

# ОБ УЧЕТЕ ДЕФОРМАЦИИ АЭРОФИЛЬМА И О ВОЗМОЖНОСТЯХ ЕЕ КОМПЕНСАЦИЙ

М. ДОМОКОШ

Институт Геодезии, Кафедра Фотограмметрии Будапештского Технического Университета

(Поступило: 1 октября 1974 г.)

В прошедшие годы мы занимались вопросом деформации фильмов не в соответствии с его важностью. Это случилось потому, что долго (5—8 лет) применялись исключительно фильмы «КОДАК», т. наз. сохраняющие размеры, у которых деформации, — по мнению специалистов, — являются ничтожными величинами. Однако, применение аналитической фотограмметрии и работы по фотограмметрическому сгущению опорной сети требуют заниматься этой проблемой. Ибо оказалось, что на практике даже и фильмы, «сохраняющие размерь», имеют доказуемые деформации.

По нашему мнению, изучение вопроса деформаций аэрофильма является определяющим моментом точности определения всех фотограмметрических данных.

В дальнейшем мы рассмотрим кратко различные деформации и возможности их компенсаций, потом опишем некоторые результаты наших работ.

## 1. Деформации аэропленки

### 1.1 Предисловие

Относительно определения деформации аэропленки уже в 1933 году *Лакман О.* и *Блокк Н.* проводили изыскания [1]. Из указателя литературы видно, что научные работники затрачивали много усилий на разрешение темы, приближаясь к вопросу по-разному. Факт, что до настоящего времени не существует окончательно оформленного метода ни для изучения деформаций, ни для компенсации изменений, и это объясняется тем, что методы постоянно развивались, а пленки менялись.

### 1.2 Дефиниции

Деформации фильма можно отнести к группе закономерных и к группе незакономерных деформаций (Рис. 1).

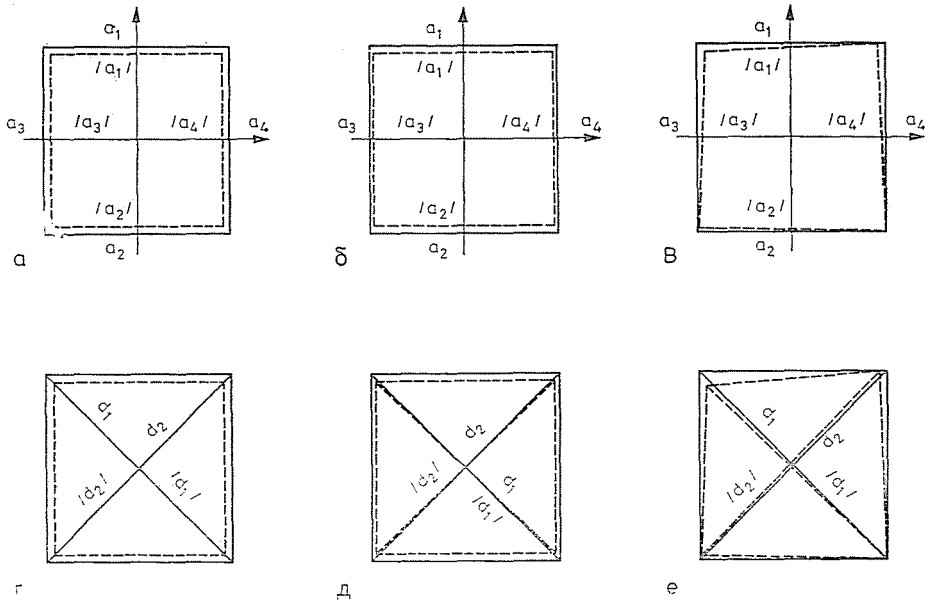


Рис. 1. а) закономерно искаженные стороны; б) аффинные деформации сторон; в) незакономерно искаженные стороны; г) закономерно искаженные диагонали; д) аффинные деформации диагоналей; е) незакономерно искаженные диагонали — измеренные величины

Самые важные деформации:

- масштабные изменения,
- аффинность.

Аффинность дальше делится на две группы:

- масштабная аффинность,
- клешнеобразный эффект (угловая деформация).

Деформации, обладающие двухмерным Гауссовым распределением, являются незакономерными.

При изучениях фильма закономерная часть деформации определяется, как правило, с помощью определенных параметров какого-то преобразования, а остальная часть является незакономерной. К сожалению, различие между закономерными и незакономерными частями деформаций зависит от применяемых преобразований, и поэтому не имеет значения. В любом случае остальные ошибки обладают закономерными частями высокой степени, рассматриваемыми практически как незакономерные ошибки. Это утверждение остается в силе только в отношении вычислительной техники. До сих пор еще не изучили (и даже настоящая статья не будет изучать подробно), что остальные «незакономерные» компоненты являются ли в самом деле незакономерными и на основании вышеуказанных дефиниций.

### 1.3 Закономерная деформация фильма

#### 1.3.1 Масштабное изменение $\Delta M$

Масштабное изменение  $M$  у больших аэрофильмов получается из расстояний, измеренных между изображениями точек, располагающихся по углам кадра. Если имеются сетки крестов для изучения, тогда искомое значение определяется по всем точкам сеток крестов. Положительная величина  $M$  значит увеличение в масштабе, а отрицательная — уменьшение в нем.

1. Определение  $M$  по координатным меткам

$$M = -1 + \frac{|a_{1,2}| + |a_{3,4}|}{4a} \quad (1.1)$$

где  $|a_{1,2}|$  — измеренное расстояние между координатными метками, располагающимися по углам по производственному направлению фильма;

$|a_{3,4}|$  — измеренное расстояние между координатными метками, располагающимися по углам перпендикулярно производственному направлению фильма;

$a$  — расстояние, данное заводским путем, между изображениями точек, располагающихся по углам кадра (номинальное значение).

