

ZEITVERGLEICH MIT HILFE DES GPS

I. NÉMETH

Lehrstuhl für Höhere Geodäsie, Geodätisches Institut, Technische Universität, H-1521
Budapest

Vorgelegt von Prof. Dr. P. Biró
Eingegangen am 1. Dezember 1984

Abstract

The solution of different scientific and technical tasks needs the precise synchronisation of clocks and timescales. A very precise comparison of times is possible by using the NAVSTAR-GPS system. Author gives a synthesized review of the basic method and the developed technics of the time comparison by GPS being in development. He gives estimations on the foreseen reliability.

Einführung

In vielen Bereichen der Wissenschaft und Technik wird eine präzise Synchronisation von Uhren und Zeitskalen über kontinentale und interkontinentale Entfernungen benötigt. Die höchsten Ansprüche an Synchronisationsverfahren werden von solchen Forschungslaboratorien und Instituten gestellt, die sich mit dem Problem von Zeit und Frequenzstandards beschäftigen. Aber auch in den wissenschaftlichen Bereichen, bei denen die Zeit und Frequenz nur als Hilfsgrößen benötigt werden, steigen die Anforderungen an die Genauigkeit. Sehr hohe Synchronisationsgenauigkeit benötigt man in der Radioastronomie, der Geophysik und Geodäsie. Z. B. das Verfahren der Interferometrie (VLBI) benötigt Frequenzstabilitäten von $1 \cdot 10^{-14}$ bis $1 \cdot 10^{-16}$ über einige Stunden.

Zu den derzeit genauesten Verfahren der Zeitübertragung zählen Zeitvergleiche mit transportablen Cäsiumuhren. Die Methode erlaubt Uhrenvergleichsgenauigkeiten zwischen 10 und 200 ns. Die verhältnismäßig große Spanne ist durch unterschiedliche Übertragungsweiten bedingt. Bei kurzen Entfernungen, auf Grund der kurzen Abstände der Meßzeiten kann man höhere Genauigkeiten als z. B. über interkontinentale Strecken erreichen. Die Nachteile dieses Verfahrens sind die umständliche Handhabung, der hohe Zeitaufwand und hohe Kosten.

An Bord der NAVSTAR Global Positioning System (GPS)-Satelliten sind hochgenauen Atomuhren, die von der Bodenkontrollstation ständig vermessen werden. So werden ihre Abweichungen gegenüber der GPS-Systemzeit bestimmt, die einen weltweiten Zeitvergleich ermöglicht. Wenn der Nutzer die Weltzeit (UTC) benötigt, soll er wissen, wie die GPS-Systemzeit zur Weltzeit

steht. Das U. S. Naval Observatory (USNO) verteilt die Weltzeit weltweit und führt als Institut, das langjährige Erfahrung auf diesem Gebiete hat, ständig Uhrenvergleiche zwischen ihrem Primärnormal (MC = Master Clock) und den Atomfrequenznormalen an der GPS-Bodenkontrollstation durch. Außerdem werden alle in einer Umlaufbahn befindlichen GPS-Satellitenuhren mit einem Zeitvergleichsempfänger kontrolliert. Hierdurch ist USNO in der Lage, die Abweichungen sowohl der GPS-Systemzeit als auch der Zeitabweichungen der einzelnen Satelliten gegenüber ihrer MC, die UTC (USNO) darstellt, zu registrieren. Die so gewonnenen Informationen stehen als Service jedem interessierten Nutzer zur Verfügung. Außerdem wird vierzehntäglich ein Bulletin herausgegeben.

Zeitvergleichsverfahren durch das GPS-System

Voraussetzung für die Verwendung von GPS für Zeitvergleiche ist, daß die Position des Nutzers mit einer Unsicherheit behaftet ist, die die Genauigkeit der Zeitübertragung unbeeinflusst läßt.

