

DEFORMATIONSMESSUNGEN AM FAHRGESTELL EINES SATTELSCHLEPPER-ANHÄNGERS

Von

K. DEDE

Lehrstuhl für Höhere-Geodäsie, Geodätisches Institut, TU Budapest

Eingegangen am 27. November 1978

Vorgelegt von Prof. Dr. P. Biró

In der Fahrzeugherstellung und -reparatur ist oft — besonders bei umfangreichen Verkehrsmitteln — die zuverlässige Überprüfung der Genauigkeit der geometrischen Maße der Bauteile erforderlich. Diese Maßkontrolle von hoher Genauigkeit ist aus Lebens- und Vermögenssicherheits- und wirtschaftlichen Rücksichten notwendig. Auch während des bestimmungsmäßigen Einsatzes kann die Ermittlung der genauen geometrischen Maße erforderlich sein, weil man dadurch von den in der Zwischenzeit erfolgten Änderungen ein genaueres Bild erhält. Die Maßkontrolle bzw. die Bestimmung der eventuellen Deformationen wird nach verschiedenen — darunter geodätischen — Methoden durchgeführt.

Einführend darf festgestellt werden, daß die Deformationsmessungen sehr vielfältige geodätische und verwandte Tätigkeiten umfassen, daher keine allgemeingültigen Vorschriften für die Lösung der verschiedenen Aufgaben gegeben werden können. Das zweckdienliche Meßverfahren ist in Kenntnis der konkreten Aufgabe, unter Berücksichtigung der Zuverlässigkeit, Wirtschaftlichkeit, Durchführbarkeit und nicht zu allerletzt der Ergebnisse und Verfahren der verwandten Wissenschaften auszugestalten. Dazu müssen die verschiedenen Toleranzen, Statistiken, Herstellungsgründe usw. bekannt sein.

Bei der Planung von Messungen werden folgende Fälle unterschieden:

1. Messung von abschätzbaren oder berechenbaren Deformationen
 - 1.1 in bestimmten Zeitintervallen:
 - unter konstanter Belastung;
 - unter veränderlicher Belastung;
 - 1.2 kontinuierlich:
 - unter konstanter Belastung;
 - unter veränderlicher Belastung.
2. Messung von auf physikalische Wirkungen in kurzer Zeit entstandenen Deformationen.

Je nach der Art der Messungen werden ausgewählte Punkte einer Anlage oder eines Bauteils in der Annahme untersucht, daß die Bewegungen der ausgewählten — diskreten — Punkte auch die Bewegungen ihrer Umgebung kennzeichnen! Die Punkte werden nach verschiedenen, einander oft widersprechenden Gesichtspunkten gewählt. Im allgemeinen darf ausgesagt werden, daß die Meßpunkte in der Umgebung der voraussichtlichen maximalen bzw. minimalen Deformationen gewählt werden.

Da die Deformation die Bewegung einzelner Anlagen- oder Konstruktions- teile im Verhältnis zueinander ist, betrachten wir jetzt, wie sich die elementaren Prismen in der unmittelbaren Umgebung der ausgewählten Punkte infolge von Kraftangriffen verhalten.

In Abb. 1 ist zu erkennen, daß auf Wirkung der Resultierenden der Kraft- angriffe ein Punkt mit den in einem früheren Zeitpunkt gemessenen Koordinaten X_i, Y_i, Z_i den Verschiebungen

$$\begin{aligned} X &= X_i - X_j \\ Y &= Y_i - Y_j \\ Z &= Z_i - Z_j \end{aligned} \quad (1)$$

unterliegt bzw. eine Winkelverdrehung um $\Delta\varphi, \Delta\omega, \Delta z$ um die Koordinaten- achsen ausführt. Die Kanten des Elementarprismas verschieben sich auf Wirkung der Bewegung aus ihrer bei der früheren Messung eingenommenen Lage, das Prisma verformt sich.

