ANWENDUNG MATHEMATISCH-STATISTISCHER TESTS BEI VERRÜCKUNGS- UND DEFORMATIONSMESSUNGEN

Von

Á. Detrekői

Lehrstuhl für Höhere Geodäsie, Geodätisches Institut, T U Budapest

(Eingegangen am 1. Oktober 1974)

1. Einleitung

Bei der Bestimmung der Verrückungen und Deformationen von Bauwerken nach geodätischen Methoden werden in verschiedenen Zeitpunkten von als unbeweglich betrachteten Festpunkten aus geprüfte Punkte auf dem Bauwerk eingemessen. Die in verschiedenen Zeitpunkten erhaltenen Meßergebnisse oder die aus diesen abgeleiteten Größen (in der Regel Koordinaten) werden miteinander verglichen, um die Veränderungen zu berechnen und aus diesen auf die Verrückung bzw. Deformation zu schließen.

Betrachten wir die geprüfte (direkt gemessene oder rechnerisch ermittelte) Größe als Zufallsgröße ξ. Nach den Messungen erhält man $\bar{x}_0$ für den Erwartungswert x der Zufallsgröße ξ im Zeitpunkt t_0 und $\bar{x}_1$ im Zeitpunkt t_1. (Die aus den Meßwerten ihrer Parameter veranschlagten Schätzungswerte der Zufallsgrößen werden mit Hochstrich bezeichnet.) Auf die Verrückung bzw. Deformation im Zeitintervall t_1-t_0 kann aus der Veränderung $\overline{\Delta x}_{10} = \bar{x}_1-\bar{x}_0$ geschlossen werden.

Die Standardabweichung (den mittleren Fehler) m der als Zufallsgröße ξ betrachteten, gesuchten Größe als bekannt vorausgesetzt, läßt sich aufgrund des Fehlerfortpflanzungsgesetzes die Standardabweichung $m_{\Delta x}$ der Veränderung berechnen.

Übersteigt der Wert $\overline{\Delta x}_{10}$ der Veränderung in beträchtlichem Maße ihre Standardabweichung (den mittleren Fehler), d. h. gilt

$$\overline{\Delta x}_{10} \gg m_{\Delta x} \, ,$$

darf ohne weiteres angenommen werden, daß die Veränderung eine Folge der Verrückung bzw. Deformation des geprüften Bauwerks sei. Als Maß der Verrückung bzw. Deformation darf die Veränderung selbst angenommen werden.

Sind hingegen die Veränderung $\overline{\Delta x}_{10}$ und deren Standardabweichung $m_{\Delta x}$ gleicher Größenordnung, stellt sich mit Recht die Frage, ob tatsächlich eine Verrückung bzw. Deformation erfolgte oder die Veränderung lediglich aus den unvermeidlichen Meßfehlern herrühre.

In der ingenieurgeodätischen Praxis von heute stellt sich diese Frage immer häufiger. Während nämlich früher Verrückungs- und Deformationsmessungen erst nach Sichtbarwerden von Bauschäden unternommen wurden, dienen heute die Messungen immer öfter zu prognostischen Zwecken oder wissenschaftlichen Untersuchungen. Damit verminderte sich die Größenordnung der zu messenden Verrückungen von den früheren Zentimeter- oder sogar Dezimetergrößen auf Millimeter-Größenordnung und darunter.

Für die Beantwortung der aufgeworfenen Frage liefern die statistischen Tests ein brauchbares mathematisches Modell.

Im vorliegenden Beitrag werden einige Fragen der Anwendung statistischer Tests zu diesem Zweck behandelt.

2. Voraussetzungen für die Anwendung statistischer Tests

Vor allem soll festgelegt werden, daß die statistischen Tests nur ein — wenn auch sehr nützliches — Mittel für die Bewertung der Verrückungs- und Deformationsmessungen darstellen. Die aus statistischen Tests gezogenen Folgerungen dürfen nicht an sich betrachtet, sondern sollen mit anderen Informationen verglichen werden. Die anderen zur Verfügung stehenden Informationen sind je nach den angewandten Meßverfahren und dem Charakter des Bauwerks unterschiedlich, daher läßt sich eine allgemeingültige Regel schwer aufstellen. In jedem Falle müssen jedoch grundsätzlich die bei früheren Messungen beobachteten Veränderungen des geprüften Punktes, die Veränderungen der anderen geprüften Punkte — vor allem der Nachbarpunkte — sowie die erwarteten Verrückungen bzw. Deformationen des Bauwerks mit den Ergebnissen des statistischen Tests verglichen werden. Ein Vergleich der Ergebnisse gleichartiger Tests bei verschiedenen Gruppierungen der Ergebnisse oder mit denselben Ergebnissen durchgeführter verschiedenartiger Tests kann sich als nützlich erweisen.

