

DEFORMATIONSMESSUNGEN AN DEN AUFLAGERN EINER THEISSBRÜCKE

Von

I. BÁNHEGYI—Á. DETREKŐI—K. ÓDOR

Lehrstuhl für Höhere Geodäsie, Geodätisches Institut, TU Budapest

(Eingegangen am 1. Oktober 1974)

1. Einleitung

Bei der vorgeschriebenen periodischen Brückenkontrolle an der betreffenden Brücke wurde 1972 festgestellt, daß sich die Brückenlager bei dem Brückenkopf aus der ursprünglichen richtigen Einstellungslage verdreht haben und sich auch das Tragwerk der Brücke verschoben hat. Die ursprünglich etwa 10 cm breite Dehnungsfuge zwischen Tragwerk und Brückenkopf am rechten Ufer hat infolge der Verschiebungen nur eine Breite von 1 bis 2 cm.

Die Brückenaufsichtsbehörde schloß aus dieser Beobachtung, daß sich die Verschiebung der Brückenkonstruktion aus einer Verschiebung nur eines dieser Bauteile ergab (Abb. 1).

Um diese Schlußfolgerungen nachzuweisen und etwaige weitere Bewegungen zu prüfen — eine Aufgabe, die in Kenntnis der beobachteten Deformationen für die Sicherheit des Verkehrs auf der Brücke unerlässlich ist — wurde die periodische geodätische Beobachtung der Brückenaufleger in horizontalem und Höhensinn verordnet und mit dieser Arbeit der Lehrstuhl für Höhere Geodäsie der Technischen Universität Budapest beauftragt. Die Deformationsmessungen wurden im Frühjahr 1973 begonnen.

Das Brückentragwerk ruht auf fünf Auflagern, von denen das Auflager I der genannte Brückenkopf am rechten Flußufer, das Auflager II im Flußbett, die Auflager III und IV im Flutraum angeordnete Pfeiler und das Auflager V der Brückenkopf am linken Ufer sind. Die Brückenkonstruktion ruht auf den Auflagern II und IV auf festen, auf den anderen auf beweglichen Lagern.

2. Planung der geodätischen Messungen

Neben der vorhandenen Hypothese als Ausgangsangabe wurden für die optimale Planung der geodätischen Messungen (Meßverfahren, Genauigkeit, Wiederholungshäufigkeit usw.) weitere wertvolle Ausgangsdaten aus dem Stammbuch der Brücke erhalten.

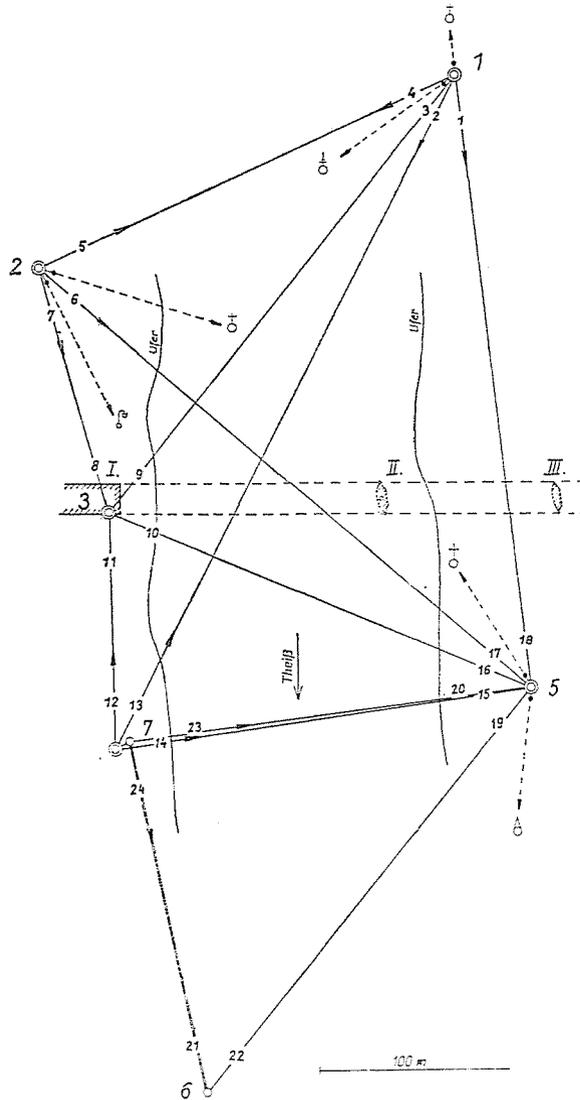


Abb. 1

Diesem ist zu entnehmen, daß das Auflager II bereits während der Bauausführung (1949) eine unerwünschte Deformation erfuhr, mit der man bei der Projektierung nicht gerechnet hatte, und daher die Fundamente verstärkt werden mußten.

Nach dem Einbau des Tragwerks tauchte wieder der Verdacht der Bewegungen des Auflagers II auf und daher wurden an der Brücke in den Jahren 1951/55 dreimal geodätische Deformationsmessungen vorgenommen.

Nach diesen Beobachtungen verkürzte sich in der Prüfungsperiode von vier Jahren der Abstand zwischen den Auflagern I und II um etwa 18 mm und der Abstand zwischen den Auflagern II und III nahm um 21 mm zu. Für die Periode von vier Jahren beträgt also die Abstandsänderung zwischen den Auflagern etwa 4 mm pro Jahr. Wurde auch der Änderung der Dehnungsfuge entsprechend die Abstandsänderung auch für die spätere Zeit mit 4 mm angesetzt, schien je Auflager eine Deformation pro Jahr von 2 mm im Mittel wahrscheinlich zu sein. Durch diese Folgerung wurden die erforderliche Genauigkeit der geodätischen Messungen in horizontalem Sinn und überdies das Meßverfahren und andere Belange der Messungen bestimmt.

