

MASSGEBENDE GEOMETRISCHE AUSBILDUNG VON EISENBAHNGLEISBOGEN FÜR HÖHERE GESCHWINDIGKEITEN UND BEI DER ENTWICKLUNG VON EISENBAHNWEICHEN

Jenő MEGYERI

Lehrstuhl für Eisenbahnbau
Technische Universität Budapest
H-1111 Budapest, Ungarn
Phone: +36 1 463-1154, Fax: +36 1 463-3054

Eingegangen: Juli 10, 1997

Abstract

As railway traffic is a forced trajectory movement, the movement determined track is the basic requirement, i.e. in the track - vehicle system the track is the primary influential factor of the movement. The kinematically well designed track decreases the quantity of rising stresses and advantageously influences the physical and physiological characteristics of railway traffic.

Making our regular and higher speed railway tracks suitable for the present requirements, for the future demands requires first of all right kinematical design of the track.

The paper highlights the importance of high-speed tracks geometry and of up-to-date turnout geometry.

Keywords: h -vector, vectors of movement characteristics, track geometry, switch geometry.

1. Die kinematischen Bewegungskenngrößen

Zur kinematischen Charakterisierung der Bewegung auf einem Gleis dienen zeitabhängige Bewegungsgrößen, welche die zeitliche Änderung der Bewegung beschreiben.

Zu Beginn der Entwicklung des Eisenbahnverkehrs genügte es, die Bewegung durch die zusammengehörigen Zeit - Weg-Wertpaare, d.h. durch den *Geschwindigkeitsverlauf* zu kennzeichnen. Mit wachsenden Geschwindigkeiten wurde eine differenziertere geometrische Ausgestaltung der Strecke notwendig und statt der Geschwindigkeit als irrelevanter Kennwert ist die *Beschleunigung* für die Definition der Bewegung maßgebend. Im Geschwindigkeitsbereich von 120 km/h bis 200 km/h und darüber muß die Bewegung durch *Bewegungskennwerte höherer Ordnung* [1] [2], vor allem durch den Vektor \vec{h} charakterisiert werden.

Auf der Eisenbahnstrecke als Raumkurve wird die Bewegung allgemein durch den Zusammenhang zwischen zurückgelegtem Weg und der dafür er-

forderlichen Zeit, also durch die Bewegungsgleichung beschrieben und die Lage eines sich auf einer Bahn bewegendes Punktes durch den *Ortsvektor*

$$\bar{r} = \bar{r}(t)$$

definiert; damit können die wichtigsten kinematischen Kenngrößen der Bewegung, nämlich (nach ihrer Rangordnung) der Geschwindigkeitsvektor \bar{v} , der Beschleunigungsvektor \bar{a} und der Vektor \bar{h} ermittelt werden (Abb. 1).

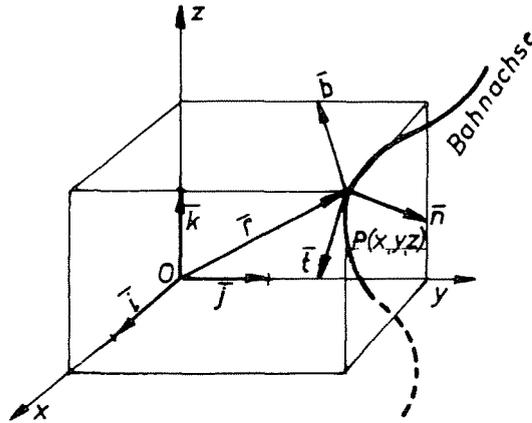


Abb. 1. Vektorgleichung der Eisenbahn als Raumkurve mit \bar{i} , \bar{j} , \bar{k} als Einheitsvektoren der Richtungen x , y und z

Der Geschwindigkeitsvektor

$$v = \frac{d\bar{r}}{dt} = v \cdot \bar{t} \quad (1)$$

ist der erste derivierte Vektor nach der Zeit der die Streckenkurve beschreibenden Vektorskalarfunktion $\bar{r} = \bar{r}(t)$ [3].

Der *Beschleunigungsvektor* als zweiter derivierter Vektor nach der Zeit des Ortsvektors wird mit Hilfe der beiden senkrechten Komponenten angegeben:

$$\bar{a} = \frac{dv}{dt} \cdot \bar{t} + v^2 \cdot G \cdot \bar{n} \quad (2)$$

Der Vektor \bar{h} stellt den dritten derivierten Vektor nach der Zeit des Ortsvektors dar, der – nach eigenen Untersuchungen – durch die Formel

$$\bar{h} = \left(\frac{da_t}{dt} - v^3 \cdot G^2 \right) \cdot \bar{t} + \left(3 \cdot v \cdot a_t \cdot G + v^3 \cdot \frac{dG}{dl} \right) \cdot \bar{n} + v^3 \cdot G \cdot T \cdot \bar{b} \quad (3)$$

bestimmt wird.

In diesen Gleichungen bedeuten:

v	Geschwindigkeit [m/s],
a_t	tangentiale Beschleunigung [m/s ²],
G	Streckenkrümmung [m ⁻¹],
T	Streckentorsion [m ⁻¹],
$\frac{dG}{dl}$	Ableitung der Streckenkrümmung nach der Bogenlänge [m ⁻²],
\bar{t}	tangentiale Einheitsvektor,
\bar{n}	Einheitsvektor in Hauptnormalrichtung,
\bar{b}	Einheitsvektor in binormaler Richtung.

Daraus läßt sich eindeutig erkennen, daß der Vektor \bar{h} ein Raumvektor ist; die Näherungsgleichung

$$h = \frac{da}{dt} \tag{4}$$

beinhaltet lediglich einen Teil der einen Komponente des Vektors \bar{h} ; es liegt auf der Hand, daß die genaue Kenntnis dieses Vektors für die richtige geometrische Ausgestaltung von Hochgeschwindigkeitsstrecken unentbehrlich ist.

2. Die maßgebende Rolle des Vektors \bar{h} in der geometrischen Ausgestaltung von Hochgeschwindigkeitsstrecken

Im weiteren soll es an einigen Beispielen gezeigt werden, daß von einer gewissen Geschwindigkeit an statt der Beschleunigung der Vektor \bar{h} für die Gleisgeometrie maßgebend ist.

Es werden folgende Bezeichnungen benutzt:

V	Geschwindigkeit [km/h],
a	zulässige Beschleunigung [m/s ²],
h	zulässiger Wert des Vektors \bar{h} [m/s ³],
d	die Krümmungsänderung erfassende Länge [m] (bei einem vierachsigen Fahrzeug der Drehzapfenabstand $d = 17$ m),
L	Übergangsbogenlänge [m],
m	Kurvenüberhöhung [m].

