

TRANSFORMATION VON BILDPAAAREN ALLGEMEINER LAGE IN BILDPAAARE NORMALER LAGE AUF ANALYTISCHEM WEGE, UND ANWENDUNG IN DER INDUSTRIE

N. UGRIN

Lehrstuhl für Photogrammetrie, Geodätisches Institut, Technische Universität,
H-1521 Budapest

Eingegangen am 5. Dezember 1984
Vorgelegt von Prof. Dr. Á. Detrekői

Summary

In industrial projects, often outside features hamper making image pairs overlapping to 60% of the construction to be evaluated. Calculation of the relative orientation of image pairs little overlapping is either inaccurate or unfeasible.

According to the method to be described, inner orientation of images is made in a coordinate system parallel to the absolute (geodesic) coordinate system. Thereby the relative orientation is bypassed to calculate directly in the absolute coordinate system. This method involves spatial resection of both images. By means of the determined outer data, inner orientation in the absolute system can be point-wise calculated, and so can be a normal arrangement of images where coordinates of the structure points can be simply calculated in a single step.

Die Koordinaten der Punkte räumlicher Gegenstände werden auf photogrammetrischem Wege durch Vorwärtsschnitt aus Bildpaaren bestimmt. Mit Hilfe der bei der inneren und der relativen Orientierung bestimmten Unbekannten lassen sich die Koordinaten der Punkte in einem örtlichen System berechnen. Der durch die in diesem örtlichen System vorwärtseingeschnittenen Punkte gebildete Punkthaufen wird dann durch absolute Orientierung — mittels einer räumlichen konformen Transformation — in das geodätische System eingefügt. Das im vorigen kurz angedeutete Verfahren setzt sich aus drei trennbaren und sich in der Analogpraxis auch trennenden Schritten — aus innerer, relativer und absoluter Orientierung — zusammen. Das läßt sich darauf zurückführen, daß die drei Orientierungen in drei verschiedenen Koordinatensystemen (Bild-, Basis- und geodätisches Koordinatensystem) durchgeführt werden.

Auch bei analytischen Verfahren begegnet man dieser für das analoge Verfahren günstigen Methode in mehreren Schritten, durch welche jedoch das analytische Verfahren schwerfällig wird.

Die Unbekannten der relativen Orientierung können nur aus komplizierten, schwer linearisierbaren Gleichungen bestimmt werden.

Die Berechnung wird stark vereinfacht, wenn das Bildpaar normal angeordnet ist. In dieser geometrischen Anordnung lassen sich nämlich — wegen der besonderen, parallelen Anordnung der Kernstrahlenbüschel — in der zu dem

bestimmenden Punkt gehörenden Kernebene, sowohl im Objektraum als auch im Bildraum ähnliche Dreiecke ausgestalten, und in Kenntnis der Basislänge können die Koordinaten der Punkte im Basiskoordinatensystem mit Hilfe wohlbekannter, einfacher Grundformeln berechnet werden.

Die Schwierigkeit liegt einerseits darin, daß man kein hochgenaues, normal angeordnetes Bildpaar anfertigen und auch die Basislänge (die Entfernung zwischen den beiden Projektionszentren) nicht messen kann, andererseits, daß die im örtlichen System bestimmten Koordinaten noch transformiert werden müssen.

Wird aber die Lage der Projektionszentren und der Bildkoordinatensysteme beider Bilder im geodätischen System durch räumlichen Rückwärtsschnitt bestimmt, kann statt des Verfahrens in mehreren Schritten ein direktes Verfahren verfolgt werden, das sogleich »absolute« Koordinaten liefert.

