

OPTIMIERUNGSPROBLEME BEI AUSGEDEHNTEN NETZEN

F. SÁRKÖZY

Geodätisches Institut, TU Budapest, H-1521

(Eingegangen am 2. März 1981)

OPTIMIZATION PROBLEMS IN EXTENDED NETWORKS — National network dimensions inhibit the application of first- and second-order design by means of existing algorithms. Objective functions for three problems facilitating the application of mathematical programming methods in national networks will be presented.

The first problem suggests a first-order design involving minimum signal building costs.

The second problem suggests a rather expedient network stiffening technology for the Doppler translocation method.

The third problem deduces objective functions for the optimum structure of the national network.

In früheren Arbeiten (z. B. [2], [3]) beschäftigten wir uns mit Fragen der Netzoptimierung, die in lokalen Netzen besonderer Bestimmung vorkamen.

Im Prinzip können in großflächigen Netzen sämtliche bei den Spezialnetzen ausführlich dargelegte Optimierungsprobleme gelöst werden. In Hinblick auf die große Anzahl der Unbekannten lassen sich jedoch diese Aufgaben bei dem gegenwärtigen Stand der Rechentechnik entweder gar nicht lösen oder ist das unter Anwendung vereinfachter Modelle erhaltene Ergebnis fraglich.

Die nachstehend vorzuführenden Probleme sind aber lediglich für großflächige Netze von Bedeutung, und obwohl die erste Aufgabe z. Z. nur noch theoretisch formuliert wurde, wird sie wahrscheinlich in der nächsten Zukunft auch in der Praxis zur Anwendung gelangen. Für die praktische Anwendung des zweiten Problems boten sich bereits Möglichkeiten.

Zu diesem Themenkreis gehört schließlich eine kurze Zusammenfassung der Ergebnisse, die zur Projektierung der optimalen Seitenlängen gewisser Netzklassen dienen. Eine genaue Lösung dieses dritten Problems läßt sich nur im Falle eines konkreten technischen Niveaus und konkreter Organisationsbedingungen vorstellen, daher soll in dem betreffenden Abschnitt vor allem auf die Prüfung der Grundprinzipien eingegangen werden.

Erste Aufgabe

Planung erster Ordnung ausgedehnter Netze

Gegeben ist das Geländere relief in Form eines digitalen Geländemodells; gegeben sind die vorläufigen Punktorte, die Soll-Genauigkeit der Messungen.

Zu bestimmen sind die endgültigen Punktorte, die mit dem geringsten Kostenaufwand für Signalbau die erforderliche Genauigkeit des Netzes gewährleisten. Als erster Schritt der Lösung ist die Kostenfunktion in Abhängigkeit von den Punktorten aufzustellen.

Beim Ansatz der vorläufigen Punktorte kann man von zwei verschiedenen Gesichtspunkten ausgehen. Im Stadium des Ausprobierens der Methode können die Ausgangswerte für die Ermittlung des Optimums nach einer vereinfachten Methode der klassischen Planung auf der topographischen Karte bestimmt werden.

Eine höher entwickelte Möglichkeit besteht darin, als Ausgangsbedingung die optimale Form des geplanten Netzes zu erfordern. Mit der Planung der optimalen Form haben wir uns bei den Spezialnetzen eingehend beschäftigt. Es sei gleichzeitig bemerkt, daß für großflächige, rein durch Richtungsmessung angelegte Netze die Konfiguration aus gleichseitigen Dreiecken die optimale ist.

