

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМЫ И ДЕФОРМАЦИИ ДАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

А. КРАУТЕР

Институт Геодезии Будапештского Технического
Университета, Н-1521

(Поступило: 2 марта 1981 г.)

Представлено: проф. д-р Шаркёзи Ф.

GEODETIC METHOD FOR DETERMINING FORM AND DEFORMATION OF A GIVEN SURFACE — Checking the manufacturing accuracy, and testing the deformation under thermal and static loads of the surface of a microwave telecommunication antenna will be presented, with the planning of measurements, the expected accuracy, and evaluation of the confidence of results. Data referring to the shape, position and orientation of the quadratic paraboloid of rotation best fitting points of the antenna surface may be determined by the least squares method using a computer. An approximate method suiting determination of form and characteristics of the fitting surface using a small desk-top calculator is suggested. Unloaded (starting) measurement data show the manufacturing accuracy to be perfect, deformations under thermal and static loads to be much smaller than the critical ones.

Нами была исследована поверхность антенны, используемой в микроволновой телекоммуникации. Исследования велись по следующим направлениям;

1. Была определена надежность фабричного изготовления поверхности т. е. среднее квадратическое отклонение отдельных точек данной поверхности от некоторой математической поверхности (параболоиды вращения второй степени, параметр которой подобрался под условием, чтобы сумма квадратов отклонений стала минимальной).
2. Была определена степень деформации поверхности при резком изменении температуры.
3. Была определена степень деформации поверхности под влиянием постоянной механической нагрузки.
4. Было исследовано динамическое поведение антенны под влиянием мгновенного силового воздействия. Результаты этих исследований могут быть найдены в другой статье настоящего номера.

Хотя пользователь антенны считает критическими те воздействия (термические и силовые), которые имеют место при полевых условиях, исследования были выполнены в лабораторной обстановке по следующим причинам:

- критические воздействия возникают случайно, таким образом исследования не могут быть планированы;

- при лабораторных условиях в любое время можно прикладывать к объекту исследования даже и экстремные воздействия. Таким образом выводы могут быть сделаны путем интерполяции (вместо неуверенной экстраполяции);
- при лабораторных условиях необходимые воздействия могут быть сосредоточены на объект исследования, таким образом эти воздействия не влияют на точность измерения.

Метод измерения был выбран с учетом на необходимую точность определения и на действительную точность наших измерительных приборов. Поверхность микроволновой антенны является точно изготовленной, если ее отклонение от данной (запланированной) не превышает одной двадцатой части длины излучаемой электромагнитной волны. Данная антенна предназначена на излучение радиоволн длиной 3 см, поэтому наибольшее отклонение составляет 1,5 мм. Для надежного определения такого отклонения необходимо, чтобы ошибка определения не превышала $\pm 0,5$ мм.

Точность определения положения точек $\pm 0,5$ мм, достижима методами как угловых так и линейных измерений. Метод угловых измерений был выбран потому что таким путем измерения могли быть выполнены без соприкосновения к поверхности (естественно, после ее маркировки). Специальные визирные марки, выполнены на прозрачной фольге фотографическим путем, были приклеены на выбранные точки поверхности антенны.

Возник вопрос о том; какую относительную роль играют отдельные точки, т. е. какой вес имеют они. Очевидно, что в традиционном смысле вес пропорционален участку (площади) поверхности, представленному данной точкой. Однако даже и равные площади поверхности могут играть различную роль в зависимости от того, распространению луча какого типа (центрального или периферийного) они способствуют. «Техническая» значимость единицы площади поверхности возрастает при приближении к оси вращения. При данном расположении точек (были разбиты параболы-меридианы и параллельные окружности) размер представительства (площадь поверхности) убывает при приближении к центру. Таким образом, в результате противоположных изменений вес отдельных точек справедливо считался одинаковым.