Das im weiteren beschriebene Verfahren in einem Schritt paßt sich den Möglichkeiten der Analytik gut an. Das Wesen des Verfahrens ist, daß die inneren Orientierungen — statt zweier voneinander unabhängiger Bildkoordinatensysteme — in einem einzigen, zu dem absoluten (geodätischen) Koordinatensystem parallelen »Bildkoordinatensystem« durchgeführt werden. Dadurch wird ermöglicht, aus dem Bildpaar ganz allgemeiner Lage punktweise ein fiktives Bildpaar normaler Anordnung auf mathematischem Wege zustande zu bringen; in diesem System können die geodätischen Koordinaten des Objektpunktes mit Hilfe der bekannten einfachen Grundformeln gleich im geodätischen System berechnet, und die Auflösung der sehr schwer linearisierbaren Gleichungen der relativen Orientierung übersprungen werden.

Innere Orientierung im absoluten (geodätischen) Koordinatensystem

Bei räumlichem Rückwärtsschnitt kann die Drehmatrix, welche die Verdrehung des Bildkoordinatensystems in dem zum geodätischen Koordinatensystem parallelen Koordinatensystem, dessen Koordinatenursprung das Projektionszentrum ist, repräsentiert, bestimmt werden.

Das Koordinatensystem mit dem Koordinatenursprung im Projektionszentrum, das zu dem geodätischen Koordinatensystem parallel ist, kann als »Bildkoordinatensystem« betrachtet werden, in dem die Koordinaten der Bildebenenpunkte, d. h. die Daten ihrer inneren Orientierung, mit folgenden bekannten Formeln berechnet werden können:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} x \\ y \\ z = c \end{bmatrix} \quad (1)$$

Dabei bedeuten:

- D die Verdrehung der beiden Koordinatensysteme vermittelnde Drehmatrix,
 xyz die Bildkoordinaten
 $x'y'z'$ die transformierten Bildkoordinaten.

In dem neueingeführten »Bildkoordinatensystem« ist auch die dritte Koordinate z' der inneren Orientierung von Punkt zu Punkt veränderlich (Abb. 1). Ganz exakt formuliert, stimmen die z' -Koordinaten jener Punkte des Bildes überein, die auf einer gleichmaßstäbigen Linie liegen. Werden die zu beiden Bildern gehörenden Drehmatrizen bestimmt, werden also beide Bilder rückwärtseingeschnitten, erreicht man, durch die Transformation 1, daß die z' -Koordinatenachsen der beiden Bilder zueinander parallel sein werden (Abb. 2), d. h. das Bildpaar von allgemeiner Lage ist in ein Bildpaar mit »parallelen Achsen« (oder verschwenkten Achsen) umgeformt worden. Durch diese Erkenntnis wurde die Ausarbeitung des Verfahrens ermöglicht. In diesem Falle wird nämlich nicht die räumliche Lage der Bildebene geändert, damit die dritte Koordinate z' konstant sei, sondern es werden bei unveränderter Lage der Bildebene, die Koordinaten jedes einzelnen Punktes in je einem neuen, zu dem geodätischen Koordinatensystem parallelen Koordinatensystem bestimmt.

