DIE ROLLE DER ZEIT IN DER PLANUNG INGENIEURGEODÄTISCHER DEFORMATIONSMESSUNGEN

Á. Detrekői

Lehrstuhl für Photogrammetrie, Geodätisches Institut, TU Budapest, H-1521

(Eingegangen am 15. März 1981)

IMPACT OF TIME IN PLANNING ENGINEERING GEODESY DEFORMATION TESTS — After presenting aims and peculiarities of planning engineering geodesy tests, the impact of time on the determination of measurement durations and on the appointment of measurement times will be outlined.

Determination of measurement times by optimum calculus permits to extend the Grafarend system of planning geodesy networks. Optimum planning of measurement times may be that by fourth-order optimum planning.

As concerns the optimum selection of measurement technology and times, a method relying on Legendre polynomials has been suggested, illustrated on an example.

1. Zweck und Eigenschaften der ingenieurgeodätischen Deformationsmessung

Die Planung geodätischer Messungen setzt sich im allgemeinen aus der Bestimmung der Punktorte in den verschiedenen Netzen, der Vermarkung, des Meßverfahrens, der benutzten Instrumente, der Anzahl und Reihenfolge der Messungen zusammen. Die Entwurfsmethode wird durch den Charakter der Aufgabe, für die die Messungen durchgeführt werden, beeinflußt. Bei der Planung werden von den Ingenieuren die Entscheidungen empirisch oder unter Anwendung mathematischer Methoden, im günstigsten Falle durch eine Kombination beider Verfahren getroffen.

In diesem Beitrag werden besondere Fragen der Planung ingenieurgeodätischer Deformationsmessungen und von den Methoden vor allem die mathematischen behandelt. Verschiedene Fragen der Planung von ingenieurgeodätischen Deformationsmessungen wurden u. o. in [1, 2, 8, 9, 10, 11, 12, 13] behandelt. Mit einer einzigen Ausnahme beschäftigten sich diese Verfasser mit der optimalen Lage der Punkte des Deformationsmessungsnetzes und der Wahl der Meßmethode. Die Rolle der Zeit wurde allein in [2] in Verbindung mit einer konkreten Aufgabe behandelt.

Bei der Planung von ingenieurgeodätischen Deformationsmessungen wird zweckmäßig von dem mathematischen Modell der Deformationsmessungen ausgegangen. Durch die Planung ist zu gewährleisten, daß die Messungen den Annahmen in bezug auf das Modell entsprechen und die Bestimmung der Bewegungsgrößen mit der erforderlichen Zuverlässigkeit in der zur Verfügung stehenden Zeit liefern.

In der Arbeit wird von dem von mir ausgearbeiteten mathematischen Modell [3, 4] ausgegangen. Die Besonderheit dieses Modells ist, daß die Meßergebnisse als Realisationen eines stochastischen Prozesses $y(t)$ betrachtet werden. Bei der Aufstellung des Modells werden — wie das in der Ingenieurgeodäsie üblich ist — kontinuierliche und fallweise Meßverfahren unterschieden. Bei den letzteren sind die Werte des Prozesses $y(t)$ nur bei den Meßepochen $t_1, t_2, \ldots, t_s$ bekannt. Bei der Aufstellung des Modells wurde die in der Fachliteratur übliche Annahme (z. B. [10]) übernommen, wonach während der Messung das untersuchte Bauwerk als unbeweglich betrachtet wird.

Bei der Planung von Deformationsmessungen wird die Rolle der Zeit *bei der Wahl einerseits der Meßtechnologie, anderseits der Meßepochen* berücksichtigt. In der Wahl des Meßverfahrens spielt die Zeit insofern mit, daß bei fallweisen Messungen nur Technologien gewählt werden dürfen, für die angenommen werden kann, daß während der Meßdauer das geprüfte Bauwerk als unbeweglich betrachtet werden darf. Bei der Wahl der Meßepochen spielt die Zeit deshalb eine wichtige Rolle, weil nur im Falle günstig gewählter Meßzeitpunkte ein richtiges Bild von dem Verlauf der Deformation erhalten wird.

Da der Zweck der Messungen die Beobachtung von Bewegungen ist, sind für die Planung unbedingt vorherige Informationen über die Bewegung erforderlich. Diese betreffen den räumlichen und zeitlichen Verlauf der Bewegung. Die ersteren Informationen spielen vor allem in der Wahl der Lage der Netzpunkte eine Rolle, zu der zweiten Gruppe gehören, zum Beispiel, die Informationen über die Geschwindigkeit, voraussichtliche Dauer der Bewegung, über die größte Verschiebung und den Charakter der Bahnen der Punkte. Auf der Grundlage derselben lassen sich die erforderliche Meßgenauigkeit, die Meßepochen, der zulässige Zeitbedarf der Messungen bei den einzelnen Gelegenheiten bestimmen. Über je mehr vorherige Informationen man verfügt, umso zuverlässiger kann im allgemeinen der Plan ausgearbeitet werden.