Если имеются контрольные сетки крестов, тогда применяются биссектрисы сторон измеренного кадра.

2. Определение  $M$  по всем пунктам

Линейное, ортогональное и неоднородное преобразование (преобразование Гельмерта) характеризуется следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1 x - b_1 y \\ Y &= b_0 + b_1 x + a_1 y \end{aligned} \quad (1.2)$$

где

- $a_0$  и  $b_0$  — перенесения вдоль направления  $x$  и  $y$ ;
- $a_1$  —  $M \cdot \cos \alpha$
- $b_1$  —  $M \cdot \sin \alpha$
- $M$  — масштаб, вызванный деформацией
- $\alpha$  — поворотный угол, вызванный деформацией.

По коэффициентам  $a_1$  и  $b_1$  определяется:

$$M_{\text{сетка}} = -1 + \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad (1.3)$$

### 1.3.2 Масштабная аффинность ( $a$ )

Масштабная аффинность определяется по масштабам, отличающимся друг от друга вдоль осей  $x$  и  $y$ . Положительное значение этой величины означает, что масштаб в продольном (т. е. в производственном) направлении больше, чем в поперечном направлении.

1. Определение по длине сторон:

$$a_{\text{снимок}} = -1 + \frac{|a_{1,2}|}{|a_{3,4}|} \quad (1.4)$$

(обозначения см. выше).

2. Определение по всем точкам

Линейное неоднородное аффинное преобразование характеризуется следующей системой уравнений:

$$X = a_0 + a_1 x + a_2 y$$

$$Y = b_0 + b_1 x + b_2 y$$

где:

$a_0$  и  $b_0$  — перенесения вдоль направления  $x$  и  $y$ , вследствие деформации;

$$a_1 = M_x \cos \alpha; \quad a_2 = -M_x \sin \alpha$$

$$b_1 = M_y \sin \beta \quad b_2 = M_y \cos \beta$$

$M_x, M_y$  — масштабы в направлениях  $x$  и  $y$ , вызванные деформацией;

$\alpha, \beta$  — поворотные углы, вызванные деформацией;

Определение  $a_{\text{сетка}}$  по масштабным коэффициентам  $a_1$  и  $b_2$ :

$$a_{\text{сетка}} = \frac{2(a_1 - b_2)}{a_1 + b_2} \approx -1 + a_1/b_2. \quad (1.6)$$

При закономерных размещениях точек (в случае сетки крестов):

$$[x] = [y] = [xy] = 0$$

и

$$[xx] = [yy].$$

Учитывая эти выражения, (1.6) можно преобразовать следующим образом:

$$a_{\text{сетка}} = \frac{2([xX] - [yY])}{[xX] + [yY]} \approx -1 + \frac{[xX]}{[yY]} \quad (1.7)$$

где

$x, y$  — координаты центра тяжести сеток крестов;

$X, Y$  — преобразованные координаты по трансформации Гельмерта.

### 1.3.3 Клешинообразный эффект

Угловая деформация (клешинообразный эффект) определяется по поворотным коэффициентам линейного аффинного преобразования (1.5):

$$s = \frac{2(b_1 + a_2)}{a_1 + b_2} \approx (b_1 + a_2). \quad (1.8)$$

При закономерных размещении точек:

$$s = \frac{[yX] + [xY]}{[xx]}. \quad (1.9)$$

## 1.4 Незакономерная деформация фильма

Если подавляющее большинство т. н. остаточных деформаций, оставшихся после поправок, имеют одинаковые знаки, и приблизительно одинаковые значения, этот факт свидетельствует о наличии незакономерных ошибок.

Влияние незакономерных деформаций можно узнать по разным знакам остаточных ошибок, и по тому, что сумма почти равна нулю.

Из вышеуказанного видно, каким образом учитывается закономерная часть остаточных деформаций: для них вычисляется арифметическая средняя и она вычисляется из каждой остаточной деформации. Остальная часть будет иметь переменные знаки, а сумма их будет равна нулю.

### 1.5 Предложение о простом определении закономерных и незакономерных деформаций

Перед аналогичной или аналитической обработкой на основании имеющихся номинальных данных целесообразно оценивать обрабатываемые материалы с точки зрения метрики (качества).

Простейший метод оценки следующий: определяется шесть коэффициентов искажения длины, соответствующих шести линейным размерам ( $a_i$ ) и ( $b_j$ ), непосредственно измеренным между оптическими координатными метками (где  $i = 1, 2, 3, 4$  и  $j = 1, 2$ ), и анализируется разница этих коэффициентов.

Если полученные значения искажения длины одинаковые, фильм считается закономерно искаженным, а если искажения длин противоположных сторон одинаковые (но смежных сторон разные), и также значения шести искажений длин разные, фильм считается незакономерно искаженным. Допустимая величина расхождений зависит от точности обработки.