Für statistische Tests — wie im allgemeinen für alle statistischen Methoden — ist eine große Datenzahl erforderlich. Je weniger Daten für die statistischen Tests verarbeitet werden, umso geringer ist die Wirksamkeit letzterer. Bei der Bewertung von Verrückungs- und Deformationsmessungen kann die Anzahl der Daten in mehrfacher Weise vergrößert werden, u. zw. teils indem für denselben Punkt in mehreren verschiedenen Zeitpunkten durchgeführte Messungen gemeinsam geprüft, teils indem, daß mehrere geprüfte Punkte zusammen ausgewertet werden. Auch dadurch wird die Anzahl der Daten vermehrt, wenn die Standardabweichung (der mittlere Fehler) $m_{\Delta x}$ durch die Analyse einer großen Anzahl an anderen Orten durchgeführter Messungen ermittelt wird. Eine geringe Datenzahl ist vor allem bei der Bestimmung der Standardabweichung (des mittleren Fehlers) gefährlich. Ist die Anzahl der

Messungen etwa unter zehn, scheint es zweckmäßiger, bei der Anwendung statistischer Tests die Standardabweichung durch die Analyse anderer Messungen ähnlicher Natur festzulegen und im weiteren als vorgegeben zu betrachten.

Der erste Schritt der statistischen Tests ist immer, eine der Aufgabe entsprechende Nullhypothese H_0 anzusetzen, deren Gültigkeit — auf einem zweckmäßig gewählten sog. Signifikanzniveau — aufgrund der vorhandenen Daten geprüft wird.

Aus der Natur von statistischen Tests folgt, daß sie weder die Richtigkeit noch die Falschheit der Nullhypothese eindeutig beweisen, sondern lediglich die Entscheidung über Annahme oder Ablehnung der Nullhypothese auf irgendeinem Signifikanzniveau ermöglichen. Die mit Hilfe von statistischen Tests getroffene Entscheidung kann auf zweifache Weise fehlerbehaftet sein [1]: Man spricht von einem Fehler erster Art, wenn die Nullhypothese abgelehnt wird, obwohl sie zutreffend ist, ein Fehler zweiter Art wird begangen, wenn die Nullhypothese angenommen wird, obwohl sie nicht stichhaltig ist. Die Wahrscheinlichkeit des Fehlers erster Art läßt sich viel leichter bestimmen als die des Fehlers zweiter Art [1], daher ist es zweckmäßig, die Nullhypothese so zu formulieren, daß das geprüfte Ereignis bei Ablehnung der Nullhypothese eintrete.

Für die Auswertung von Verrückungs- und Deformationsmessungen empfiehlt es sich also, die Nullhypothese in der Annahme der Unbeweglichkeit anzuschreiben; in diesem Falle kann bei der Ablehnung derselben auf Bewegungen geschlossen werden. Derartige Nullhypothesen sind z. B. die Übereinstimmung der in verschiedenen Zeitpunkten gemessenen Größen — als Erwartungswerte der Zufallsgrößen — (H_0: $x_1 = x_2$), der Nullwert der Veränderungen (H_0: $\Delta x_{12} = 0$) oder die Übereinstimmung der Anzahl der Veränderungen entgegengesetzten Vorzeichens.