Bei der Planung von Deformationsmessungen ist es der Mühe wert, zwei Besonderheiten, die sich aus der Art der Aufgabe ergeben, zu berücksichtigen. Die eine ist, daß die Planung vor Beginn der Messungen nicht abgeschlossen werden darf. Auf die einzelnen Meßepochen folgend kann — infolge der gemeinsamen Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse — oft eine Änderung der ursprünglichen Vorstellungen erforderlich werden. Die zweite Besonderheit besteht darin, daß — im Idealfall — die Planung von dem die Meßergebnisse anwendenden Fachmann und dem Geodäten gemeinsam ausgeführt wird. In zahlreichen Fällen bedeutet dieser Umstand starke Bindungen bei der Planung.

Wie bereits gesagt, besteht die Planung geodätischer Netze aus mehreren Schritten. Die Zerlegung in Teile hat zum Ziel, einen besseren Überblick über die theoretischen Zusammenhänge zu geben und die numerische Durchführung der Planung zu ermöglichen. Bei der Planung von Netzen gilt heute die *Grafarend*sche Gruppierung [6] als allgemein angenommen:

Optimale Planung nullter Ordnung (Zero Order Optimal Design): Das Problem des geodätischen Datums (Anfangspunktes).

Optimale Planung erster Ordnung (First Order Optimal Design): Das Problem der Konfiguration.

Optimale Planung zweiter Ordnung (Second Order Optimal Design): Verallgemeinerung des Gewichtsproblems.

Optimale Planung dritter Ordnung (Third Order Optimal Design): *Bayes*-Annäherung der Geodäsie (Planung der Ergänzungsmessungen).

Die eben angeführten Schritte der Planung sind auch bei der Planung von Deformationsmessungsnetzen notwendig. Diese Planungsschritte lassen jedoch die Tatsache der Bewegung außer acht, weil die Untersuchungen von *Grafarend* in der Annahme unbeweglicher Netze unternommen wurden. Bei der Planung von Deformationsmessungen — und im allgemeinen bei der Planung jeder Messung, wo ein Teil des Netzes nicht unbeweglich ist, wird es zweckmäßig sein, die Wahl der Zeitpunkte für die Messungen zu berücksichtigen. Als Fortsetzung der *Grafarend*schen Zerlegung wird die Aufgabe

Optimale Planung vierter Ordnung (Fourth Order Optimal Design): Problem der Meßzeitpunkte genannt.

Im weiteren werden zwei Fragen der Planung von Deformationsmessungen ausführlicher behandelt: die Wahl des Meßverfahrens und die Bestimmung der Meßzeitpunkte.

2. Die Wahl des Meßverfahrens

Von den Schritten der Planung soll als erster die Wahl des Meßverfahrens genannt werden. Diese Wahl hängt von der erforderlichen Genauigkeit, für die Messung zur Verfügung stehenden Zeit, der Form des Netzes, usw. ab. Die Technologie wird fast ausschließlich auf empirischem Wege gewählt, obwohl die Anwendungsmöglichkeit von mathematischen Methoden — innerhalb gewisser Grenzen — auch bei diesen Aufgaben besteht.

Die Wahl des Meßverfahrens kann im Prinzip als Optimumberechnungsproblem aufgefaßt werden, in dessen Zielfunktion eine Kombination der Genauigkeitsmaße der Messungen, des Zeitbedarfs für die Messung und der Meßkosten steht, und die Bedingungen von dem gewählten Modell und den besonderen Anforderungen des die Messung benutzenden Fachgebiets herrührende Bindungen enthalten.

Die Zielfunktion und die Bedingungen werden in der allgemeinen Form angeschrieben:

$$f = R_P \cdot P + R_K \cdot K + R_T \cdot T = \min \tag{1}$$

$$P \leq P_{\max} \tag{2}$$

$$K \leq K_{\max} \tag{3}$$

$$T \leq T_{\max} \,. \tag{4}$$

Dabei bedeuten:

P	das zweckdienlich gewählte Genauigkeitsmaß,
K	die Kosten,
T	die Meßzeit,
R_P, R_K, R_T	Proportionalitätsfaktoren.