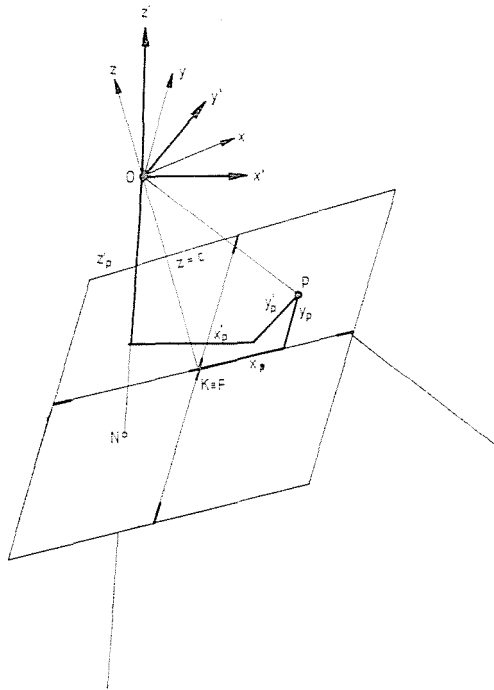


Abb. 1

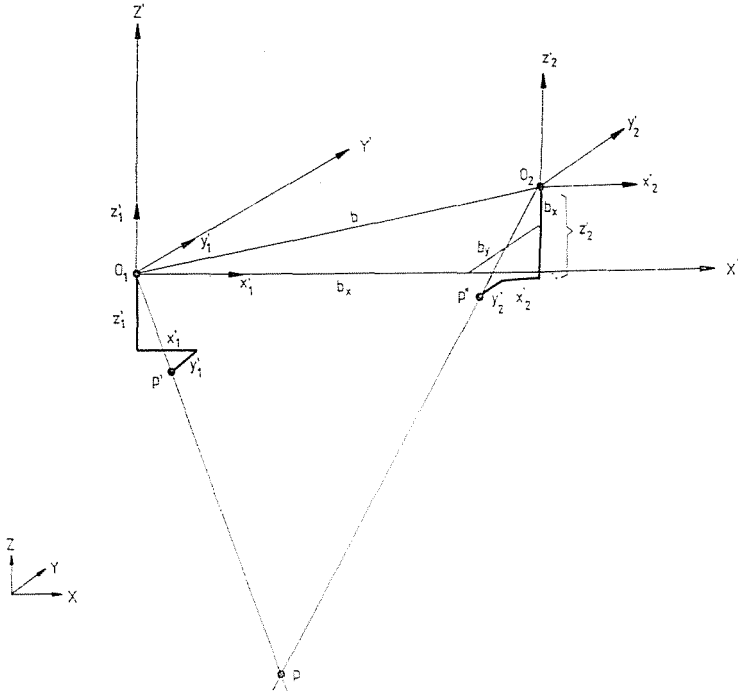


Abb. 2

Erreichen der punktweisen, fiktiven Normalanordnung

Bei dem räumlichen Rückwärtschnitt wurden die absoluten Koordinaten der Projektionszentren sowohl des links- als auch des rechtsseitigen Bildes ($X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, X_{02}, Y_{02}, Z_{02}$) bestimmt. Aus den Koordinatendifferenzen lassen sich die Komponenten der Basis in einem Koordinatensystem berechnen (Abb. 2), dessen Koordinatenursprung das linksseitige Projektionszentrum ist, und das sowohl zu den »Bildkoordinatensystemen« als auch zu dem geodätischen Koordinatensystem parallel ist.

Verschieben wir das rechte Projektionszentrum, zusammen mit der Bildebene, d. h. mit dem Bildpunkt, den Projektionsstrahl des zu bestimmenden Punktes entlang, bis es in die Ebene $[X'Y']$ zu liegen kommt (Abb. 3).

Da die Verschiebung in Richtung des Projektionsstrahls durchgeführt wurde, hat der Projektionsstrahl, folglich auch sein Schnittpunkt mit dem linken Projektionsstrahl ihre räumliche Lage nicht geändert, mit dieser geometrischen Überlegung wurde jedoch eine den Punkt bezügliche »normale Anordnung« zustande gebracht.

Statt des räumlichen Dreiecks $O_1, (O_2), P$ kann auch im Falle einer normalen Anordnung seine in der Ebene $[X'Z']$ liegende Vertikalprojektion ((O_1)),

