## РАСЧЕТЫ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ОСНОВАНИЙ И ОСАДОК ПРИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАВИСИМОСТЯХ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ\*

МАЛЫШЕВ, М. В.—НИКИТИНА, Н. С.

Московский инженерно-строительный институт

Поступило: 2 апреля 1981 г. Представлено: Проф. д-р КЕЗДИ А.

Кафедра геотехники Будапештского Технического Университета

Экспериментальные исследования показывают, что деформационные характеристики грунтов зависят не только от их физического состояния, но и от величины действующих напряжений. При постоянных характеристиках деформируемости, для расчета напряженно-деформируемого состояния обычно используются формулы закона  $\Gamma$ ука (ТИМОШЕНКО, 1937 г.). Одинаково с ними записываются формулы, предложенные  $\Gamma$ .  $\Gamma$ ЕНКИ, в которых также предполагается коаксиальность тензоров напряжений и деформаций, а характеристики грунта — модуль сдвига G и модуль объемного сжатия K считаются зависящими от инвариантов напряжений:  $\tau$ ост и  $\sigma$ ост

$$G_{\text{oct}} = G_{\text{oct}}(\tau_{\text{oct}}; \sigma_{\text{oct}}); \quad K = K(\tau_{\text{oct}}; \sigma_{\text{oct}}).$$
 (1)

Как следует из результатов многочисленных экспериментов, модуль  $G_{\text{oct}}$  уменьшается с ростом  $\tau_{\text{oct}}$  и увеличивается с увеличением  $\sigma_{\text{oct}}$ , а модуль объемного сжатия K увеличивается с ростом  $\sigma_{\text{oct}}$  и принимается независящим от  $\tau_{\text{oct}}$ . А. И. БОТКИН (1940) предложил для G использовать достаточно простую дробнолинейную функцию, которая оказалась очень удобной

$$G = \frac{\tau_{\text{oct}}}{\gamma_{\text{oct}}} = \frac{A \sigma_{\text{oct}} + C}{B + \gamma_{\text{oct}}}.$$
 (2)

Модуль K он считал постоянным. В формуле (2) A, B, C — опытные коэффициенты, а инварианты напряжений и деформаций равны

$$\tau_{\text{oct}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

$$\gamma_{\text{oct}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}$$

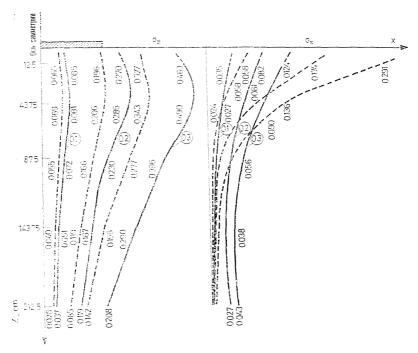
$$\sigma_{\text{oct}} = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3); \quad \varepsilon = \frac{1}{3} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3).$$
(3)

<sup>\*</sup> Описание результатов научных исследований, проведенных на основе договора о сотрудничестве с лабораторией Кафедры Геотехники БТУ.

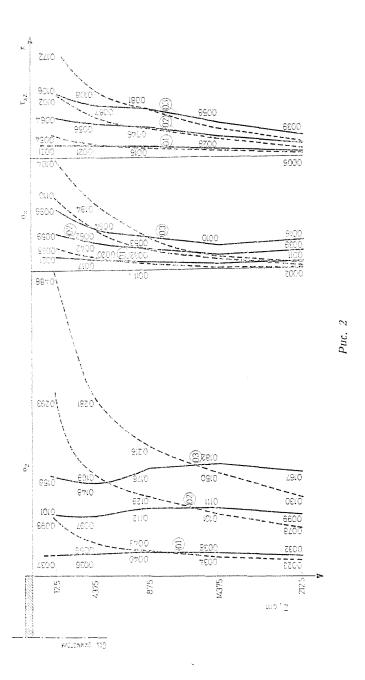
Индекс «oct» показывает принадлежность к октаэдрической площадке,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  и  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  — соответственно главные напряжения и деформации. Модули G и K равны

$$G = \frac{\tau_{\text{oct}}}{\gamma_{\text{oct}}}; \quad K = \frac{\sigma_{\text{oct}}}{\varepsilon}.$$
 (4)