2.1. Untersuchung der Notwendigkeit des Übergangsbogens

Gerade Strecken und Kreisbogen können ohne einen Übergangsbogen ineinander übergehen, wenn die im Anschlußpunkt auftretende Beschleunigung bzw. die Werte des Vektors \bar{h} einen zulässigen Grenzwert nicht überschreiten.

Aufgrund der Beschleunigung erhält man den Grenzwert des Halbmessers aus der Gleichung:

$$R_L^a = \frac{V^2}{3,6^2 \cdot a} \quad [\text{m}] ; \quad (5)$$

für $a = 0,35 \text{ m/s}^2$ wird $R_L^a \approx 0,22 \cdot V^2$.

Unter Berücksichtigung des Vektors \bar{h} ist

$$R_L^h \approx \frac{V^3}{3,6^3 \cdot h \cdot d} \quad [\text{m}] . \quad (6)$$

Die Funktionen (5) und (6) sind für $a = 0,35 \text{ m/s}^2$, $h = 0,2 \text{ m/s}^3$ und $d = 17 \text{ m}$ in *Abb. 2* dargestellt. Daraus ist es zu erkennen, daß die Geschwindigkeit, von der an der Vektor \bar{h} für die Untersuchung maßgebend ist,

$$V_L = \frac{3,6 \cdot h \cdot d}{a} \quad (7)$$

beträgt; für die angegebenen Parameter ergibt sich

$$V_L \approx 35 \text{ km/h}.$$

Würde für $h = 0,4 \text{ m/s}^3$ gesetzt, ergäbe sich $V_L \approx 70 \text{ km/h}$.

2.2. Bestimmung der höchstzulässigen Geschwindigkeit in einem nichtüberhöhten Kreisbogen ohne Übergangsbogen

Ein nichtüberhöhter Kreisbogen ohne Übergangsbogen kommt praktisch nur in Weichenkrümmungen mit großem Radius bzw. auf nichtüberhöhter Strecke vor.

Aufgrund der Beschleunigung lautet die Gleichung der höchstzulässigen Geschwindigkeit

$$V^a = 3,6 \cdot \sqrt{a \cdot R} \quad \text{km/h} ; \quad (8)$$

für $a = 0,35 \text{ m/s}^2$ wird $V^a \approx 2,13 \cdot \sqrt{R}$.

Unter Berücksichtigung des Vektors \bar{h} erhält man die Beziehung

$$V^h \approx 3,6 \cdot \sqrt[3]{h \cdot d \cdot R} \quad \text{km/h} \quad (9)$$

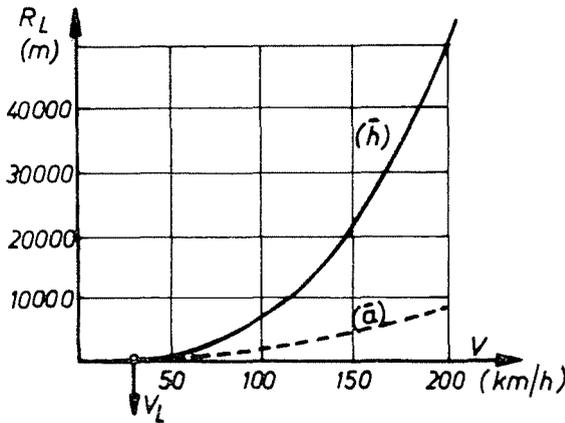


Abb. 2. Grenzen der Vernachlässigbarkeit des Übergangsbogens

und für $h = 0,2 \text{ m/s}^3$ und $d = 17 \text{ m}$ wird $V^h \approx 5,41 \cdot \sqrt[3]{R}$.

Die Funktionen (8) bzw. (9) sind in Abb. 3 dargestellt; der Grenzzadius, von dem an bei der Berechnung der zulässigen höchsten Geschwindigkeit der Vektor \bar{h} maßgebend ist, ergibt sich aus

$$R_v = \frac{h^2 \cdot d^2}{a^3} \quad (10)$$

und für den oben angegebenen Parameter zu $R_v \approx 270 \text{ m}$.

Dieses Ergebnis weist darauf hin, daß für die in Weichenkrümmungen zulässigen Geschwindigkeiten beispielweise schon bei einem Bogenhalbmesser von $R = 300 \text{ m}$ die Wirkung des Vektors \bar{h} zu berücksichtigen ist.

2.3. Bestimmung der Übergangsbogenlänge

Die Länge des Übergangsbogens läßt sich aus der Formel (3) des Vektors \bar{h} so bestimmen, daß auch im maßgebenden Punkt des Übergangsbogens kein größerer Vektor \bar{h} als zulässig entsteht; bei Übergangsbögen mit S-förmiger Krümmungsänderung (Cosinus-, Parabel- und Sinusgeometrie) lautet dafür die Gleichung mit den von der Geometrie des Übergangsbogens abhängigen Konstanten c_1 , c_2 und c_3 :

$$\left(\frac{V^6}{746,5 \cdot R^4} + \frac{V^2 \cdot a_i^2}{5,76 \cdot R^2} - h^2 \right) \cdot L^6 + \frac{c_1 \cdot V^4 \cdot a_i}{R^2} \cdot L^5 + \frac{c_2 \cdot V^6}{R^2} \cdot L^4 + c_3 \cdot m^2 \cdot V^6 = 0. \quad (11)$$

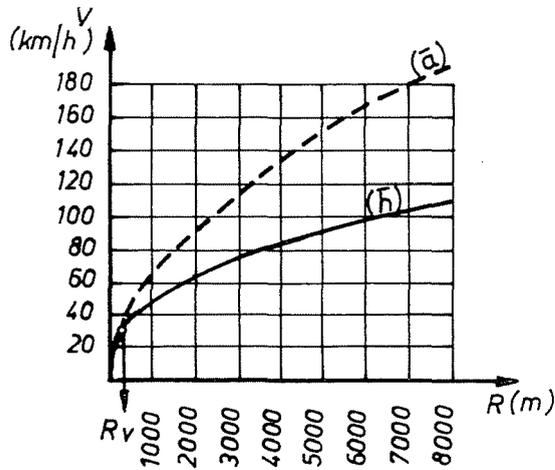


Abb. 3. Höchstzulässige Geschwindigkeit in einem Kreisbogen ohne Übergangsbogen

Demgegenüber ist die aus der Beziehung $L = 10 \cdot V \cdot m$ errechnete Übergangsbogenlänge wesentlich kleiner.

In *Tabelle 1* sind für $V = 120$ km/h und Cosinusgeometrie Werte der Übergangsbogenlängen nach diesen beiden Berechnungsarten zusammengestellt.