- a) Wenn die Empfangstation mit einer Atomuhr ausgerüstet ist, genügt es, tägliche Zeitvergleiche durchzuführen. Für globale Zeitvergleiche ist die erwartete Genauigkeit besser als ± 100 ns. Erste Ergebnisse, die von USNO veröffentlicht wurden, zeigen eine Genauigkeit von besser als ± 50 ns.
- b) Ein zweites und genaueres Verfahren ist der Empfang von Zeitsignalen desselben GPS-Satelliten an verschiedenen Stellen seiner Umlaufbahn. Durch dieses Verfahren sind Standdifferenzen zweier Uhren in verschiedenen geographischen Positionen bestimmbar. Die Positionen des Satelliten und der Uhr müssen hinreichend genau bekannt sein. Durch dieses Verfahren können Genauigkeiten von 10 bis 50 ns erreicht werden.
- c) Ein drittes Verfahren beruht auf dem nahezu gleichzeitigen Empfang identischer Zeitsignale desselben Satelliten. Die Anwendungsmethode ist auf einen Bereich mit einem Gebietsdurchmesser von ≤ 3000 km begrenzt. Genauigkeitsabschätzungen zeigen mögliche Meßunsicherheiten von 10 ns und besser. Bei relativ geringem instrumentellen Aufwand bringt dieses Verfahren große Möglichkeiten für sehr genaue Zeitvergleiche.

Die Genauigkeit von Einwegzeitvergleichen und damit auch der hier geschilderten Anwendungen von GPS wird im erheblichen Umfang beeinflusst durch die Ausbreitungsbedingungen in der Atmosphäre und durch unbekannte Empfängerlaufzeiten.

Die troposphärische Verzögerung kann nach Einfallswinkel der Strahlung, Temperatur, Luftdruck und Feuchtigkeit Werte zwischen 3 und 300 ns erreichen. Zu deren Erfassung stehen geeignete Modelle zur Verfügung.

Wesentlich schwieriger ist die Erfassung der ionosphärischen Verzögerung, die zwischen 5 und 50 ns schwanken kann und einen deutlichen Tagesgang zeigt. Bei starken Sonnenaktivitäten sind Extremwerte von 100 ns registriert worden. Für den Normalfall ist jedoch auch eine ionosphärische Laufzeitkorrektur annähernd modellierbar.

Schließlich bleibt als Fehlerquelle noch die Empfängerlaufzeit, die durch sorgfältige Eichmessungen erfaßt und berücksichtigt werden kann.

Die Grundmethode des Zeitvergleiches mit GPS

Es soll besprochen werden, wie der Zeitunterschied zwischen GPS-Systemzeit und der Zeit an einer Empfangsstation — das ist der Uhrstandunterschied zwischen GPS-Master Clock und Stationsuhr — mit einem GPS-Empfänger bestimmt werden kann.

Es werden Daten von den GPS-Satelliten kontinuierlich übertragen. Das Hand Over Word (HOW) stellt die Verbindung zwischen dem Datenstrom und dem Zeitcode her. Daraus kann die Satellitenzeit in jeden 6 Sekunden bestimmt werden. Die Zeiten der vom Satelliten gesendeten Epoche sind also