Чтобы проанализировать, каким образом влияет переменность модуля сдвига на напряженно-деформированное состояние в условиях плоской деформации, была решена задача о жестком штампе на полуплоскости. Поскольку задача решалась численно, полуплоскость моделировалась слоем, глубина которого равнялась двум ширинам штампа. Использовался метод конечных разностей. Основная система уравнений, содержащая условия равновесия и условия неразрывности деформаций, была записана в перемещениях. Следует отметить, что результаты решения аналогичной задачи для частных значений характеристик уже публиковались ранее в СССР в журнале «Основания, фундаменты и механика грунтов» в ряде статей различных авторов и других источниках. Задача о грунтовом «столбе» под фундаментом рассматривалась М. Н. ГОЛЬДШТЕЙНОМ (1977 г.) и др. В качестве исходной нами была использована система уравнений Лямэ из теории упругости



Puc. 1



(ТИМОШЕНКО, 1937), которые синтезируют условия равновесия и неразрывности деформаций. Задача рещалась способом итерации. Не останавливаясь здесь на самом способе решений и программе, составленной В. С КОПЕЙКИНЫМ, укажем на полученные результаты. Эти результаты относятся к следующим значениям параметров, входящих в формулу (2): A = 0; B = 0,0026; C = 1,15 MPa; K = 62,5 MPa.

На рис. 1 представлены эпюры напряжений  $\sigma_z$  и  $\sigma_x$  по оси штампа ( $\tau_{xz}=0$ ), а на рис. 2 эпюры напряжений  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  и  $\tau_{xz}$ , действующих по вертикали, проведенной через край штампа. Нелинейному расширению соответствуют сплошные линии, решению по линейной теории упругости пунктирные линии. В кружках указано среднее давление, приложенное на штамп в MPa.

Из рассмотрения полученных эпюр вытекает, что в верхней части, непосредственно вблизи штампа напряжения по линейному рещению дают большие значения у края для всех напряжений и в середине для напряжений  $\sigma_x$ , а в отдалении от штампа нелинейное решение дает большие значения напряжения, чем линейное. Вдоль оси симметрии во всей рассматриваемой толще нелинейное решение дает большие напряжения, чем линейное. Таким образом можно сказать, что нелинейность создает большую концентрацию напряжений  $\sigma_z$  непосредственно под штампом и эти напряжения рассеиваются медленнее в стороны согласно нелинейному решению, чем по линейному решению. Касательные напряжения, начиная с глубины равной полуширине штампа, получились близкими по обоим решениям.

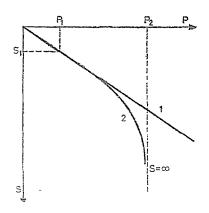
График зависимости осадка-нагрузка оказался искривляющимся слабо, причем его очертание зависит от величин деформационных параметров, принятых в расчете.

Расчет осадки проведен в дальнейшем, пользуясь приближенным, но весьма удобным для практических целей приемом.

## Предлагаемый способ расчета осадки

При расчетах оснований имеются две характерные нагрузки —  $P_1$ , при которой начинает возникать область с предельным состоянием и  $P_2$  — при которой несущая способность основания оказывается исчерпаной. В предлагаемом расчетном способе, являющимся дальнейшим развитием описанного ранее предложения (МАЛЫШЕВ, 1977), принимается, что при нагрузке  $P_2$  осадка равна бесконечности, а при нагрузке  $P_1$  она должна быть равна осадке, полученной из решения задачи о штампе на полупространстве или из другого какого-либо инженерного решения задачи об осадке.