Table 1. Nach verschiedenen Berechnungsarten ermittelte Übergangsbogenlängen

Berechnungsart	Übergangsbogenlängen L [m] für Halbmesser R [m]							
	700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400
Gleichung (11)	222	193	170	153	138	126	116	108
$L = 10 \cdot V \cdot m$	172	136	107	84	66	51	38	27

2.4. Untersuchung des zulässigen kleinsten Kreisbogenhalbmessers bei einem Kreisbogen mit Übergangsbogen

Nach der bei vorgegebener Überhöhung und vorgegebener Geschwindigkeit auftretenden Seitenbeschleunigung ist der zulässige kleinste Kreisbogenhalb-

messer:

$$R_{\min}^a = \frac{0,0118 \cdot V^2}{m + 0,153 \cdot a} \quad [\text{m}] . \quad (12)$$

Der aus dem Kennwert dritter Ordnung berechnete minimale Kreisbogenhalbmesser ergibt sich zu

$$R_{\min}^h \approx \frac{\alpha \cdot V^3}{46,66 \cdot h \cdot L} \quad [\text{m}] , \quad (13)$$

worin α eine aus dem Maximum der Krümmungsänderung berechenbare Konstante ist.

Der Schnittpunkt der Funktionen (12) und (13) in *Abb. 4* bestimmt die Geschwindigkeit V_R , ab der für den zulässigen kleinsten Kreisbogenhalbmesser der Vektor \bar{h} maßgebend ist. Aufgrund von Berechnungen läßt sich nachweisen, daß für alle praktisch vorkommenden Werte von V und R sowie unter Berücksichtigung der Übergangsbogenlänge $L = 10 \cdot V \cdot m$ in jedem Falle die Formel (13) des Vektors h gilt. Während der aus der

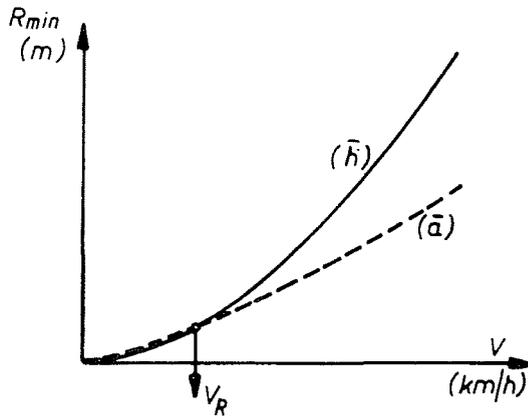


Abb. 4. Bestimmung des kleinsten Halbmessers in einem Kreisbogen mit Übergangsbogen

Seitenbeschleunigung berechnete zulässige, kleinste Kreisbogenhalbmesser bei einer vorgegebenen Geschwindigkeit von den Kenngrößen m und a des Kreisbogens abhängt, unterstreicht *Gl. (13)* die Bedeutung von L und α . Aus *Gl. (13)* ist es weiterhin zu erkennen, daß sich der Wert R_{\min} durch eine Verlängerung der Übergangsbogenlänge vermindern läßt.

2.5. Bestimmung der zulässigen Höchstgeschwindigkeit in einem Kreisbogen mit Übergangsbogen

Bei vorgegebener Überhöhung und Geschwindigkeit ergibt sich die auf dynamischer Grundlage ermittelte zulässige Höchstgeschwindigkeit zu

$$V_{\max}^a = \sqrt{\frac{R}{0,0118} \cdot (m + 0,153 \cdot a)} \quad [\text{km/h}] \quad (14)$$

und unter Berücksichtigung des Vektors h zu:

$$V_{\max}^h \approx 3,6 \cdot \sqrt[3]{\frac{h \cdot R \cdot L}{\alpha}} \quad [\text{km/h}] \quad (15)$$

Darin ist α wiederum eine aus dem Maximum der Krümmungsänderung berechenbare Konstante.

Gemäß *Abb. 5* gibt der Schnittpunkt der Funktionen (14) und (15) den Grenzhalbmesser R_v an, von dem an der Vektor \bar{h} bei der Berechnung des Kreisbogens maßgebend ist.

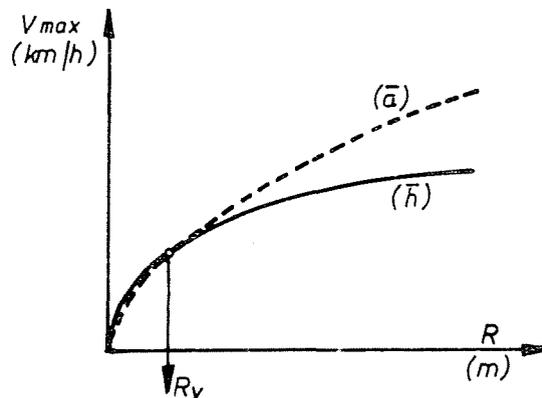


Abb. 5. Höchstzulässige Geschwindigkeit in einem Kreisbogen mit Übergangsbogen

Dasselbe gilt bei den praktisch vorkommenden Werten für V und R bzw. für Übergangslängen $L = 10 \cdot V \cdot m$.

2.5. Bestimmung des Ausrundungshalbmessers von Neigungswechseln

Der Ausrundungshalbmesser in vertikaler Ebene kann ebenfalls aus der gemeinsamen Untersuchung der Beschleunigung bzw. der Kenngröße dritter Ordnung bestimmt werden. Auf dynamischer Grundlage ergibt sich der Abrundungshalbmesser in vertikaler Ebene zu

$$R_f^a = \frac{V^2}{12,96 \cdot a} \quad [\text{m}] \quad (16)$$

aus der Kenngröße dritter Ordnung zu

$$R_f^h \approx \frac{V^3}{46,66 \cdot h \cdot d} \quad [\text{m}] . \quad (17)$$

Unter Berücksichtigung der Bewegung in vertikaler Ebene wird aufgrund von *Abb. 6* die Geschwindigkeit V bestimmt, von der an der Vektor \bar{h} maßgebend ist:

$$V_f = \frac{3,6 \cdot h \cdot d}{a}$$

und für die angegebenen Parameter ist $V_f \approx 52,5$ km/h.

Setzt man die Werte $h = 0,3$ m/s³ und $d = 17$ m in *Gl. (17)* ein, lautet die Formel für den vertikalen Ausrundungshalbmesser:

$$R_f = \frac{V^3}{238} \quad [\text{m}] . \quad (18)$$

In *Tabelle 2* sind Werte für Ausrundungshalbmesser nach *Gl. (18)* und nach der gegenwärtig gültigen Vorschrift $R_f = V^2$ vergleichsweise zusammengestellt.