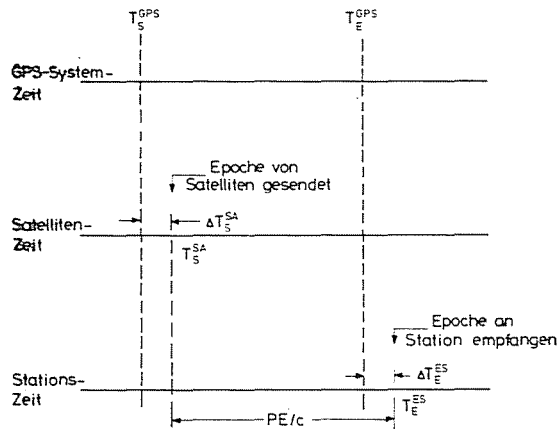


Abb. 1. Zeitbeziehungen

T_S^{SA} : Satellitenzeit bei Senden der Epoche

T_S^{GPS} : GPS-Zeit bei Senden der Epoche

T_S^{SA} : Satelliten-Uhrenabweichung

T_E^{ES} : Stationszeit bei Empfang der Epoche

T_E^{GPS} : GPS-Zeit bei Empfang der Epoche

T_E^{ES} : Stations-Uhrenabweichung bei Empfang der Epoche

c : Lichtgeschwindigkeit

PE : An der Empfangsstation gemessene Pseudo-Entfernung

$$PE/c = T_E^{ES} - T_S^{SA} = T_E^{GPS} - T_S^{GPS} - T_S^{SA} + T_E^{ES}$$

in Intervallen von 6 Sekunden bekannt. Die zur Anzeige gebrachte Zeit aus dem HOW liefert bereits eine grobe GPS-Zeit, zu ermitteln ist noch die Laufzeit. Abb. 1 zeigt die Beziehungen zwischen der GPS-Systemzeit (T_S^{GPS}), Satellitenzeit (T_S^{SA}) und der Zeit der Empfangsstation (T_E^{ES}), wenn eine vom Satelliten gesendete Epoche an der Empfangsstation eintrifft. Der Sendezeitpunkt T_S^{SA} wird durch ein Atomnormal bestimmt, welches im allgemeinen eine Abweichung ΔT_S^{SA} von der GPS-Systemzeit hat.

Die Zeitdifferenz zwischen Sendezeit und Empfangszeit wird als »Pseudolaufzeit« ΔT_G gemessen. Das Produkt PE dieser Zeitdifferenz mit der Lichtgeschwindigkeit c wird allgemein als Pseudoentfernung (Pseudo-Range) bezeichnet, weil in der Laufzeit noch die Uhrenabweichung der Stationsuhr gegen die GPS-Zeit enthalten ist.

Es gilt die Beziehung

$$\Delta T_G = PE/c = T_E^{ES} - T_S^{SA}. \quad (1)$$

Benutzt man die GPS-Systemzeit, so ist

$$\Delta T_G = (T_E^{GPS} + \Delta T_E^{ES}) - (T_S^{GPS} + \Delta T_S^{SA}). \quad (2)$$

Die Zeitdifferenz $T_E^{GPS} - T_S^{GPS}$ ist die Laufzeit, ausgedrückt in Systemzeit, die der wahren Entfernung R zwischen dem Satelliten und der Empfangsstation entspricht. Zu ermitteln ist noch die Ausbreitungsverzögerung ΔT_A in der Atmosphäre und im Empfänger.

So ergibt sich die nächste Beziehung

$$T_E^{GPS} - T_S^{GPS} = R/c + \Delta T_A. \quad (3)$$

Für die gesuchte Abweichung ΔT_E^{ES} der Stationsuhr von der Systemzeit erhalten wir aus (2) und (3)

$$\Delta T_E^{ES} = \Delta T_G + T_S^{SA} - R/c - \Delta T_A. \quad (4)$$

Die Entfernung R läßt sich aus den Koordinaten der Satelliten- und Stationsposition, die in einem gemeinsamen Referenzsystem gegeben sind berechnen:

$$R^2 = (X^{SA} - X^{ES})^2 + (Y^{SA} - Y^{ES})^2 + (Z^{SA} - Z^{ES})^2. \quad (5)$$

Um nach Gleichung (4) ΔT_E^{ES} berechnen zu können, sind für einen Zeitvergleich die folgenden Verarbeitungsschritte erforderlich:

- Berechnung der Satellitenuhrenkorrektur und GPS-Systemzeit für den Sendezeitpunkt aus den Uhrenkorrekturparametern.

- Bestimmung des Sendezeitpunktes der vom Satelliten gesendeten Epoche aus HOW.
- Berechnung der Satellitenposition zur Epoche mit Hilfe der Bahnparameter.
- Die gesamte Laufzeitkorrektur ΔT_A bestehend aus Ionosphären-Troposphärenkorrektur und Empfängerlaufzeit ist zu berechnen.
- Berechnung der der aus Stations- und Satellitenkoordinaten durch Gleichung (5) bestimmten Entfernung R entsprechenden Laufzeit.
- Durchführung einer Laufzeitmessung um ΔT_G zu gewinnen.
- Berechnung der Stationsuhrabweichung von der GPS-Systemzeit nach Gleichung (4).