Durch die Resultierende der Kraftangriffe wird die Deformation im allgemeinen determiniert, daher können oft bevorzugte Richtungen bestimmt

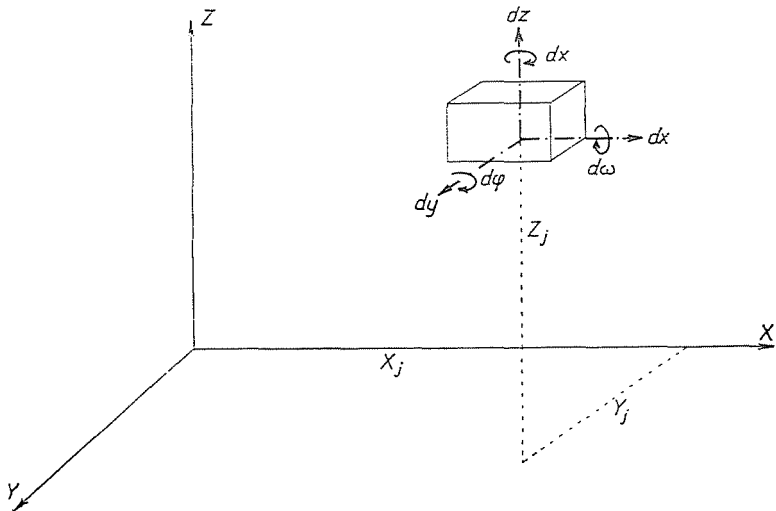


Abb. 1. Deformation eines Elementarprismas unter Kraftangriff

werden, in denen die Deformation einen Randwert erreicht. In anderen Fällen ist die Deformation in gewissen Richtungen infolge von konstruktiven Gegebenheiten zu gering, um sie durch geodätische Messungen nachweisen zu können. In allen diesen Fällen empfiehlt es sich, die horizontalen ebenen Koordinaten X, Y so in ein neues Koordinatensystem zu transformieren, daß die Zielung einer der Koordinatenachsen in Richtung der maximalen Verschiebungen liegt.

Die Koordinatentransformation wird nach den bekannten Zusammenhängen

$$\begin{aligned} x &= (X - X_0) \cos \theta + (Y - Y_0) \sin \theta \\ y &= -(X - X_0) \sin \theta + (Y - Y_0) \cos \theta \end{aligned} \tag{2}$$

durchgeführt, wo

- X, Y die Koordinaten der untersuchten Punkte im Basisnetz;
- X_0, Y_0 die Koordinaten der neuen Koordinatenursprünge im Basisnetz;
- θ den Drehungswinkel der beiden Koordinatensysteme

bedeuten.

Die Winkeldrehungen $\Delta q, \Delta \omega, \Delta z$ werden aufgrund der Koordinaten im Basisnetz oder aus den transformierten Koordinaten ermittelt.

Als Beispiel für die Messung durch physikalische Einwirkung in kurzer Zeit entstandener Deformationen wird die Kontrolle eines Sattelschlepper-Anhängers nach einem Brandfall beschrieben.

Festlegung der Prüfpunkte und des Basisnetzes

Für die Bestimmung der Deformation des Sattelschlepper-Anhängers mit zwei Längsträgern wurden im ersten Schritt die Prüfpunkte so gewählt, daß sie teils auf den durch den Brand verformten Trägerabschnitten, teils auf den als unverformt angenommenen Abschnitten annähernd gleichmäßig verteilt, symmetrisch liegen. Auf dem rechtsseitigen Längsträger wurden 12, auf

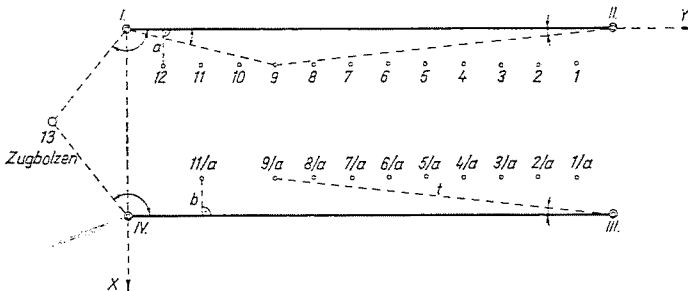


Abb. 2. Skizze der Prüfpunkte

dem linksseitigen aber nur 10 Prüfpunkte markiert, weil an zwei Stellen (10/a, 12/a) wegen der Armaturen auf dem Längsträger keine symmetrischen Prüfpunkte vermarktet werden konnten (Abb. 2). Es sei bemerkt, daß durch die Ausdehnung der Berechnungen auf diesen Trägerabschnitt die Annahme, daß er nicht verformt sei, bestätigt wurde, von der Messung dieser Punkte also mit Recht abgesehen werden konnte.