Es seien also

$$P_1 (x_1, y_1, z_1)$$

$$P_2 (x_2, y_2, z_2)$$

⋮

⋮

$$P_m (x_m, y_m, z_m)$$

die zu bestimmenden Punkte, die sich im Bereich T_1, T_2, \dots, T_m bewegen können, die anfängliche Lage ($P_1^0, P_2^0, \dots, P_m^0$) der Punkte wird als bekannt betrachtet. Interpretieren wir die Bereiche $\tau_{1,2}; \tau_{1,3}; \tau_{2,3}$ als solche, die durch die Verbindung der Bereiche zweier benachbarter, ein Dreieck bildender Festpunkte (P_i und P_j), von T_i und T_j entstehen (Abb. 1). In den Bereichen $\tau_{i,j}$ ist das digitale Geländemodell bekannt. Praktisch kann es zweckmäßig sein, den Bereich τ_{ij} nach zu der Geraden $P_i^0 P_j^0$ parallelen Schnitten abzubilden und auf die Schnitte senkrecht, linear zu interpolieren. In dieser Weise können die Punkte der Bereiche, die in mehreren Bereichen enthalten sind, praktisch auch mehrere Höhen erhalten; bei hinreichender Rasterstärke dürfen aber diese Abweichungen außer acht gelassen werden. Wir möchten bemerken, daß bei praktischer Realisierung statt der Terrainhöhen, die gemeinsame Höhe

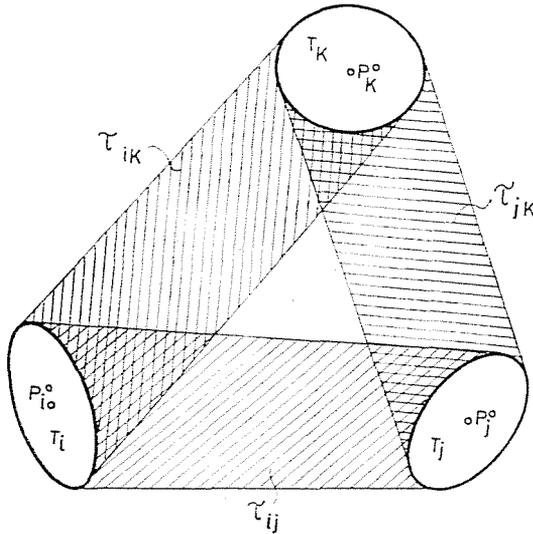


Abb. 1

des Terrains und der Vegetation zu berücksichtigen ist, mit Rücksicht auf den Umstand, daß in modernen Netzen höherer Ordnung in der Regel dauerhafte Stahlbetontürme errichtet werden, die auch für wiederholte Messungen für praktische oder wissenschaftliche Zwecke geeignet sind; eine dauerhafte Sichtbarkeit ist unter solchen Bedingungen nur durch kostenaufwendige Durchhau mit systematischer Richtungsberichtigung zu gewährleisten.

Der Grundalgorithmus des Problems besteht in dem optimalen Entwurf der Sichtbarkeit zweier Punkte. Die Sichtbarkeit läßt sich realisieren, wenn

$$l_{i,j}(x, y) - h_{i,j}(x, y) \geq 0; \quad x \in [x_i, x_j] \quad (1) \\ y \in [y_i, y_j].$$

Dabei sind

$h_{i,j}$ — das Annäherungspolynom der Geländehöhe

$l_{i,j}$ — die Richtlinienhöhe.

Da eine optimale Signalthöhe angestrebt wird, lautet die Zielfunktion:

$$\sum_{k=1}^m t_k^2 \rightarrow \min \quad (2)$$

wo t_k die Signalthöhe im Punkt k bedeutet.

Drücken wir die Gleichung der Richtlinie mit diesen Signalthöhen aus:

$$l_{i,j}(x, y) = \frac{z_j - z_i}{s_{ij}} \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} + \\ + \frac{t_j - t_i}{s_{ij}} \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} + z_i + t_i \quad (3)$$

hierin ist

$$s_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}.$$

Mit Hilfe der Zielfunktion (2) und der Ungleichung (1) kann die optimale Signalthöhe zwischen zwei festgelegten Punkten bestimmt werden. In unserem Falle sind jedoch im allgemeinen die Orte der Punkte nicht fest, sie können sich in einem Bereich T frei verschieben, andererseits muß die Zielfunktion (2) auf sämtliche Signalthöhen des Punktfeldes ausgedehnt werden.