Die GPS-Daten

Die von den GPS-Satelliten übertragenen Navigationsdaten sind ausführlich in [1] beschrieben. Die Struktur des Datenstroms ist folgende: Jeder Datenrahmen besteht aus 1500 Bit und ist in fünf Unterrahmen mit einer Länge von je 300 Bit unterteilt. Jeder Unterrahmen besteht aus zehn Worten zu 30 Bit und beginnt mit dem Synchronisationswort. Das zweite Wort ist immer das Hand-Over-Word (HOW), aus dem u. a. die Satellitenzeit und die Unterrahmennummer ermittelt werden kann.

Der erste Unterrahmen enthält die Parameter zur Korrektur der Ausbreitungsverzögerung der Satellitensignale in der Ionosphäre und zur Korrektur der Satellitenzeit. Der zweite und dritte Unterrahmen enthalten die genauen Bahnelemente der im Augenblick empfangenen GPS-Satelliten. Der vierte Unterrahmen kann alphanumerisch codierte ASCII Nachrichten enthalten. Der fünfte Unterrahmen enthält die Almanach-Daten eines Satelliten.

Die Datenverarbeitung und die Auswertung

Die Satellitenpositionsbestimmung

Satellitenbahnen sind Ellipsen um den Erdmassenmittelpunkt, für die die bekannten Keplerschen Gesetze gelten, wenn man von Störungen (wie Luftwiderstand, Mondeinfluß, Schwereanomalien usw.) absieht. Die Beschreibung dieser Bahnen wird im Äquatorsystem der Astronomie durchgeführt. Ist die Gravitation der Erde als Massenpunkt die einzige auf den Satelliten wirkende Kraft, so erfolgt seine Bewegung in einer raumfesten Ebene durch den Erdmassenmittelpunkt. Die Lage dieser Bahnebene wird gegenüber der Äquatorebene durch zwei Angaben festgelegt, nämlich mit der Inklination i und der Rektaszension Ω des aufsteigenden Knotens. Die Form und Größe der Bahnellipse wird durch die große Halbachse a und die numerische Exzen-

trizität e festgelegt. Die Lage der Ellipse in der Bahnebene wird durch den Winkel Argument des Perigäums ω zwischen der Richtung der Knotenlinie und der Richtung nach dem Perigäum angegeben. Zur Festlegung der Bewegung benötigen wir noch eine Angabe, die den Ort des Satelliten zu einem bestimmten Zeitpunkt (Referenzzeit) angibt. Hier wird die mittlere Anomalie M_0 und die Referenzzeit t_{0a} verwendet. Abb. 2 zeigt die geometrische Verhältnisse der Bahnelemente.

Um den Ort des Satelliten aus den vorgegebenen Bahnelementen für einen bestimmten Zeitpunkt berechnen zu können, muß zunächst sein Ort in der Bahnebene bestimmt werden. Als nächster Schritt ist die Position des Satelliten im geozentrischen Äquatorsystem zu berechnen, von dem dann in