### 1.6 Относительная (релятивная) деформация

При обработке стереоснимков следует знать и относительную (разностную) деформацию, которая получается следующим образом:

$$\begin{aligned}\delta a_x &= (a_{12\text{п}}) - (a_{12\text{л}}) \\ \delta a_y &= (a_{34\text{п}}) - (a_{34\text{л}}).\end{aligned}\tag{1.10}$$

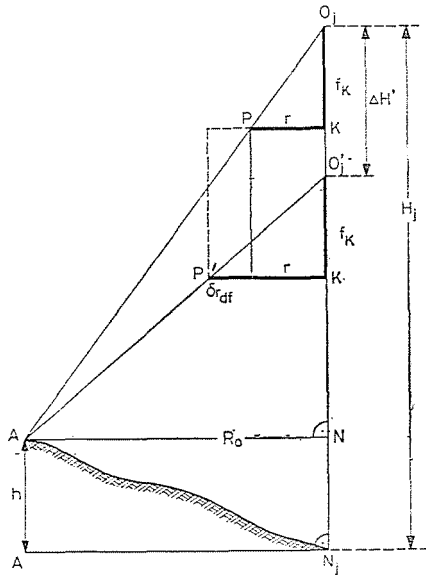


Рис. 2

Обозначения такие же, как в параграфе 1.3.1. Это рассматривается как масштабное изменение между каждым последующим и предыдущим снимком. Если масштабы снимков зависят только от высоты фотографирования (другие причины, напр., наклон, не играют роль), можно сказать, что деформация  $\delta x_{df}$  каждого правого снимка относительно левого снимка меняет место своего центра проекции  $O_{\Pi}$ , как показано на рис. 2. (Центр проекции сместится в  $O_{\Pi'}$ .)

Изменение  $\Delta H'$  — положения центра проекции (относительное преобразование):

$$\Delta H' = \frac{-(H_j - h)}{r} \delta r_{df} + \frac{(H_j - h)^2}{r^2} \delta r_{df}^2 \quad (1.11)$$

где:

$$\delta r_{df} = \sqrt{\delta x^2 + \delta y^2} \quad (1.12)$$

где:

$\delta r_{df}$  — расхождения координатных меток.

Учитывая, что

$$r = \sqrt{x^2 + y^2},$$

(1.11) можно переписать следующим образом:

$$\Delta H'' = \frac{-(H_j - h) \cdot \sqrt{\delta x^2 + \delta y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{(H_j - h)^2 \cdot (\delta x^2 + \delta y^2)}{x^2 + y^2}. \quad (1.13)$$

Эта формула применима для сеток крестов.

Если имеются четыре координатные метки, а деформации вследствие наклона снимка считаются практически незначительными, тогда:

$$\delta x = \frac{\delta a_x}{a_x} \cdot x \quad \text{и} \quad \delta y = \frac{\delta a_y}{a_y} \cdot y. \quad (1.14)$$

Предположим, что  $|a_x| = |a_y| = a$ ,  
получается:

$$\delta r_{df} = \frac{\sqrt{\delta a_x^2 x^2 + \delta a_y^2 y^2}}{a} \quad (1.15)$$

и наконец:

$$\Delta H' = \frac{-(H_j - h) \sqrt{\delta a_x^2 x^2 + \delta a_y^2 y^2}}{a \cdot \sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{(H_j - h)^2 (\delta a_x^2 x^2 + \delta a_y^2 y^2)}{a^2 (x^2 + y^2)}. \quad (1.16)$$

## 2. Компенсация деформации фильма

### 2.1 Предисловие

Компенсация деформации фильма, полученная посредством координатных меток, базируется на том, что сопоставляются номинальные и измеренные положения координатных меток. Определяются уравнения, приводящие измеренные метки к номинальным положениям. Те же самые уравнения служат для уравнивания положений измеренных точек на полном кадре снимка.

## 2.2 Общий процесс работы

Компенсация деформации фильма в случае аналитической обработки получается следующим образом:

1. Измеряются координаты четырех оптических координатных меток, располагающихся по углам кадра, и координаты оцениваемых точек кадра снимка. Координаты следует измерять по возможности в общей системе координат. В случае, когда координатные метки измеряются отдельно от оцениваемых точек, тогда следует надежно объединить системы. (Необходимо продемонстрировать достигнутую точность измерения координат с целью получения компенсации деформации фильма в пределах указанной точности.)

Необходимо отметить, что в периоде этой фазы работы может быть решен успешный или неудачный исход компенсации фильма. До сих пор в специальной литературе не увидела свет публикация с подробным изложением технологии этого определяющего процесса.

2. Определяются номинальные координаты координатных меток по номинальным данным расположений, т. е. по шести  $\binom{4}{2} = 6$  расстояниям.

3. Сравниваются номинальные и измеренные координаты координатных меток, выводятся уравнения, приводящие измеренные метки, а также полное содержание кадра снимка к номинальным положениям.

### 2.2.1 Операция измерения

Технологии измерения координатных меток и остальных точек могут быть разные, в зависимости от имеющихся измерительных приборов. Настоящая статья не излагает ход измерений. Однако, мы хотели бы отметить следующее:

- Целесообразно измерять координатные метки монокулярно, потому что на стереоснимках деформации разные, вследствие ошибок прилегания фильма.
- Оптические координатные метки отечественных аэрофотокамер не обладают пунктирным центром, так что наведение их не совсем точное.
- Ошибки могут возникать вследствие грубого изображения координатных меток (диаметр и толщина меток: 0,08—0,10 мм, а требуемая точность определенных данных: 2—3 микрометра).
- Необходимо обеспечить одинаковую температуру в течение процесса измерения, потому что изменение температуры на несколько градусов вследствие освещения может причинить смещения фото-пленки.



2.2.2 Определение номинальных координат по номинальным расстояниям между координатными метками

Номинальные координаты для координатных меток определены по номинальным расстояниям камеры С5/С8 (№15 А 132).

Расстояния  $\overline{12}$ ,  $\overline{13}$ ,  $\overline{14}$ ,  $\overline{23}$ ,  $\overline{24}$  и  $\overline{34}$  обладают точностью микрометра (см. рис. 3).

