1) (2z_3 - z_1 - z_2) - \right. \\ & - \frac{3c}{2ud} (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) (2\dot{z}_3 - \dot{z}_1 - \dot{z}_2) - \frac{3c}{2ud} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) (2\ddot{z}_3 - \ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) - \\ & - \frac{c}{2ud} (y_2 - y_1) (2\ddot{z}_3 - \ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) - \frac{c}{d} (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) \} \mathbf{i} + \left\{ \frac{1}{2} (\dddot{y}_1 + \dddot{y}_2) + \right. \\ & + \frac{a}{d} (\dddot{y}_2 - \dddot{y}_1) + \frac{c}{2u} (2\ddot{z}_3 - \ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) - \frac{c}{d^2} (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) (z_2 - z_1) - \\ & - \frac{3c}{d^2} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - \frac{3c}{d^2} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) - \frac{c}{d^2} (y_2 - y_1) (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) \} \mathbf{j} \\ & + \left\{ \frac{1}{2} (\ddot{z}_1 + \ddot{z}_2) + \frac{a}{d} (\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) + \frac{b}{2u} (2\ddot{z}_3 - \ddot{z}_1 - \ddot{z}_2) + \frac{6c}{d^2} (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) \right. \\ & \left. + \frac{2c}{d^2} (y_2 - y_1) (\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) \} \mathbf{k}. \quad (19) \end{aligned}$$