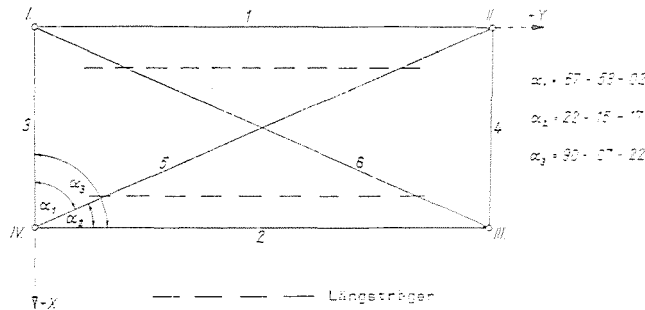


Abb. 3. Bestimmung des Basisnetzes

Um die Koordinaten der Prüfpunkte zu bestimmen, wurde ein Basisnetz aus vier Punkten angelegt. Die Festpunkte wurden so abgesteckt, daß die Längsseiten des Netzes zu den Längsträgern annähernd parallel seien (Abb. 3).

Bei der Absteckung des Netzes mußte darauf geachtet werden, daß die Seiten und Diagonalen mit dem Meßband gemessen werden können, weil wegen gewisser Gebundenheit das Fahrgestell nicht bewegt werden durfte, und daher wegen der Sichtbarkeithindernisse kein Winkelmessungsnetz angelegt werden konnte. Daher wurde das Netz als reines Streckennetz bestimmt. Die Entfernungen wurden mit einem durch einen Dynamometer gespannten, komparierten Invarband gemessen.

Ausgleichung des Basisnetzes

Die Netzausgleichung erfolgte nach der Methode der Ausgleichung direkter Beobachtungen.

Die allgemeine Form der Bedingungsgleichungen ist:

$$\mathbf{B}^* \mathbf{v} + \mathbf{l} = \mathbf{0} \quad (3)$$

(f, n) $(n, 1)$ $(f, 1)$ $(f, 1)$

dabei bedeuten

$\mathbf{v}_{(n, 1)}$ den gesuchten, für die Netzausgleichung erforderlichen Verbesserungsvektor;

$\mathbf{B}^*_{(f, n)}$ die Koeffizientenmatrix der Verbesserungen, deren Elemente die Werte $+1, 0, -1$ haben können;

$l_{(f,1)}$ den Vektor der Widersprüche, d. h. den Vektor, dessen skalare Komponenten für die Nullvektorform der Bedingungsgleichung notwendig sind.

Da die Messungen unter gleichen Bedingungen durchgeführt wurden, dürfen auch ihre Genauigkeit und Zuverlässigkeit als gleich gelten; somit kann der Verbesserungsvektor auch in der Form

$$\underset{(n,1)}{v} = \underset{(n,f)}{B} \underset{(f,1)}{k} \quad (4)$$

ausgedrückt werden.

Aus den Gleichungen (3) und (4) wird die Normalgleichung angeschrieben:

$$\underset{(f,n)}{B^*} \underset{(n,f)}{B} \underset{(f,1)}{k} + \underset{(f,1)}{l} = \underset{(f,1)}{0} . \quad (5)$$

Aus Gl. (5) läßt sich die Korrelate k berechnen, welche in (4) eingesetzt, man v erhält. Die ausgeglichenen Meßergebnisse haben also die Form

$$\underset{(n,1)}{U} = \underset{(n,1)}{L} + \underset{(n,1)}{v} , \quad (6)$$

$\underset{(n,1)}{L}$ ist der Vektor der Meßergebnisse.

Die Berechnung wird mit Hilfe der Gleichung

$$\underset{(1,n)}{v^*} \underset{(n,1)}{v} = -\underset{(1,f)}{l^*} \underset{(f,1)}{k} \quad (7)$$

kontrolliert.