Bei den Messungen in den Jahren 1951/55 wurden die Höhenänderungen der Auflager durch trigonometrische Höhenbestimmung ermittelt. Diese Messungen ergaben eine Setzung des Auflagers II im Vergleich zum Brückenkopf um etwa 20 mm.

In Kenntnis des voraussichtlichen Grades, der Geschwindigkeit und anderer hier nicht angeführter Faktoren der Deformation der Auflager, wurde im Einvernehmen mit dem Statiker die Bestimmung folgender Bewegungen vorgesehen:

1. Abstandsänderungen zwischen den Auflagern bzw. Brückenköpfen I—II, II—III, III—IV und IV—V;
2. absolute Verschiebung in horizontalem Sinn der Brückenköpfe I und V sowie des Auflagers II;
3. Neigung und Verdrehung des Brückenkopfes I und des Auflagers II;
4. die absoluten Höhenänderungen der Brückenköpfe und Auflager I—V und
5. die ungleiche Setzung des Auflagers II in Flußlaufrichtung.

Aus Gründen der Verkehrssicherheit wurden anfangs jährlich zwei Messungen vorgesehen, eine nach dem Abziehen des Eishochwassers und eine andere nach der Tauflut im Sommer; die spätere Messungshäufigkeit soll je nach der Größe der zu beobachtenden Deformationen bestimmt werden.

Die Meßgenauigkeit wurde so vorgesehen, daß aus den Ergebnissen die vorausgesetzte Auflagerdeformation von 2 mm pro Jahr womöglich schon nach dem ersten Jahr zu erkennen und die Bewegungen von 4 mm Größe eindeutig nachzuweisen seien.

Die Deformationswerte unter 1 bis 5 können selbstverständlich restlos erst aus den 1973 unternommenen Messungen bestimmt werden, für die seit den Messungen in den Jahren 1951/55 vergangene Zeit lassen sich nur die Werte bestimmen, wo die in verschiedenen Zeitpunkten durchgeführten Messungen der gleichen geprüften Punkte aus denselben Festpunkten miteinander in Beziehung gebracht werden können.

Für die Ermittlung der Deformationswerte wurden um die Auflager I und II ein trigonometrisches Grundnetz und um die Auflager I—V ein Nivel-

lementsgrundnetz geplant. Die Abstandsänderungen zwischen den Auflagern II—III, III—IV und IV—V sollten direkt mit Hilfe eines elektrooptischen Streckenmeßgeräts bestimmt werden. Zu dem letzteren Entschluß wurden wir dadurch bewogen, daß das Anlegen eines Grundnetzes im Flutgebiet und die periodischen Beobachtungen den Kostenaufwand für die geodätischen Deformationsmessungen unverhältnismäßig erhöht hätten. Die genaue Bestimmung der Höhenänderungen sollte durch Präzisionsnivellement erfolgen.

In der vorliegenden Arbeit werden nur das Anlegen des trigonometrischen Grundnetzes um die Auflager I und II und die damit verbundenen Deformationsmessungen beschrieben.

3. Anlegen des trigonometrischen Grundnetzes

Um die Deformationen (Verschiebung, Kippung, Verdrehung) des Brückenkopfes I und des Auflagers II zu messen, wurden zuerst ein trigonometrisches Grundnetz aus fünf Punkten (Punkte 1 bis 5) und außerhalb des Netzes noch zwei Festpunkte (Punkte 6 und 7) angeordnet (Abb. 1).

Von den fünf Punkten liegen die Punkte 1 und 5 im Flutgebiet, die Punkte 2 und 4 in der Nähe von Gebäuden auf dem Kai (in Abständen von 4 bis 5 m von denselben) und Punkt 3 auf einem der Geländerpfeiler des Balkons auf der Südseite des Brückenkopfes.

Die Punkte 6 und 7 gehören nicht zu dem Grundnetz. Sie wurden angeordnet, damit ihr mit einem Invarband gemessener Abstand als Basislinie für die Komparation des zu der Netzlängenmessung benutzten elektrooptischen Streckenmeßgeräts diene. Der Festpunkt 7 wurde außerdem auch dazu verwendet, einen geprüften Punkt zu bestimmen, der von dem Festpunkt 4 aus nicht zu sehen ist.

Bei der Auswahl der Stellen für die Festpunkte des Grundnetzes sollten folgende Forderungen (nur die wichtigsten angeführt) erfüllt werden:

1. Die Netzpunkte sollen womöglich mit den Festpunkten der Messungen 1951/55 identisch sein oder sollen sich zwischen den Koordinatensystemen der beiden Netze Koordinatentransformationsgleichungen aufstellen lassen.
2. Die Festpunkte sollen jahrzehntelang erhalten bleiben.
3. Die durch die Netzseiten gebildeten Winkel sollen für die Bestimmung des Grundnetzes günstig sein und auch die geprüften Punkte sollen sich von den Festpunkten aus gut bestimmen lassen.
4. Die Punkte sollen an Stellen liegen, wo die geringsten Bodenbewegungen vorkommen.
5. Die Messungen sollen von den Punkten aus ganz oder wenigstens teilweise auch bei höheren Wasserständen als gewöhnlich durchgeführt werden können.