Table 2. Nach verschiedenen Berechnungsarten ermittelte Ausrundungshalbmesser

Berechnungsart	Ausrundungshalbmesser R_f [m] für Geschwindigkeit V [km/h]				
	120	130	140	150	160
Gleichung (18)	7260	9231	11529	14181	17210
$R_f = V^2$	14400	16900	19600	22500	25600

3. Bewegungsgeometrische Überlegungen bei der Entwicklung von Eisenbahnweichen

Im gleisgebundenen Eisenbahnverkehr haben die Weichen eine besonders wichtige und im Vergleich zur freien Strecke komplexere Funktion. Eindeutig folgt es daraus, daß bei ihrer geometrischen und konstruktiven Ausbildung die zwischen dem Gleis und den Fahrzeugen auftretenden Wechselbeziehungen sowie die Fahrzeugbewegungen berücksichtigt werden müssen mit dem Ziel, die Zahl der Weichen durch zweckmäßige, zeitgemäße Gleisanlagen in den Bahnhöfen soweit wie möglich und im Hinblick auf die Betriebsanforderungen auf einen Mindestwert zu reduzieren.

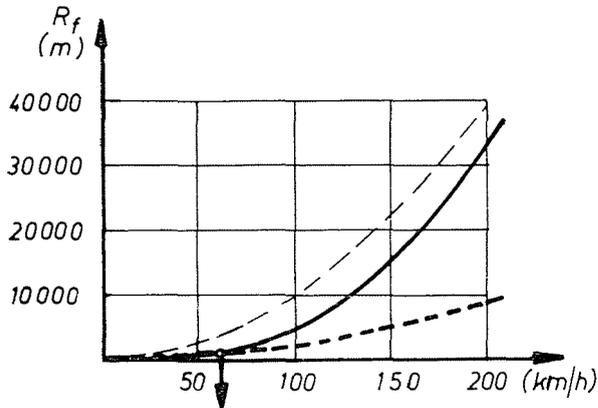


Abb. 6. Bestimmung des Ausrundungshalbmessers bei Neigungswechseln

4. In Weichen auftretende kinematische Probleme

Bei der kinematischen Untersuchung von Weichen gilt der Grundsatz, daß die Weichengeometrie identisch mit der Gleisgeometrie ist; diese bildet deshalb nur ein Teilgebiet der letzteren. Das Grundprinzip der geometrischen Bemessungsmethode von Weichenbögen besteht darin, daß der Wert der unausgeglichene Seitenbeschleunigung bzw. der Beschleunigungsänderung auch im kritischen Fall den zulässigen Schwellenwert nicht überschreiten darf. Wenn die Bemessung auf der Beschleunigung basiert, ist der zulässige, unausgeglichene Wert der Seitenbeschleunigung konstant. Jedoch ist ein solches allgemein übliches Vorgehen stark umstritten; denn dadurch werden wichtige Faktoren außer acht gelassen, wie z.B. der Bewegungszustand. Noch mehr umstritten ist die skalare Rechnung der Beschleunigungsänderung ("Ruck"). An ihrer Stelle sollte der Bewegungskennwert dritter Ordnung (\bar{h} -Vektor), der die Abhängigkeit zwischen der Bewegung und der Geometrie genau beschreibt, berücksichtigt werden [1], [2], [3], [5].

Die im abzweigenden Strang von Weichen aufgrund der Seitenbeschleunigung ($\bar{a} = 0,6 \text{ m/s}^2$) bzw. des \bar{h} -Vektors ($\bar{h} = 0,4 \text{ m/s}^3$) errechneten zulässigen Geschwindigkeiten sind in der *Tabelle 3* für gebräuchliche Halbmesser zusammengestellt. In der letzten Zeile der Tabelle sind die maßgebenden, d.h. zulässigen Geschwindigkeiten aufgeführt. Die Werte zeigen bei gleichzeitiger Berücksichtigung der Erfahrungsergebnisse eindeutig, daß die Rechnung, die auf der zulässigen Beschleunigung basiert, in Weichenbögen von $R \geq 300 \text{ m}$ zu hohe Geschwindigkeiten ergibt; dies führt dazu, daß Weichen im Vergleich zu den Gleisen der freien Strecke bedeutend höheren Beanspruchungen und infolgedessen einer größeren Abnutzung unterworfen werden, was wiederum eine sehr sorgfältige und kostspielige Unterhaltung erfordert. Da durch eine Vergrößerung des Bogenhalbmessers nur eine

mäßige Geschwindigkeitserhöhung erzielt werden kann, ist es zweckmäßiger, im abzweigenden Strang der mit höheren Geschwindigkeiten befahrenen Weichen anstelle der Kreisbogeengeometrie die hochwertigere Übergangsbogeengeometrie anzuwenden.

Tabelle 3. Im abzweigenden Strang von Weichen zulässige Geschwindigkeiten

Grundlage	Im abzweigenden Strang zulässige Geschwindigkeiten für									
	Halbmesser R [m]									
	100	150	190	200	300	500	800	1200	1900	2200
Seitenbeschleunigung $\bar{a} = 0,6 \text{ m/s}^2 (V_a)$	27,9	34,2	38,4	39,4	48,3	62,3	78,9	96,6	121,6	130,8
\bar{h} -Vektor $\bar{h} = 0,4 \text{ m/s}^3 (V_h)$	31,7	36,2	39,2	39,9	45,7	54,1	63,3	72,5	84,5	88,7
Maßgebende (zulässige) Geschwindigkeit (V) [km/h]	28	34	38	39	46	54	63	72	85	89

5. Weichengeometrie, die im abzweigenden Strang einer Weiche eine höhere Geschwindigkeit zuläßt

Bei der Untersuchung von Weichengeometrien, die im Zweiggleis höhere Geschwindigkeiten zulassen, müssen zwei grundlegende Gesichtspunkte berücksichtigt werden, nämlich

- die geometrische Anordnung des Zweiggleises für eine höhere Geschwindigkeit und
- die Ausbildung des Weichenendes, damit ein Einbau solcher Weichen in einfache Gleisverbindungen möglich ist.

Bei der kinematischen Untersuchung der Bewegungen für Geschwindigkeiten über 40 km/h ist anstelle der Beschleunigung in jedem Fall der Effekt des \bar{h} -Vektors maßgebend. Die zugehörige Grenzgeschwindigkeit V beträgt

$$V_h = 3,6 \cdot \frac{h \cdot d}{a}, \quad [\text{km/h}], \quad (19)$$

wobei

- h = der kinematische Bewegungskennwert dritten Grades (\bar{h} -Vektor) [m/s³],
- a = die Beschleunigung [m/s²] und
- d = die die Krümmungsänderung wahrnehmende Länge (Drehzapfenabstand) des Fahrzeuges [m]

bedeuten.