Im ersten Schritt wird in der Netzmitte ein Punkt P_0 gewählt (Abb. 2). Optimieren wir die Signalthöhen der von diesem Punkt aus sichtbaren Rich-

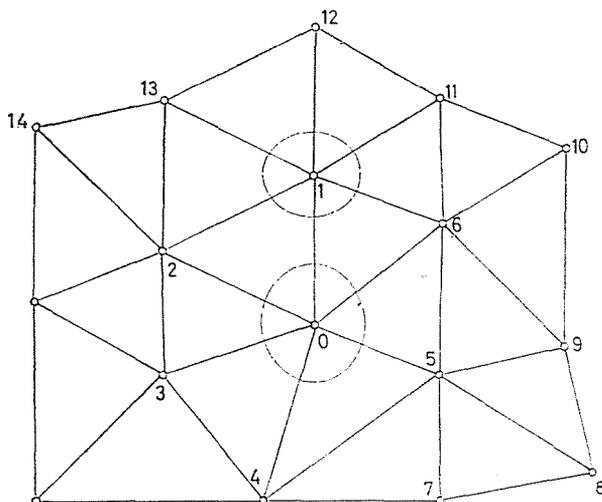


Abb. 2

tungen unter der Bedingung, daß sich der Punkt P_0 innerhalb des Bereichs T_0 bewegen kann, während die übrigen Punkte unbeweglich sind. Als Ergebnis der Planung erhält man die Koordinaten x_0, y_0 des Punktes P_0 , die als endgültig angenommen werden, sowie die Signalthöhen $t_0^1, t_0^2, t_0^3, t_0^4, t_0^5, t_0^6, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6$. Wir nehmen als die Signalthöhe des Punktes P_0 endgültig den Wert $\max t_0^i$ an und berücksichtigen die in den festgelegten Punkten erhaltenen Signalthöhen als Ausgangswerte. Nun kommen wir auf einen der Punkte um den Punkt 0 zu sprechen, z. B. auf Punkt 1. Für die aus Punkt 1 ausgehenden Richtungen werden die Signalthöhenberechnungen unter Berücksichtigung folgender Bedingungen durchgeführt:

Punkt 1 kann sich im Bereich T_1 frei bewegen; der Ort von P_0 , bzw. die berechnete Signalthöhe t_0 sind endgültig; die bereits in erster Näherung bestimmten Werte t_2 und t_6 bedeuten die unteren Grenzen der neuzuplanenden Werte.

Als Planungsergebnis erhält man die endgültigen Koordinaten des Punktes P_1 , und von den bezüglich P_1 erhaltenen Signalhöhen $t_1^0, t_1^{13}, t_1^{12}, t_1^{11}, t_1^{16}$; nehmen wir die maximale als endgültige Signalhöhe in Punkt 1 an. Die ange deutete Aufgabe wird konzentrische Kreise entlang solange fortgesetzt, bis man im Besitz der Orte und Signalhöhen sämtlicher Punkte ist.

Mit Rücksicht darauf, daß die Zielfunktion nichtkonvex ist, kann die Optimierung nach einem zufälligen Suchverfahren durchgeführt werden.

Zweite Aufgabe

Aussteifungsentwurf für ein ausgedehntes Netz mit Hilfe von Doppler-Messungen

Durch die herkömmlichen Ausbaumethoden der Landes-Triangulationsnetze wurden zur Beseitigung der Torsion von Dreiecksketten astronomische Azimutmessungen vorgesehen. Die Verzerrungen des Netzmaßstabs wurden durch Basismessungen geeigneter Dichte und Verteilung beseitigt. In unseren Tagen kommt sowohl in der Realisierung des einheitlichen Weltnetzes, als auch im Schutz gegen Torsion und Maßverhältnisverzerrungen den Doppler-Beobachtungsmethoden künstlicher Satelliten eine besondere Bedeutung zu.

Bei der praktischen Anwendung dieser Methoden tauchten mehrere Probleme (vor allem auf dem Gebiet der Beziehung zwischen irdischem und Doppler-Bezugssystem) auf, durch welche das Anschreiben der Zielfunktion für die optimale Planung erschwert wird. Wir betrachten es nicht als unsere Aufgabe, das weitläufige Thema eingehend zu untersuchen, im weiteren soll nur versucht werden, Zielfunktionen für die optimale Planung der Maßstabkontrolle mit Hilfe der Doppler-Translokationstechnik abzuleiten.