Die Zielfunktion (1) entspricht einer weiteren Zerlegung der von WOLF [16] für geodätische Netze empfohlenen, allgemeingültigen Zielfunktion

$$f = R_P \cdot P + R_K \cdot K \,. \tag{5}$$

Die besondere Darstellung des Zeitbedarfs für die Messung in der Zielfunktion ist wegen des Deformationsmessungscharakters der Messungen erforderlich.

Von den Größen in dem Zusammenhang (1) zeichnet sich der Deformationsmessungscharakter der Messungen direkt in den Werten von $P_{\max}$ und $T_{\max}$ ab.

Bei der Festlegung der Genauigkeitsmaße in $P_{\max}$ ist es im allgemeinen zweckmäßig, von den voraussichtlichen Verschiebungen auszugehen. Für diesen Zweck können die noch nachzuweisende kleinste Verschiebung $d_{\min}$, die für die Deformation kennzeichnende, größte Verschiebung $d_{\max}$ oder die aus irgendeiner Sicht kritische Verschiebung d_{krit} in Frage kommen. Wird, zum Beispiel, die Zuverlässigkeit durch den zulässigen mittleren Fehler gekennzeichnet, so läßt sich der mittlere Fehler μ_d der einzelnen Verschiebungen d_i aus einem der Zusammenhänge

$$\mu_d = q \cdot d_{\min} \tag{6}$$

$$\mu_d = r \cdot d_{\max} \tag{7}$$

$$\mu_d = s \cdot d_{\text{krit}} \tag{8}$$

bestimmen, wo q, r, s Proportionalitätsfaktoren unter eins bedeuten. Im Fachschrifttum werden Werte von $r = 0{,}1$ bis $0{,}2$ im allgemeinen für annehmbar gehalten.

Bei der Bestimmung von $T_{\max}$ ist es zweckmäßig, von der Annahme im mathematischen Modell auszugehen, nach der während der Messungen das untersuchte Objekt als unbeweglich betrachtet wird. Der Wert $T_{\max}$ kann auf der Grundlage ermittelt werden, daß der aus Deformation während der Messung herrührende „Fehler" einen bestimmten Wert, zum Beispiel, einen gewissen Anteil c_i der vorgeschriebenen mittleren Fehlers μ_d der Messungen, nicht überschreiten darf:

$$c_i = b \cdot \mu_d \,. \tag{9}$$

Dabei ist der Proportionalitätsfaktor $b \leq 1$.

Ist der Erwartungswert der maximalen Bewegungsgeschwindigkeit $v_{\max}$ bekannt, erhält man aus dem Zusammenhang

$$c_i = v_{\max} \cdot T_{\max} \tag{10}$$

die für die Messung zur Verfügung stehende höchste Zeit:

$$T_{\max} = \frac{c_i}{v_{\max}} . \tag{11}$$

Das in den Zusammenhängen (1) bis (4) angeschriebene mathematische Programmierungsproblem läßt sich nur in ganz speziellen Fällen von der aufgeschriebenen Form ausgehend zweckmäßig lösen. Soll die Meßtechnologie ausgewählt werden, so wird die Lösung von den in Frage kommenden Verfahren zu jener führen, zu der der Wert $f_{\min}$ der Zielfunktion f gehört. Das wird das hinsichtlich Zuverlässigkeit, Zeitbedarf und Kosten der Messung optimale Verfahren sein.

Bei der Durchführung praktischer Aufgaben wird das Meßverfahren nur selten durch mathematische Programmierung gewählt. Die in den Zusammenhängen (2) bis (4) vorkommenden Bedingungen müssen jedoch immer berücksichtigt werden, wie auch das Meßverfahren gewählt wird, da ja die Menge der möglichen Lösungen durch diese Bedingungen begrenzt ist.

In Verbindung mit der Wahl des Meßverfahrens möchten wir erwähnen, daß nach unserer Beurteilung, die wachsenden Ansprüche hinsichtlich der Deformationsmessungen immer öfter nur durch eine gemeinsame Anwendung verschiedenartiger Meßtechnologien befriedigt werden können. Durch gleichzeitige Anwendung geodätischer und photogrammetrischer oder geodätischer und kontinuierlicher Messungen läßt sich die von dem Geodäten über die Deformation gelieferte Informationsmenge wesentlich vergrößern.

3. Wahl der Meßzeitpunkte

Die Meßzeitpunkte können nach früheren Erfahrungen, nach den Vorschlägen des fachkundigen Auftraggebers für die Messung und unter Berücksichtigung der bisherigen Meßergebnisse gewählt werden. Die angeführten Faktoren können durch Berechnung oder ohne Berechnung berücksichtigt werden. Oft ist die Wahl der Zeitpunkte für die Messungen die Aufgabe nicht allein des Geodäten.