Пусть начало условной системы координат совпадает с центром координатной метки 1 (см. рис. 3). Пусть ось  $x$  перейдет через центр координатной

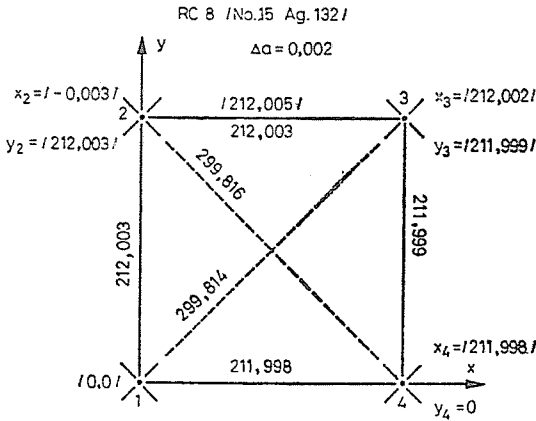


Рис. 3. номинальные величины в мм (В скобках: расчетные размеры в мм)

метки 4, тогда ось  $y$  будет лежать где-то вблизи координатной метки 2. Координаты двух координатных меток уже известны:

$$\begin{aligned} x_1 = y_1 &= 0 \\ x_4 = \overline{14} \quad \text{и} \quad y_4 &= 0. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Приближенные значения координат центров остальных координатных меток:

$$\begin{aligned} x_2^0 &\approx 0 & y_2^0 &\approx \overline{12} \\ x_3^0 &\approx \overline{14} & y_3^0 &\approx \overline{34} \end{aligned} \tag{2.2}$$

Эти данные являются предварительными, для окончательного их уравнения.

Трансляционные уравнения для точек 2 и 3:

$$\begin{aligned}
 (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 &= \overline{12}^2 \\
 (x_2 - x_4)^2 + (y_2 - y_4)^2 &= \overline{24}^2 \\
 (x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 &= \overline{23}^2 \\
 (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 &= \overline{13}^2 \\
 (x_3 - x_4)^2 + (y_3 - y_4)^2 &= \overline{34}^2
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Предполагая, что:

$$\begin{aligned}
 x_2 &= x_2^0 + \delta x_2; & y_2 &= y_2^0 + \delta y_2 \\
 x_3 &= x_3^0 + \delta x_3; & y_3 &= y_3^0 + \delta y_3.
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Учитывая значения (2.1) и (2.2), первые два поправочные уравнения:

$$\delta x_2^2 + \delta y_2^2 + 2 \cdot \overline{12} \cdot \delta y_2 = 0 \tag{2.5}$$

$$\delta x_2^2 + \delta y_2^2 + 2 \cdot \overline{12} \cdot \delta y_2 - 2 \cdot \overline{14} \cdot \delta x_2 = \overline{24}^2 - \overline{12}^2 - \overline{24}^2.$$

Вычитая второе уравнение из первого, получаем:

$$2 \cdot \overline{14} \cdot \delta x_2 = \overline{12}^2 + \overline{14}^2 - \overline{24}^2, \tag{2.6}$$

откуда

$$x_2 = \delta x_2 = \frac{\overline{12}^2 + \overline{14}^2 - \overline{24}^2}{2 \cdot \overline{14}} \tag{2.7}$$

Окончательное  $y_2$  равно:

$$y_2 = \pm \sqrt{\overline{12}^2 - \delta x_2^2}. \tag{2.8}$$

По аналогии с этими получается, что:

$$\delta x_3 = \frac{\overline{13}^2 - \overline{14}^2 - \overline{34}^2}{2 \cdot \overline{14}}. \tag{2.9}$$

Итак:

$$x_3 = \overline{14} + \delta x_3 = \frac{\overline{13}^2 - \overline{14}^2 - \overline{34}^2}{2 \cdot \overline{14}}. \tag{2.10}$$

а окончательное  $y_3$ :

$$y_3 = \sqrt{\overline{34}^2 - \delta x_3^2} \tag{2.11}$$

Трансляционное уравнение, находящееся посередине (2.3), служит для контроля:

$$(\overline{23}) = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2} \tag{2.12}$$

Нельзя допустить, чтобы расхождение между вычисленным  $(\overline{23})$  и данным  $\overline{23}$ :

$$\Delta = \overline{23} - (\overline{23}) \quad (2.13)$$

превышало требуемую точность, указанную для измерения координат.

Этот контроль означает главным образом контроль вычислений, потому что данные заводом номинальные расстояния не могут иметь после измерений расхождения выше допустимого значения.

В случае аналитической фотограмметрической обработки целесообразно вычислять номинальные координаты для меток камер, пригодных для этой цели. Для контроля деформации камер рекомендуется по четвертям заснимать координатные метки на стеклянные пластинки, и потом сравнивать измеренные данные с номинальными значениями, чтобы определить их неизменность.

Целесообразно для контроля использовать и рамовые линейки, потому что по их прямо- или криволинейным изображением можно в линейную интерполяционную поправку, полученную по четырем координатным меткам, добавить член высшего порядка.

Стоит долго возиться с умещением четырех координатных меток, их характерными данными по положению, чтобы — по мере возможности, путем кое-какого преобразования минимального размера — точность визирования повышалась. Включением последних (хоть бы и различного веса) в определения деформаций фильма — как правило — могли бы поправочные действия дальше уточняться в области получения незакономерных частей.