Für $h = 0,4 \text{ m/s}^3$, $d = 17,0 \text{ m}$ und $a = 0,65 \text{ m/s}^2$ wird die Grenzgeschwindigkeit:

$$V_h = 3,6 \cdot \frac{0,4 \cdot 17}{0,65} = 37,66 < 40,0 \quad \text{km/h} .$$

Die Einpassungsmöglichkeit einer Weiche in einfache Gleisverbindungen ist gegeben, wenn die Krümmung am Endpunkt der Weiche Null ist; keinesfalls darf die Krümmung der einander gegenüberliegenden Weichenenden im Symmetriepunkt den aus der Bedingung $h = 0,4 \text{ m/s}^3$ errechneten Krümmungswert überschreiten.

Unter Berücksichtigung der dargestellten Bedingungen ist also die Weichegeometrie mit Kreisbogen – dort, wo durch die Vergrößerung des Zweiggleishalbmessers nur eine unbedeutende Geschwindigkeitserhöhung erzielt werden kann – infolge des großen Raumbedarfs nicht brauchbar [2], [5].

Die Krümmungslinien von einfachen, aus Kreisbogenweichen zusammengesetzten Gleisverbindungen sind in *Abb. 7* dargestellt, in *Abb. 7a* bei unmittelbarem Anschluß und in *Abb. 7b* bei Einschaltung einer Zwischengeraden.

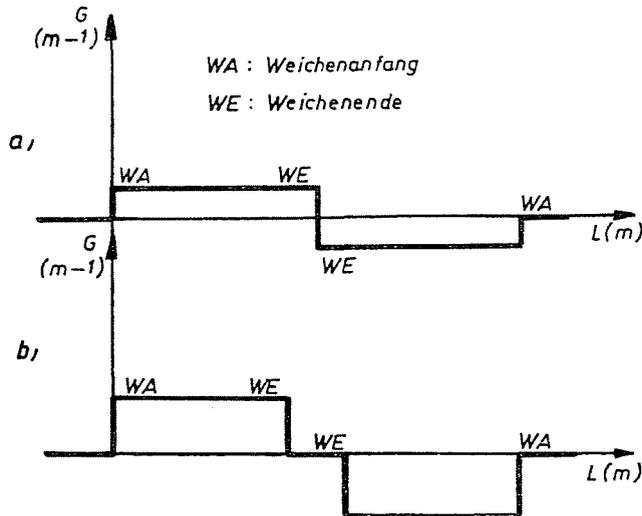


Abb. 7. Krümmungslinien von aus Kreisbogenweichen zusammengesetzten Gleisverbindungen a) bei unmittelbarem Anschluß b) bei Einschaltung einer Zwischengeraden

Die den kinematischen Gesichtspunkten entsprechenden, mit dem \bar{h} -Vektor errechneten Bogenhalbmesserwerte betragen:

- bei unmittelbarem Anschluß der Weichen (vgl. *Abb. 7a*) für $V = 80 \text{ km/h}$ 3228 m bzw. für $V = 120 \text{ km/h}$ 10894 m,
- bei Einschaltung einer Zwischengeraden (vgl. *Abb. 7b*) für $V = 80 \text{ km/h}$ 1614 m bzw. für $V = 120 \text{ km/h}$ 5447 m.

5.1. Verfahren zur Ermittlung der Weichengeometrie

Ein grundlegender Kennwert des gekrümmten Eisenbahngleises ist die Gleiskrümmung, die die Änderung der Tangentenrichtung beschreibt. Die Bewegungsgeometrie wird jeweils durch die Krümmung bzw. durch die die Krümmungsänderung beschreibende Funktion

$$G = f(l) \quad [m^{-1}] \quad (20)$$

determiniert. Bei Kenntnis der Krümmungsfunktion kann die Tangentenwinkelfunktion aufgrund der Abhängigkeit

$$\tau = \int_0^l G dl \quad (21)$$

ermittelt werden.

In Kenntnis der Tangentenwinkelfunktion $\tau = f(l)$ läßt sich das Gleichungssystem der Bogenlängenparameter der orthogonalen Absteckungskordinaten beschreiben:

$$x = \int_0^l \cos \tau dl \quad [m] \quad (22)$$

und

$$y = \int_0^l \sin \tau dl \quad [m] . \quad (23)$$

Für Näherungsberechnungen erhalten diese Gleichungen die Form:

$$G = f(l) \approx f(x) = \frac{d^2 y}{dx^2} \quad [m^{-1}] , \quad (24)$$

$$\tau = \int_0^l g dx \quad \text{und} \quad y = \int_0^l \tau dx \quad [m] . \quad (25)$$

5.2. Modifizierte, kombinierte, mit Cosinus-Übergangsbogen entwickelte Weichengeometrie

Für die Ermittlung der dynamisch und kinematisch günstigen Ablenkgeometrie (im Falle einer Fahrzeugbewegung bei hohen Geschwindigkeiten) wur-

den mehrere Übergangsbogen-Weichengeometrien untersucht, deren Krümmungslinien in *Abb. 8* dargestellt sind. Die zugehörigen Krümmungsänderungen der Übergangsbögen und die kritischen Krümmungen werden aufgrund der folgenden Bedingungen berechnet:

- Krümmung $1/R_1$ am Weichenanfang aufgrund der Bedingung $h = 0,4 \text{ m/s}^3$ [1], [5]:

$$R_1 = \frac{V^3}{3,6^3 \cdot 0,4 \cdot d} ; \quad (26)$$

- Krümmung $1/R_2$ unter Berücksichtigung des Prinzips ρ_{\min} (vgl. [3] S. 107) für den Gleisachsenabstand p :

$$R_2 = \frac{2L^2}{p} ; \quad (27)$$

- Längen der Übergangsbögen in den maßgebenden Punkten aufgrund der Bedingung $h = 0,4 \text{ m/s}^3$:

$$L = \frac{V}{3,6} \sqrt[3]{\frac{\pi \cdot p}{4 \cdot 0,4}} \quad (28)$$

und

$$L_0 = \frac{V^3}{3,6^3} \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 0,4} \cdot \frac{R_1 - R_2}{R_1 \cdot R_2} . \quad (29)$$

Mit den angeführten Formeln ergeben sich folgende Werte für eine Geschwindigkeit von $V = 120 \text{ km/h}$ und für einen Gleisachsenabstand $p = 5,0 \text{ m}$:

$$R_1 = 5446,62 \text{ m} ; \quad R_2 = 2037,75 \text{ m} , \quad L = 71,38 \text{ m} , \quad L_0 = 44,67 \text{ m} .$$

Im Zusammenhang mit den untersuchten Varianten ist es von grundlegender Bedeutung, daß jeder Punkt (die maßgebenden Punkte inbegriffen) jeder Weichengeometrie die Bedingung

$$h \leq 0,4 \quad \text{m/s}^3$$

erfüllen muß. Von diesen Lösungen ist diejenige Geometrie die vorteilhafteste, die zur kürzesten Weichenlänge und damit auch zur kürzesten Gleisverbindungslänge führt.