Координаты маркированных точек были определены методом пространственной прямой засечки. В порядке приготовлений измерили длину базиса засечки, а также превышение конечных пунктов базиса. Антенна была ориентирована таким образом, чтобы ее ось вращения была перпендикулярна базису и делила его пополам.

По процессу измерения не вели журнал в традиционном смысле слова; отсчеты по горизонтальным и вертикальным кругам теодолитов непосредственно были введены в настольный программированный калькулятор, который выдал на печатной ленте порядковый номер данного пункта, отсчеты по

кругам и — по заранее заданному алгоритму — пространственные координаты точки в так называемой «инструментальной» системе координат.

Было маркировано 120 точек на поверхности антенны, из них 6 не было видно с обоих конечных пунктов базиса из-за стержня первычного излучателя. Одна серия измерений (определения координат 114 пунктов) занимала два с половиной часа.

Математическая обработка результатов измерений представляла собой одинаковую задачу: найти параметр параболоиды вращения второй степени при условии, чтобы сумма квадратов отклонений стала минимальной, а потом найти отклонения точек от данной поверхности. Из-за большого количества точек при уравнивании целесообразно было использовать мощную ЭВМ. Кроме того, разработали алгоритмы приблизительного уравнивания для использованный программированный настольный калькулятор.

Приблизительное (нестрогое) уравнивание

По известным формулам пространственной прямой засечки, показанным на рис. 1. можно было вычислить три координаты любой точки P . На рисунке также оценивается надежность этих координат. Величина, данная как ср. кв. ошибка визирования и отсчитывания по кругам, составляющая $\pm 4''$, была определена по экспериментальным измерениям. Максимальное значение составляло $\pm 5''$, а минимальное — $\pm 3''$.

По результатам предварительной оценки точности можно было ожидать, что ср. кв. ошибка горизонтальных координат в благоприятном случае (если углы засечки приблизительно равны между собой) составляет $\pm 0,08$ мм. При ухудшении симметрии (в случае измерения крайних точек в горизонтальном отношении) также можно было предположить, что ср. кв. ошибка возрастает на 30% и достигает $\pm 0,1$ мм.

Предварительная оценка точности была проверена каждый раз; по окончании серии измерений 20 заранее выбранных точек было заново измерено и полученные координаты были сопоставлены. Предварительная оценка точности была оправдана полностью: расхождение соответствующих координат никогда не превосходило $\pm 0,1$ мм и такое расхождение имело место только в 20% всех случаев. После этого могли быть уверены, что ср. кв. ошибка определения деформации не превышает $\pm 0,2$ мм.

В порядке нестрогого уравнивания координаты в «инструментальной» системе подвергаются некоторым преобразованиям. Первое преобразование является переходом от «инструментальной» системы к системе «параболоиды» (рис. 2). Такой простой переход представляет собой параллельный сдвиг осей координат (для оси X изменение направленности оси). Определение величин сдвига осложняется только в направлении X , однако, если учесть, что

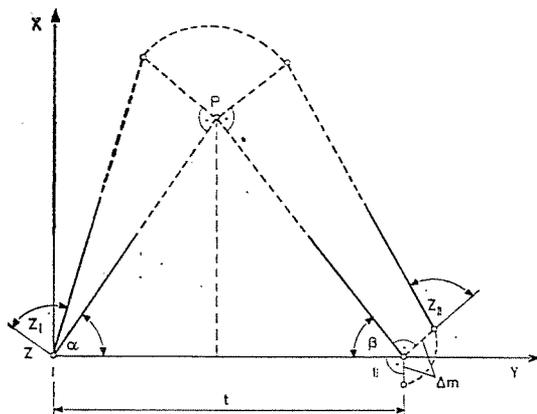


Рис. 1. В «инструментальной» системе координат

$$(I) \quad X = 0 \quad (II) \quad X = 0$$

$$Y = 10 \quad Y = 10 \cdot t$$

$$Z = 20 \quad Z = 20 + \Delta m$$

$$(P) \quad X = \frac{t}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} \quad Z_{(I)} = 20 + \frac{t \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \operatorname{ctg} Z_I$$