In dem Diagonalsystem in Abb. 3 ist nur ein Bedingungsgleichungstyp erfüllt, u. zw. einer, der ausdrückt, daß in einem beliebigen Eckpunkt die Summe der beiden Winkel, wo einer der Schenkel die Diagonale ist, gleich dem durch die beiden äußeren Seiten gebildeten Winkel ist, d. h.:

$$z_1 + z_2 - z_3 = 0 .$$

Diese Bedingung wird bei den mit dem Kosinussatz berechneten Winkeln in einzelnen Dreiecken des Vierecks erfüllt. Um die Ausgleichsrechnung durchzuführen, müssen die Beziehungen

$$\cos z = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

linearisiert werden, d. h.

$$\delta z_i = \frac{\partial z_i}{\partial a} v_a + \frac{\partial z_i}{\partial b} v_b + \frac{\partial z_i}{\partial c} v_c + \dots , \quad (7a)$$

wo die Werte der partiellen Ableitungen anstelle der vorher berechneten Werte zu verstehen sind.

Nach Differenzieren und Ordnen der Gleichung erhält man:

$$\delta x_i = \frac{\varrho''}{\sin \alpha_i} \frac{a}{bc} v_a + \frac{\varrho''}{\sin \alpha_i} \left(\frac{1}{b} \cos \alpha_i - \frac{1}{c} \right) v_b - \frac{\varrho''}{\sin \alpha_i} \left(\frac{1}{c} \cos \alpha_i - \frac{1}{b} \right) v_c \quad (8)$$

wo ϱ'' der analytische Winkleinheitswert (206 264,8) ist. (Die δx_i -Werte wurden für jedes Dreieck gesondert mit Hilfe einer programmgesteuerten Rechenanlage HP 65 berechnet.) Tabelle I enthält die Meßergebnisse, Verbesserungen sowie ihre ausgeglichenen Werte.

Tabelle I

Ausgleichung des Basisnetzes

	Meßergebnisse [mm]	Verbesserungen [mm]	Ausgeglichene Meßergebnisse [mm]
1.	8021	-0,19	8020,81
2.	8019	-0,19	8018,81
3.	3279	-0,08	3278,92
4.	3279	-0,08	3278,92
5.	8658	+0,21	8658,21
6.	8670	+0,21	8760,21

Nach der Ausgleichung werden die Zuverlässigkeitsmeßzahlen der Meßergebnisse aus dem mittleren Gewichtseinheitsfehler m_0 und aus der Koeffizientenmatrix \mathbf{Q}_U der ausgeglichenen Größen berechnet.

$$\mathbf{Q}_U = \mathbf{E} - \mathbf{B} (\mathbf{B}^* \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B} \quad (9)$$

$(n, n) \quad (n, n) \quad (n, f) \quad (f, f) \quad (f, n)$

$$m_0 = \sqrt{\frac{v^* v}{f}} \quad (10)$$

$$m_i = m_0 \sqrt{Q_{ii}}. \quad (11)$$

Die Varianz-Kovarianz-Matrix der Funktionen lautet:

$$\mathbf{M}_f = m_0^2 (\mathbf{G}^* \mathbf{Q}_U \mathbf{G}) \quad (12)$$

$(s, s) \quad (s, s)$

\mathbf{G}^* ist die Matrix, welche die partiellen Ableitungen der Funktionen nach den ausgeglichenen Meßergebnissen enthält.

Bestimmung der Koordinaten der Prüfpunkte

Nach den in Abb. 2 bezeichneten Winkeln und Entfernungen wurden die Koordinaten der Punkte aus bekannten geometrischen Beziehungen errechnet. Die Koordinaten der Punkte 9 und 9/a wurden durch Vorwärtseinschneiden bzw. polar bestimmt. Die Y-Koordinaten der Prüfpunkte wurden in der Weise erhalten, daß die auf den Längsträgern direkt gemessenen Entfernungen zwischen den Punkten zu den Y-Koordinaten der Punkte 9 bzw. 9/a hinzugesetzt oder von diesen in Abzug gebracht wurden. Es wurde außer acht gelassen, daß die Y-Achse zu den Längsträgern nicht parallel ist, da aus der Sicht der Untersuchung durch einen Fehler in Y-Richtung die Ergebnisse der Deformationsmessung nicht beeinflusst werden.