Wie bekannt, besteht das Wesen der Translokation darin, daß der Durchgang eines Satelliten von zwei Aufstellungspunkten aus simultan beobachtet, und aus den Meßergebnissen u. o. der gerade Abstand zwischen den beiden Aufstellungspunkten berechnet wird.

In diesem Falle hat die Planung die Aufgabe, die bereits vorhandenen, irdischen Netzpunkte zu bestimmen, in denen zur Verbesserung des Netzmaßstabsverhältnisses Doppler-Beobachtungen durchgeführt werden sollen.

Durch Doppler-Beobachtungen wird die Steifigkeit nur dann erhöht, wenn die unter Anwendung der Translokationstechnik gemessenen mittleren Fehler der Seiten die mittleren Fehler der Seiten des irdischen Netzes unterschreiten.

Unter Berücksichtigung des gegenwärtigen (1979) durchschnittlichen technischen Standes, können die ersteren mittleren Fehler nach Literaturangaben zu $\pm 0,5$ angesetzt werden, während die letzteren aus dem Ausdruck

$$m_{F_{ij}}^2 = f_{ij}^T \Sigma f_{ij} \quad (4)$$

berechnet werden.

Die in Frage kommenden Seiten müssen also für alle möglichen Kombinationen i, j die Ungleichung

$$m_{F_{ij}}^2 < \varphi^0(R, \alpha, N) \quad (5)$$

befriedigen, wo

R die Entfernung (in km),

α das Azimut der Entfernung,

N die Zahl der Durchgänge

bedeuten.

Nach experimentellen Untersuchungen [3] wird der mittlere Fehler der durch Translokation bestimmten Entfernung mit dem Ausdruck angedeutet:

$$\sigma_R = (10,2 \text{ m} + (8 \sin \alpha + 3,4 R 10^{-6})) : \sqrt{N}$$

d. h. der Ausdruck (5) läßt sich in der Form

$$m_{F_{ij}}^2 < (10,2 + (8 \sin \alpha + 3,4 R 10^{-6})) : \sqrt{N} \quad (5a)$$

schreiben.

Andererseits können nach der gegenwärtigen Translokationstechnik höchstens Seitenlängen von 1500 km gemessen werden, folglich muß die Planung für alle möglichen Punktkombinationen auch die Ungleichung

$$s_{i,j} < 1\,500\,000 \quad (6)$$

befriedigen.

Die Fehler der Seitenlängenbestimmungen mit Hilfe der Translokationstechnik können also nach der Formel (5a) von der Lage der Seite „unabhängig gemacht“ werden, wenn für Punktpaare mit ungünstiger Geometrie ein proportional verlängertes Meßprogramm vorgeschrieben wird. Durch die geometrische Lage der Punkte kann die Meßdauer sogar auf zweifache Weise beeinflußt werden:

- a) Die Zahl der in 24 Stunden durchgehenden Satelliten, die von dem Punkt aus beobachtet werden können, hängt von der geographischen Breite ab. Abb. 3 zeigt diesen Zusammenhang in großen Zügen. Nach der Abbildung liegt es auf der Hand, daß mit zunehmender geographischer Breite die Anzahl der Durchgänge wächst, und sich daher eine die Genauigkeitskriterien befriedigende Beobachtung in kürzerer Zeit durchführen läßt.
- b) Wie bereits erwähnt, wird die Beobachtungsdauer durch das Azimut der an der Translokation beteiligten Punktpaare beeinflußt.

Für die Messung ist es günstig, wenn die durch die Richtung der Punkte bestimmte Gerade von Meridianrichtung ist, und ungünstig, wenn die Gerade der Punkte auf die Meridianrichtung senkrecht steht.