Рассмотрим сначала участок  $0 \le P \le P_1$  (рис. 3). Если обозначить через h толщину эквивалентного слоя по условию равенства осадок этого



Puc. 3

слоя и полупространства (ЦЫТОВИЧ, 1963), то из закона *Гука—Генки* следуют зависимости:

$$\varepsilon_{x} = \frac{1}{E} \left[ \sigma_{x} - \nu(\sigma_{y} + \sigma_{z}) \right] = \frac{1}{3KG_{\text{oct}}} \left[ (2K + G_{\text{oct}}) \sigma_{x} - (K - G_{\text{oct}})(\sigma_{y} + \sigma_{z}) \right] =$$

$$= \frac{2\sigma_{x} - \sigma_{y} - \sigma_{z}}{3G_{\text{oct}}} + \frac{\sigma_{x} + \sigma_{y} + \sigma_{z}}{3K};$$

$$\varepsilon_{y} = \frac{1}{E} \left[ \sigma_{y} - \nu(\sigma_{z} + \sigma_{x}) \right] = \frac{1}{3KG_{\text{oct}}} \left[ (2K + G_{\text{oct}}) \sigma_{y} - (K - G_{\text{oct}})(\sigma_{z} + \sigma_{x}) \right] =$$

$$= \frac{2\sigma_{y} - \sigma_{z} - \sigma_{x}}{3G_{\text{oct}}} = \frac{\sigma_{x} + \sigma_{y} + \sigma_{z}}{3K}$$

$$\varepsilon_{z} = \frac{1}{E} \left[ \sigma_{z} - \mu(\sigma_{x} + \sigma_{y}) \right] = \frac{1}{3KG_{\text{oct}}} \left[ (2K + G_{\text{oct}}) \sigma_{z} - (K - G_{\text{oct}})(\sigma_{x} + \sigma_{y}) \right] =$$

$$= \frac{2\sigma_{z} - \sigma_{x} - \sigma_{y}}{3G_{\text{oct}}} + \frac{\sigma_{x} + \sigma_{y} + \sigma_{z}}{3K}$$
(5)

где E — модуль деформации и  $\nu$  — коэффициент  $\Pi$ уассона грунта, K — модуль его объемного сжатия,  $G_{\rm oct}$  — модуль сдвига грунта. Между этими величинами существуют следующие зависимости:

$$v = \frac{K - G_{\text{oct}}}{2K + G_{\text{oct}}}; \quad E = G(1 + v) = \frac{3KG_{\text{oct}}}{2K + G_{\text{oct}}};$$

$$K = \frac{E}{1 - 2v} = \frac{G_{\text{oct}}(1 + v)}{1 - 2v}.$$
(6)

В случае отсустствия боковых деформаций в зависимостях (5) следует положить  $\varepsilon_{\rm x}=\varepsilon_{\rm y}=0$ , что позволит определить величину бокового давления  $\sigma_{\rm x}=\sigma_{\rm y}=q$ , которая равна

$$q = \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma_z = \frac{\nu}{1 - \nu} p = \frac{K - G_{\text{oct}}}{K + 2G_{\text{oct}}} p \tag{7}$$

где принято  $\sigma_z = P$ . При  $P \leq P_1$  модули K и  $G_{\rm oct}$  считаются постоянными. При давлении  $P_1$ , имеем из приведенных формул

$$q_1 = p_1 \frac{v}{1 - v} = \frac{K - G_{\text{oct}}}{K + 2G_{\text{oct}}} p_1. \tag{8}$$

Осадка слоя грунта высотой h определяется при невозможности бокового расширения из формулы

$$S = \frac{Ph}{E} \left( 1 - \frac{2\nu^2}{1 - \nu} \right) = \frac{3ph}{2G_{\text{out}} + K} \,. \tag{9}$$

Следовательно, при  $P = P_1$  получаем осадку  $S_1$  равной

$$S_1 = \frac{3p_1 h}{2G_{\text{out}} + K} \,. \tag{10}$$

При коэффициенте бокового давления грунта в условиях естественного залегания  $\xi_0 = \frac{q}{p} = 1$  условием начала образования пластической деформации можно считать нагрузку, вычисляемую по формуле Пузыревского—Фрелиха (1934)

$$P_{1} = \frac{\pi(c \cdot \cot \varphi + \gamma h_{1})}{\cot \varphi + \varphi - \frac{\pi}{2}} + \gamma h_{1}$$
(11)

где  $\gamma$  — объемный вес грунта основания,  $h_1$  — величина заглубления фундамента в основание,  $\varphi$  — угол внутреннего трения грунта, C — удельное сцепление.