$$Y = 10 + \frac{t \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} \quad Z_{(II)} = 20 + \Delta m \frac{t \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} \operatorname{ctg} Z_{II}$$

$$Z = \frac{Z_{(I)} + Z_{(II)}}{2}$$

При $t \sim 6000 \text{ mm}$; $\alpha = \beta = 45^\circ$ и $m_x = m_\beta$,

$$m_x = m_y \sim 2,1 m_z \cdot 10^{-2} \text{ mm}''$$

Эмпирическим путем $m_z \sim 4''$ итак

$$m_x = m_y \sim 0,08 \text{ mm}$$

поверхность является параболоидом второй степени (без линейного члена) и поэтому разности второго порядка (разности разностей X -координат) должны быть одинаковыми, то возможно определить сдвиг также по направлению X .

В следующем этапе вычисления брали по одной все 24 семипараболы сечения, таким образом перешли в систему координат в плоскости (в системе «параболы»). В этой системе координат ось Y'' совпадает с осью параболоиды вращения, а ось X'' находится в плоскости сечения (рис. 2).

Так как первичный излучатель имеет определенные размеры, можно было ожидать, что параболоид не имеет «вершины», а наоборот, соприкасается с окружностью неизвестного радиуса r . Уравнение семи-парабол также видно на рис. 2. Уравновешивание 24 семи-парабол было выполнено отдельно; среднее значение полученных параметров a и радиусов r брались за конечные результаты (рис. 2).

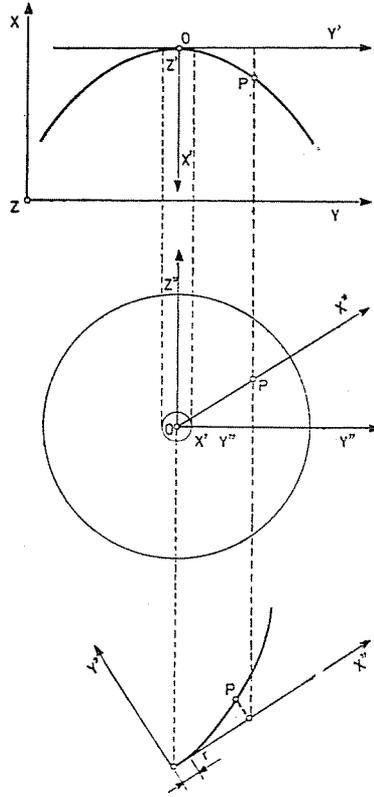


Рис. 2.

В системе координат «параболоиды»

$$\begin{aligned} X'_p &= X_0 - X_p \\ Y'_p &= Y_p - Y_0 \\ Z'_p &= Z_p - Z_0 \end{aligned}$$

где X_0 вычисляется по разностям разностей координат X

$$Y_0 = \frac{[Y_i]}{n}$$

$$Z_0 = \frac{[Z_i]}{n}$$

Первичные поправки

$$Y_{it} = Y_i'' - \bar{a}(X_i^* - \bar{r})^2.$$

В системе координат «параболы»

$$\begin{aligned} X'' &= +\sqrt{Y'^2 + Z'^2} \\ Y'' &= X' \end{aligned}$$

Уравнение параболы-сечения

$$Y = a(X'' - r)^2$$

с неизвестными a и r из 24 парабол-сечения

$$\bar{a} = \frac{[a_i]}{24} \text{ és } \bar{r} = \frac{[r_i]}{24}$$

По формуле, данной на рис. 2, вычислялись отклонения от поверхности параболоиды вращения, характеризованной средними значениями \bar{a} и \bar{r} . Однако, эти отклонения — так называемые первичные поправки — не могут характеризовать точность фабричного изготовления поверхности антенны,

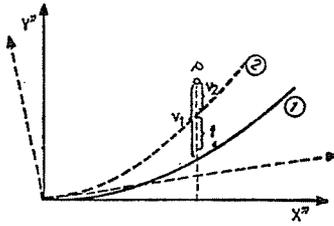


Рис. 3.