### 2.3 Компенсация деформации

При учете деформации фильма возникают следующие основные возможности:

- общие исправления всех измеренных точек путем однократного преобразования;
- отдельные исправления точек снимка по точкам сетки крестов или по координатным меткам.

При первой группе способов исправлений можем применить следующие 12 плоскостных преобразований:

(При отдельных преобразованиях в выражениях

$x, y$  — пересчитываемые координаты первой системы;

$X, Y$  — координаты второй системы, в которую пересчитываем).

1. Преобразование — 1 Гельмерга:

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1 x - b_1 y \\ Y &= b_0 + b_1 x + a_1 y. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Цифра 1 в названии преобразования показывает, что две системы координат имеют одинаковую направленность, по нашему предположению.

Для вычисления этого преобразования необходимо иметь две точки.

2. Преобразование-2 Гельмерта:

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1 x + b_1 y \\ Y &= b_0 + b_1 x - a_1 y. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Цифра 2 в названии преобразования значит, что две системы координат имеют разные направленности.

3. Полу-аффинное преобразование:

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1 x \\ Y &= b_0 + b_1 y. \end{aligned} \quad (2.16)$$

При этом преобразовании имеются разные масштабные изменения вдоль осей (кроме смещения точек), и оси эллипса, искаженного из круга, совпадают с направлением  $x$  и  $y$ . В типичном случае этого преобразования аэрофильм вытянется в производственном направлении, а в поперечном неизбежно стянется. Необходимое число общих основных точек: 2.

Считать можно:

- а) по координатным меткам, располагающимся по углам (может быть по центру) кадра,
- б) по рамочным линейкам.

4. Коллинеарное (голографическое) преобразование

$$\begin{aligned} X &= \frac{a_0 + a_1 x + a_2 y}{1 + c_1 x + c_2 y} \\ Y &= \frac{b_0 + b_1 x + b_2 y}{1 + c_1 x + c_2 y}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

К решению системы уравнений (2.17) необходимо иметь четыре общих основных точек.

5. Линейное аффинное преобразование

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1 x + a_2 y \\ Y &= b_0 + b_1 x + b_2 y. \end{aligned} \quad (2.18)$$

При этом преобразовании необходимо иметь три общих основных точек.

Считать можно:

- а) по координатным меткам, располагающимся по углам кадра,
- б) по рамочным линейкам.

Ряд аффинных преобразований высшей степени начинается т. наз.

псевдо-аффинным преобразованием, предполагающим минимально четыре общие основные точки:

6. Псевдо-аффинное преобразование

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy \\ Y &= b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 xy \end{aligned} \quad (2.19)$$

7. Аффинное преобразование пяти точек

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy + a_4 x^2 \\ Y &= b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 xy + b_4 x^2. \end{aligned} \quad (2.20)$$

8. Аффинное преобразование шести точек

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy + a_4 x^2 + a_5 y^2 \\ Y &= b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 xy + b_4 x^2 + b_5 y^2. \end{aligned} \quad (2.21)$$

9. Аффинное преобразование семи точек

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy + a_4 x^2 + a_5 y^2 + a_6 x^2 y \\ Y &= b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 xy + b_4 x^2 + b_5 y^2 + b_6 x^2 y. \end{aligned} \quad (2.22)$$

10. Аффинное преобразование восьми точек

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy + a_4 x^2 + a_5 y^2 + a_6 x^2 y + a_7 xy^2 \\ Y &= b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 xy + b_4 x^2 + b_5 y^2 + b_6 x^2 y + b_7 xy^2. \end{aligned} \quad (2.23)$$

11. Аффинное преобразование девяти точек

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1 x + a_2 y + \dots + a_7 xy^2 + a_8 x^3 \\ Y &= b_0 + b_1 x + b_2 y + \dots + b_7 xy^2 + b_7 x^3. \end{aligned} \quad (2.24)$$

12. Аффинное преобразование десяти точек

$$\begin{aligned} X &= a_0 + a_1 x + a_2 y + \dots + a_8 x^3 + a_9 y^2 \\ Y &= b_0 + b_1 x + b_2 y + \dots + b_8 x^3 + b_9 y^3. \end{aligned} \quad (2.25)$$

При последних 7—12 преобразованиях предполагается, что координаты общих точек снимков известны.

Преобразования 1—5 одинаковые в том отношении, что они переносят прямые линии в прямые линии. Одинарное частное расстояний (одинарное отношение) — исключением коллинеарного преобразования — остается неизменным, т. е. линии, параллельные между собой, остаются параллельными

и в новой системе. Точка, разделяющая расстояния в отношении  $1 : 1$ ,  $1 : 2$ ,  $1 : 3$  и т. д., остается разделяющей также в отношении  $1 : 1$ ,  $1 : 2$ ,  $1 : 3$  и т. д. Центр тяжести системы точек остается в новой системе также центром тяжести. В случае коллинеарного преобразования это происходит совсем по-другому, потому что оно меняет одинарное отношение. Неизменным остается, однако, частное двух одинарных отношений, т. наз. двойное отношение. Псевдо- и остальные преобразования переводят прямые линии в кривые.

Преобразования 7—12 применяются при камеральных испытаниях.

Из вышеуказанных преобразований оказалось, что из них 4 и 5 обла- дают преимуществом перед другими.

### 3. Результаты испытательных работ

На кафедре фотограмметрии Института геодезии Будапештского Техни- ческого Университета сравнивались величины остаточной деформации (и их квадратные суммы) точек сетки крестов (в мм), пересчитанных по полу-аффин- ному, аффинному, коллинеарному и псевдо-аффинному преобразованию Гель- мерта, при испытательной обработке 48 снимков сеток крестов. (Отметим, что в спецлитературе псевдо-аффинное преобразование (2.19) считается самым подходящим [4], [6].)