Die nächste Frage in Verbindung mit den statistischen Tests ist die Wahl der statistischen Sicherheit, d. h. des Signifikanzniveaus. In der geodätischen Literatur fanden wir in Verbindung mit den Verrückungs- und Deformationsmessungen keinen derartigen Hinweis. Bei verschiedenen andersartigen Aufgaben wird die statistische Sicherheit mit Werten zwischen 0,90 und 0,99 angesetzt. Je höher die statistische Sicherheit, umso geringer ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine Bewegung vorausgesetzt wird, wo keine vorhanden ist, während die Wahrscheinlichkeit dessen, daß eine erfolgte Bewegung nicht angezeigt wird, zunimmt. Unter Berücksichtigung dieses Umstands scheint es nicht zweckmäßig zu sein, eine statistische Sicherheit über 0,95 anzusetzen. (Unter der Voraussetzung einer Normalverteilung der Meßergebnisse gehört zu dieser statistischen Sicherheit ein durch den doppelten Wert der Standardabweichung (des mittleren Fehlers) begrenztes Intervall.) Bei empfindlichen Bauwerken kann es auch begründet sein, die statistische Sicherheit auf 0,70 bis 0,80 herabzusetzen. Für den Ansatz der statistischen Sicherheit kann die Prüfung der Frage, bei welcher niedrigster statistischer Sicherheit noch die Nullhypothese der Unbeweglichkeit annehmbar sei, unter Anwendung von geodätischen Messungen, die am nach anderen Informationen als unbeweglich betrachteten Objekt durchgeführt wurden, nützliche Hilfe leisten.

3. Einige zweckdienliche Tests

In der Fachliteratur werden zahlreiche Tests beschrieben, die die Bewertung von Verrückungs- und Deformationsmessungen gestatten. Einige von diesen sollen — ohne den Anspruch auf Vollständigkeit — erörtert werden. Von den statistischen Tests sind im allgemeinen jene die zweckentsprechendsten, die sich auf normalverteilte Zufallsgrößen beziehen; die geodätischen Meßergebnisse sind nämlich in der Regel normalverteilt. Stehen Meßergebnisse in genügender Zahl zur Verfügung, ist es geboten, sich vor der Anwendung der statistischen Tests über die Normalverteilung der Ergebnisse zu vergewissern.

3.1 *Der »u«-Test*

Dieser Test wird dann eingesetzt, wenn die Standardabweichung (der mittlere Fehler) als bekannt gilt. Dieser Test wird grundsätzlich angewandt, wenn wenig Meßergebnisse zur Verfügung stehen. Der »*u*«-Test läßt sich sowohl für die Prüfung von Einzelgrößen als auch für die gemeinsame Prüfung mehrerer Größen verwenden. Hier wird der Test in der Annahme einer einzigen Prüfgröße gezeigt.

Es seien die Ergebnisse der Verrückungsmessungen für eine gewisse Größe $\bar{x}_1$ im Zeitpunkt t_1 (mit der bekannten Standardabweichung m_1), $\bar{x}_2$ im Zeitpunkt t_2 (mit der bekannten Standardabweichung m_2). Die Schritte des Tests sind:

1. Die Nullhypothese lautet: H_0: $x_1 = x_2$ oder H_0: $x_2 - x_1 = \Delta x_{12} = 0$, d. h. es wird die Übereinstimmung der Erwartungswerte der Meßergebnisse als Zufallsgrößen vorausgesetzt.
2. Rechnerische Ermittlung der Statistik:

$$\bar{u} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}} \quad \text{oder} \quad \bar{u} = \frac{\overline{\Delta x}_{12}}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}} = \frac{\overline{\Delta x}_{12}}{m_{\Delta x}} .$$

3. Ansatz der statistischen Sicherheit p.
4. Bestimmung des theoretischen Wertes u_p aus der Tabelle der Normalverteilung (z. B. [2, 3, 4]).

5. Entscheidung über Annahme oder Ablehnung der Nullhypothese.

Ist $|\bar{u}| \leqq u_p$, kann die Nullhypothese mit der statistischen Sicherheit p angenommen werden, im entgegengesetzten Fall wird sie abgelehnt.

Beispiel: Für die Prüfung einer Stützmauer wurden von einem unbeweglichen Festpunkt aus Längenmessungen mit Invarband vorgenommen. Die nach der Analyse früherer Messungen angesetzte und als bekannt betrachtete Standardabweichung (der mittlere Fehler) der Längenmessung betrug 3 mm. Bei der ersten Messung wurden für die Entfernung zwischen dem Festpunkt und dem geprüften Punkt $\bar{x}_1 = 57.674$ m, bei der zweiten Messung $\bar{x}_2 =$ $= 57.688$ m erhalten. Darf nun die Stützmauer zwischen den beiden Messungen als unbeweglich gelten? Die Frage wird unter Anwendung des »u«-Tests beantwortet.