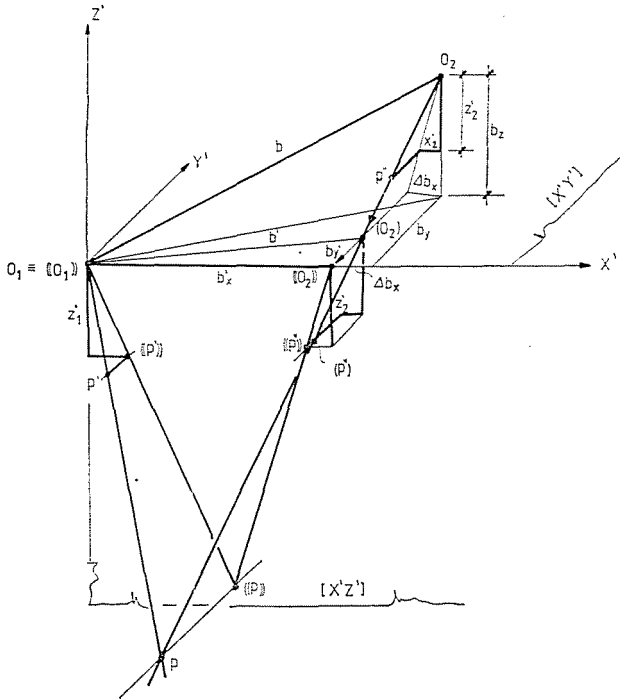


Abb. 3

$((O_2))$, $((P))$ benutzt werden. Nun erfolgt eine weitere Vereinfachung. Da die Vertikalprojektion von Y^2 — (d. h. von y'_1 und y'_2) — Richtung ist, muß man im Bildraum mit der Koordinatenparallaxe von x -Richtung der Bildpunkte und mit der Projektion in der Ebene $[X'Z']$ der »Basisentfernung« zwischen den Punkten O_1 (O_2), mit b'_x (Abb 3 b') rechnen.

Die Veränderung der Basiskomponente b_x kann aufgrund von Abb. 3 aus Ausdruck

$$\Delta b_x = b_z \frac{x'_2}{z'_2} \quad (2)$$

berechnet werden; wird um diesen der Wert von b_x geändert, erhält man einen b'_x -Wert, der als die Basis der auf den Punkt bezogenen fiktiven Normalanordnung betrachtet werden darf (Abb. 4).

Um aber die einfachen Formeln des Bildpaares normaler Anordnung benutzen zu können, müssen die zu den beiden Bildpunkten gehörenden z' -Koordinatenwerte gleich sein. (Nur so lassen sich ähnliche Dreiecke ausgestalten.) Deshalb muß der zu dem Bildpunkt des zweiten Bildes gehörende x'_2 -Wert unter der Voraussetzung $z'_2 = z'_1$ reduziert werden (Abb. 4):

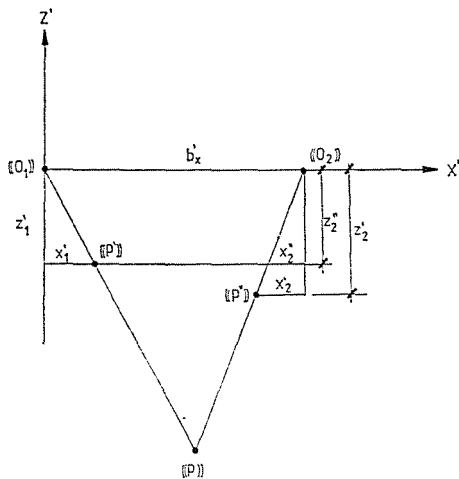


Abb. 4

$$x''_2 = z'_1 \frac{x'_2}{z'_2} \quad (3)$$

Nach Bestimmung von b'_x und x''_2 kann mit der bekannten Grundformel des normal angeordneten Bildpaares die Koordinate Z' des Punktes berechnet werden.

$$Z' = \frac{b'_x z'_1}{px} \quad (4)$$

Dabei ist $px = x'_1 - x''_2$.

Bestimmung der Koordinaten der Punkte

Sind die geodätischen Koordinaten des Projektionszentrums und die Drehwinkel der Bildkoordinatenachsen, d. h. die aus diesen gebildete Drehmatrix bekannt, so kann nach Abb. 5 der nach dem Objektpunkt gerichtete Ortsvektor als Summe des nach dem Projektionszentrum gerichteten Ortsvektors und des vom Projektionszentrum nach dem Objektpunkt gerichteten freien Vektors ausgedrückt werden.