Разрешая зависимость (2) и исключая из нее  $\gamma_{\text{oct}}$ , получим

$$G_{\text{oct}} = \frac{\tau_{\text{oct}}}{\gamma_{\text{oct}}} = \frac{A}{B}\sigma_{\text{oct}} + \frac{C}{B} - \frac{\tau_{\text{oct}}}{B}.$$
 (12)

Далее введем параметр  $\mathcal{J}o\partial\mathfrak{p}$  по напряжениям  $\mu_{\sigma}$ , равный

$$\mu_{\sigma} = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \,. \tag{13}$$

Этот параметр  $\mu_{\sigma}$  связан с третьим инвариантом тензора напряжений. Таким образом, получим зависимости (МАЛЫШЕВ, 1968)

$$\tau_{\text{oct}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3 + \mu_{\sigma}^2}{2}} (\sigma_1 - \sigma_3); \quad \sigma_{\text{oct}} = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{\mu_{\sigma}}{6} (\sigma_1 - \sigma_3).$$
(14)

Отсюда следует, что

$$\sigma_{1} = \sigma_{\text{oct}} + \frac{3 - \mu_{\sigma}}{\sqrt{2(3 + \mu_{\sigma}^{2})}} (\sigma_{1} - \sigma_{3}); \quad \sigma_{1} - \sigma_{3} \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3 + \mu_{\sigma}^{2}}} \tau_{\text{oct}} 
\sigma_{2} = \sigma_{\text{oct}} + \frac{\sqrt{2}\mu_{\sigma}}{\sqrt{3 + \mu_{\sigma}^{2}}} \tau_{\text{oct}}; \quad \sigma_{1} + \sigma_{3} = 2\sigma_{\text{oct}} - \frac{\mu_{\sigma}\sqrt{2}}{\sqrt{3 + \mu_{\sigma}^{2}}} \tau_{\text{oct}} 
\sigma_{3} = \sigma_{\text{oct}} - \frac{3 + \mu_{\sigma}}{\sqrt{2(3 + \mu_{\sigma}^{2})}} \tau_{\text{oct}}$$
(15)

При осесимметричном напряженном состоянии имеем  $\mu_{\sigma}=-1$ , откуда следует, что

$$\tau_{\text{oct}}^{0} = \frac{\sqrt{2}}{3} (\sigma_{1} - \sigma_{3}); \quad \sigma_{\text{oct}}^{0} = \frac{1}{3} (\sigma_{1} + 2\sigma_{3})$$

$$\sigma_{1}^{0} = \sigma_{\text{oct}}^{0} + \sqrt{2} \tau_{\text{oct}}^{0}; \quad \sigma_{2}^{0} = \sigma_{3}^{0} = \sigma_{\text{oct}}^{0} - \frac{\sqrt{2}}{2} \tau_{\text{oct}}^{0}.$$
(16)

Из (5) для случая плоской деформации ( $\varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$ ) имеем

$$\sigma_2 = \nu(\sigma_1 + \sigma_3) \tag{17}$$

и из (14) и (15)

$$\sigma_2 = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{\mu_{\sigma}}{2} (\sigma_1 - \sigma_3).$$
 (18)

Следовательно, можно получить зависимость между  $\mu_{\sigma}$  и  $\nu$  для случая плоской деформации в следующем виде:

$$v = \frac{1}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \cdot \frac{\mu_{\sigma}}{2}$$

$$\mu_{\sigma} = (2\nu - 1) \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}.$$
(19)