- ① предположенная ориентация параболы (параболоиды) (ось вращения совпадает с осью координат Y'')
 ② действительная ориентация параболы (параболоиды)
 v_1 первичная поправка
 f влияние неточной ориентировки
 v_2 вторичная (действительная) поправка
 определение из двух составляющих

$$f_i = f_{(X'Y')i} + f_{(X'Z')i}$$

$$f_{(X'Y')i} = \varphi_{X'Y'} \cdot Y'_i \quad \text{где} \quad \varphi_{X'Y'} = \frac{[v_{1i}]}{[y'_i]} \cdot \frac{1}{n}$$

$$f_{(X'Z')i} = \varphi_{X'Z'} \cdot Z'_i \quad \text{где} \quad \varphi_{X'Z'} = \frac{[v_{1i}]}{[z'_i]} \cdot \frac{1}{n}$$

$$v_{2i} = v_{1i} - f$$

среднее квадратическое отклонение от действительной поверхности параболоиды

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[v_{2i}v_{2i}]}{n-1}}$$

так как они искажены неизбежными систематическими ошибками ориентирования антенны до измерения. Ошибки неточного ориентирования могут быть вычислены в виде двух составляющих, как это показано на рис. 3.

Вторичные поправки, вычисленные по формулам, данным на рис. 3, уже достоверно характеризуют качество фабричного изготовления и по этим поправкам можно вычислить среднее квадратическое отклонение по формуле, данной также на рис. 3.

Для всех видов вычислений (для преобразования координат, вычисления коэффициентов нормальных уравнений, решения нормальных уравнений, определения поправки из-за неточного ориентирования антенны, вычисления среднего квадратического значения отклонений) заранее составили программы для использованный настольный калкулятор, таким образом полная математическая обработка результатов одной серии измерения занимала один рабочий день.

Строгое уравнивание

Математическая формулировка строгого уравнивания имеет следующий вид: дана некоторая совокупность точек, а также тип некоторой математической поверхности (ее уравнение с неизвестными параметрами). Задача состоит в определении неизвестных параметров поверхности так, чтобы сумма квадратов отклонений точек от поверхности стала минимальной.

Имеются следующие неизвестные:

- данные, характеризующие *форму* поверхности: параметр a и радиус r ,
- данные, характеризующие *положение* поверхности: координаты «вершины» параболоида (центра окружности с радиусом r): X_0 , Y_0 , Z_0 ,
- данные, характеризующие *ориентирование* поверхности; углы φ и μ между осью вращения и плоскостями XU и XZ соответственно.

По алгоритму вычисления необходимо иметь предварительные значения упомянутых выше неизвестных в виде исходных данных. В процессе вычисления ЭВМ варьирует исходные данные и при каждой вариации вычисляет сумму квадратов отклонений. Вычисление продолжается до тех пор, пока уменьшение этой суммы не будет меньше данного предела. По окончании вычислений выдаются результаты: уравниваемые значения неизвестных, отклонение отдельных точек от полученной поверхности (по направлению оси вращения) и наконец, величина среднего квадратического отклонения, характеризующая качество фабричного изготовления поверхности антенны.

Оценка полученных результатов

1. Измерения без приложения нагрузки (исходные, т. н. нулевые измерения)

По результатам нулевых измерений (измерений без нагрузки) можно судить о качестве фабричного изготовления поверхности антенны.

Так как исследования велись в течение одного года, измерения были выполнены попарно: нулевое измерение последовало измерение в состоянии какой-то нагрузки. Таким образом можно было исключить влияние перемещения антенны вместе с ее держателем.

Результаты четырех нулевых измерений приведены в табл. 1.

Как показывал столбец, в котором приведены значения ср. кв. отклонения, можно найти математическую поверхность данного типа, и отклонения точек от этой поверхности значительно меньше допустимого. О качестве из-

мерения и вычисления можно судить на основе того, что во всех случаях максимальное отклонение было обнаружено в точке № 105.