Den freien Vektor erhält man aus dem nach dem Bildpunkt gerichteten Vektor in dem Bildkoordinatensystem, multipliziert mit der Drehmatrix und dem zu dem Punkt gehörenden Maßstabmultiplikator. Wir schreiben also:

$$\bar{a}_p = \bar{a}_0 + m \mathbf{D} \bar{r}_p \quad (5)$$

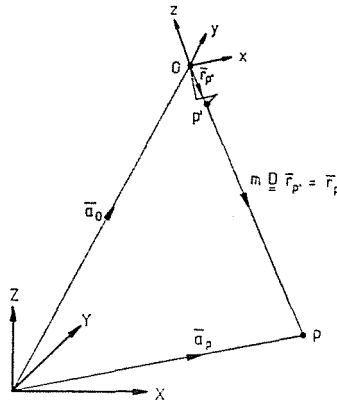


Abb. 5

In Koordinatenform angeschrieben:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + m \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ -c \end{bmatrix} \quad (6)$$

Auf der rechten Seite der Formel ist nur der Wert m unbekannt, weil bei zentraler Projektion m für jeden Punkt einen anderen Wert hat.

Ist von den drei Koordinaten eines zu bestimmenden Punktes eine (z. B. Z) bekannt, kann mit dieser der von m ausgedrückt werden.

Führt man die Matrixmultiplikation in Formel (6) durch

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + m \begin{bmatrix} a_{11}x + a_{12}y - a_{13}c \\ a_{21}x + a_{22}y - a_{23}c \\ a_{31}x + a_{32}y - a_{33}c \end{bmatrix} \quad (7)$$

hebt dann die letzte Zeile heraus, um m auszudrücken:

$$m = \frac{Z - Z_0}{a_{31}x + a_{32}y - a_{33}c} \quad (8)$$

Nachdem aufgrund von (8) der zu dem Punkt gehörende Maßstabfaktor bestimmt ist, können die beiden anderen Koordinatenwerte nach den folgenden Formeln berechnet werden:

$$\begin{aligned} X &= X_0 + (Z - Z_0) \frac{a_{11}x + a_{12}y - a_{13}c}{a_{31}x + a_{32}y - a_{33}c} \\ Y &= Y_0 + (Z - Z_0) \frac{a_{21}x + a_{22}y - a_{23}c}{a_{31}x + a_{32}y - a_{33}c} \end{aligned} \quad (9)$$

Es ist zu erkennen, daß der Wert $Z - Z_0$ in Formel (9) gleich der mit der Formel (4) berechneten Größe Z' ist, und daß die Bildkoordinaten schon bei der inneren Orientierung mit der Drehmatrix D multipliziert worden sind (s. Formel (1)), damit vereinfachen sich die Formeln (9).

Die Koordinaten X und Y des zu bestimmenden Punktes können sowohl aus den im linksseitigen als auch aus den im rechtsseitigen Bild gemessenen Koordinaten berechnet werden (darauf verweisen die Indizes 1 und 2).

$$X^1 = X_{01} + Z' \frac{x'_1}{z'_1} \quad (10)$$

$$Y^1 = Y_{01} + Z' \frac{y'_1}{z'_1}$$

sowie

$$X^2 = X_{02} + (Z' - bz) \frac{x'_2}{z'_2} \quad (11)$$

$$Y^2 = Y_{02} + (Z' - bz) \frac{y'_2}{z'_2}$$

Die geodätische Koordinate Z des Punktes wird aus der Formel

$$Z = Z_0^1 + Z' \quad (12)$$

berechnet.

Durchführung der Berechnung

Die für die Berechnung erforderlichen Programme wurden für den Rechner EMG 666 ungarischer Herstellung bereit.

Die Rechenaufgabe setzt sich aus zwei Schritten zusammen. Zuerst werden mit Hilfe der zur Verfügung stehenden Paßpunkte die Projektionszentren rückwärtseingeschnitten. Die Ergebnisse des Rückwärtsschnittes (die Koordinaten des Projektionszentrums und die Elemente der Drehmatrix) werden auf Lochband gespeichert, das den Input für das räumliche Vorwärtseinschneideprogramm bildet. Im zweiten Schritt werden für den räumlichen Vorwärtsschnitt die geodätischen (absoluten) Koordinaten der Projektionszentren der beiden Bilder und die zu den Bildern gehörenden Drehmatrizen eingelesen. Dann werden auf der Tastatur des Rechners die Punktzahl, die zu dem links- und rechtsseitigen Bildpunkt gehörenden Koordinaten von Hand eingetastet.