Wie die einschlägigen Untersuchungen nachgewiesen haben, hat die sog. modifizierte, kombinierte Cosinus-Übergangsbogen-Weichengeometrie (vgl. *Abb. 8* Nr. 4) die günstigsten Charakteristiken. Die Krümmungslinie des abzweigenden Stranges einer solchen Weiche ist in *Abb. 9* dargestellt. Demgemäß besteht die Geometrie des abzweigenden Stranges aus zwei einander entgegengesetzten Cosinus-Übergangsbögen mit verschiedenen Krümmungen. Am Weichenanfang beginnt ein Cosinus-Übergangsbögen von der

Lfd. Nr.	Typ. der Weichen- geometrie	Krümmungsänderung
①	Reiner Cosinus- Übergangsbogen	
②	Modifizierter Cosinus Übergangs-Kreisbogen	
③	Cosinus - Übergangs- Kreisbogen	
④	Modifizierter kombi- nierter Cosinus- Übergangsbogen	
⑤	Kombinierter Cosinus Übergangsbogen (Nur bei Abzweigungs- weichen)	

Abb. 8. Krümmungslinien der wichtigsten Übergangsbogen-Weichengeometrien

Länge L_0 der Krümmung $1/R_1$, die bis auf den Wert $1/R_2$ anwächst; daran schließt ein die Bedingung $G = 0$ befriedigender Übergangsbogen von der Länge L an. Der erste Übergangsbogen von der Länge L_0 sollte die Minimallänge haben, während der zweite von der Länge L die Einfügbarekeit der Weiche in die einfache Gleisverbindung sicherstellt.

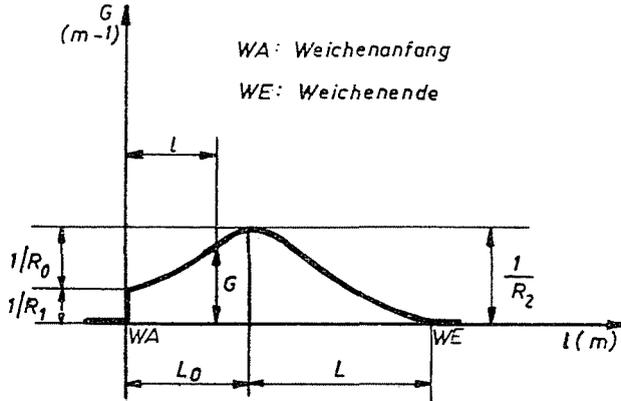


Abb. 9. Krümmungslinien der sog. modifizierten, kombinierten Cosinus-Übergangsbogen-Weichengeometrie

$$V = 120 \text{ km/h}$$

$$p = 500 \text{ m}$$

$$h = 0,4 \text{ m/s}^3$$

$$d = 17,0 \text{ m}$$

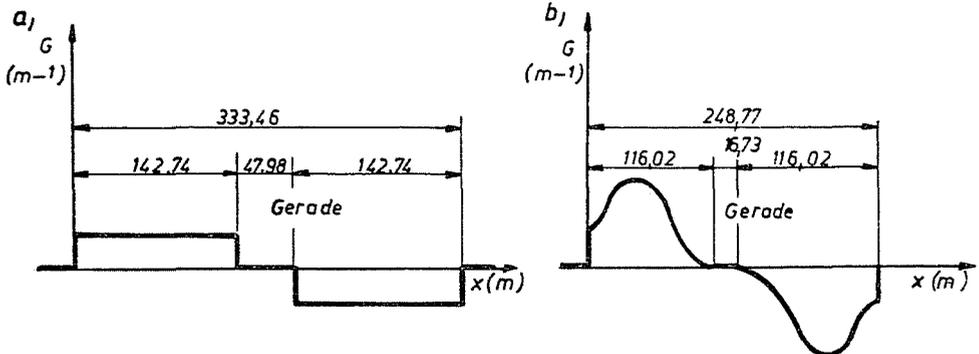


Abb. 10. Krümmungslinien für eine einfache Gleisverbindung. a) aus zwei Kreisbogenweichen, b) aus zwei modifizierten Cosinus-Übergangsbogenweichen

Aufgrund der *Abb. 9* ist

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \quad [\text{m}^{-1}] \quad (30)$$

und

$$R_0 = \frac{R_0 \cdot R_2}{R_1 - R_2} \quad [\text{m}] . \quad (31)$$

Die Krümmungsfunktionen der modifizierten, kombinierten Cosinus-Übergangsbogen-Geometrie (vgl. *Abb. 9*) sind im ersten Teil der Weiche für den Bereich $0 \leq l \leq L_0$:

$$G_{\text{I}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_0} \left(1 - \cos \frac{\pi}{L_0} l \right) \quad [\text{m}^{-1}] , \quad (32)$$

im zweiten Teil der Weiche für den Bereich $L_0 \leq l \leq (L_0 + L)$:

$$G_{\text{II}} = \frac{1}{2R_2} \left[1 - \cos \frac{\pi}{L} (L_0 + L - l) \right] \quad [\text{m}^{-1}] . \quad (33)$$

5.2.1. *Ermittlung der Absteckungskordinaten im ersten Teil der Weiche*
($0 \leq l \leq L_0$)

Die Funktion des Tangentialwinkels lautet:

$$\tau_{\text{I}} = \int_0^l G_{\text{I}} dl = \frac{l}{R_1} + \frac{l}{2R_0} - \frac{L_0}{2\pi \cdot R_0} \sin \frac{\pi}{L_0} l . \quad (34)$$

Der Wert des Tangentialwinkels wird im Punkt $l = L_0$:

$$\tau_{L_0} = \frac{L_0}{2R_1} + \frac{L_0}{2R_2} . \quad (35)$$

Die Ordinatenfunktion hat die Form:

$$y_{\text{I}} = \int_0^l \tau_{\text{I}} dl = \frac{l^2}{4} \left(\frac{2}{R_1} + \frac{1}{R_0} \right) - \frac{L_0^2}{2\pi^2 \cdot R_0} \left(1 - \cos \frac{\pi}{L_0} l \right) \quad [\text{m}] . \quad (36)$$

Der Wert der Ordinate ist im Punkt $l = L_0$:

$$y_{L_0} = \frac{L_0^2}{4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{L_0^2}{\pi^2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad [\text{m}] . \quad (37)$$