Таблица 1
Результаты измерений без нагрузки
(нулевых измерений)

№	Параметр	Радиус	Ср. кв. отклонение	Максимальное отклонение	
				величина	место
1	0,67576	4,4 мм	$\pm 0,34$ мм	—	—
2	0,67582	4,5 мм	$\pm 0,24$ мм	+ 0,60 мм	105
3	0,67621	4,8 мм	$\pm 0,24$ мм	+ 0,71 мм	105
4	0,67588	4,6 мм	$\pm 0,33$ мм	+ 0,81 мм	105

2. Искажение формы при термическом воздействии

Нагрузка состоялась в том, что некоторый участок поверхности согревался электрическим нагревателем, а диаметрально противоположный участок охлаждался водой. Во время нагрузки температура поверхности непрерывно измерялась контактным термометром и, когда больше не было обнаружено никакое изменение температуры, (рис 4) началось измерение.

Результаты измерений, характеризующие термическое искажение поверхности, приведены в табл. 2.

Таблица 2
Деформации, вызванные термической нагрузкой

— изменение <i>формы</i> параболоиды	
изменение параметра	$\Delta a = - 0,00020$
изменение радиуса	$\Delta r = - 0,1$ мм (пренебрегаемо)
— изменение <i>положения</i> параболоиды	
	$\Delta x_0 = + 0,0$ мм; $\Delta y_0 = - 0,3$ мм; $\Delta z_0 = - 0,1$ мм
— изменение <i>ориентации</i> параболоиды	
	$\Delta \varphi = - (00-00-48)$
	$\Delta \mu = + (00-00-41)$
— изменение ср. кв. отклонения	
	$\Delta m_0 = - 0,02$ мм (пренебрегаемо)
Максимальная положительная деформация	
величина: 0,67 мм;	место: 222.
Максимальная отрицательная деформация	
величина: 0,36 мм;	место: 208.

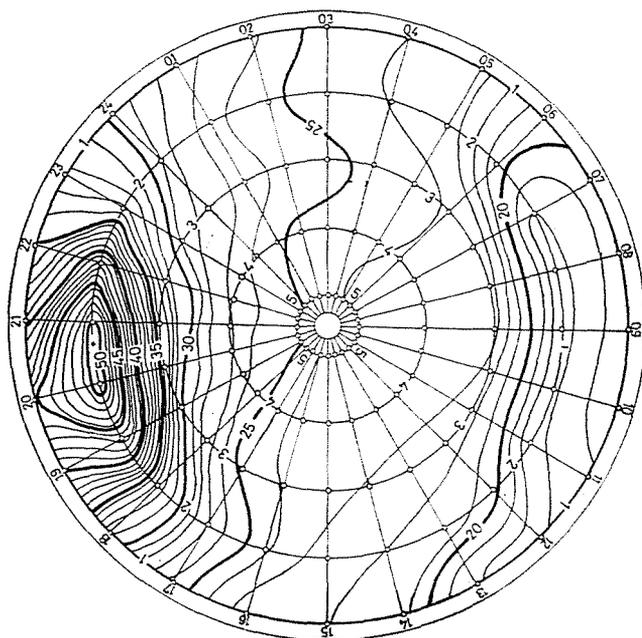


Рис. 4. Распределение температуры поверхности при термической нагрузке (изо-линии через 1°C)