1. Die Nullhypothese lautet: H_0: $x_1 = x_2$.
2. Die berechnete Statistik:

$$\bar{u} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\sqrt{2\, m^2}} = \frac{57688 - 57684}{\sqrt{18}} = 0{,}943.$$

3. Die statistische Sicherheit wird mit $p = 0{,}95$ angesetzt.
4. Aus der Tabelle der Normalverteilung ist $u_{0,95} = 1{,}96$.
5. Die Entscheidung lautet $0{,}943 < 1{,}96$; es darf also festgestellt werden, daß die Meßergebnisse mit der angesetzten statistischen Sicherheit der Annahme der Unbeweglichkeit nicht widersprechen.

3.2 *Der »t«-Test*

Dieser Test wird in Fällen angewandt, wo die Standardabweichung (der mittlere Fehler) der geprüften Größe aus Messungen ermittelt wird. Er läßt sich für die Prüfung der durch Ausgleichung erhaltenen Größen zweckmäßig verwenden; wie der »u«-Test ist auch der »t«-Test sowohl für die Prüfung einzelner Größen als auch für die gemeinsame Prüfung mehrerer Größen geeignet. Auch dieser soll in der Annahme einer einzigen geprüften Größe vorgeführt werden.

Es seien die Ergebnisse der Verrückungsmessungen bei sämtlichen Größen im Zeitpunkt t_1: $\bar{x}_{11}, \bar{x}_{12}, \ldots \bar{x}_{1g}$, im Zeitpunkt t_1: $\bar{x}_{21}, \bar{x}_{22}, \ldots \bar{x}_{2h}$. Die wahrscheinlichsten Werte der geprüften Größen und die Standardabweichungen (mittleren Fehler) derselben sind:

Zeitpunkt t_1:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{g} \bar{x}_{1i}}{g} \qquad \bar{m}_1 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{g} (\bar{x}_{1i} - \bar{x}_1)^2}{g(g-1)}}\,.$$

Zeitpunkt t_2:

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{h} \bar{x}_{2i}}{h} \qquad \bar{m}_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{h} (\bar{x}_{2i} - \bar{x}_2)^2}{h(h-1)}}\,.$$

Die Schritte des Tests:

1. Die Nullhypothese: H_0: $x_1 = x_2$.

2. Berechnete Statistik:

$$\bar{t} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\bar{m}} \sqrt{n}$$

mit

$$\bar{m} = \sqrt{\frac{g \cdot \bar{m}_1^2 + h \cdot \bar{m}_2^2}{g + h - 2}} \quad \text{und} \quad n = \frac{g \cdot h}{g + h} .$$

3. Ansatz der statistischen Sicherheit p.
4. Ermittlung des theoretischen Wertes t_p aus der Tabelle der t-Verteilung (z. B. [1, 2, 3, 4]) (Freiheitsgrad $f = g + h - 2$).
5. Entscheidung über die Annahme oder Ablehnung der Nullhypothese.

Ist $|\bar{t}| \leq t_p$, dann darf die Nullhypothese mit einer statistischen Sicherheit p angenommen werden, entgegengesetztenfalls wird sie abgelehnt.

Die Voraussetzung für die Anwendbarkeit in der beschriebenen Weise des sog. *Student*-Tests besteht in der Übereinstimmung der theoretischen Werte der Standardabweichungen m_1 und m_2. Bei Verrückungs- und Deformationsmessungen ist diese Bedingung im allgemeinen erfüllt, da in den verschiedenen Zeitpunkten mit den gleichen Instrumenten und nach der gleichen Technologie gemessen wird. Selbstverständlich dürfen $\bar{m}_1$ und $\bar{m}_2$ in geringem Maße voneinander abweichen. Ist $m_1 \neq m_2$, wird auf die von WELCH [1] beschriebene Weise verfahren, auf die wir hier nicht näher eingehen.

Beispiel: Um die Verrückung einer Staumauer zu prüfen, wurden in verschiedenen Zeitpunkten die auf die Staumauer senkrechten Koordinaten einzelner Punkte derselben durch Vorwärtseinschnitt bestimmt. Das eine Mal ergaben sich für einen Punkt aus $g = 7$ Messungen die Koordinate $\bar{x}_1 = 100{,}413$ m und die Standardabweichung $\bar{m}_1 = 0{,}0042$ m, das andere Mal aus $h = 5$ Messungen $\bar{x}_2 = 100{,}418$ m und $\bar{m}_2 = 0{,}0036$ m.