Die X-Koordinaten der Prüfpunkte wurden nach dem Alinement auf zwei Seiten des Diagonalvierecks berechnet, d. h.

$$X = X_I^{\bar{a}} + a$$

$$X_a = X_{IV} + b.$$

Die Meßergebnisse a und b sind die arithmetischen Mittel der in den Festpunkten I und II bzw. III und IV gemessenen Werte. Die Messungen wurden von jedem Festpunkt aus in zwei Fernrohrlagen mit Hilfe eines Theodolits MOM Te Bl und einer Normalmeßplatte ausgeführt. Das Alinement wurde deshalb als Meßverfahren gewählt, weil so die Armaturen auf den Längsträgern die Messungen nicht hinderten. Die Mittelwerte der Meßergebnisse und die Höhenmeßdaten sind in Tabelle II zusammengefaßt.

Die relativen Höhendifferenzen der Prüfpunkte wurden durch Nivellement ermittelt. Die Messungen wurden für die Punkte der beiden Längsträger aus je einem Aufstellungspunkt unternommen, für den Anschluß zu der gemeinsamen Höhenbezugsebene wurde als Wechsellpunkt der *Zugbolzen* benutzt. Wegen der Armaturen konnten für vier Prüfpunkte die Messungen nicht durchgeführt werden. Für alle Punkte wurde zweimal abgelesen, und aus dem arithmetischen Mittel der beiden Ablesungen die Z-Koordinate auf eine horizontale Ebene bezogen berechnet, die durch den niedrigsten Prüfpunkt (die Laufschwinge auf dem linken Längsträger) ging. Es wurden ein Nivellierinstrument *Wild N₃* und eine Präzisionsmeßplatte benutzt.

Auswertung der Meßergebnisse

Die Ermittlung von räumlichen Deformationen ist nicht nur meßtechnisch, sondern auch rechentechnisch einfacher, wenn die horizontalen ebenen Komponenten (von X, Y-Richtung) und die Höhenkomponenten (von Z-Richtung) getrennt bestimmt werden.

Tabelle II

Die Koordinaten der Prüfpunkte

Prüf- punkt	Mittelwerte der Ablesungen des Alignements		Entfer- nungen [mm]	X [mm]	Y [mm]	x [mm]	y [mm]	Höhen [mm]
	a [mm]	b [mm]						
1	1167,0			1067,0	7149,7	—16,4	9080,5	120
2	1168,0		390	1168,0	6759,7	—15,6	8690,5	131
3	1169,5		498	1169,5	6261,7	—14,5	8192,5	148
4	1174,0		445	1174,0	5816,7	—10,3	7747,5	160
5	1130,2		310	1130,2	5506,7	—54,3	7437,5	21
6	1182,2		315	1182,2	5191,7	— 2,6	7122,5	172
7	1183,5		435	1183,5	4756,7	— 1,6	6687,5	—
8	1185,5		635	1185,5	4121,7	0,0	6052,5	199
9	1186,5		330	1186,5	3791,7	0,8	5722,5	—
10	1186,8		280	1186,8	2911,7	0,4	4842,5	216
11	1188,2		1445	1188,2	1466,7	0,8	3397,5	240
12	1188,5		1580	1188,5	—113,3	0,0	1817,5	269
1/a		1026,6		2252,3	7149,7	1068,9	9079,8	111
2/a		1022,1		2256,8	6759,7	1073,2	8689,7	123
3/a		1017,9		2261,0	6261,7	1077,0	8191,7	138
4/a		1015,1		2263,8	5816,7	1079,5	7746,7	151
5/a		970,6		2308,3	5506,7	1123,8	7436,7	—
6/a		1008,9		2270,0	5191,7	1085,2	7121,7	166
7/a		1004,9		2274,0	4756,7	1088,9	6686,7	—
8/a		1004,1		2274,8	4121,7	1089,3	6051,7	190
9/a		1005,9		2273,0	3791,7	1087,2	5721,7	—
11/a		1004,2		2274,7	1466,7	1087,3	3396,7	233
13				1735,7	—1930,4	545,9	0,0	414