Als Ergebnis der Berechnung erhält man aufgelistet alle drei Koordinaten des Punktes, sowie die aus dem linken und rechten Bild berechneten Abweichungen der Koordinatenwerte ΔX und ΔY , deren Vorzeichen und Größe bei

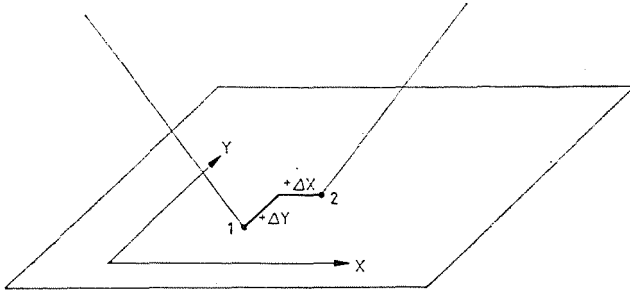


Abb. 6

der Fehlersuche Anhaltspunkte geben. Abb. 6 zeigt die Vorzeichen der Abweichungen, die aus den Differenzen der aus dem linken und dem rechten Bild berechneten Koordinaten X_1 , X_2 , sowie Y_1 und Y_2 berechnet wurden.

Brauchbarkeit des Verfahrens

Das ausgearbeitete Verfahren hat den Vorteil, daß mit dessen Hilfe die absoluten geodätischen Koordinaten der Punkte von Bildpaaren ganz allgemeiner Lage und beliebiger Überdeckung direkt bestimmt werden können. Im Falle des Verfahrens in mehreren Schritten sind für die Bestimmung der Elemente der relativen Orientierung nur Bildpaare mit 50–60-prozentiger Überdeckung günstig (geeignet). Die absolute Orientierung läßt sich aber bei geringer Überdeckung, wegen der geringen Größe und ungünstigen Form der Fläche, nur sehr ungenau durchführen.

Bei dem beschriebenen Verfahren müssen die für Rückwärtsschnitt der beiden Bilder benutzten Paßpunkte nicht in der gemeinsamen Bildfläche liegen, müssen also bei den beiden Bildern nicht die gleichen sein.

Schließlich ist es vorteilhaft, daß es nicht notwendig ist, die Parallaxe mit stereoskopischer Identifizierung zu messen, weil keine relative Orientierung vorliegt, sondern die Koordinaten der Paßpunkte und der zu bestimmenden Punkte auf einem Monokomparator gemessen werden können. Für die Messungen wurde ein Stecometer C als Monokomparator benutzt.

Als Nachteil des dargelegten Verfahrens ist zu erwähnen, daß im Falle geringer Überdeckung für beide Bilder günstig angeordnete Paßpunkte notwendig sind (Kontrolle vorausgesetzt minimum 4), um beim Rückwärtsschnitt zuverlässige Werte zu erhalten. Das sind — selbst um die Anzahl der in der gemeinsamen Fläche liegenden, bei beiden Bildern verwendbaren Punkte vermindert — mehr Paßpunkte, als für absolute Orientierung erforderlich sind.

Zahlenbeispiel — erreichbare Genauigkeit

Am Geodätischen Institut der Technischen Universität Budapest wurde ein Parabelspiegel nach geodätischer Methode geprüft.

Diese Gelegenheit wurde genutzt, um unser Verfahren zu prüfen. Aus einer Entfernung von etwa 2 m von dem Antennenspiegel wurde mit einer Aufnahmekammer UMK 10/12 \times 18 ein Bildpaar mit etwa 80 cm Basislänge aufgenommen (Abb. 7).