Die Erfüllung der vielen — manchmal widersprüchlichen — Bedingungen wurde u. a. hauptsächlich durch die Bedeckung des Geländes erschwert. Für die erforderliche Genauigkeit des Netzes, um anstatt der verhinderten, direkten Messung zwischen den Punkten 2 und 4 wenigstens eine mittelbare Bestimmung durchzuführen, erbot sich die Notlösung, den Festpunkt 3 auf dem Pfeiler des sich der Annahme gemäß bewegenden Brückenkopfes anzulegen (Abb. 1). Nach der Grundmessung spielte dieser Punkt also bei den späteren Messungen eine doppelte Rolle, einerseits als Hilfspunkt des Grundnetzes, andererseits als der Bewegung ausgesetzter geprüfter Punkt.

Von den Messungen 1951/55 blieb leider kein einziger Festpunkt erhalten, daher ließen sich die Koordinatensysteme der beiden Grundnetze zueinander in keine Beziehung bringen. Das hatte den Nachteil, daß für die Zeit seit dem Jahr 1955 nur auf die relative Verschiebung der Auflager geschlossen werden konnte, auf die absoluten Bewegungen nicht.

Die Festpunkte 2, 4 und 5 wurden durch Stahlbetonpfeiler von $140 \times 140 \times 200$ cm Größe auf $40 \times 40 \times 200$ cm großen Stahlbetonfundamenten bezeichnet, von deren Länge 120 cm über der Bodenoberfläche herausragen.

Punkt 3 ist ein Stahlbetonpfeiler von $40 \times 40 \times 60$ cm auf der Brüstungsmauer des Brückenkopfes.

Die Vermarkung des Punktes 1 besteht aus einem etwa 2,5 m hohen Fundament mit elliptischem Querschnitt mit Durchmessern von 2 bzw. 1,5 m und einem auf diesem Fundament ruhenden Pfeiler von $40 \times 40 \times 120$ cm. (Die Vermarkung wurde früher errichtet.)

In die oberen Flächen der Beobachtungspfeiler wurden Metallplatten von $30 \times 30 \times 0,5$ cm einbetoniert, in denen für die Zwangszentrierung je drei Rillen für die Beine des Stativs vorgesehen sind und der Punkt durch die Achse einer senkrechten Bohrung mit 1 mm Durchmesser in der Metallplatte bezeichnet ist.

4. Beobachtung des Grundnetzes

Die Parameter für die Beobachtung des Grundnetzes wurden von den Erfahrungen früherer ähnlicher Messungen (von dem a posteriori mittleren Fehler und den dort benutzten Parametern) ausgehend, unter Berücksichtigung der Möglichkeiten auf dem Gelände und des zur Verfügung stehenden Geräteparks sowie der Kostenauswirkungen wie folgt zusammengestellt und die Beobachtungen in folgender Weise durchgeführt.

Aus jedem Punkt des Grundnetzes wurden mit einem Theodolit Wild T3 in je drei Sätzen Richtungsmessungen und aus den Punkten 1, 2 und 4 mit einem elektrooptischen Streckenmeßgerät Zeiss EOK 2000 Streckenmessungen durchgeführt. Bei den Streckenmessungen wurde je dreimal in allen drei

Frequenzbereichen, dann noch dreimal bei der Frequenz 1 gemessen, d. h., daß die Strecken, die als Grundlage für die weiteren Berechnungen dienten, jeweils die arithmetischen Mittel aus sechs unabhängigen Messungen darstellten.

In Abb. 1 bedeuten die Zahlen auf den Richtungslinien die gemessenen Richtungen, die Pfeile auf den Linien die gemessenen Entfernungen.

Auch aus der Abbildung ist zu erkennen, daß für die Bestimmung des Grundnetzes alle 18 Richtungen und 7 Seiten des Netzes gemessen wurden. Die Entfernungen zwischen den Punkten 1—2 und 1—4 wurden aus beiden Richtungen gemessen, es wurden also im Grundnetz 9 Streckenmessungen durchgeführt. Neben den Netzrichtungen wurden in den Festpunkten 1, 2 und 5 auch die in Abb. 1 mit gestrichelten Linien dargestellten und mit Pfeilen bezeichneten Orientierungsrichtungen gemessen.

Es sei bemerkt, daß für die Bestimmung des jeweiligen Netzmaßstabs bei den einzelnen Gelegenheiten die herkömmliche Basismessung nicht in Frage kommen konnte, weil in der Brückenumgebung bereits der Ausbau des Flußufers im Gang war. (Auch die für die Komparation des elektrooptischen Streckenmeßgeräts zwischen den Festpunkten 6 und 7 angeordnete Basislinie wird wahrscheinlich zugrunde gehen.)

Die angezielten Festpunkte wurden durch aufgesetzte, 30 cm hohe, rot-weiß gestrichene Metallstäbe mit 3 mm Durchmesser kenntlich gemacht.

5. Berechnung des Grundnetzes

Die Koordinaten der Punkte des Grundnetzes wurden durch Ausgleichung bestimmt. Im ersten Schritt mußte entschieden werden, ob man sich der vermittelnden oder der bedingten Ausgleichung bedienen sollte. Wie bereits gesagt, wurden im Netz 18 Richtungen und 9 Entfernungen gemessen, damit betrug die Zahl der Messungen 27. Die 5 Netzpunkte würden 15 Unbekannte bedeuten, da jedoch bei freien Netzen Ursprung und Orientierung des Koordinatensystems angegeben werden, beträgt die Anzahl der Unbekannten 12. Damit ist die Zahl der überzähligen Messungen 15. Bei der Ausgleichung sind also im ersteren Fall eine Matrix von 12×12 Elementen, im zweiten Fall eine von 15×15 Elementen zu invertieren, was unter Anwendung einer Rechenanlage selbstverständlich keine Schwierigkeit hat. Bei der Auswahl der Ausgleichung fiel der Vorteil der vermittelnden Ausgleichung schwerer ins Gewicht, daß sich die etwaige Umgruppierung der Grundnetzmessungen durch Weglassen bzw. neuerliches Anschreiben gewisser ursprünglicher Verbesserungsgleichungen einfach verfolgen läßt, ferner daß sich die kennzeichnenden Genauigkeitsmaße der Messungen einfacher bestimmen lassen.