Следовательно, так как  $\nu \leq \frac{1}{2}$ , из (19) получаем, что для случая плоской деформации должно быть  $\mu_{\sigma} < 0$ . Для предельного состояния из (19) и (15), используя условие прочности *Мора* для сыпучего грунта, будем иметь

$$\mu_{\sigma} = \frac{2\nu - 1}{\sin \varphi} \,. \tag{20}$$

Подставляя зависимости (14) в выражение (12), получим для модуля сдвига следующее выражение

$$G_{\text{oct}} = \frac{1}{B} \left( A \frac{\mu_{\sigma}}{6} - \frac{\sqrt{3 + \mu_{\sigma}^{2}}}{3\sqrt{2}} \right) \left\{ \frac{A}{2} \left( A \frac{\mu_{\sigma}}{6} - \frac{\sqrt{3 + \mu_{\sigma}^{2}}}{3\sqrt{2}} \right)^{-1} \left( \sigma_{1} + \sigma_{3} + 2\frac{C}{A} \right) - (\sigma_{1} - \sigma_{3}) \right\}.$$
(21)

Выражение для модуля сдвига  $G_{\text{oct}}$  можно также записать, использовав известное условие прочности Мора, в следующем виде

$$G_{\text{oct}} = G_0 \{ (\sigma_1 + \sigma_3 + 2c \cdot \operatorname{ctg} \varphi) \sin \varphi - (\sigma_1 - \sigma_3) \}. \tag{22}$$

Сравнивая выражения (21) и (22), имеем

$$G_0 = \frac{1}{B} \left( A \frac{\mu_{\sigma}}{6} - \frac{\sqrt{3 + \mu_{\sigma}^2}}{3\sqrt{2}} \right)$$
 (23)

$$\sin \varphi = \frac{A}{2} \left( A \frac{\mu_{\sigma}}{6} - \frac{\sqrt{3 + \mu_{\sigma}^2}}{3\sqrt{2}} \right) \tag{24}$$

$$c \cdot \operatorname{ctg} \varphi = \frac{C}{A}. \tag{25}$$

Подставляя в формулу (22) выражения (15), получим

$$G = G_0 \left\{ 2\sigma_{\text{oct}} \sin \varphi + 2c \cdot \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}(3 + \mu_{\sigma} \sin \varphi)}{\sqrt{3 + \mu_{\sigma}^2}} \tau_{\text{oct}} \right\}. \tag{26}$$

Сравнивая выражения (12) и (26), имеем следующие соотношения между характеристиками

$$B = \frac{\sqrt{2(3 + \mu_{\sigma}^{2})}}{2(3 + \mu_{\sigma}\sin\varphi)G_{0}}; \quad A = \frac{\sqrt{2(3 + \mu_{\sigma}^{2})}\sin\varphi}{3 + \mu_{\sigma}\sin\varphi}; \quad C = \frac{\sqrt{2(3 + \mu_{\sigma}^{2})}c\cdot\cos\varphi}{3 + \mu_{\sigma}\sin\varphi}.$$
(27)

В нашем случае следует считать, что для наибольшего давления, встречающегося на первом участке  $\sigma_1=P_1$  должно быть  $\sigma_3=q_1$ , причем между  $P_1$  и  $q_1$  существует зависимость, определяемая выражением (8).

Из формул (8), (22) и (26) получим

$$G_0 = \frac{E_0}{(1+\nu)\left[\frac{p_1}{1-\nu}(2\nu+\sin\varphi-1)+2c\cos\varphi\right]}.$$
 (28)

Знаменатель в формуле (28) должен быть положительным, поэтому при c=0 должно быть

$$v \ge \frac{1 - \sin \varphi}{2} \,. \tag{29}$$

Далее следует рассмотреть второй участок при давлениях  $P_1 \geq P \geq P_2$ . Для того, чтобы воспользоваться формулой (22) для модуля сдвига  $G_{\text{oct}}$ , необходимо знать величину бокового напряжения q для любого значения P в рассматриваемом интервале. Воспользовавшись в первом приближении липейной интерполяцией, получим

$$q = \frac{p_2 q_1 - p_1 q_2}{p_2 - p_1} + p \frac{q_2 - q_1}{p_2 - p_1}. \tag{30}$$

Здесь  $q_1$  определяется из формулы (8), а  $q_2$  можно получить из условия предельного равновесия

$$q_2 = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} p_2 - \frac{2c \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi}. \tag{31}$$