5.2.2. *Ermittlung der Absteckungskordinaten im zweiten Teil der Weiche*
($L_0 \leq l \leq L_0 + L$)

Die Funktion des Tangentialwinkels lautet:

$$\begin{aligned}\tau_{II} &= \tau_{L_0} + \int_{L_0}^l G_{II} dl = \tau_{L_0} + \left[\frac{l}{2R_2} + \frac{L}{2\pi \cdot R_2} \sin \frac{\pi}{L} (L_0 + L - l) \right]_{L_0}^l = \\ &= \frac{L_0}{R_1} - \frac{L_0}{2R_2} + \frac{L_0}{2R_0} + \frac{l}{2R_2} + \frac{L}{2\pi \cdot R_2} \sin \frac{\pi}{L} (L_0 + L - l) .\end{aligned}\quad (38)$$

Der Wert des Tangentialwinkels wird am Weichenende ($l = L_0 + L$):

$$\tau_{WE} = \frac{L_0}{2R_1} + \frac{L_0 + L}{2R_2} \quad (39)$$

und die Funktion der Ordinate:

$$\begin{aligned}y_{II} &= y_{L_0} + \int_{L_0}^l \tau_{II} dl = \\ &= y_{L_0} + \left[\frac{L_0 l}{R_1} - \frac{L_0 l}{2R_2} + \frac{L_0 l}{2R_0} + \frac{l^2}{4R_2} + \frac{L^2}{2\pi^2 \cdot R_2} \cos \frac{\pi}{L} (L_0 + L - l) \right]_{L_0}^l = \\ &= \frac{L_0^2}{4R_1} - \frac{L_0^2}{\pi^2 \cdot R_0} + \frac{L^2}{2\pi^2 \cdot R_2} + \frac{L_0 l}{2R_1} + \frac{l^2}{4R_2} + \frac{L^2}{4\pi^2 \cdot R_2} \cos \frac{\pi}{L} (L_0 + L - l) \quad [\text{m}].\end{aligned}\quad (40)$$

Die Endordinate ($l = L_0 + L$) hat die Größe:

$$\begin{aligned}Y &= y_{WE} = \\ &= \left(\frac{L_0^2}{4} + \frac{L_0 L}{2} \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{L_0^2}{\pi^2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) + \frac{L^2}{R_2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{\pi^2} \right) \quad [\text{m}].\end{aligned}\quad (41)$$

Die *Abb. 10* veranschaulicht für eine einfache Gleisverbindung die Anordnung von Kreisbogenweichen und von modifizierten Cosinus-Übergangsbogenweichen. Berechnungen unterstreichen die außerordentlichen Vorteile der Cosinus-Übergangs-Weichengeometrie im Vergleich zur Kreisbogen-Weichengeometrie. So wird beispielsweise für eine Geschwindigkeit von $V = 120$ km/h bei einem Gleisachsenabstand von $p = 5,0$ m der Unterschied zwischen den Projektionslängen der kinematisch gleichwertigen einfachen Gleisverbindungen 84,69 m, d.h. eine Konstruktion mit Kreisbogenweichen erfordert eine um 34% größere Projektionslänge als eine mit Cosinus-Übergangsbogenweichen.

6. Untersuchung des Anlaufwinkels

Der Anlaufwinkel der an sich tangentialgeometrischen Weichenzunge sollte so bemessen werden, daß der Wert des dadurch hervorgerufenen Vektors der Bedingung $|\bar{h}| \leq 0,4 \text{ m/s}^3$ entspricht. Die geometrischen Verhältnisse sind in *Abb. 11* dargestellt.

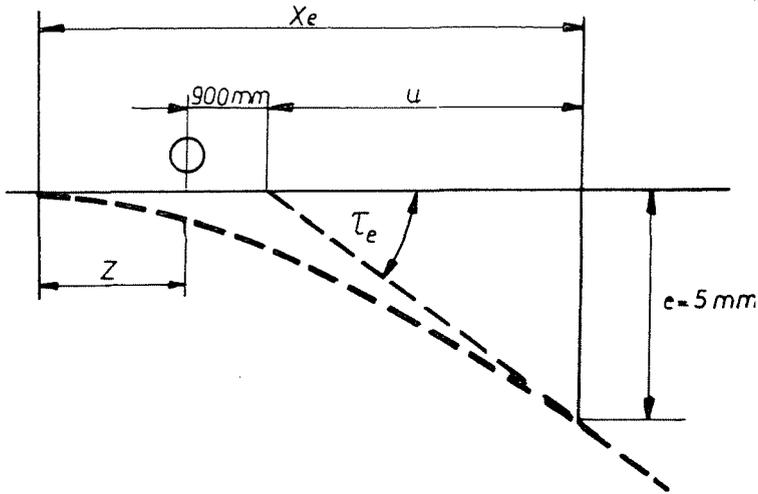


Abb. 11. Geometrische Verhältnisse einer Weiche an der Weichenzunge

Der größte zulässige Anlaufwinkel ergibt sich nach der Beziehung

$$h \approx \frac{V^3}{3,6^3} \frac{dG}{dl} \leq 0,4 \text{ m/s}^3 \quad (42)$$

aus der maßgebenden Krümmungsänderung dG/dl .

Nach der Vektorgeometrie [3] ist der Wert der Krümmung

$$G = \left| \frac{d\bar{t}}{dl} \right| = \frac{1}{\rho} \quad [\text{m}^{-1}] , \quad (43)$$

d.h. gleich der Größe des nach der Bogenlänge derivierten, in der Tangentialrichtung liegenden Einheitsvektors. Da es sich infolge des Anlaufwinkels um eine Berechnungsfunktion handelt, errechnet sich der Näherungswert nach *Abb. 11* wie folgt:

$$G = \frac{\Delta\bar{t}}{\Delta l} = \frac{\tau}{d} \quad [\text{m}^{-1}] , \quad (44)$$

worin

- $\tau =$ Anlaufwinkel der Zunge (rad),
 $d =$ die die Krümmungsänderung wahrnehmende Länge des
 Fahrzeugs (näherungsweise der Achs- bzw.
 Drehzapfenabstand) [m]

bedeuten. Entsprechend den vorangehenden Ausführungen wird die Größe des zugehörigen \bar{h} -Vektors annähernd:

$$h = \frac{V^3}{3,6^3} \cdot \frac{\Delta G}{\Delta l} = \frac{V^3}{3,6^3} \cdot \frac{\tau}{d^2} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^3} \right] \quad (45)$$

und der Anlaufwinkel der Weichenzunge:

$$\tau \leq \frac{hd^2}{V^3} 3,6^3, \quad (46)$$

- $h =$ die zulässige Größe des \bar{h} -Vektors (in den Untersuchungen
 $h = 0,4 \text{ m/s}^3$),

- worin $d =$ die die Krümmungsänderung wahrnehmende Länge des
 Fahrzeugs (in den Untersuchungen $d = 17,0 \text{ m}$) und
 $V =$ die Bewegungsgeschwindigkeit [km/h]

bedeuten.