Die auf das trigonometrische Grundnetz bezogene Lage des Koordinatensystems ist in Abb. 1 zu sehen. Durch die Wahl der vorläufigen Koordinaten

$y = 500,00$ m und $x = 2000,00$ m für Punkt 1 wurde erreicht, daß alle Koordinaten der Netzpunkte mit positivem Vorzeichen stehen und sich die Koordinaten x und y leicht unterscheiden lassen. Die y -Achse des Koordinatensystems wurde zu der Brückenachsenrichtung annähernd parallel gewählt. Aus den Ergebnissen der Richtungs- und Streckenmessungen wurden auch für alle anderen Netzpunkte vorläufige Koordinaten berechnet.

Bei der Grundnetzausgleichung müssen drei Größen als bekannt angenommen werden. Zu diesem Zweck wurde Punkt 4 als Ursprung gewählt, damit dessen vorläufige Koordinaten bereits endgültige Koordinaten seien und sich weiter nicht ändern. Als dritte notwendige festgelegte Angabe wurde die vorläufige Koordinate in y -Richtung des Punktes 2 als endgültig betrachtet, auch diese erfuhr also keine Änderung.

Bei der Ausgleichung kamen folgende Arten der Verbesserungsgleichungen vor:

1. *Verbesserungsgleichungen der Richtungsmessungen*

Vom Ursprung zu einem neuen Punkt (3 Gleichungen)

$$V_{S_{4i}} = -z_{4i} + \frac{\varrho'' \cos \delta_{04i}}{t_{04i}} y_i - \frac{\varrho'' \sin \delta_{04i}}{t_{04i}} x_i + \delta_{04i} - L_{4i} - Z_{04i}.$$

Von einem neuen Punkt zum Ursprung (3 Gleichungen)

$$V_{S_{i4}} = -z_i + \frac{\varrho'' \cos \delta_{04i}}{t_{04i}} y_i - \frac{\varrho'' \sin \delta_{04i}}{t_{04i}} x_i + \delta_{0i4} - L_{i4} - Z_{0i}.$$

Von einem neuen Punkt zu einem anderen (12 Gleichungen)

$$V_{S_{ij}} = -z_i + \frac{\varrho'' \cos \delta_{0ji}}{t_{0ij}} y_i - \frac{\varrho'' \sin \delta_{0ji}}{t_{0ij}} x_i - \frac{\varrho'' \sin \delta_{0ji}}{t_{0ij}} y_j + \frac{\varrho'' \sin \delta_{0ji}}{t_{0ij}} x_j + \delta_{0ij} - L_{ij} - Z_{0i}.$$

2. *Verbesserungsgleichungen der Streckenmessungen*

Einer der Endpunkte ist der Ursprung (4 Gleichungen)

$$V_{T_{4i}} = \sin \delta_{04i} y_i + \cos \delta_{04i} x_i + t_{04i} - t_{4i}.$$

Zwischen unbekanntenen Punkten (5 Gleichungen)

$$V_{T_{ij}} = \sin \delta_{0ji} y_i + \cos \delta_{0ji} x_i - \sin \delta_{0ji} y_j - \cos \delta_{0ji} x_j + t_{0ij} - t_{ij}.$$

In den Verbesserungsgleichungen bedeuten:

- Z_0 Näherungswert der Orientierungsunbekannten
 z Änderung der Orientierungsunbekannten
 δ_0 Näherungswert des Richtungswinkels
 t_0 Näherungswert der Entfernung
 x Änderung der Koordinate
 y Änderung der Koordinate
 L gemessener Richtungswert
 t gemessene Entfernung.

In die Verbesserungsgleichungen werden die vorläufigen Entfernungen und die gemessenen Entfernungen in dm eingetragen, damit ergeben sich auch die Koordinatenänderungen in dm. In diesem Sinne wird auch für die Gewichtsbestimmungen der mittlere Fehler der Ergebnisse der Streckenmessungen in dm erfaßt.

Auf unsere Erfahrungen gestützt wurde der mittlere Fehler der Richtungsmessung (μ_z) mit $\pm 2''$, der mittlere Fehler der Streckenmessung (μ_s) mit $\pm 0,1$ dm angesetzt. Wird das Meßergebnis der Richtungsmessung von 100 m als Gewichtseinheit betrachtet ($p_z = 1$ Bogensekunde⁻² = $1s^{-2}$), dann läßt sich das Gewicht des Meßergebnisses der Strecke von 100 m aus der Formel

$$P_{100m} = P_z \frac{\mu_z^2}{\mu_s^2}$$

berechnen, d. h.

$$P_{100m} = (1s^{-2}) \frac{2^2 s^{-2}}{0,1^2 dm^2} = 400 dm^{-2}.$$

Da im untersuchten Netz die gemessenen Entfernungen 100 m — 400 m lang waren, wurde das Gewicht jeder Entfernung zu 400 angesetzt, da bei elektrooptischen Streckenmessungen die Genauigkeit in diesem Bereich von der Entfernung praktisch unabhängig ist. Die Gewichte der Richtungsmessungen wurden im Verhältnis zu den Strecken berücksichtigt. Die Gewichte bilden eine Diagonalmatrix von 27×27 Elementen.