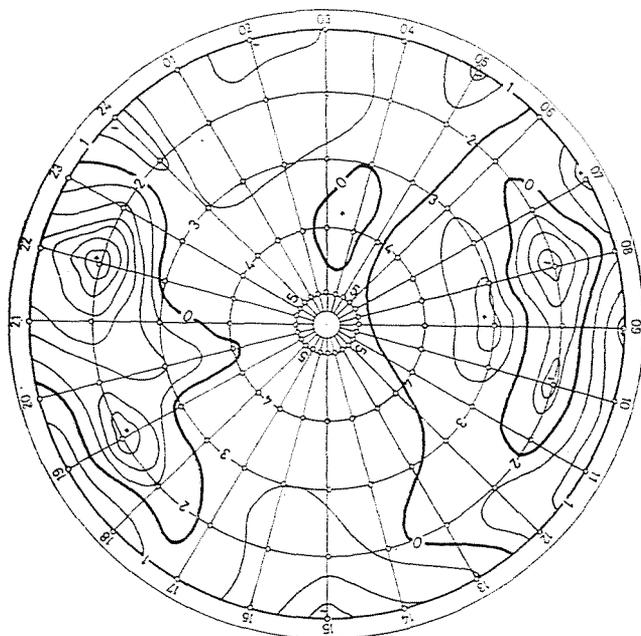


Рис. 5. Распределение деформаций, вызванных термической нагрузкой, по результатам строгого уравнивания (изо-линии через $0,1 \text{ мм}$)

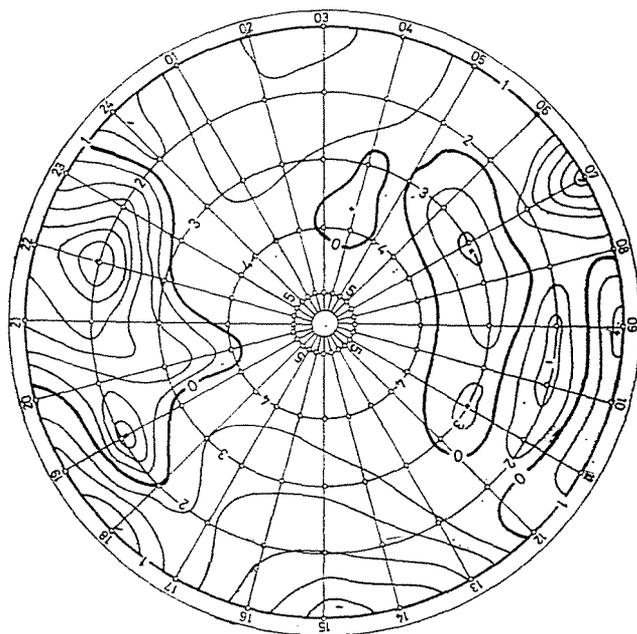


Рис. 6. Распределение деформаций, вызванных термической нагрузкой, по результатам приближительного уварновешивания (изо-линии через 0,1 мм)

Распределение термической деформации наглядно видно на рис. 5, где деформация изображена изо-линиями. Видно также, что распределение деформации и распределение температуры имеют хорошо выраженное сходство.

Заслуживает внимания сравнить распределение деформации полученного по результатам как приближительного (рис. 6) так и строгого уварновешивания (рис. 5). На основе сходства этих двух рисунков можно установить, что надежность результатов приближительного уварновешивания почти не уступает надежности результатов строгого уварновешивания, если речь идет об определении деформации (вместо определения положения точек).

Можно установить также, что деформация зависит от приложенной температуры, однако ее величина далеко не является критической.

3. Искажение формы при приложении постоянной механической нагрузки

Во время измерений к некоторому участку края антенны приложили механическую нагрузку, равную по ее величине нагрузке ветра со скоростью в 100 км/ч. Искажения, возникшие под влиянием нагрузки, показывает рис. 7, результаты приведены в табл. 3.