Подставив выражения (8), (26), (30) и (31) в (22), после ряда преобразований получим весьма простое выражение

$$G = \frac{p_2 - p}{p_2 - p_1} G_1 = \frac{p_2 - p}{p_2 - p_1} \cdot \frac{E}{1 + \nu}.$$
 (32)

Несущая способность  $P_2$ может быть найдена из существующих решений, например, из формулы K. ТЕРЦАГИ (1943)

$$p_2 = \frac{1}{2} N_{\gamma} \cdot \gamma \cdot b_f + N_q \gamma h_1 + N_c \cdot c \tag{33}$$

где  $b_f$  — ширина подошвы фундамента,  $N_b$ ,  $N_q$ ,  $N_c$  — коэффициенты, два из которых определяются по формулам:

$$N_q = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{\pi i g \varphi}; \quad N_c = (N_q - 1) \operatorname{ctg} \varphi$$
 (34)

а коэффициент  $N_{\nu}$  получен путем численного решения, результаты которого приводятся в таблице 1.

Таблица 1

φ* 0	5	10	15	20	25	30	40	45
$N_{\gamma}$ 0	0,34	1,12	2,80	6,32	13,84	30,6	70,4	173,0

При ограниченном боковом расширении относительная деформация  $\Delta \varepsilon_2$  согласно формулам (5) равна

$$\Delta \varepsilon_2 = \frac{1}{E} (\Delta \sigma_z - 2\nu \Delta \sigma_x) = \frac{p - p_1}{3} \left( \frac{2}{G_{\text{oct}}} + \frac{1}{K} \right) - \frac{2(q - q_1)}{3} \left( \frac{1}{G} - \frac{1}{K} \right). \tag{35}$$

Подставляя в (35) величину q, определенную по формуле (30) и учитывая значение  $\varepsilon_z$  при действии  $P_1$ , получим следующее:

$$\varepsilon_{z} = \frac{p - p_{1}}{3E} \left\{ \frac{2(1 + \nu)}{p_{2} - p_{1}} \left[ p_{2} - p_{1} - (q_{2} - q_{1}) \right] + \frac{1 - 2\nu}{p_{2} - p_{1}} \left[ p_{2} - p_{1} + 2(q_{2} - q_{1}) \right] \right\} + \frac{p_{1}}{E_{0}} \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{1 - \nu}.$$
(36)

Здесь величина  $q_1$  определяется из выражения (8), а  $q_2$  из (31).

Эквивалентная толща определяется по формуле, предложенной Н. А ЦЫТОВИЧЕМ (1963) и равна

$$h = wb \frac{(1-v)^2}{1-2v} \tag{37}$$

где  $w-\kappa_0$  формы опорной площади фундамента и его жесткости. Полная осадка будет равна

$$S = \varepsilon_z \cdot h. \tag{38}$$

Коэффициент w определяется из табл. 2.

Форма загруженной площадки	w	Форма загруженной площадки	w
Круг Квадрат Прямоугольник $n=1,5$ Прямоугольник $n=2$ Прямоугольник $n=3$ Прямоугольник $n=4$ Прямоугольник $n=5$ Прямоугольник $n=6$ Прямоугольник $n=7$ Прямоугольник $n=8$	0,85 0,95 1,36 1,53 1,78 1,96 2,10 2,23 2,33 2,42	Прямоугольник $n=9$ Прямоугольник $n=10$ Прямоугольник $n=20$ Прямоугольник $n=30$ Прямоугольник $n=40$ Прямоугольник $n=50$ Прямоугольник $n=100$	2,49 2,53 2,95 3,23 3,42 3,54 4,00

Таблица 2

В случае, когда осадка в пределах линейного участка давлений  $P \geq P_1$  определена каким-либо другим способом и равна  $\overline{S}$ , представляется возможным принять другое значение эквивалентной толщины сжимаемого слоя в следующем виде

$$\bar{h} = \frac{\bar{s} \cdot E_0(1-\nu)}{p_1(1+\nu)(1-2\nu)}.$$
(39)

Осадка S определяется с учетом нелинейности из выражения

$$S = \varepsilon_z \cdot \bar{h}. \tag{40}$$

Очевидно, что формулу (36) следует применять при  $P > P_1$ .