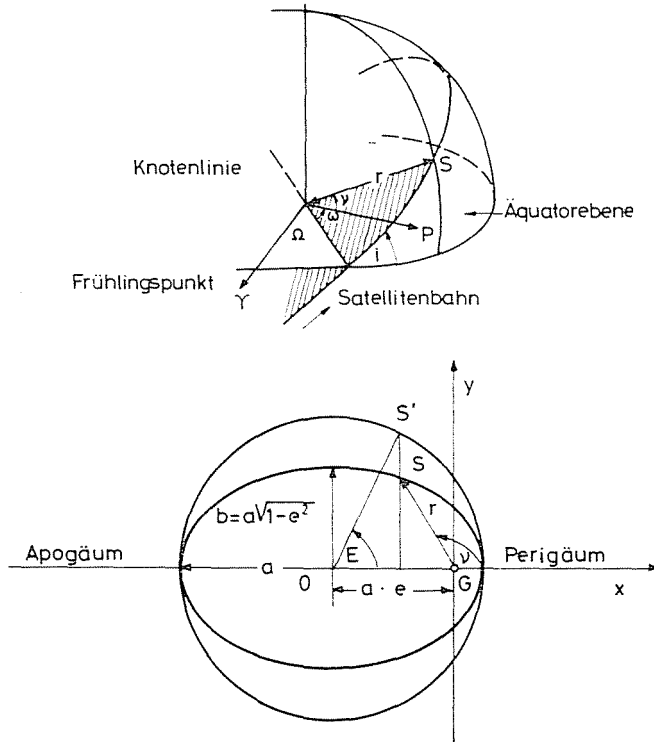


Abb. 2.a Zur Definition der Bahnelemente

Abb. 2.b Die geometrischen Verhältnisse in der Bahnebene

$$x = r \cdot \cos \nu = A(\cos E - e)$$

$$y = r \cdot \sin \nu = A\sqrt{1 - e^2} \cdot \sin E$$

$$r = A(1 - e \cdot \cos E)$$

G = Erdmittelpunkt
 S = Satellit
 ν = wahre Anomalie
 E = exzentrische Anomalie

ein erdfestes System übergegangen werden kann, um die Position des Satelliten bezüglich des Beobachtungsortes berechnen zu können. Die Berechnung ist in [4] ausführlich beschrieben.

Koordinatensysteme

Zur Berechnung der geometrischen Entfernung R zwischen den Satelliten und der Empfangsstation müssen wir die kartesischen X, Y, Z -Koordinaten im erdfesten geozentrischen System kennen. Allgemein gebräuchlich sind

Tabelle I
Datum Shift Constants

Datum	Spheroid	Semi-Major axis	Reciprocal flattening	Shift to WGS-72 a = 6378135 1/f = 298.26		
				X	Y	Z
				Meters		
				X	Y	Z
Nad 1927	Clarke 1866	6378206	294.98	-22	157	176
European	International	6378388	297.00	-84	-103	-127
Tokyo	Bessel	6377397	299.15	-140	516	673
Australian national	Reference Ellipsoid 1967	6378160	298.25	-122	-41	146
Old Hawaiian	Clarke 1866	6378206	294.98			
Maui				65	-272	-197
Oahu				56	-268	-187
Kauai				46	-271	-181
Cape (ARC)	Clark 1880 (MOO)	6378249	293.47	-129	-131	-282
South American	Reference Ellipsoid 1967	6378160	298.25	-77	3	-45
Ordinance survey of Great Britain 1936	Airy	6377563	299.32	368	-120	425
Johnston Island Astro 1961	International	6378388	297.00	192	-59	-211
Wake-Eniwetok 1960	Hough	6378270	297.00			
Kwajaleinatoll				112	68	-44
Wake Island				121	62	-22
Eniwetok Atoll				144	62	-38
Wake Island Astro 1952	International	6378388	297.00	283	-44	141
Canson Island Astro 1968	International	6378388	297.00	294	-288	-382
Guam 1963	Clarke 1866	6378206	294.98	-89	-235	254
Ascension Island Astro 1958	International	6378388	297.00	-214	91	48
South Asia	Fischer 1960	6378155	298.30	21	-61	-15
Nanking 1960	International	6378388	297.00	-131	-347	0
Adindan	Clarke 1880	6378249	293.47	-152	-26	212
Mercury 1960	Fischer 1960	6378155	298.30			
NAD 27 area				-25	46	-49
ED area				-13	-88	-5
TD area				18	-132	60
Modified mercury 1968	Fischer 1968	6378150	298.30			
NAD 27 area				-4	12	-7
ED area				-3	1	-6
TD area				22	34	2

jedoch die ellipsoidischen geographischen Koordinaten, die geodätische Länge λ , Breite φ , und Höhe h . Diese Koordinaten beziehen sich auf ein Referenzellipsoid, welches die Gestalt der Erde, d. h. das Geoid möglichst gut annähert. Ein solches Referenzellipsoid wird durch seine große Halbachse a und die Abplattung f charakterisiert.