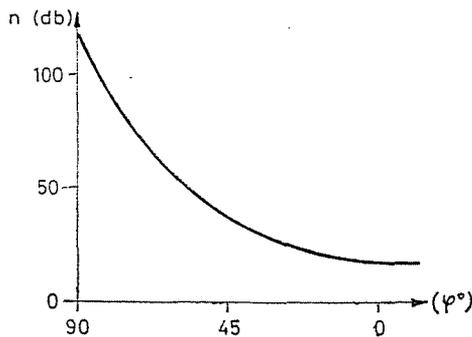


Abb. 3

Die Kosten(Zeit)-Funktion der gemessenen Entfernung lautet:

$$\vartheta_{1,i,j} = \gamma(\varphi_i, \varphi_j, \alpha_{i,j}, R). \quad (6a)$$

Aus den zur Verfügung stehenden Publikationen läßt sich für die Kostenfunktion der gemessenen Entfernung die empirische Formel ableiten:

$$\vartheta_{1,i,j}^{[\text{Stunde}]} = (N - 1) 1,5 \cos \frac{\varphi_i + \varphi_j}{2}. \quad (7a)$$

Die Abhängigkeit der Meßzeit von dem Azimut der Richtung kann nach dem Ausdruck (5a) berücksichtigt werden, indem aus (5a) N ausgedrückt und in (7a) eingesetzt wird. Die Belegung der Instrumente wird durch den Zeitaufwand für die Beförderung von einem Aufstellungspunkt zu dem anderen wesentlich beeinflusst (man darf nicht vergessen, daß die Grenzentfernung 1500 bis 2000 km beträgt). Untersuchen wir die Berücksichtigungsmöglichkeiten der Förderzeiten in der Annahme zweier Empfangsgeräte.

Bestimmen wir die Menge H als die Menge der Translokationspunktpaare:

$$H = \{(i, j) : i \in A, j \in A\} \quad (7)$$

$$\text{und} \quad H = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$$

dabei ist A die Menge der Punkte, wo Doppler-Messungen unternommen werden. Interpretieren wir die Funktion $F : H \times H \rightarrow R$:

$$F((i, j), (k, l)) = \min \{ \max(\varrho(i, k), \varrho(j, l)), \max(\varrho(i, l), \varrho(j, k)) \}. \quad (8)$$

Durch die Funktion F wird also die Entfernung angegeben, für deren Zurücklegung die notwendige Zeit in Verbindung mit dem Instrumentenwechsel zwischen zwei Translokationsseiten unbedingt abgewartet werden muß.

Bereiten wir aus den Punkten von H einen zusammenhängenden, gerichteten Graphen (ein Netz). Zwei ausgezeichnete Punkte der Menge H seien der

Anfangs- bzw. der Endpunkt des Graphen (die Anfangs- und Endstellungen der beiden Doppler-Instrumente). Von dem Anfangspunkt gehe nach jedem Punkt von H je eine Kante aus, und von den so erhaltenen Knotenpunkten wiederum nach allen anderen Punkten je eine Kante, bis alle möglichen Wege angegeben sind. Die Kantenlängen zwischen den Spitzen werden durch die Funktion F geliefert.

Ist n die Zahl der Komponenten von H , und sind darin auch die beiden ausgezeichneten Punkte mit inbegriffen, so ist die Zahl der dem Endpunkt vorausgehenden Spitzen $(n - 2)!$; diese Punkte sind alle durch je eine Kante mit dem Endpunkte verbunden.

In dem so erhaltenen Netz läßt sich der kürzeste Weg, der den Anfangspunkt mit dem Endpunkte verbindet, und dabei sämtliche Punkte von H einmal berührt, bestimmen.

Dieser Weg sei

$$(h_{i_1}, h_{i_2}, \dots, h_{i_n})$$

wo i_1, i_2, \dots, i_n die Permutation der Komponenten $1, 2, \dots, n$ ist.