Sollen die Meßzeitpunkte rechnerisch bestimmt werden, müssen die Erwartungswerte der Deformationskenngrößen bekannt sein. Solche Kenngrößen sind vor allem die Art der die Bahnen der einzelnen Punkte kennzeichnenden Funktionen und die Geschwindigkeiten der Punkte.

Bei der Wahl der Meßzeitpunkte können die Optimumberechnungsmethoden herangezogen werden. In diesem Falle steht man — nach dem in Abschnitt 1 Gesagten — vor einem optimalen Planungsproblem vierter Ordnung.

Bei der Wahl der Meßzeitpunkte empfiehlt es sich, vor jeder Meßgelegenheit die Ergebnisse der früheren Messungen zu berücksichtigen. So kann die Bestimmung der Meßzeitpunkte nach der Definition Hosszú's [7] als eine dynamische Programmierungsaufgabe betrachtet werden. Man kommt verhältnismäßig einfach zum Ziele, wenn die dynamische Programmierungsaufgabe auf die wiederholte Anwendung statischer Programmierungsmethoden zurückgeführt wird. In diesem Falle lassen sich die Meßzeitpunkte durch wiederholte Lösung von Allokationsproblemen bestimmen.

Die Anwendung von Anordnungsproblemen (Allokationsproblemen) setzt die Kenntnis der Art der Punktbahnen voraus. Für einige Funktionstypen findet man in den Fachbüchern über mathematische Statistik auch fertige Zusammenhänge zur Lösung von Allokationsproblemen. Von diesen möchten wir die Lösung für den Fall der Parabel mit beliebiger Zahl der Grade in [14, 16] hervorheben. Wir sehen für diese eine verhältnismäßig breite Anwendungsmöglichkeit darin, daß Funktionen verschiedener Typen durch Parabeln mit zweckmäßig gewählten Gradzahlen oft gut angenähert werden können.

Vincze [14, 15] gelangte zu einer Lösung, indem er als Zielfunktion das Minimum der Determinante der für die Bestimmung der Koeffizienten der Parabel mit beliebiger Gradzahl s kennzeichnenden Kovarianzmatrix wählte. Er wies nach, daß — in der Annahme von unabhängigen Messungen gleicher Zuverlässigkeit — im Zeitpunkt $(s + 1)$ gemessen werden soll. Werden der Beginn der Bewegung durch den Zeitpunkt $t_0 = a$, das voraussichtliche Ende durch den Zeitpunkt $t_s = b$ gekennzeichnet, so wird der Meßzeitpunkt $(s + 1)$ zweckmäßig auf die Zeitpunkte a, b sowie $s-1$ fallen, zu denen die Wurzeln $\omega_i^{(s)}$ der Derivierten des zu dem Intervall (a, b) gehörenden *Legendre*-Polynoms s-ten Grades gehören. Das heißt, die Meßzeitpunkte sind:

$$\begin{aligned} t_0 &= a \\ t_i &= a + 1/2\,(b - a)(\omega_i^{(s)} + 1) \quad (i = 1, 2, \ldots, s - 1) \qquad (12) \\ t_s &= b. \end{aligned}$$

Die Zusammenhänge für die Berechnung von $\omega_i^{(s)}$ wurden von [5] entlehnt. Ist die Anzahl n der geplanten Messungen höher als $(s + 1)$, so werden die Messungen unter den Meßzeitpunkten gleichmäßig verteilt. Die Anwendung des Verfahrens wird an dem Beispiel 1 dargestellt.

Beispiel 1. Bei einer Deformationsmessung wird der Charakter der Bahn — nach vorherigen Annahmen — als Parabel vierten Grades betrachtet. Die Bewegung wird voraussichtlich am 90. Tage enden. Bestimmen wir die Zeitpunkte für die Messungen.

Aus der Natur der Bahn folgt, daß $s + 1 = 5$-mal gemessen werden muß. Die erste Messung wird zur Zeit der Entstehung einer Deformation durchgeführt:

$$t_0 = 0 ,$$

die letzte fällt mit dem voraussichtlichen Ende der Deformation zusammen:

$$t_4 = 90 .$$

Die Zeitpunkte der zwischenliegenden drei Messungen werden wie folgt berechnet. Für das Intervall $(-1, +1)$ sind aufgrund von im Fachschrifttum enthaltenen Zusammenhängen die Koeffizienten des *Legendre*-Polynoms vierten Grades bekannt:

$$P_4(x) = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3) .$$

Die Derivierten von $P_4(x)$ lauten:

$$P_4'(x) = \frac{35}{2}x^3 - \frac{15}{2}x.$$

Die Wurzelorte von $P_4'(x)$ sind:

$$\omega_1 = -0{,}65 \quad \omega_2 = 0 \quad \omega_3 = +0{,}65 .$$

In Kenntnis der Wurzelorte werden die weiteren Meßzeitpunkte aus (12) berechnet.