Es fragt sich, ob zwischen den beiden Messungen eine Verrückung senkrecht auf die Staumauer stattfand? Um die Frage zu beantworten, wird der »t«-Test angewandt.

1. Die Nullhypothese lautet: H_0: $x_1 = x_2$.
2. Die berechnete Statistik:

$$\bar{t} = \frac{100.418 - 100{,}413}{\sqrt{\frac{7 \cdot 0{,}0042^2 + 5 \cdot 0{,}0036^2}{7 + 5 - 2}}} \cdot \sqrt{\frac{7 \cdot 5}{7+5}} = 1{,}97 .$$

3. Die statistische Sicherheit wird mit $p = 0{,}90$ angesetzt.
4. Aus der Tabelle der »t«-Verteilung erhält man bei einem Freiheitsgrad $f = 7+5-2 = 10$

$$t_{0.90} = 1{,}81.$$

5. Entscheidung. Da 1,97>1,81, kann bei einer statistischen Sicherheit 0,90 die Hypothese der Unbeweglichkeit nicht angenommen werden.

3.3 *Prüfung extremliegender Beobachtungen*

In der modernen Fehlertheorie werden verschiedene Tests für die Auswahl extremliegender Beobachtungen angewandt. Diese lassen sich auch auf den vorliegenden Fall anwenden, da ja die Bewegung des geprüften Punktes infolge einer Verrückung oder Deformation des Bauwerks auch als außermittige Punktvermarkung aufgefaßt werden kann. Tests von extremliegenden Beobachtungen können dann zweckmäßig eingesetzt werden, wenn mehrere früher bestimmte Werte $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_{k-1}$ der geprüften Größe ebenfalls bekannt sind. Von den Tests wird der von PEARSON und SEKHA abgeleitete gezeigt. Die Schritte sind wie folgt:

1. Die Nullhypothese. H_0: x_k ist von gleicher Verteilung wie die früheren Messungen.
2. Die berechnete Statistik:

$$\bar{d} = \frac{\bar{x}_n - \bar{a}}{\bar{m}},$$

wo

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \bar{x}_i}{k} \qquad \bar{m} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k} (\bar{x}_1 - \bar{a})^2}.$$

3. Ansatz der statistischen Sicherheit p.
4. Bestimmung des theoretischen Wertes d_p in Abhängigkeit von k aus der entsprechenden Tabelle [5].
5. Entscheidung. Ist $|\bar{d}| \leq d_p$, dann darf die Nullhypothese angenommen werden, widrigenfalls ist sie abzulehnen.

Beispiel: Bei der Prüfung einer Ufermauer ergaben sich in verschiedenen Zeitpunkten für die auf die Ufermauer senkrechte Koordinate eines geprüften Punktes aus Vorwärtseinschnitt folgende Werte. (Nur die zwei letzten Ziffern der Koordinaten werden in mm angeschrieben.)

$$\bar{x}_1 = 21, \bar{x}_2 = 34, \bar{x}_3 = 32, \bar{x}_4 = 35, \bar{x}_5 = 33, \bar{x}_6 = 39.$$

Man fragt, ob die Abweichung der bei der letzten Beobachtung erhaltenen Werte durch eine Verrückung der Ufermauer herbeigeführt werden konnte. (Eine etwaige extremliegende Beobachtung wird durch den Umstand ausgeschlossen, daß die einzelnen $\bar{x}_i$-Werte als das arithmetische Mittel mehrerer voneinander unabhängiger Messungen erhalten werden.) Das Problem wird mit Hilfe des beschriebenen Tests beantwortet.

1. Die Nullhypothese. H_0: x_6 ist von gleicher Verteilung wie die anderen Werte.
2. Die berechnete Statistik:

$$\bar{a} = 34{,}0, \quad \bar{m} = 2.58, \quad \bar{d} = \frac{39 - 34}{2 \cdot 58} = 1{,}94.$$

3. Die statistische Sicherheit wird mit $p = 0{,}90$ angesetzt.
4. Aus der entsprechenden Tabelle ist für $k = 6$

$$d_{0,90} = 1{,}89.$$

5. $1{,}94 > 1{,}89$, daher muß bei dieser statistischen Sicherheit die Annahme der Unbeweglichkeit abgelehnt werden, da $\bar{x}_6$ nicht als von gleicher Verteilung wie der vorige $\bar{x}_i$-Wert betrachtet werden kann.