Dann ist

$$\vartheta_2 = \frac{1}{v} \sum_{k=1}^{n-1} F(h_{i_k}, h_{i_{k+1}}) \quad (9)$$

wo v die mittlere Instrumentenförderzeit je Längeneinheit bedeutet. In Kenntnis der obigen Kostenfunktionen können verschiedene Zielfunktionen für den optimalen Entwurf angeschrieben werden. Unter vielen möglichen Problemstellungen können zwei Hauptaufgaben ausgewählt werden:

a) Es sei die Zeit T gegeben, während der die Instrumente zur Verfügung stehen, und es wird gefordert, daß irgendein verallgemeinerter Netzfehler-Kennwert (eine Invariante: Spur, Determinante usw.) der Varianz-Kovarianz-Matrix des kombinierten Netzes minimal sei.

In diesem Falle lautet die Zielfunktion:

$$E = \text{Inv } \Sigma(n, H) \rightarrow \min \quad (10)$$

mit den Restriktionen:*

$$\begin{aligned} m_{F_{i,j}}^2 &< c^2, \text{ wo } (i, j) \in H \\ s_{i,j} &< 1\,500\,000, \text{ wo } (i, j) \in H \\ \sum_{k=1}^n \vartheta_{1,k} + \vartheta_2 &\leq T. \end{aligned}$$

* Von diesen Einschränkungen kann auch Abstand genommen werden, wenn zu den Unbekannten der Zielfunktion die Zahl N_i der je Aufstellungspunkt notwendigen Durchgänge hinzugezogen wird.

b) Gegeben ist der Sollwert I_c eines verallgemeinerten Netzfehlerkennwertes, es soll ein Beobachtungsplan aufgestellt werden, mit dessen Hilfe der Wert des betreffenden Fehlerkennwertes mit der gewünschten oder noch höheren Genauigkeit in der womöglich kürzesten Beobachtungszeit erhalten wird.

Die Zielfunktion lautet in diesem Falle:

$$E = \sum_{k=1}^n \vartheta_{1,k} + \vartheta_2 \rightarrow \min \quad (11)$$

mit den Restriktionen:

$$s_{i,j} < 1\,500\,000, \text{ wo } (i, j) \in H$$

$$\text{Inv } \Sigma \leq I_c.$$

Dritte Aufgabe

Die Struktur der geodätischen Landesdreiecknetze wurde den technischen Möglichkeiten der gegebenen Epoche gemäß, aufgrund der Kapazitäten der geodätischen Organe als aktueller Kompromiß entworfen. Dieser lieferte selbst für die betreffende Zeit nicht unbedingt die optimale Lösung, weil keine Organisationsformen bzw. keine Berechnungsalgorithmen zur Verfügung standen, unter deren Anwendung die Lösung des Problems hätte optimiert werden können.

Um die Aufgabe zu lösen, müssen die möglichen Technologien und deren Genauigkeitskennwerte, sowie die Kosten für die Bestimmung der einzelnen Punkte unter Anwendung der gegebenen Technologie, in Abhängigkeit von den durchschnittlichen Punktabständen bekannt sein. Als Ausgangsbedingungen können die zu erreichende mittlere Punktdichte (der Abstand zwischen zwei benachbarten Punkten wird durch s_0 bezeichnet), sowie die für die gegenseitige Lage zweier Punkte kennzeichnende, erforderliche, relative Streuung $c\sigma_{m,n}^0$ betrachtet werden.

Wählen wir ein Gelände T . Nehmen wir an, daß das Festpunktnetz unter Anwendung elektronischer Entfernungsmesser, durch Polygonierung ausgebaut wird (Abb. 4).

Das Netz soll aus i Stufen bestehen, und die durchschnittliche Seitenlänge der i -ten Stufe sei $s_i = n_i \cdot s_0$.