При обработке снимков сеток крестов были измерены 9 точек крестов на первой, и 25 точек на второй половине снимков. Мы пересчитывали коэф- фициенты преобразования различным образом: во-первых, по четырем коор- динатным меткам, во-вторых, по биссектрисам сторон вместе с центральной точкой. Этот метод основывается на расположении оптических координатных меток камеры Вильда, учитывает также проектированную вставку эвен- туальных биссектрис сторон и отметку центральной точки снимка. Оберко- хенские камеры Цейсса обладают и другим расположением оптических коор- динатных меток, поэтому биссектрисы сторон испытывались и в роли основ- ных точек.

Результаты выполненного эксперимента представлены в таблицах. Данные I-ой таблицы показывают, что самый хороший результат получен посредством псевдо-аффинного и коллинеарного преобразований. Можно обнаружить, что при вычислениях коэффициентов преобразования увеличе- ние числа основных точек в незначительной мере исправляет величины оста- точной деформации новых точек.

В таблице II представлены результаты преобразований, пересчитан- ные по двум разным расположениям основных точек. На рис. 4, 5 и 6 пока- заны величины остаточной деформации, пересчитанные по трем разным пре- образованиям. (Это коэффициенты преобразования вычислены по четырем основным точкам.) Исследованный фильм: Ильфорд XII-ого типа, размер  $23 \times 23$  см.

Таблица I

Роллик пленки № 1, сетка крестов № 5\*

Назн. точек	Преобр. Гельмерта		Полуаффинное преобр.		Аффинное преобр.		Коллинеарное преобр.		Псевдоаффинное преобр.	
	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$
1.	+0,0025	+0,0065	-0,0100	-0,0060	-0,0080	-0,0015	-0,0000	-0,0000	-0,0000	-0,0000
3.	+0,0000	+0,0120	+0,0060	+0,0060	+0,0080	+0,0015	+0,0000	+0,0000	+0,0000	+0,0000
7.	+0,0160	-0,0090	+0,0100	-0,0030	+0,0080	+0,0015	+0,0000	+0,0000	+0,0000	+0,0000
9.	-0,0185	-0,0095	-0,0060	+0,0030	-0,0080	-0,0015	-0,0000	-0,0000	-0,0000	-0,0000
2.	-0,0088	+0,0133	-0,0120	+0,0040	-0,0100	+0,0040	-0,0085	+0,0040	-0,0100	+0,0040
4.	+0,0133	-0,0083	+0,0040	-0,0115	+0,0040	-0,0070	+0,0040	+0,0010	+0,0040	-0,0070
6.	-0,0093	+0,0012	+0,0000	+0,0045	+0,0000	+0,0000	+0,0000	+0,0080	-0,0000	-0,0000
8.	+0,0108	-0,0123	+0,0140	-0,0030	+0,0120	-0,0030	+0,0135	-0,0030	+0,0120	-0,0030
5.	-0,0060	+0,0065	-0,0060	+0,0065	-0,0060	+0,0065	-0,0045	+0,0145	+0,0060	+0,0065
	0,0010940	0,0007953	0,0006641	0,0003099	0,0005521	0,0001253	0,0002908	0,0003002	0,0002960	0,0001162
1.	+0,0044	+0,0094	-0,0114	-0,0064	-0,0058	-0,0008	+0,0008	-0,0015	+0,0022	+0,0007
3.	+0,0014	+0,0101	+0,0059	+0,0055	-0,0016	-0,0001	+0,0045	-0,0028	+0,0036	-0,0015
7.	+0,0131	-0,0056	+0,0086	-0,0011	+0,0029	+0,0046	+0,0042	+0,0019	+0,0051	+0,0031
9.	-0,0219	-0,0109	-0,0061	+0,0049	-0,0118	-0,0008	-0,0052	-0,0015	-0,0038	+0,0007
2.	-0,0071	+0,0138	-0,0128	+0,0036	-0,0071	+0,0036	-0,0063	+0,0019	-0,0071	+0,0036
4.	+0,0128	-0,0051	+0,0026	+0,0108	+0,0026	-0,0051	+0,0023	+0,0000	+0,0025	-0,0051
6.	-0,0103	-0,0004	-0,0001	-0,0053	-0,0001	-0,0004	-0,0003	-0,0047	-0,0001	0,0004
8.	+0,0076	-0,0113	+0,0133	-0,0011	-0,0076	-0,0011	+0,0083	-0,028	+0,0076	-0,0011
5.	-0,0068	+0,0073	-0,0068	+0,0073	-0,0068	+0,0073	-0,0060	+0,0124	-0,0068	+0,0073
	0,0010941	0,0007353	0,0006665	0,0003075	0,0004738	0,0001147	0,0002163	0,0002017	0,0002177	0,0001057
1.	+0,0052	+0,0086	-0,0107	-0,0072	-0,0050	-0,0016	-0,0001	-0,0017	+0,0030	-0,0001
3.	+0,0022	+0,0093	+0,0067	+0,0048	+0,0123	-0,0009	+0,0063	-0,0044	+0,0043	-0,0024
7.	+0,0138	-0,0064	+0,0093	-0,0019	+0,037	+0,0038	-0,0023	+0,0003	-0,0043	+0,0023
9.	-0,0212	-0,0117	-0,0053	+0,0041	-0,0110	-0,0016	-0,0061	-0,0017	-0,0030	-0,0001
2.	-0,0063	+0,0129	-0,0120	+0,0028	-0,0063	+0,0028	-0,0052	+0,0010	-0,0063	+0,0028
4.	+0,0135	-0,0059	+0,0033	-0,0116	+0,0033	-0,0059	+0,0028	-0,0023	+0,0033	-0,0059
6.	-0,0095	-0,0012	+0,0007	+0,0044	+0,0007	-0,0012	+0,0001	+0,0024	+0,0007	-0,0012
8.	+0,0083	-0,0121	+0,0140	-0,0019	+0,0083	-0,0019	+0,0094	-0,0037	+0,0083	-0,0019
5.	-0,0060	+0,0064	-0,0060	+0,0064	-0,0060	+0,0064	-0,0049	+0,0101	-0,0060	+0,0064
	0,0010891	0,0007294	0,0006614	0,0003017	0,0004687	0,0001089	0,0002311	0,0001520	0,0002127	0,0000999