3.4 *Der Vorzeichentest*

Dieser Test läßt sich zweckmäßig anwenden, wenn mehrere Punkte des untersuchten Bauwerks gleichzeitig geprüft werden. Hier erübrigt es sich, eine Normalverteilung der Messungen anzunehmen. Als Näherungsverfahren läßt sich der Vorzeichentest auch für die Prüfung der zu demselben Punkt gehörenden Veränderungen benutzen.

Die Schritte des Tests:

1. Die Nullhypothese: H_0: $p(\Delta x_{ij} < 0) = P(\Delta x_{ij} > 0)$, d. h. die Veränderungen können mit der gleichen Wahrscheinlichkeit mit positivem oder negativem Vorzeichen vorkommen.
2. In der verwendeten Statistik ist $\bar{k}$ die Anzahl der Veränderungen mit positivem Vorzeichen. Die eine Hälfte der etwaigen Veränderungen gleich Null wird als positiv, die andere als negativ betrachtet.
3. Ansetzen der statistischen Sicherheit p.
4. Ermittlung des theoretischen k-Wertes der k-Statistik aus der Binominalverteilungstabelle mit dem Parameter $\left(n \cdot p = \frac{1}{2}\right)$ [1], wo n die Zahl aller geprüften Veränderungen bedeutet.
5. Entscheidung. Ist der Wert der $\bar{k}$-Statistik kleiner als $n/2$, wird $\bar{k}$ selbst, im entgegengesetzten Fall $(n-\bar{k})$ mit k verglichen. Ist $\bar{k} > k$, darf die Nullhypothese angenommen werden, widrigenfalls wird sie abgelehnt.

Beispiel: Auf dem geraden Abschnitt einer Ufermauer ergaben sich von den auf die Ufermauer senkrechten Koordinatenveränderungen 46 geprüfter Punkte 34 mit positivem, 12 mit negativem Vorzeichen. Darf das als Zufall gelten oder ist es eine Folge der Ufermauerbewegungen? Die Frage wird unter Anwendung des Vorzeichentests beantwortet.

1. Die Nullhypothese lautet: Veränderungen mit positivem und mit negativem Vorzeichen kommen mit der gleichen Wahrscheinlichkeit vor.

2. In der benutzten Statistik ist die Zahl der Veränderungen mit positivem Vorzeichen: $\bar{k} = 34$.

3. Die statistische Sicherheit wird mit $p = 0{,}95$ angesetzt.

4. Der der Tabelle entnommene theoretische Wert der Statistik ist: $k = 16$.

5. Die Entscheidung. Da $n-\bar{k} = 12$ kleiner als $k = 16$ ist, muß die Hypothese abgelehnt werden. Die hohe Zahl der positiven Veränderungen kann als kein Zufall betrachtet werden, sondern ist vermutlich die Folge von Bewegungen der Ufermauer.

Zusammenfassung

Mathematisch-statistische Tests lassen sich bei der Auswertung von Verrückungs- und Deformationsmessungen anwenden. Es ist dann zweckmäßig und erforderlich, statistische Tests anzuwenden, wenn die Veränderungen der geprüften Größen und deren Standardabweichungen (mittlere Fehler) von gleicher Größenordnung sind. Es werden der zweckentsprechende Ansatz der Nullhypothese der statistischen Tests und der statistischen Sicherheit sowie die Möglichkeit einer Erhöhung der verwendeten Datenzahl untersucht. Im Beitrag werden auch mehrere günstig anwendbare Tests beschrieben und deren Durchführung an Beispielen gezeigt.

Schrifttum

1. VINCZE, I.: Mathematische Statistik mit Anwendungsbeispielen aus der Industrie.* Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.
2. GOTTHARD, E.: Einführung in die Ausgleichungsrechnung. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe, 1968.
3. GAIDAEW, P. A.—BOLSCHAKOW, W. D.: Teorija matematitscheskoi obrabotki geodesitscheskich ismereni. Nedra, Moskau, 1969.
4. DETREKŐI, Á.: Ausgleichungsrechnungen.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1973.
5. BÖHM, J.: Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik in der Geodäsie. Vermessungstechnik, 1967/7, 8, 9, 10, 11, 1968/1, 2, 3, 4.

* In ungarischer Sprache

Dozent Dr. Ákos DETREKŐI, H-1521 Budapest