$$t_1 = 0 + \frac{90}{2} \cdot 0{,}35 = 16$$

$$t_2 = 0 + \frac{90}{2} \cdot 1 \quad = 45$$

$$t_3 = 0 + \frac{90}{2} \cdot 1{,}65 = 74.$$

Die weiteren Messungen sind also am 16., 45., 74. Tage zu unternehmen.

Nach Ausführung der Aufgabe möchten wir noch darauf aufmerksam machen, daß diese Methode nur dann zur optimalen Lösung führt, wenn die Anwendungsbedingungen (bekannte Kurve, unabhängige Messungen gleicher Zuverlässigkeit) erfüllt werden. Sind die Anwendungsbedingungen nicht erfüllt, erhält man höchstens anhaltsweise Werte.

Zusammenfassung

Im Beitrag beschreibt der Verfasser zuerst den Zweck und die Besonderheiten der Planung von ingenieurgeodätischen Messungen. Er weist auf die Rolle hin, welche die Zeit in der Bestimmung der Dauer der einzelnen Messungen und in der Auswahl der Meßzeitpunkte spielt.

Die Bestimmung der Meßzeitpunkte durch Optimumrechnung ermöglicht die Ausweitung des von *Grafarend* ausgestalteten Planungssystems geodätischer Netze. Die optimale Planung der Meßzeitpunkte kann die optimale Planung vierter Ordnung sein.

Der Verfasser beschäftigte sich mit der Frage der optimalen Wahl des Meßverfahrens und der Meßzeiten. Für die Wahl der Meßzeitpunkte empfiehlt er ein Verfahren aufgrund des *Legendre*-Polynoms; die Anwendung des Verfahrens wird auch an einem Beispiel gezeigt.

Literatur

1. ASKHENAZI, V.: Optimum Methods for the Measurements of Structural Deformations by Surveying. XIII. FIG Kongress, Wiesbaden, 1971.
2. BANDURKA, W. I., LOSCHKAREW, N. A.: Ob optimalnoj tschastote geodesitscheskich nabludeni osadok inshenernych soorusheni. Geodesija i Aerofotosjemka. H. 4/1972.
3. DETREKŐI, Á.: Über die mathematischen Modelle der geodätischen Deformationsmessungen. I. Internationales Symposium über Deformationsmessungen mit geodätischen Methoden, Krakow, 1975.
4. DETREKŐI, Á.: Über das stochastische Modell ingenieurgeodätischer Deformationsmessungen. XVth FIG Congress, Stockholm 1977.
5. FARKAS, M.: Speziale Funktionen mit technisch-physikalischen Anwendungen*. Műszaki Könyvkiadó Budapest 1964.
6. GRAFAREND, E.: Optimisation of Geodetic Networks. Bolletino di Geodesia e Scienze Affini N. 4. 1974.
7. HOSSZU, M.: Mathematische Programmierung*. Tankönyvkiadó Budapest 1969.
8. HOVÁNYI, L.: Markscheidekunde*. Műszaki Könyvkiadó Budapest 1968.
9. MEIER, S.: Schätzung des Punktabstandes für geodätische Verschiebungsmessungen. Vermessungstechnik H. 12, 1971.
10. PELZER, H.: Analyse von Deformationsmessungen. DGK Heft C. 164. 1971.
11. SÁRDY, A.: Die günstigste Meßanordnung bei der ingenieurgeodätischen Anwendung des Ausgleichungskreises*. Geodézia és Kartográfia, H. 4. 1969.
12. SÁRKÖZY, F.: Komplexe optimale Planung von Bergmeßnetzen, IV. ISM. Aachen 1979. Band 3.
13. SOLC, I.: Deformationsmessungen an Hochspannungsmasten. Vermessungstechnik H. 9, 1966.
14. VINCZE, I.: Mathematische Statistik mit industriellen Anwendungen*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1968.
15. VINCZE, I.: Mathematische Statistik*. Tankönyvkiadó, Budapest 1974. Manuskript.
16. WOLF, H.: Polarität und Optimierung bei freien und eingeschalteten geodätischen Netzen. Allgemeine Vermessungsnachrichten H. 8, 1970.

Prof. Dr. Ákos DETREKŐI, H-1521, Budapest

* In ungarischer Sprache