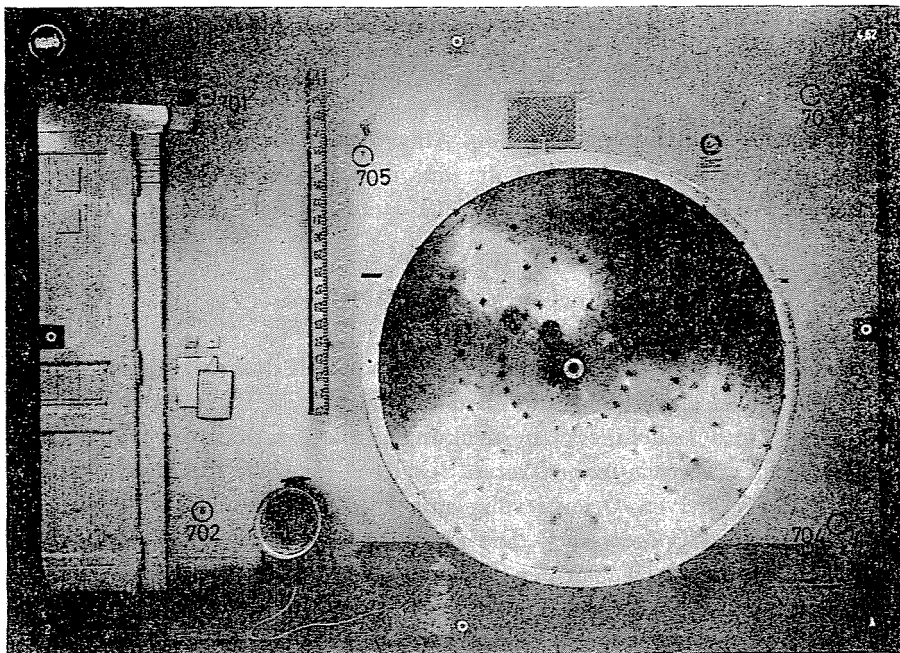


Abb. 7

Die Paßpunkte für den Rückwärtsschnitt der Bilder wurden hinter dem Parabelspiegel in etwa 3 m Abstand von den Bildern auf der Wandfläche gewählt. Da die Bilder in dieser Entfernung von der Wandfläche bereits eine fast 80-prozentige Überdeckung liefern, konnten für den Rückwärtsschnitt beider Bilder alle 5 Paßpunkte verwendet werden. Nach [4] überstieg der mittlere Fehler der geodätischen Bestimmung nicht 0,2 mm.

Bei dem Rückwärtsschnitt wurde der Mittelwert der Werte angenommen, die wir von den aus 5 Paßpunkten ausgestalteten, miteinander verbundenen 6 Dreiecken erhalten hatten. Zur Kontrolle des Rückwärtsschnittes wurden die Bildkoordinatenwerte aus den XYZ-Koordinaten der Paßpunkte mit Hilfe der Drehmatrix und der Koordinaten des Projektionszentrums berechnet. Als quadratischer Mittelwert der Abweichungen der berechneten und gemessenen

Bildkoordinaten wurden beim linksseitigen Bild $u_x = 0,006$ mm, $u_y = 0,003$ mm, beim rechtsseitigen Bild $u_x = 0,011$ mm, $u_y = 0,007$ mm erhalten.

Diese Zahlen überschreiten weder bei dem linken noch bei dem rechten Bild die Summe 0,011 mm der Punktidentifizierung (0,004) und der Unsicherheit der geodätischen Punkte im Bildmaßstab (0,007 mm), das Ergebnis des Rückwärtsschnittes kann also im Falle beider Bilder als gut gelten. Um die Zuverlässigkeit der Punktidentifizierung festzustellen, wurden für die bezeichneten Antennenpunkte mehrere Meßreihen durchgeführt.

Auf der Parabelspiegelfläche waren in 5 Reihen je 24 Punkte bezeichnet, d. h. insgesamt 120 Punkte. Daraufsichtsprobleme halber hatten von den 120 Punkten nur 112 geodätische Koordinaten. Auf photogrammetrischem Wege wurden die Koordinaten aller 112 Punkte bestimmt. Von den berechneten 112 Punkten wurde im Falle eines Punktes ein grober Fehler bemerkt, der aus einer fehlerbehafteten Punktidentifizierung in dem einen Bild herrührte.