Damit errechnet sich der Anlaufwinkel für die Geschwindigkeit von $V = 120 \text{ km/h}$ zu:

$$\tau_{\max} = \frac{0,4 \cdot 17^2}{120^3} \cdot 3,6^3 = 0,0031212 \text{ rad} = 0^\circ 10' 43,79'' ,$$

für die Geschwindigkeit von $V = 80 \text{ km/h}$ zu:

$$\tau_{\max} = \frac{0,4 \cdot 17^2}{80^3} \cdot 3,6^3 = 0,0105340 \text{ rad} = 0^\circ 36' 12,80'' .$$

7. Gegenüberstellung der verschiedenen Weichengeometrien

In *Tabelle 4* sind Weichensysteme verschiedener Eisenbahnverwaltungen zusammengestellt, aus den Angaben lassen sich die äußerst günstigen kinematischen und geometrischen Charakteristiken der beschriebenen Übergangsbogenweichen ablesen. Die Tabelle zeigt die Vorzüge der vorgeschlagenen Cosinus-Übergangsbogenweiche besonders deutlich, wenn man sie mit einer ähnlichen, mit einer Geometrie höherer Ordnung konstruierten Weiche 2300 - ∞ der Niederländischen Eisenbahnen A.G. (NS) vergleicht. Die Länge der niederländischen Übergangsbogenweiche beträgt 106,250 m, d.h. sie ist um 7,716 m länger als die vorgeschlagene Weiche Typ 120 (5.00). Die kinematisch zulässige Höchstgeschwindigkeit der niederländischen Weiche ist aber auf 93,4 km/h begrenzt, während die vorgeschlagene Weiche 120 km/h Geschwindigkeit erlaubt.

Tabelle 4. Weichensysteme verschiedener Eisenbahnverwaltungen

Eisenbahn- verwaltung*	Zulässige Geschwin- digkeit [km/h]	Weichengeometrie (k=Kreis- Bogengeometrie) (ü=Übergangs- bogengeometrie)	Weichen- länge [m]	h_{max} [m/s ³]	Geometrische Fahrgesch- windigkeit für V_h [km/h] $h = 0,4 \text{ m/s}^3$
A. Vorhandene bzw. geplante Weichen					
SNCF	220	ü; 6720 - ∞	191,30	2,00	128,7
DB	200	k; 7000/6000	154,30	1,29; 1,50	128,6
SNCF	160	k; R = 3100 m	102,490	1,49	103,2
SNCF	160	k; R = 3000 m	103,200	1,54	102,1
FS	160	k; R = 3000 m	109,826	1,54	102,1
DR	160	k; R = 3000 m	103,416	1,54	102,1
SNCB	160	k; R = 2990 m	101,604	1,55	102,0
NS	160	k; R = 3000 m	101,960	1,54	102,1
SBB/CFF	150	ü; 2500 - 2350 m	100,395	1,52	96,1
DB	130	k; R = 2500 m		0,99	96,1
SNCF	130	k; R = 2000 m	82,965	1,24	89,2
SNCB	130	k; R = 2266 m	61,992	1,09	93,0
SNCB	130	k; R = 2000 m	84,131	1,24	89,2
NS	130	ü; 2300 - ∞	106,250	1,08	93,4
SBB/CFF	120 - 125	ü; 2600 - 1600 m	82,500	0,75...0,85	97,3
MÁV	120	k; R = 2200 m	78,800	0,99	88,7
SNCF	100	k; R = 1400 m	69,655	0,81	79,2
SNCF	100	k; R = 1300 m	66,565	0,87	77,2
SNCF	100	k; R = 1200 m	64,927	0,94	75,2
DB	100	k; R = 1200 m	64,818	0,94	75,2
BR	100	k; 1253,73; (1398,5)		0,90	76,3
BR	100	k; 1650,4; (1923,3)		0,68	83,6
FS	100	k; R = 1200 m	69,000	0,94	75,2
DR	100	k; R = 1200 m	64,817	0,94	75,2
SNCB	100	k; R = 1185 m	64,309	0,95	74,9
NS	100	k; R = 1200 m	64,545	0,94	75,2
SBB/CFF	90 - 95	k; R = 900 m	66,488	0,91...1,07	68,3
MÁV	80	k; R = 800 m	55,872	0,81	63,3
MÁV	40	k; R = 300 m	34,141	0,27	45,7
B. Vorgeschlagene neue Cosinus-Übergangsbogenweichen					
120 (5,0)	120		98,534	0,4	120
120 (4,1)	120	Cosinus-	102,535	0,4	120
80 (5,0)	80	Übergangsbogen	63,894	0,4	80
80 (4,1)	80		67,996	0,4	80

SNCF=Nationalgesellschaft der Französischen Eisenbahnen

FS=Italienische Staatsbahnen

DR=Deutsche Reichsbahn

SNCB=Nationalgesellschaft der Belgischen Eisenbahnen

NS=Niederländische Eisenbahnen A.G.

SBB/CFF=Schweizerische Bundesbahnen

DB=Deutsche Bundesbahn

MÁV=Ungarische Staatseisenbahnen

BR=Britische Eisenbahnen

Literatur

- [1] MEGYERI, J. (1978): Eisenbahngleisgeometrie. Vasúti vágánygeometria – in ungarischer Sprache – Technischer Buchverlag Bp.
- [2] MEGYERI, J. (1977): Funktionelle Bedeutung der kinematischen Charakteristiken höherer Ordnung in der geometrischen Konstruktion der Weichen. *Közlekedéstudományi Szemle (Verkehrswissenschaftliche Rundschau)*, Vol. XXVII, Nr. 6. pp. 270-275. (In ungarischer Sprache).
- [3] MEGYERI, J. (1978): Differential-geometrische Bestimmung kinematischer Bewegungsmerkmale bei Gleisbogen für höhere Geschwindigkeiten. *AET – Archiv für Eisenbahntechnik*, Folge 33. pp. 65-67.
- [4] MEGYERI, J. (1981): Maßgebende geometrische Ausbildung von Eisenbahngleisbogen für höhere Geschwindigkeiten. *AET – Archiv für Eisenbahntechnik*, Folge 36. pp. 68-71.
- [5] MEGYERI, J. (1993): Eisenbahnbewegungsgeometrie. Akademischer Buchverlag Bp. (In deutscher Sprache).