\* КОДАК Плюс X Эстар (проявочная машина: МВШ-240)

Таблица II

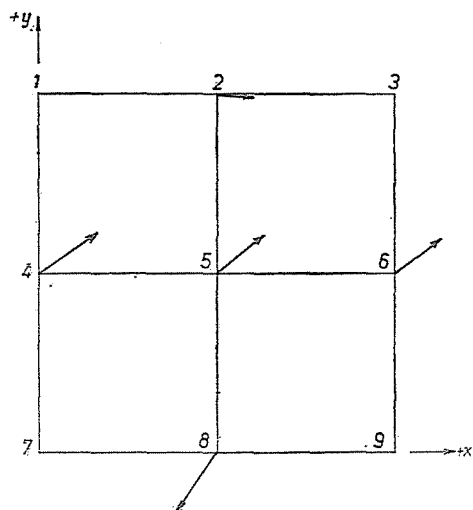
Ролик пленки № 1, сетка крестов № 6\*

Число основных точек	Название преобразования	По точкам, расположенным на рамках и по центральной точке			По биссектрисам сторон		
		$[ \Delta x \cdot \Delta x ]$ mm	$[ \Delta y \cdot \Delta y ]$ mm	$[ \Delta x \cdot \Delta x ] [ \Delta y \cdot \Delta y ]$ mm	$[ \Delta x \cdot \Delta x ]$ mm	$[ \Delta y \cdot \Delta y ]$ mm	$[ \Delta x \cdot \Delta x ] + [ \Delta y \cdot \Delta y ]$ mm
4	Гельмерт-1	0,00078068	0,00059862	0,00137930	0,00141280	0,00021614	0,00162894
4	Полу-аффинное	0,00180474	0,00025990	0,00206464	0,00181594	0,00027315	0,00208909
4	Аффинное	0,00089775	0,00020737	0,00100512	0,00138986	0,00022512	0,00161498
4	Коллинеарное	0,00071194	0,00011267	0,00082461	0,00143005	0,00073630	0,00216635
4	Псевдо	0,00088873	0,00015832	0,00104705	**	**	**
5	Гельмерт-1	0,00073986	0,00058700	0,00122686	0,00141994	0,00022298	0,00164292
5	Полу-аффинное	0,00176391	0,00024828	0,00201219	0,00182310	0,00027996	0,00210306
5	Аффинное	0,00085691	0,00019575	0,00105266	0,00139701	0,00023195	0,00162896
5	Коллинеарное	0,00069294	0,00009862	0,00079156	0,00137047	0,00052380	0,00189427
5	Псевдо	0,00084790	0,00014670	0,00089460	**	**	**
8	Гельмерт-1	0,00084020	0,00036746	0,00120766			
8	Полу-аффинное	0,00173102	0,00023104	0,00197206			
8	Аффинное	0,00066377	0,00018701	0,00085078			
8	Коллинерное	0,00045932	0,00009853	0,00055785			
8	Псевдо	0,00065476	0,00013796	0,00079272			
9	Гельмерт-1	0,00084303	0,00036590	0,00120893			
9	Полу-аффинное	0,00172985	0,00023948	0,00196933			
9	Аффинное	0,00066259	0,00018544	0,00084803			
9	Коллинеарное	0,00046455	0,00009257	0,00055712			
9	Псевдо	0,00065358	0,00013640	0,00078998			

\*\* При таком расположении точек  
вычисление невозможно

\* КОДАК Плюс X Эстар (проявочная машина: МВШ-240)

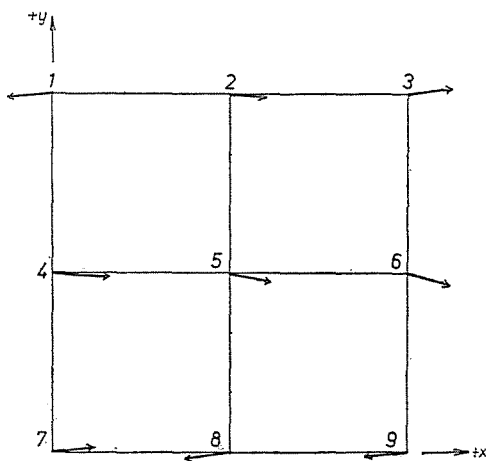




0,01 mm  
|←|

$\mu_x = 0,0113 \text{ mm}$   
 $\mu_y = 0,007 \text{ mm}$

Рис. 4. Коллинеарное (по четырем точкам)



0,01 mm  
|←|

$\mu_x = 0,0147 \text{ mm}$   
 $\mu_y = 0,002 \text{ mm}$

Рис. 5. Аффинное (по четырем точкам)