Die Verbesserungsgleichungen lauten in matrizieller Form:

$$\begin{matrix} \mathbf{v} & = & \mathbf{A} & \mathbf{x} & + & \mathbf{l} \\ (27,1) & & (27,12) & (12,1) & & (27,1) \end{matrix}$$

dabei bedeuten

\mathbf{v} den Vektor der Verbesserungen

\mathbf{A} die Koeffizientenmatrix der Koordinatenänderungen

\mathbf{x} den Vektor der Koordinatenänderungen
 \mathbf{l} den konstanten Vektor.

Die Normalgleichung hat die Form

$$\begin{matrix} (\mathbf{A}^* \mathbf{P} \mathbf{A}) & & \mathbf{x} & + & (\mathbf{A}^* \mathbf{P} \mathbf{l}) & = & 0 \\ (12,12) & & (12,1) & & (12,1) & & (12,1) \end{matrix}$$

aus der Auflösung derselben erhielten wir die Koordinatenänderungen:

$$\begin{matrix} \mathbf{X} & = & - & (\mathbf{A}^* \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} & (\mathbf{A}^* \mathbf{P} \mathbf{l}) \\ (12,1) & & & (12,12) & (12,1) \end{matrix}$$

Durch Zusammenziehung der näherungsweise Koordinaten mit den Koordinatenänderungen erhält man die ausgeglichenen Koordinaten, d. h.

$$\begin{matrix} \mathbf{X} & = & \mathbf{X}_0 & + & \mathbf{x} \\ (12,1) & & (12,1) & & (12,1) \end{matrix}$$

wo

\mathbf{X} den Vektor der ausgeglichenen Koordinaten,
 \mathbf{X}_0 den Vektor der näherungsweise Koordinaten bedeuten.

Die Verbesserungen der Messungen wurden aus der Verbesserungsgleichung berechnet.

$$\begin{matrix} \mathbf{v} & = & \mathbf{A} & \mathbf{x} & + & \mathbf{l} \\ (27,1) & & (27,12) & (12,1) & & (27,1) \end{matrix}$$

Die Matrix der Gewichtskoeffizienten der Unbekannten, d. h. der Koordinaten, ist in der Normalgleichung die Inverse der Koeffizientenmatrix der Unbekannten

$$\begin{matrix} \mathbf{Q}(x) & = & (\mathbf{A}^* \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \\ (12,12) & & (12,12) \end{matrix} .$$

Daraus wurde die Kovarianzmatrix mit Hilfe des mittleren Fehlers der Gewichtseinheit berechnet:

$$\begin{matrix} \mathbf{M}(x) & = & m_0^2 & \mathbf{Q}(x) \\ (12,12) & & (12,12) \end{matrix}$$

wo

$$m_0^2 = \frac{\mathbf{v}^* \mathbf{P} \mathbf{v}}{f} = \frac{\mathbf{v}^* \mathbf{P} \mathbf{v}}{15} .$$

Die ausgeglichenen Beobachtungen sind die Funktionen der Unbekannten, daher lautet die Matrix des Gewichtskoeffizienten:

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{Q}_{(L)} & = & \mathbf{A} \\ (27,27) & & (27,12) \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \mathbf{Q}_{(x)} & & \mathbf{A}^* \\ (12,12) & & (12,27) \end{array}$$

Nach Berechnung derselben wurde auch die Kovarianzmatrix der ausgeglichenen Beobachtungen ermittelt:

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{M}_{(L)} & = & m_0^2 \mathbf{Q}_{(L)} \\ (27,27) & & (27,27) \end{array}$$

Das trigonometrische Grundnetz wurde mit Hilfe eines Rechners ODRA 1204 berechnet. Die Laufzeit betrug jeweils etwa 3 Min.

Die in den Punkten des Grundnetzes gemessenen Orientierungsrichtungswerte wurden in die Ausgleichung nicht einbezogen, sondern nur die Änderungen beobachtet, um u. U. auf die etwaigen Verschiebungen der Grundnetzpunkte zu schließen.

6. Die Genauigkeitsmaße

Bei der beschriebenen Deformationsmessung wurden drei Arten der Genauigkeitsmaße hergestellt:

- a) die mittleren Fehler der noch nicht ausgeglichenen Beobachtungen (Richtungs- und Streckenmessungen)
- b) die für das ausgeglichene Netz kennzeichnenden mittleren Fehler
- c) die mittleren Fehler der abgeleiteten Spannweite.

Diese Genauigkeitsmaße wurden getrennt untersucht.

Die mittleren Fehler der noch nicht ausgeglichenen Beobachtungen

Die Genauigkeit der *Richtungsmessungen* kann durch den sog. mittleren Fehler nach Ferrero, den vor der Ausgleichung des Netzes aus Stationsausgleichungen in den einzelnen Aufstellungspunkten gewonnenen mittleren Fehler, gekennzeichnet werden.

Die Stationsausgleichung wurde in der von HAZAY [1] beschriebenen Weise durchgeführt. Aus der Stationsausgleichung wurde je Aufstellungspunkt der mittlere Fehler eines aufgrund der jeweils gemessenen drei Sätze abgeleiteten Richtungswertes bestimmt. Es wurden insgesamt 15 Stationsausgleichungen ausgeführt. (Das Netz bestand aus fünf Punkten und es wurde bei drei verschiedenen Gelegenheiten gemessen.) Die mittleren Fehler der aus drei

Sätzen abgeleiteten Richtungswerte schwankten zwischen 0,28" und 0,76" mit dem Mittelwert von 0,42".

Der mittlere Fehler der Richtungsmessungen wurde auch mit der von BJERHAMMER [2] angegebenen Form der Formel von Ferrero abgeschätzt:

$$m_i = \sqrt{\frac{\sum \omega^2}{6k}},$$

wo ω den Widerspruch der Dreiecke
 k die Zahl der Dreiecke
 bedeuten.