Dann wird die durchschnittliche Zahl der auf der i -ten Stufe zu bestimmenden Punkte

$$k_i = \left(\frac{\sqrt{T}}{n_i s_0} + 1 \right)^2 \quad (12)$$

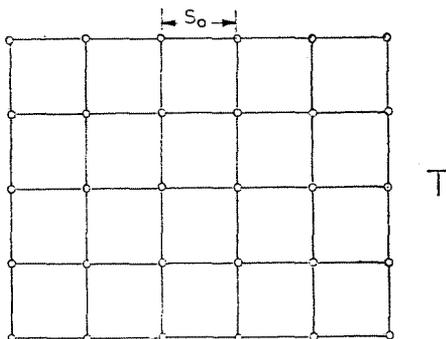


Abb. 4

sein. Die einzelnen Netzstufen können, mit der Ausnahme der höchsten Stufe, auf zweifache Weise berechnet werden:

- a) jeder Punkt des gegebenen Netzes wird in ein homogenes System gefaßt, gleichzeitig ausgeglichen (bei der höchsten Netzstufe läßt sich nur dieses Verfahren anwenden),
- b) die Polygonzüge werden als Polygonzüge zwischen den Punkten mit bekannten Koordinaten der höheren Stufe, bzw. zwischen den Punkten mit bekannten Koordinaten der nach dem Vorstehenden berechneten gleichen Stufe berechnet.

Der Berechnungsfall a) wird durch die Kostenfunktion R_{ai} , der Fall b) durch die Kostenfunktion R_{bi} gekennzeichnet. Die Kostenfunktion Typ a) ist eine Funktion von k_i , die Kostenfunktion Typ b) die Funktion der Beziehung $\frac{n_{i+1}}{n_i}$.

Greifen wir aus dem Netz zwei Stufen heraus. Die Punktzahl des Netzes höherer Ordnung sei k_{i+1} , die Punktzahl des Netzes niedrigerer Ordnung (auch das Netz höherer Ordnung inbegriffen) k_i .

Die Polygonzüge im Netz niedrigerer Ordnung können in zwei Typen unterteilt werden: in Polygonzüge erster Ordnung, welche die Punkte höherer Ordnung verbinden, und in Polygonzüge zweiter Ordnung, die zwischen zur gleichen Stufe gehörenden Punkten zustande kommen. Wird angestrebt, daß die Punkte innerhalb einer Stufe ein womöglich homogenes Fehlerbild zeigen, so liegt es auf der Hand, daß es zweckmäßig ist, die aus Punkten zweiter Ordnung ausgehenden Züge miteinander zu verbinden.

Die Zahl der Züge zweiter Ordnung ergibt sich also zu

$$SZ_{iII} = g_i \left(\frac{n_{i+1}}{n_i} - 1 \right) (\sqrt{k_{i+1}} - 1)^2 \quad (13)$$

wo der Faktor $1 \leq g_i \leq 2$ das Verhältnis der ergänzenden Verbindungszüge ausdrückt.

Die Zahl der Züge erster Ordnung, also der Züge i -ter Stufe, welche die Punkte der $i + 1$ -ten Netzstufe direkt verbindet, ist:

$$SZ_{iI} = (k_{i+1} - \sqrt{k_{i+1}}) \cdot 2. \quad (14)$$

Je ein Zug enthält $m = \frac{n_{i+1}}{n_i} + 1$ Punkte und $O = \frac{n_{i+1}}{n_i}$ Seiten mit der mittleren Seitenlänge $d = n_i s_0$; jedoch kann gerade im Sinne der Formel (13) ein Punkt auch in mehreren Zügen vorkommen.

Die Formeln (13) und (14) setzen das Vorhandensein eines Netzteils höherer Ordnung voraus. Um den tatsächlichen Meßaufwand auch in der höchsten Netzklasse berücksichtigen zu können, betrachten wir die Zahl der Polygonseiten als Bezugsgrundlage für die Kosten.

Betrachten wir die in Abb. 5 dick ausgezogenen Seiten als unbedingt notwendig, die dünn ausgezogenen Seiten als solche, die im Interesse höherer Steifigkeit ausgestaltet werden können.