Es ist zunächst nicht gelungen, ein einheitliches Referenzellipsoid zu finden, welches das Geoid in allen Kontinenten optimal annähert. Ausgangspunkte aller geodätischen Vermessungen waren die einzelnen Kontinente. Deshalb benutzt man auch zur Zeit noch mehrere Referenzsysteme. Die Beziehung dieser verschiedenen geodätischen Daten zum globalen WGS 72 — das die Parameter für die globale Anwendung von GPS festgelegt — zeigt Tab. 1. Abb. 3 zeigt den Zusammenhang der erdfesten geozentrischen Koordinaten X, Y, Z mit den geodätischen Koordinaten φ, λ, h .

Berechnung der Empfangsfrequenz

Die Empfangsfrequenz f_E läßt sich aus der Sendefrequenz f_S und der Dopplerverschiebung berechnen:

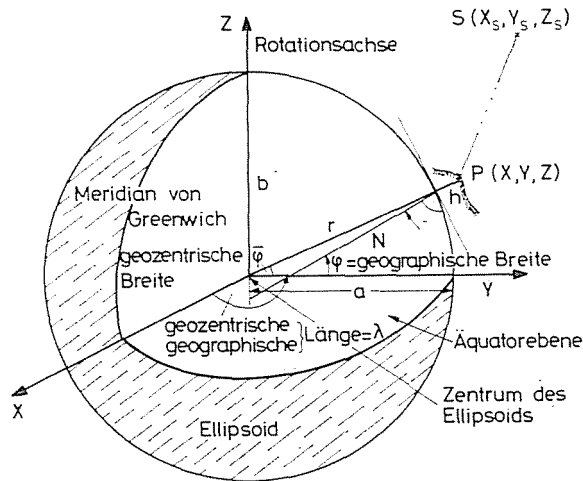


Abb. 3. Zusammenhang von erdfesten geozentrischen Koordinaten mit geodätischen Koordinaten

$$X = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda = r \cdot \cos \bar{\varphi} \cos \lambda$$

$$Y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda = r \cdot \cos \bar{\varphi} \sin \lambda$$

$$Z = ((1 - e^2)N + h) \sin \varphi = r \cdot \sin \bar{\varphi}$$

$$\text{mit } N = a / (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}$$

a = große Halbachse des Erdellipsoids

$e = \sqrt{f(2-f)}$ = numerische Exzentrizität

f = Abplattungskoeffizient

$b = a(1-f)$ = kleine Halbachse

h = Höhe über dem Erdellipsoid

Es gilt

$$f_E = f_S + \Delta f.$$

$$\Delta f = -\frac{V_R}{c} \cdot f_S$$

wo V_R die Radialgeschwindigkeit des Satelliten, c die Lichtgeschwindigkeit bedeuten.

Die Radialgeschwindigkeit kann aus der Entfernungsänderung pro Zeitintervall berechnet werden:

$$V_R = \dot{r} = \frac{r_{i+1} - r_i}{t_{i+1} - t_i}$$

mit $r_i =$ Entfernung zur Zeit t_i und $r_{i+1} =$ Entfernung zur Zeit t_{i+1} .

Es braucht also lediglich die Position des Satelliten zu zwei Zeitpunkten berechnet zu werden um die Empfangsfrequenz berechnen zu können.

Die Korrektur der Satellitenzeit

Die vom GPS-Satelliten empfangene Zeitangabe t_{sv} aus HOW ist wie folgt zu korrigieren, um auf GPS-Systemzeit t zu kommen

$$t = t_{sv} - \Delta t_{sv} \quad (6)$$

$$\Delta t_{sv} = a_0 + a_1(t - t_{0c}) + a_2(t - t_{0c})^2 \quad (7)$$

$t_{sv} =$ Sendezeit der Satellitennachricht,

$t_{0c} =$ Referenzzeit aus Datenblock I,

$a_0, a_1, a_2 =$ Parameter aus Datenblock I.