Bei den drei Meßgelegenheiten erhielten wir 0,76", 0,76" und 0,97". Die zusammen geprüften sämtlichen Widersprüche ergaben einen mittleren Fehler der Richtungsmessungen von 0,84".

Die Abweichung des aus Stationsausgleichung erhaltenen Mittelwertes von dem mit der Formel von Ferrero gewonnenen (0,42" bzw. 0,84") wird durch Fehlerquellen verursacht, deren Wirkung sich in der Stationsausgleichung nicht äußert. Von diesen sollen die Wirkungen der Zentrierung und der Signalisierung der Punkte (die wegen der verhältnismäßig kurzen Seitenlängen des Netzes nicht unwesentlich sind) sowie die Änderung der Lateralrefraktion genannt werden.

Die *Streckenmessungen* wurden durch auf verschiedene Weisen hergestellte drei mittlere Fehler gekennzeichnet. Bei jeder Strecke wurden die Messungen 5- bis 6mal je Standpunkt wiederholt und die Strecke als arithmetisches Mittel aus 5—6 Beobachtungen erhalten. Der mittlere Fehler des aus 5 bis 6 Beobachtungen berechneten arithmetischen Mittels bewegte sich zwischen 0,3 und 4,2 mm, betrug durchschnittlich 1,4 mm. Es wurde geprüft, ob der mittlere Fehler entfernungsabhängig sei. Der Korrelationskoeffizient der Entfernungen und mittleren Fehler ergab sich zu 0,1. Das bedeutet, daß bei den geprüften Entfernungen der mittlere Fehler als von der Entfernung unabhängig betrachtet werden darf.

Die mittleren Fehler wurden bei derselben Beobachtung auch aufgrund der Differenzen der Hin- und Rückmessungen berechnet. Aus der Berechnung nach dem von GAIDAEW und BOLSCHAKOW [3] beschriebenen Verfahren ergab sich der mittlere Fehler zu 3,1 mm.

Schließlich wurden auch aus den Differenzen der bei verschiedenen Meßgelegenheiten bestimmten Werten derselben Strecken mittlere Fehler ermittelt, ebenfalls in der in [3] beschriebenen Weise. Aus den drei möglichen Kombinationen der Meßgelegenheiten wurden 3,4 mm, 3,1 und 3,4 mm erhalten.

Die Abweichungen der aus den wiederholten Messungen von einem Standpunkt aus und aus den Differenzen der Messungen berechneten mittleren

Fehler ergaben sich — ähnlich den Richtungsmessungen — aus Fehlerquellen, durch die die wiederholten Messungen in demselben Standpunkt nicht betroffen werden. Neben den bei der Richtungsmessung genannten, können auch gewisse Instrumentenfehler und meteorologische Einflüsse derartige Fehlerquellen darstellen.

*Die für das ausgeglichene Netz
kennzeichnenden mittleren Fehler*

Das Netz wurde durch die mittleren Fehler der Gewichtseinheit, durch die charakteristischen mittleren Fehler der Netzpunkte und durch die mittleren Fehler der ausgeglichenen Beobachtungen gekennzeichnet. Diese angeführten Größen wurden bei allen drei Netzausgleichungen bestimmt.

Bei den drei Meßgelegenheiten betrug der *mittlere Fehler der Gewichtseinheit* 1,40; 1,75; 1,50. Aus dem mittleren Fehler der Gewichtseinheit läßt sich feststellen, ob die bei verschiedenen Gelegenheiten durchgeführten Messungen von gleicher Zuverlässigkeit sind. Die für die Gewichtseinheit erhaltenen drei mittleren Fehler wurden nach [5] paarweise unter Anwendung des \sqrt{F} -Tests mit den statistischen Sicherheiten $p = 0,95$ und $0,90$ verglichen. Aus den Tests läßt sich feststellen, daß die im Netz bei verschiedenen Gelegenheiten durchgeführten Messungen als von gleicher Zuverlässigkeit gelten können.

Die Zuverlässigkeit der Netzpunkte wurde durch mittlere *Koordinatenfehler und Fehlerellipsen* gekennzeichnet. Die mittleren Koordinatenfehler lagen zwischen 0,5 mm und 2,2 mm, betrug 1,4 mm im Mittel.

Die Abmessungen der großen und der kleinen Achsen der Fehlerellipsen werden aus den Zusammenhängen

$$m_{\max} = m_0 \sqrt{Q_{\max}}; \quad m_{\min} = m_0 \sqrt{Q_{\min}}$$

erhalten, wo m_0 den mittleren Fehler der Gewichtseinheit, Q_{\max} den zu der Großachse, Q_{\min} den zu der Kleinachse gehörenden Gewichtskoeffizienten bedeuten. Die Werte von Q_{\max} und Q_{\min} sowie der Richtungswinkel δ der Großachse wurden nach GOTTHARDT [5] aus der Gewichtskoeffizientenmatrix $Q_{(x)}$ der ausgeglichenen Größen berechnet und für die Punkte des Netzes in der nachstehenden Tabelle zusammengefaßt:

Punkt	Q_{\max}	Q_{\min}	δ
1	1,4 mm	0,7 mm	64°
3	0,7 mm	0,3 mm	171°
5	0,9 mm	0,7 mm	137°

Aus der Tabelle ausgehend läßt sich feststellen, daß der für die Punkte des Netzes kennzeichnende größte mittlere Fehler 2,4 mm, der kleinste 0,4 mm war.

Die hier beschriebenen mittleren Fehler spielen bei der Unbeweglichkeitsprüfung der Punkte des Netzes eine Rolle. Übersteigt die Abweichung der bei verschiedenen Gelegenheiten bestimmten Koordinaten nicht den doppelten Wert des mittleren Koordinatenfehlers, darf der Punkt als unbeweglich betrachtet werden.