Из первой половины таблицы II можно сделать аналогичный вывод в отношении каждого преобразования с данными таблицы I. Вторая часть таблицы II свидетельствует о том, что преобразование по биссектрисам сторон дает не такие хорошие результаты, как преобразование по координатным меткам, расположенным по углам кадра. Результат, полученный при таком расположении точек, заставляет задуматься, так как матрица системы урав-

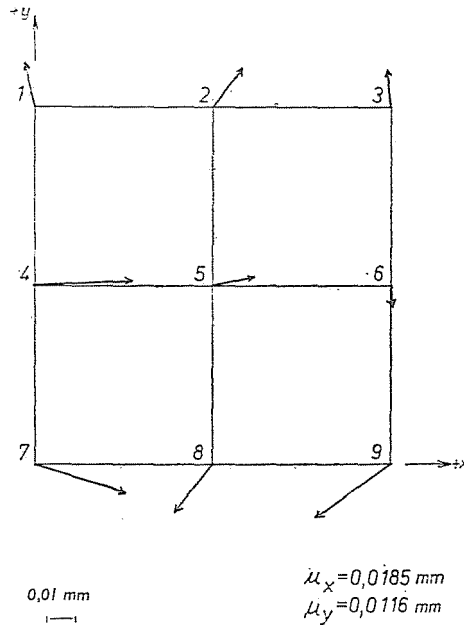


Рис. 6. Преобразование Гельмерта (по четырем точкам)

нений псевдо-аффинных коэффициентов будет сингулярной (определитель матрицы равен нулю), или слабо кондиционированной (определитель матрицы будет бесконечно малой величиной).

Итак, при таком расположении биссектрис сторон не стоит применять коллинеарное преобразование.

Измеренные значения вследствие коллинеарного и псевдо-аффинного преобразований совпадают с номинальными координатными пунктами, расположенными по углам кадра, поэтому в аналитической фотограмметрии только эти два преобразования имеют право на существование.

Полная обработка результатов вычислений 48 снимков сеток крестов еще не закончена. Окончательные данные будут опубликованы в следующей статье.

## Резюме

В прошедшие годы мы занимались вопросом деформации фильмов не в соответствии с его важностью. Это случилось потому, что долго (5—8 лет) применялись исключительно фильмы «КОДАК», т. наз. сохраняющие размеры, у которых деформации, — по мнению специалистов, — являются ничтожными величинами. Однако, применение аналитической фотограмметрии и работы по фотограмметрическому сгущению опорной сети требуют заниматься этой проблемой, ибо оказалось, что на практике даже и фильмы, «сохраняющие размеры», имеют доказуемые деформации.

В статье кратко рассматриваются различные деформации и возможности их компенсации, потом описываются некоторые результаты работ.

## Литература

1. Lacman, O.—Block, W.: Die Form- und Größenänderungen von Spezialfilmen für Meßzwecke. Jahrbuch der Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt 1933. S. VII. 15—VII.24.
2. Brucklacher, W. A.—Lüder, W.: Untersuchung über die Schrumpfung von Meßfilmen und photographischem Plattenmaterial. Bayerische Akademie der Wissenschaften, Heft No. 31. München, 1956.
3. Hofmann, I.: Vergleich verschiedener Transformationsverfahren. Selbständige Geodätische Arbeit an der TH Stuttgart, 1965.
4. Lampton, B.: Film Distorsion Compensation. Photogrammetric Engineering, 1965.
5. Thomas, H.: Einfluß des Affinschrumpfes von Meßbildern auf die instrumentelle Stereoauswertung. Vermessungstechnik, 1965/10.
6. Lampton, B.: Film Distorsion Compensation Effectiveness. Photogrammetric Engineering, 1966.
7. Фомин, Ю. М.: К вопросу об учете деформации аэропленок, Геодезия и картография, 1967. 1.
8. Ziemann, M.: Untersuchungen an Reseauaufnahmen. München, 1967. С. 104.
9. Кашин, Л. А.: Об учете деформации фотоматериала в сетях пространственной фототриангуляции, Геодезия и картография, 1966. 1.
10. Domokos, M.: Untersuchung von Luftfilmen hinsichtlich des Affinschrumpfes. Acta Geodæt. Geoph. et Montanistica Akad. Sci. Hung. 1—2, Tomus 3 (1968.)
11. Домокош, М.: О фотогеодезических съемках и их возможностях ошибок, учитывая деформации фильма, на венг. яз. Кандидатская диссертация, Будапешт, 1968.
12. Domokos, M.: Einige Fehlerquellen der photogrammetrischen Vermessungen in Großmaßstab. Per. Pol. C. E. Budapest Vol. 14. (1970.) No. 1.
13. Ziemann, A.: Vergleich verschiedener, auf Randleisten gegründeter Bilddeformationskorrekturverfahren. Vermessungstechnik, 10, 1970.
14. Regensburger, K.: Zum Problem der Erfassung der Filmdeformationen bei Luftbildern. Vermessungstechnik, 10, 1970.
15. Ziemann, H.: Is the Request for High Fiducial Mark Justified? Photogrammetric Engineering, New York 1971. 1.
16. Симон, О. И.: Об учете закономерной деформации аэрофильма. Геодезия и картография, 1972. 2.
17. Ziemann, H.: Image Geometry — Factors Contributing to its Change. Ottawa, 1972.
18. Ducloux, J.: Etude sur la Déformation des Films pour la Photographie Aérienne. Ottawa, 1972.
19. Домокош, М.: О деформациях аэрофильма. на венг. яз. Geodézia és Kartográfia, 1973. 5.

доцент д-р Мария Домокош Н-1521 Будапешт