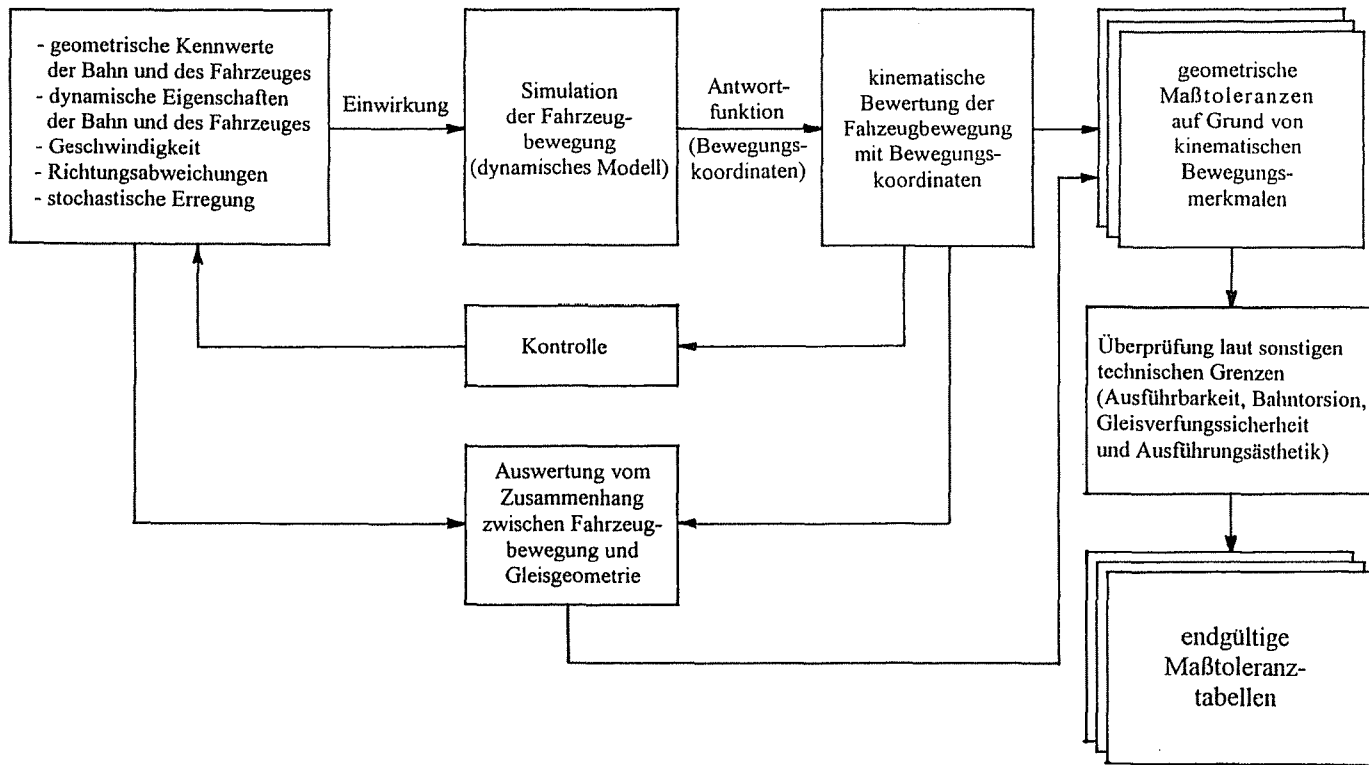


Abb. 6. Modell für die Bestimmungen der geometrischen Maßtoleranzen im Eisenbahnoberbau

4. Modell für die Bestimmungen der Maßtoleranzen

Da man die Bewegungskordinaten des Fahrzeugkastens mit Hilfe eines dynamischen Modells [11] ausrechnen kann, sind die Bewegungsmerkmale eines gewünschten Punktes allein mit diesen Bewegungskordinaten z. B. mit einem PC-Programm präzise zu berechnen [8,9]. So können die Werte der geometrischen Maßtoleranzen im Eisenbahnoberbau aufgrund des Modells laut *Abb. 6* bestimmt werden [8,12].

Literatur

- [1] KLUGAR, K. (1977): Eisenbahn- und Verkehrswesen I. Teil II. Technische Universität Graz, pp. 247-254.
- [2] KORMOS, GY. (1995): A vasúti pálya geometriai mérettűréseinek kinematikai vizsgálata (Kinematische Untersuchungen der geometrischen Maßtoleranzen im Oberbau). Egyetemi doktori értekezés, Budapest.
- [3] KORMOS, GY. (1995): A járműmozgás kinematikai értékelésére alkalmas új modell (Ein neues Modell für die kinematische Bewertung der Fahrzeugbewegungen) *KTE Pálya-Jármű Rendszer VI. Konferencia*, Bükfürdő, 1995. október 10-12. pp. 1-10.
- [4] MEGYERI, J. (1978): Vasúti vágánygeometria (Gleisgeometrie der Eisenbahn). Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- [5] MEGYERI, J. (1993): Eisenbahnbewegungsgeometrie. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- [6] MEGYERI, J. (1983): A vasúti felépítmény mérettűréseinek mozgásgeometriai vizsgálata (Bewegungsgeometrische Untersuchung der Maßtoleranzen vom Eisenbahnoberbau). *Közlekedéstudományi Szemle*, Nr. 5. pp. 208-214.
- [7] MEGYERI, J. - KECSKÉS, S. (1986): Kinematikai mozgástörvény, vasúti pályageometria (Kinematisches Bewegungsgesetz, Eisenbahn-Gleisgeometrie). *KTE V. Országos Vasúti Futástechnikai Szeminárium*, Pécs, 1986.
- [8] MEGYERI, J. (1991): Pálya-jármű rendszer pályás-mérnöki szemmel (Bahn-Fahrzeug-System mit dem Auge eines Eisenbahnbauingenieurs). "Pálya-járműrendszer", *KTE Tudományos Konferencia*, Velem, 1991. okt. 2-4.
- [9] SZABÓ, A. (1993): Tetszőleges görbületű pályán haladó vasúti jármű keresztirányú dinamikai folyamatainak vizsgálata számítógépes szimulációval (Prüfung der in Querrichtung verlaufenden dynamischen Prozesse eines auf einer Fahrbahn mit beliebiger Krümmung fahrenden Eisenbahnfahrzeuges). *Közlekedéstudományi Szemle*, 1993. Nr. 7. pp. 241-250.
- [10] VASZARY, P. (1988): Járműben és pályán (Im Fahrzeug und auf der Strecke), Technische Hochschule, Győr.
- [11] VASZARY, P. (1986): A vízszintes vonalvezetés futástechnikai vonatkozásai (Die lauftechnischen Beziehungen zur waagerechten Linienführung). *KTE V. Országos Vasúti Futástechnikai Szeminárium*, Pécs, pp. 192-218.
- [12] KORMOS, GY. (1996): Nagy terhelésű vasúti pályák mérettűrés problémái, *KTE X. Vasúti Pályafenntartási Konferencia*, Záhony-Nyíregyháza, 1996. 08. 14-16.