Beim Vergleich der photogrammetrischen und geodätischen Koordinaten wurden die quadratischen Mittelwerte der Abweichungen

$$\begin{aligned} u_x &= 0,3 \text{ mm} \\ u_y &= 0,5 \text{ mm} \\ u_z &= 1,4 \text{ mm} \end{aligned} \tag{13}$$

erhalten.

Im Falle der Koordinaten Y und Z zeigen die Abweichungen regelmäßige Fehler, bei Y mit dem Vorzeichen $+$, bei Z mit dem Vorzeichen $-$; das bedeutet, daß die relative Genauigkeit der Bestimmung auch bei diesen Koordinaten die Genauigkeit der X -Koordinate erreicht.

Dieses sehr gute Ergebnis war folgenden Umständen zu verdanken:

- den homogenen und hochgenauen Koordinaten der Paßpunkte,
- der viel näheren Lage der bestimmten Punkte, im Vergleich mit den Paßpunkten.
- dem Umstand, daß sowohl die Paßpunkte als auch die bestimmten Punkte markiert waren.

Zusammenfassung

Im Falle industrieller Aufgaben ist es wegen äußerer Hindernisse manchmal ziemlich schwer, ein Bildpaar von 60 prozentiger Überdeckung zu machen. Die Orientierung von Bildpaaren mit relativ geringer Überdeckung zu errechnen, ist nicht mit hinreichender Genauigkeit, oder überhaupt nicht möglich.

Im Falle der beschriebenen Methode wird die innere Orientierung der Bilder in einem zu dem absoluten (geodätischen) Koordinatensystem parallelen Koordinatensystem ausgeführt. Dabei erübrigt sich die relative Orientierung, um unmittelbar im absoluten Koordinatensystem zu rechnen. Bei diesem Verfahren ist der räumliche Rückwärtseinschnitt beider Bilder erforderlich. Mit Hilfe der bestimmten äußeren Angaben lassen sich sowohl die innere Orientierung im absoluten System, als auch eine normale Anordnung der Bilder punktweise ermitteln, woraus die Koordinaten der Punkte des Objekts in einem Schritt, einfach errechnet werden können.

Literatur

1. DETREKŐI, Á.: Geodéziai mérések matematikai feldolgozása (Mathematische Verarbeitung geodätischer Messungen). Tankönyvkiadó, 1981, Budapest.
2. KREILING, A.: Photogrammetrisches Taschenbuch, Herbert Wichmann Verlag, 1972. Karlsruhe.
3. KRAUS, K.: Photogrammetrie Band 1, Dümlers Verlag 1982. Bonn.
4. KRAUTER, A.: Adott geometriai felület alakváltozásvizsgálata geodéziai módszerrel. (Formänderungsuntersuchung einer vorgegebenen geometrischen Fläche nach geodätischer Methode.) Geodinform XII. Jg. 1–2, 1981, Budapest.
5. SCHWIDEFSKY-ACKERMANN: Photogrammetrie BG Taubner 1976. Stuttgart.
6. SZILVÁSI, S.: Matematika (Mathematik). Tankönyvkiadó, 1971, Budapest.
7. SCHWIDEWSKY, K.: Grundriß der Photogrammetrie BG. Taubner Verlagsgesellschaft 1963. Stuttgart.
8. UGRIN, N.—KÁDÁR, O.—KÓSA, P.: A mérőfénykép külső adatainak meghatározása. (Bestimmung der äußeren Daten des Meßbildes.) Forschungsbericht 1981. Budapest.
9. UGRIN, N.—KISS, A.: Fotogrammetriai programrendszer (Photogrammetrisches Programmsystem für den Rechner EMG 666). Forschungsbericht 1981, Budapest.

Dr. Nándor UGRIN H-1521 Budapest