Die mittleren Fehler der ausgeglichenen Beobachtungen

Die mittleren Fehler der ausgeglichenen Richtungswerte schwankten zwischen 0,5" und 1,3" mit dem Mittelwert von 0,8", der mit dem vor der Ausgleichung nach Ferrero ermittelten Mittelwert gut übereinstimmt.

Die mittleren Fehler der ausgeglichenen Entfernungen lagen zwischen 1,1 mm und 3,3 mm mit dem Mittelwert von 2,0 mm. Für alle Entfernungen wurden die relativen mittleren Fehler bestimmt. Deren Durchschnittswert betrug $1/147\ 000$.

Die mittleren Fehler der ausgeglichenen Beobachtungen lassen sich — ähnlich den mittleren Koordinatenfehlern — bei der Analyse der Änderungen der Beobachtungen zweckmäßig verwenden.

7. Anlegung des horizontalen Untersuchungsnetzes

Das Untersuchungsnetz wird durch zwei Arten von Punkten gebildet, u.zw. durch die Punkte des Grundnetzes, von denen aus die Deformationen bestimmt wurden, andererseits durch die geprüften Punkte, die in den Auflagern angeordnet sind und sich also mit diesen zusammen bewegen (Abb. 2).

Unter den geprüften Punkten sind wiederum die Punkte zu unterscheiden, die noch aus den Messungen in den Jahren 1951/55 erhalten sind, und jene, die für unsere Messungen angeordnet wurden.

Von den Messungen 1951/55 blieben auf dem Brückenkopf I und auf dem Auflager II zehn geprüfte Punkte erhalten. Von diesen sind die Punkte 17 und 25 in die Horizontalfläche der Auflager einbetonierte, aus dieser 2 cm hoch herausstehende Eisenknöpfe mit 3 cm Durchmesser, die anderen in die senkrechte Wand des Brückenkopfes I und in die Eisbrecherkante des Auflagers II einbetonierte Metallscheiben mit 3 cm Durchmesser.

Die erhaltenen zehn Punkte des Untersuchungsnetzes wurden mit folgender Überlegung durch weitere sechs Punkte ergänzt:

a) um die Zuverlässigkeit der Bestimmung der Auflagerbewegungen durch überzählige Messungen und durch die Ermöglichung des Dreieckschlusses zu erhöhen,

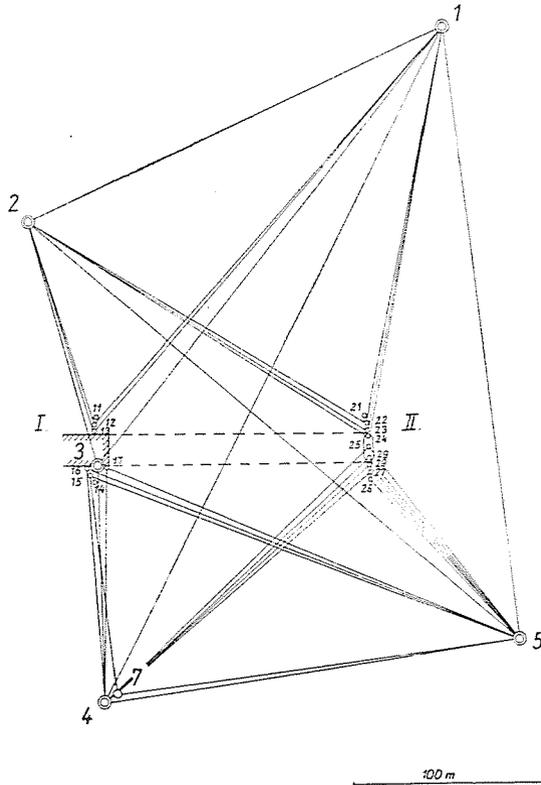


Abb. 2

b) damit sich die Kippung der Auflager neben den aus den Koordinaten der geprüften Punkte berechneten Werten auch durch direkte Projektion bestimmen läßt.

Um den Dreieckschluß zu ermöglichen, wurden in der Horizontalfläche des Auflagers II je ein Kupferstift (Punkte 23 und 24), für die Projektion in der Vertikalmauer bzw. Kante der Auflager I und II Metallscheiben mit 3 cm Durchmesser (Punkte 11, 14 bzw. 21 und 24) angeordnet. Die Eisenknöpfe und Stifte können von den Festpunkten aus mit dem Instrument nur angezielt werden, wenn auf diesen Punktsignale angebracht sind, während die Scheiben direkt angezielt werden.

8. Beobachtung und Berechnung des Untersuchungsnetzes

Die Richtungswerte des Untersuchungsnetzes wurden mit der Beobachtung des Grundnetzes gleichzeitig und identisch in je drei Sätzen beobachtet.

Die Punkte, die entlang einer Vertikalen liegen, wurden aus zwei Fernrohrlagen mit einem Theodolit TeBl des Betriebs MOM projiziert.

Die Koordinaten der geprüften Punkte wurden durch Vorwärtseinschneiden mit orientierten Richtungswerten der Grundnetzpunkte berechnet. Vor der Berechnung wurde immer geprüft, ob die Grundnetzpunkte als unbeweglich gelten dürfen. Verwiesen die Änderungen der Koordinaten des Festpunkts auf eine Verschiebung des Punktes, so wurden für die Berechnung des Vorwärtseinschneidens die neuen, widrigenfalls die bei den vorigen Gelegenheiten bestimmten Koordinaten benutzt.