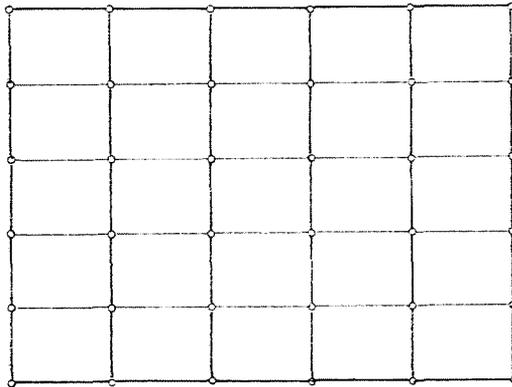


Abb. 5

Die Gesamtzahl der Netzseiten beträgt:

$$O_{iv} = k_i + \sqrt{k_i} - 2 + q(\sqrt{k_i} - 1)(\sqrt{k_i} - 2) \quad (15)$$

wo der Faktor $0 \leq q \leq 1$ das Verhältnis der Aussteifungsseiten ausdrückt.

Die Kosten für die Bestimmung (Messung) einer Seite sind von der Genauigkeit der Entfernungs- und Richtungsmessungen sowie von der Seitenlänge abhängig. Bezeichnen wir die Kostenfunktion durch $R_i(m_\beta, m_s, n_i s_0)$, dann kann die Zielfunktion wie folgt angeschrieben werden:

$$E = R_{ak} + O_{kv} R_k + \delta(i) \sum_{i=1}^{k-1} (SZ_{iI} + SZ_{iII})(O_i R_i + R_{bi}) \rightarrow \min \quad (16)$$

dabei sind $i = 0, 1, \dots, k - 1, k$;

$$\text{und } \delta(i) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } i \neq 0 \\ 0 & \text{wenn } i = 0. \end{cases}$$

Als Restriktion wird der Ausdruck angenommen:

$$\max \sigma_{m,n}^0 < c\sigma_{m,n}^0.$$

Die Lösung der Aufgabe wird erleichtert, wenn aufgrund der Analyse der zur Verfügung stehenden Bedingungen weitere Bedingungen gemacht werden, wie z. B.:

$$\begin{aligned} k &\leq \text{const}; \\ R_{ak} &\leq \text{const}; \\ \frac{n_i}{n_{i-1}} &= \text{const}; \\ \sigma_{m,n}^{(i)} &\leq \sigma_{m,n}^{(i-1)}. \end{aligned} \tag{18}$$

Die Lösung vereinfacht sich noch weiter, wenn der Inhalt der Kostenfunktionen auf die Fälle der zur Verfügung stehenden und unter Umständen standardisierten Technologien beschränkt wird.

Dann besteht jedoch die Gefahr, daß sich die Allgemeingültigkeit der Lösung vermindert.

Zusammenfassung

Unter Berücksichtigung der gegenwärtigen Algorithmen ermöglichen die Maße der Landesdreiecknetze keine Anwendung der Planungen erster und zweiter Ordnung. Der Verfasser beschreibt die Zielfunktionen dreier Aufgaben, die auch in Landesdreiecknetzen die Anwendung von mathematischen Programmierungsmethoden ermöglichen.

Im Rahmen der ersten Aufgabe wird eine Lösung für eine Entwurf erster Ordnung empfohlen, der minimale Signalbaukosten erfordert.

In der zweiten Aufgabe wird die zweckmäßigste Netzversteifungstechnologie der Doppler-Translokationstechnik vorgeschlagen.

In der dritten Aufgabe werden die Zielfunktionen der optimalen Struktur der Landesdreiecknetzes abgeleitet.

Literatur

1. WELLS, D. E.: Concept of Satellite Doppler Positioning Using Translocation Techniques. International Geodetic Symp., Oct. 1976. New Mexico State University, Satellite Doppler Positioning Vol. 1. p. 77.
2. SÁRKÖZY, F.: Optimale Planung von Ingenieurfestpunktnetzen. Periodica Polytechnica Civil Engineering Vol. 24. (1980) No. 1—2.
3. SÁRKÖZY, F.: Некоторые вопросы оптимального проектирования геодезических сетей. Periodica Polytechnica Civil Engineering Vol. 21. (1977) No. 1—2.

Prof. Dr. Ferenc SÁRKÖZY, Institutsdirektor, H-1521 Budapest