Пользуясь формулой (35), можно установить влияние изменения модулей  $G_{\text{oct}}$  и K на величину осадки. Из такого рассмотрения следует, что с уменьшением G осадка будет резко возрастать, в то время как увеличение K, связанное с ростом сжимающих напряжений, будет не столь значительно влиять на осадку, причем последнее будет замедлять нарастание осадки.Зависимость (35) может быть упрощена, если грунт считается объемно несжимаемым. В этом случае для участка  $P > P_1$  принято  $K = \infty$ , что дает:

$$\Delta \varepsilon_z = \frac{2}{3} \frac{1+\nu}{E_0} \left[ P_2 - P_1 - (q_2 - q_1) \right] \frac{P - P_1}{P_2 - P} \tag{41}$$

при v = 0,5.

$$\Delta \varepsilon_z = \frac{1}{E_0} \frac{P - P_1}{P_2 - P} [P_2 - P_1 - (q_2 - q_1)]. \tag{42}$$

Полученные формулы указывают на гиперболическую зависимость между осадкой и нагрузкой на участке изменения давлений  $P_1 \leq P \leq P_2$ . В действительности эта кривая, как следует из решения нелинейной задачи, не столь резко будет загибаться вниз и при  $P=P_2$  не будет иметь вертикальной касательной. Для песчаных грунтов наблюдается слабое искривление в графике зависимости осадки от нагрузки. Это искривление значительно заметнее в глинистых грунтах, обладающих как сцеплением, так и малым значением угла внутреннего трения  $\varphi$ .

Предлагаемый расчетный способ следует рассматривать как оценочный. Осадка, определенная по нему с помощью расчета будет заведомо не менее, чем осадка, рассчитанная более точными способами, основывающимися на решении плоской или пространственной задач нелинейной упругости с применением компьютеров.

## Резюме

Работа рассматривает нелинейную упругость грунтов, используя в качестве основного предположения относящиеся сюда обобщения советских авторов. Методом приближения проведены расчеты для случая жесткого штампа, положенного на грунт, а на рисунках приведены епюры напряжения, с отклонением от нелинейной упругости.

У нелинейной модели деформации зависят не только от напряженного состояния, но и от величины напряжений. По Боткину модуль сдвига G считается функцией инвариантов тензоров напряжения и деформации. Таким переменным параметром является в работе и модуль компрессии К. Для интервала между линейно упругим участком и точкой разрушения выводится соотношение нагрузка — осадка, и показывается, что связь в этой фазе нагрузки имеет гиперболический характер.

## Литература

- 1. БОТКИН, А. И.: О прочности сыпучих и хрупких материалов, Известия НИИ, гт. 26, Л., 1940.
- 2. ГОЛЬДШТЕЙН, М. Н., КУШНЕР, С. Г., ШЕВЧЕНКО, М. И.: Расчеты осадок и прочности оснований зданий и сооружений. Изд. «Будивельник», Киев, 1977.
- 3. МАЛЫШЕВ, М. В., ФРАДИС, Э. Д.: Условия прочности песчаных грунтов.
- Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae. Tomus (63 (1-4) pp. 167-175., 1968.
- 4. МАЛЫШЕВ, М. В.: Расчет осадок фундаментов за пределом линейной зависимости между напряжениями и деформациями. Труды пятой дунайской Европейской конференции по механике грунтов и фундаментостроению, т. III, Чехословакия, Братислава. 1977.
- 5. ТЕРЦАГИ, К.: Теоретическая механика грунтов, Уили и Ко, Нью-Йорк, 1943.
- 6. ТИМОШЕНКО, С. П.: Теория упругости, изд. 2-ое, ОНТИ, М.-Л., 1937.
- 7. ЦЫТОВИЧ, Н. А.: Механика грунтов, Изд. 4-ое, Госстройиздат, М., 1963.
- М. В. МАЛЫШЕВ, доктор технических наук, профессор
- Н. С. НИКИТИНА, инженер, Московский инженерно-строительный институт имени В. В. Куйбышева, СССР