9. Meßergebnisse bei der Untersuchung

Aus unseren ersten Beobachtungen und Berechnungen wurde festgestellt, daß in den 18 Jahren seit den Beobachtungen vom Jahre 1955 in der relativen Lage der Punkte auf dem Brückenkopf I und auf dem Auflager II und damit in dem Abstand zwischen den Auflagern die folgenden Änderungen erfolgten:

13—23	—52 mm
12—22	—45 mm
16—28	—52 mm
14—27	—41 mm .

Wird die bereits genannte Verkürzung von 18 cm in den Jahren 1951/55 hinzugesetzt, ergibt sich zwischen den Auflagern eine Verkürzung um 60 bis 70 mm, die die aus der Verminderung der Dehnungsfugenbreite gezogenen Schlüsse vollkommen rechtfertigte. Die Vergrößerung des Abstands zwischen den Auflagern II und III läßt hingegen darauf schließen, daß sich das Auflager II in Richtung des Brückenkopfes I verschoben hat. Ohne das Koordinatensystem der Messungen bzw. Berechnungen in den Jahren 1951/55 zu kennen, konnten aber auf die absoluten Bewegungen (Verdrehung, Kippung) in diesem Zeitraum von 18 Jahren keine weiteren Schlüsse gezogen werden.

Bei den zwei Beobachtungen, die seit der Messung 1973 erfolgten, wurde eine weitere Verkürzung um 2 mm zwischen dem Brückenkopf I und dem Auflager II verzeichnet, wobei beide Auflager eine Verdrehung um etwa 20" aufweisen.

Unter Berücksichtigung der Zuverlässigkeit des Festpunktnetzes und der aus Beobachtungen in verschiedenen Zeitpunkten erhaltenen Veränderungen um einige mm der Koordinaten der Festpunkte, wurden für die Berechnungen der Koordinaten der geprüften Punkte die Festpunkte als unbeweglich betrachtet, d. h. es wurde immer mit den das erste Mal bestimmten Koordinaten gerechnet.

Der mittlere Fehler des Abstands zwischen den Auflagern wurde mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes ermittelt. (Bei der Berechnung wurde auch hier angenommen, daß die beiden Endpunkte der Entfernung von zwei unbeweglichen Festpunkten aus durch Vorwärtseinschneiden bestimmt wurden.) Der mittlere Fehler der Richtungsmessung wurde mit dem aus der Formel von Ferrero abgeleiteten Wert $0,84''$ angesetzt. Der mittlere Fehler des Abstands zwischen den Auflagern ergab sich zu 1,9 mm.

Infolge der Bestimmungsgenauigkeit der Koordinaten der geprüften Punkte werden die während eines Jahres erhaltenen Werte nur als Bewegungstendenzen betrachtet, da ihre Größe dem Genauigkeitsmaß der Bestimmung naheliegt. Erst weitere Beobachtungen können neue eindeutige Werte der Bewegungen ergeben, durch die entweder die gegenwärtig vermuteten Bewegungstendenzen bekräftigt oder — wenn die Meßergebnisse nur um den Grundwert streuen — auf die Festigung der Konstruktion gedeutet wird.

Der Vollständigkeit halber möchten wir erwähnen, daß die Deformationsmessung in Höhenrichtung zeigte, daß der Brückenkopf sich im Zeitraum zwischen Oktober 1973 und April 1974 etwa 1 bis 2 mm setzte, gegenüber dem in der Periode zwischen Juli und Oktober 1973 beobachteten Anstieg.

Im Zeitraum zwischen Oktober 1974 und April 1974 setzte sich das Auflager II um 4 bis 5 mm und kehrte damit annähernd in die bei der Grundmessung beobachtete Lage zurück.

Die Bewegungen entgegengesetzter Richtung sowohl des Auflagers I als auch des Auflagers II in aufeinander folgenden Perioden lassen auch periodische Bodenbewegungen in unmittelbarer Nähe des Flußbettes vermuten.

Die beschriebenen geodätischen Deformationsmessungen stellen im Rahmen der periodischen Prüfungen der Brücke eine — auch im Interesse der Verkehrssicherheit — unentbehrliche bautechnische Arbeit dar.

Zusammenfassung

Im Beitrag werden Deformationsmessungen an den Auflagern einer Theißbrücke behandelt. Bei der periodischen Überprüfung wurden in der Brückenkonstruktion Deformationen beobachtet, die auf Verschiebungen der Brückenaufleger schließen ließen. Die Deformationsmessungen wurden von dem Lehrstuhl für Höhere Geodäsie der TU durchgeführt. Aufgrund dieser und der in den Jahren 1951/55 durchgeführten Messungen wurde festgestellt, daß sich in den vergangenen 18 Jahren die Auflager I und II um etwa 50 mm einander näherten und sich dieser Vorgang auch heute fortsetzt. Im Beitrag werden die Planung und der Bau des Grundnetzes, die Beobachtungen des Grund- und des Untersuchungsnetzes, die Berechnungsverfahren und die Genauigkeitsfragen der Bestimmungen behandelt.

Schrifttum

1. HAZAY I.: Ausgleichungsrechnungen.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1968
2. BJERHAMMAR, A.: Theory of Errors and Generalized Matrix Inverses. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam—London—New York, 1973
3. GAIDAEV, P. A.—BOLSCHAKOW, W. D.: Teoria matematitscheskoi obrabotki geodesitscheskich ismereni. Nedra, Moskau, 1969
4. DETREKŐI Á.: Ausgleichungsrechnungen.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1973. Manuskript
5. GOTTHARDT, E.: Einführung in die Ausgleichungsrechnung. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe, 1968
6. ÓDOR K.: Industrielle Geodäsie.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1971. Manuskript

* In ungarischer Sprache

Assistent István BÁNHEGYI	} H-1521 Budapest
Dozent Dr. Ákos DETREKŐI	
Oberassistent Dr. Károly ÓDOR	