Die horizontalen ebenen Deformationen von X, Y-Richtung können in einem Koordinatensystem direkt untersucht werden, dessen y-Achse eine durch die Prüfpunkte 8 und 12 durchgehende Gerade, und deren positives Zielen die Richtung von dem Zugbolzen aus nach rückwärts ist. Der Koordinatensprung des neuen Koordinatensystems wird durch die über den Zugbolzen auf die y-Achse gezogene Senkrechte angegeben; diese Gerade ist mit der x-Achse identisch. Die positive Zielung der x-Achse stimmt mit der Zielung des von dem rechtsseitigen Längsträger gegen den linksseitigen zeigenden

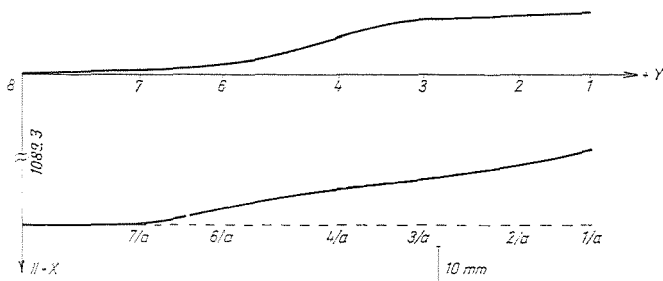


Abb. 4. Deformation der Träger in horizontaler Ebene

Vektors überein. Die Koordinaten wurden in das neue Koordinatensystem nach der Gl. (2) transformiert ($X_0 = 1189,8 \text{ mm}$; $Y_0 = 1930,8 \text{ mm}$; $\Theta = 0,0226$).

Durch die x -Koordinaten wird die Deformation der Träger in der horizontalen Ebene direkt gezeigt (Abb. 4).

Die mittleren Koordinatenfehler m_x wurden mit den Formeln

$$m_{xi} = (m_a^2 + m_e^2)^{1/2}$$

$$m_x = \frac{\sum_{i=1}^n m_{xi}}{n}$$

berechnet.

Dabei bedeuten

m_a den die Zuverlässigkeit des Basisnetzes kennzeichnenden mittleren Fehler (im vorliegenden Falle $0,1 \text{ mm}$);

m_e den mittleren Fehler des Alignements in Querrichtung (Mittelwert = $0,5 \text{ mm}$).

Auf dieser Grundlage ist die Zuverlässigkeit der X -Koordinaten $m_x = 0,5 \text{ mm}$, ein Wert, der für die Feststellung der Deformation der untersuchten Bauteile eine hinreichende Sicherheit gewährt.

Aus den Abweichungen der Z -Koordinaten läßt sich die räumliche Deformation des Trägers nicht direkt bestimmen, weil diese Werte auch aus der schiefen Lage des Sattelschlepper-Anhängers herrührende Höhendifferenzen enthalten. Daher wurde, um die volle räumliche Deformation der Längsträger festzustellen, die Gleichung der durch die Punkte 8, 12, 11/a durchgehenden Ebene angeschrieben. (Diese Punkte befanden sich auf den als unverformt angesetzten Trägerteilen, von denen sich dies später auch bestätigte.)

Die Gleichung der durch die drei Punkte $P_1(x_1, y_1, z_1)$, $P_2(x_2, y_2, z_2)$, $P_3(y_3, x_3, z_3)$ durchgehenden Ebene lautet:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0 .$$

Dementsprechend ist

$$0,0091x + 0,0165y + 0,9998z - 298,988 = 0.$$

Nach Einsetzen der Koordinaten erhält man die Entfernung eines beliebigen Punktes von der Ebene (die Komponenten Z der räumlichen Deformationen) durch einfache Berechnung. Die Zahlenwerte sind in Tabelle III angegeben.