In Gleichung (7) kann für t mit guter Näherung t_{sv} eingesetzt werden.

Die Troposphärenfehlerkorrektur

Die troposphärische Laufzeitverzögerung hängt im wesentlichen von dem Elevationswinkel EL, der Höhe h des Satelliten und dem Brechungsindex n ab. Der Brechungsindex wird meist in N-Einheiten angegeben

$$N = (n - 1) \cdot 10^6.$$

Dieser Brechungsindex hängt von den meteorologischen Daten ab:

$$N = \frac{77,6}{T} \left(P + \frac{4810}{T} E \right)$$

P = Luftdruck [mb]

T = Temperatur [K]

E = Sättigungsdruck von Wasserdampf, multipliziert mit Luftfeuchtigkeit.

Für N gilt eine exponentielle Höhenabhängigkeit

$$N(h) = 313 \exp(-0,1439 h).$$

Eine Korrekturformel, die diesen Verlauf annähert [4], ist

$$r = 0,00716 \frac{N}{\sin(EL)} \cdot \frac{H + 0,1H^2}{50 + H + 0,1 H^2}$$

$$H = h/304,8 \quad h = \text{Flughöhe in Metern.}$$

Es sind die aktuellen meteorologischen Daten an der Empfangsstation zu verwenden. Ein mittlerer Wert für N ist 313.

Korrektur der ionosphärischen Ausbreitungsfehler

Für die Berechnung der ionosphärischen Korrektur verwendet man das Modell von Klobuchar, das in [4] beschrieben ist. Die Bestimmung der ionosphärischen Korrektur ist wesentlich schwieriger, als die Modellierung der Troposphärenfehlerkorrektur.

Meßergebnisse

Die zu erwartende Genauigkeit des Zeitvergleichs führt zu der folgenden groben Fehlerabschätzung für einen C/A-Code-Empfänger, der nur eine Frequenz empfängt [4]:

Genauigkeit der Bahnvorhersage	12 ns
Vorhersagegenauigkeit des Uhrenverhaltens	30 ns
Genauigkeit der Laufzeitmessung	20 ns
Positionskoordinaten der Empfangsstation	15 ns
Geräte-Restfehler	10 ns
Ausbreitungsfehler (Tag/Nacht)	50/10 ns
Gesamtfehler	60/43 ns

Aufgrund dieser Abschätzung ist eine Genauigkeit für die Zeitübertragung besser als 100 ns am Tage und besser als 50 ns in der Nacht zu erwarten.

Die Fehlerbetrachtung zeigt, daß bei Empfängern, die nur mit einer Frequenz arbeiten, der Ausbreitungsfehler die Genauigkeit des Zeitvergleichs beeinträchtigen kann. Da dieser Fehler mit zunehmenden Elevationswinkel abnimmt, empfiehlt es sich, bei möglichst großen Winkeln zu messen.

Diese Werte sind in gutem Zusammenhang mit den Meßergebnissen von Stanford Telecommunications Inc.

Durch die rasche Entwicklung der GPS Meßtechnik wird auch die Genauigkeit des Zeitvergleiches besser. Die Versuchsmessungen bestätigen die Gebrauchsfähigkeit der Methode.

Literatur

1. Navigation, Global Positioning System reprint by: The Institut of Navigation, Washington, D. C. 1980.
2. STILLER, A.: GPS-Navstar — Das Navigationssystem der Zukunft DFVLR-Bericht 1983.
3. SOLTAU, G.: Das Global Positioning System und seine geodätische Nutzung. DFG-Journalisten — Informationstage Wettzell 1981.
4. HANS-HARTMUT NAU: Satellitennavigation: Das Global Positioning System GPS/NAVSTAR CCG-Lehrkurs Heidelberg 1982.
5. SEEBER, G.: Die Rolle des NAVSTAR Global Positioning Systems für die Lösung geodätischer Aufgaben ZfV 1 (1984).

István NÉMETH H-1521 Budapest