Таблица 3

Деформации, вызванные механической нагрузкой

— изменение формы параболоиды	
изменение параметра	$\Delta a = - 0,00177$
изменение радиуса	$\Delta r = - 0,8 \text{ мм}$
— изменение положения параболоиды	
$\Delta x_0 = + 0,8 \text{ мм}; \Delta y_0 = - 0,1 \text{ мм}; \Delta z_0 = - 0,4 \text{ мм}$	
— изменение ориентации параболоиды	
$\Delta \varphi = - (00-34-39)$	
$\Delta \mu = + (00-00-13)$	
изменение ср. кв. отклонения	$\Delta m_0 = + 0,10 \text{ мм}$
Максимальная положительная деформация	
величина: 1,10 мм;	место: 117.
Максимальная отрицательная деформация	
величина: 1,08 мм;	место: 121.
Определение совместного поворота антенны и стержня первичного излучателя	
$\Delta \varphi$ полный = - (00-34-39)	
$\Delta \varphi$ стержень = - (00-25-16)	
поворот антенны относительно стержню - (00-09-23)	

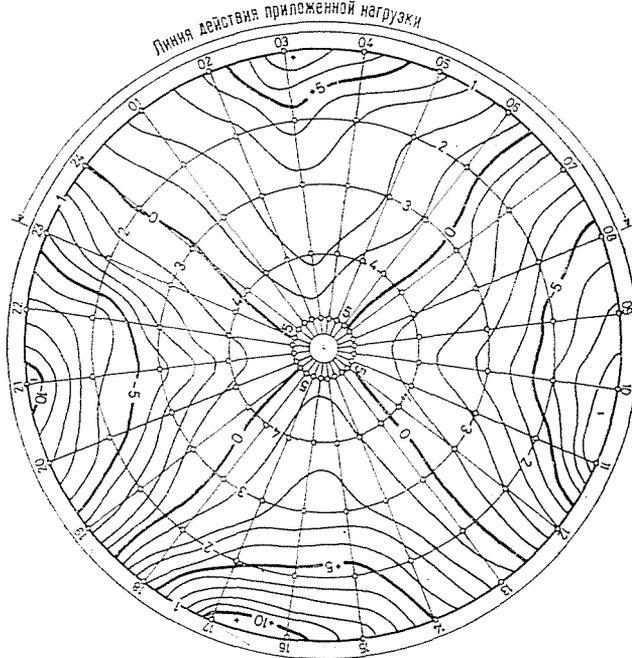


Рис. 7. Распределение деформаций, вызванных механической нагрузкой (изо-линии через 0,1 мм)

Из данных, приведенных в табл. 3, заслуживает внимания значительный поворот вокруг оси Y' ($\Delta\varphi$). По характеру нагрузки можно было рассчитывать на такой поворот и поэтому автоколлимационным способом определили соответствующий поворот стержня первичного излучателя. Разность значений этих двух поворотов является мерой поворота антенны относительно первичного излучателя.

На основе полученных результатов можно сделать следующие выводы;

1. Качество фабричного изготовления поверхности антенны можно считать безупречным; при измерениях без нагрузки максимальное отклонение действительной поверхности от идеальной составляет всего 40% от допустимого, среднее отклонение составляет 20% от допустимого.
2. Стабильность антенны под термической нагрузкой также безупречная; максимальное искажение формы под влиянием экстремной термической нагрузки составляет 40% от допустимого, средним значением искажений можно пренебречь.
3. Механическая стабильность антенны также безупречная; искажение, возникшее под экстремно большой нагрузкой, значительно меньше допустимого, и отнюдь не представляет собой опасность с точки зрения нормального режима.

Резюме

В статье описывается проверка качества фабричного изготовления, а также определение деформаций поверхности антенны, использованной в микроволновой телекоммуникации, под влиянием термической и механической (статической) нагрузок. Описывается планирование измерений, оценивается ожидаемая точность, а также полученные результаты. Данные, характеризующие форму, положение и ориентацию параболоиды вращения второй степени, были определены при помощи ЭВМ под условием минимальной суммы квадратов отклонений измеренных точек от математической поверхности. Описывается также приблизительное уравнивание, выполненное при помощи настольного программированного калькулятора. По результатам «нулевых» измерений (без нагрузки) обнаруживается, что качество фабричного изготовления безупречное; деформации, вызванные термической и механической нагрузкой также значительно меньше допустимой деформации.

Д-р Андраш КРАУТЕР, Н-1521, Будапешт