Tabelle III

Komponente in Z-Richtung der räumlichen Deformation

Punkt- nummer	Komponent [mm]	Punkt- nummer	Komponent [mm]
1	-29,3	1/a	-28,5
2	-24,8	2/a	-22,9
3	-15,7	3/a	-16,1
4	-11,3	4/a	-10,4
6	- 9,5	6/a	- 5,6
8	- 0,2	8/a	0,7
10	- 3,1		
12	0,0	11/a	0,1

Die *a posteriori* mittleren Fehler der Höhenkoordinaten wurden aufgrund der Beobachtungsdifferenzen d berechnet:

$$m_z = \frac{D}{\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad D = \left(\frac{\sum d^2}{n} \right)^{1/2}$$

wo d die Abweichung voneinander der in benachbarten Punkten gemessene Höhendifferenzen ist. Der mittlere Fehler von 0,6 mm zeigt, daß die Zuverlässigkeit der Höhenmessung für die Feststellung der Deformation geeignet war.

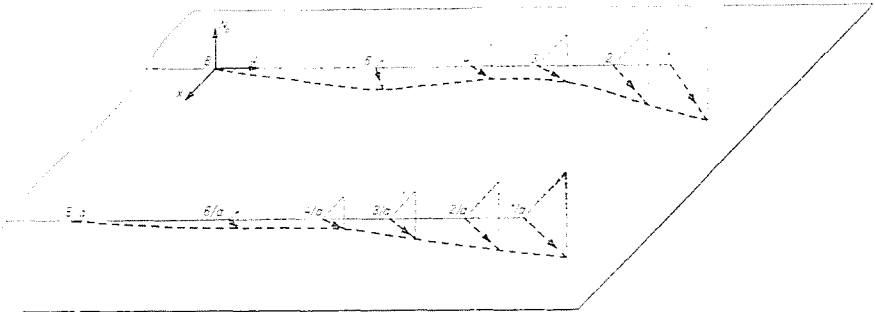


Abb. 5. Räumliche Deformation der Träger

Schließlich konnte festgestellt werden, daß sowohl der rechts- als auch der linksseitige Längsträger von dem Meßpunkt 6 an nach rückwärts stark deformiert ist. (Die durch die räumlichen Vektoren verdeutlichte Deformation ist in Abb. 5 zu sehen.) Aus den x -Koordinatenwerten ergibt sich, daß die Träger von der durch die Punkte 8 bis 12 angegebenen Geraden annähernd parallel abwichen.

Zusammenfassung

In der Fahrzeugherstellung müssen oft die genauen geometrischen Maße der Bauteile exakt bestimmt werden. Der Beitrag zeigt die geodätische Maßkontrolle eines bei einem Brandfall deformierten Lkw-Fahrgestells.

Die horizontalen Koordinaten der auf den Bauteilen ausgewählten Prüfpunkte wurden in einem selbständigen Basisnetz bestimmt. Die Koordinaten wurden in ein auf die Bauteile bezogenes neues Koordinatensystem transformiert, in dem die X -Koordinaten die Deformationen der Träger in horizontaler Ebene unmittelbar angeben.

Aufgrund der Höhenkoordinaten und der transformierten Horizontalkoordinaten wurde die Gleichung der durch die nicht deformierten Trägerteile durchgehenden Ebene angeschrieben. Aus der Gleichung dieser Ebene läßt sich — nach Einsetzen der Koordinaten — die Z -Komponente der räumlichen Deformation eines beliebigen Punktes direkt berechnen.

Schrifttum

- BERKE, P.—DEDE, K.: Messung in 10^{-1} mm Größenordnung von Großmaßen in der Maschinenbauindustrie.* *Járművek, Mezőgazdasági Gépek* H. 12. 24 (1977), S. 454—458.
- DETRÉKÓI, Á.: Planung, Berechnung, Analyse ingenieurgeodätischer Deformationsmessungen.* Akademische Doktorarbeit, Manuskript, 1977.
- LÖSCHNER, F.: Geodätische Deformationsmessungen an Bauwerken. *Allgemeine Vermessungsnachrichten* 1970. H. 13. S. 95—109.
- MATOLCSY, M.: Allgemeine Fragen der Festigkeitsberechnung mechanischer Bauteile bei zeitlich veränderlicher Belastungsübersicht.* Forschungsbericht im Forschungsinstitut Autokut, Manuskript, 1976.

Károly DEDE, H-1521 Budapest

* In ungarischer Sprache.