

ERGEBNISSE UND ANWENDUNGSBEREICHE DER AEROTRIANGULATION IN UNGARN

Von

L. HOMORÓDI

Lehrstuhl für Photogrammetrie, Geodätisches Institut, TU Budapest

(Eingegangen am 1. Oktober 1974)

Dasselbe Jahr, das uns wegen der Organisierung der akademischen Ausbildung von Geodäten denkwürdig ist, brachte auch eine bedeutende Wendung in den geodätischen Grundarbeiten Ungarns. In diesem Jahre wurde die Entwicklung eines neuen Triangulationsnetzes höherer Ordnung begonnen, das als Grundlage für die neue ausführliche Vermessung des Landes, für die Ausgestaltung eines neuen, modernen technisch-ökonomischen Kartensystems dienen soll.

Mitte des XX. Jahrhunderts waren nämlich die geodätischen Grundarbeiten des Landes stark veraltet. Das Triangulationsnetz entstand noch in den Jahren 1850/60; einzelne Teile desselben wurden zwar wiederholt erneuert, infolge des Anschlußzwangs wurde aber dadurch die Homogenität des Gesamtsystems eher beeinträchtigt, ein Umstand, der sich bei den Festpunktverdichtungen niedriger Ordnung in schwer verteilbaren Brüchen äußerte und die erreichbare Genauigkeit stark einschränkte.

An dem Kartensystem im Großmaßstab für das Liegenschaftskataster und das Grundbuch wurde seit den 50er Jahren des vergangenen Jahrhunderts sozusagen laufend gearbeitet, ohne daß es je zum Abschluß gekommen wäre; neben neuen moderneren Kartenblättern gab es in beträchtlicher Anzahl fast hundert Jahre alte Blätter, wo weder Projektionssystem noch Maßstabverhältnis noch auch die Maßeinheiten einheitlich waren.

Schon im zweiten Viertel dieses Jahrhunderts war es offenbar, daß die Erneuerung unaufschiebbar notwendig sei; die Aufnahme eines neuen Grundnetzes wurde auch begonnen; im zweiten Weltkrieg wurden jedoch die Meßergebnisse vernichtet und so mußte nach der Befreiung — sobald es der Wiederaufbau gestattete — 1949 alles neu angefangen werden.

Die Lage wurde jedoch durch den Umstand erschwert, daß sich — einerseits — die Geodäten des Landes erst durch die Bodenreform, dann durch die Organisation der landwirtschaftlichen Produktionsgenossenschaften vor eine gewaltige Aufgabe gestellt sahen, sich mit den aktuellen Arbeiten beschäftigen mußten, — andererseits — durch die radikale Veränderung der landwirtschaftlichen Besitzverhältnisse auch die kaum einige Jahrzehnte früher her-

gestellten Karten veraltet waren. Ein wesentlicher Teil der Kapazität wurde auch durch die kräftige Industrialisierung in Anspruch genommen, die u. a. auch wichtige und schwierige geodätische Arbeiten erforderte.

In den Jahren nach der Befreiung bestand schon ein großer Anspruch auf Vermessungsingenieure, zu einer Zeit als deren Ausbildung an der Universität erst kaum begann. Für die geodätische Organisation in Ungarn ist bis auf den heutigen Tag der Wettlauf des vorhandenen Fachkräftebestands mit der Menge der durch die verschiedensten Zweige der Volkswirtschaft geforderten geodätischen Arbeiten kennzeichnend und dadurch läßt es sich erklären, daß die Aufgaben nicht immer in der logischen Folge des Aufbaues aufeinander gelöst werden konnten, bzw. daß zu provisorischen Lösungen gegriffen werden mußte, um dringende Forderungen zu befriedigen, wobei es nicht möglich war, die gesamte materielle und geistige Kapazität in den Dienst der Herstellung einer einheitlichen technisch-ökonomischen Grundkarte zu stellen. Die laufenden Arbeiten wurden durch die dringendsten Aufgaben und nicht durch rationelle Einordnung der späteren bestimmt. Zu diesem Widerspruch kam noch die Begleiterscheinung der stürmischen technischen Veränderung, daß es in den Jahren der provisorischen Lösungen noch nicht vorauszusehen war, welche Möglichkeiten zur Zeit der Realisierung des Endziels (etwa um das Jahr 1980) zur Verfügung stehen werden.

Die aus diesen Schwierigkeiten und Widersprüchen herrührenden Probleme spiegeln sich auch in unseren bisherigen Forschungen und Lösungen auf dem Gebiet der Aerotriangulation sowie in den noch bevorstehenden Aufgaben.

Im bisherigen war die Tatsache ein bestimmender Faktor von nicht unwesentlicher Bedeutung, daß man sich bei der Bestimmung der Paßpunkte nur auf ein manchmal ziemlich großmaschiges und oft durch Brüche belastetes Festpunktnetz stützen konnte; in der Zukunft wird hingegen überall das neue Netz vierter Ordnung benutzt werden können, das bis zu den Jahren 1980/83 fertiggestellt werden soll. In diesem erreicht, oder übersteigt vielmehr, die Punktdichte den Wert von $2 \text{ km}^2/\text{Punkt}$, wobei die Zuverlässigkeit (der mittlere Lagefehler) der Punkte in jedem Fall $\pm 5 \text{ cm}$ unterschreiten wird.

Es wird nicht ohne Interesse sein, bevor wir die Vorteile und Möglichkeiten des neuen Netzes prüfen, die aktuellen Methoden kurz zu beschreiben.

Die Vorführung des Prinzips der in Ungarn im wesentlichen gleichzeitig (um das Jahr 1967) entwickelten zwei Blockausgleichungsverfahren ist auch an sich aufschlußreich.

Nach dem »praktisch strenge Blockausgleichung« genannten Verfahren [1, 2] werden die Aerotriangulationsstreifen erst aufgrund ihrer Verknüpfungspunkte mit Hilfe einer ebenen linearen Ähnlichkeitstransformation aneinander angeschlossen, sodann in horizontalem Sinne zwischen die Paßpunkte im Bereich des Blocks eingefügt. Sodann wird das gesamte System

unter Anwendung der Höhenangaben horizontalisiert. Auf die Prüfung der Widersprüche in den einzelnen Punkten und Elimination der fehlerhaften Punkte folgt die Bestimmung der Fehlerverteilungspolynome der Streifen. Die Polynome ermöglichen eine konforme Transformation und sind in der Regel von hohem Grad. (Der Grad der Polynome wird durch das Programm automatisch kontrolliert und würde sich bei einem Paßpunkt eine Ausgleichungsfläche mit zu geringer Krümmung ergeben, so wird durch Weglassen des Punktes der Grad des Polynoms herabgesetzt.) Bei der Bestimmung der Koeffizienten des Polynoms werden die Streifen aufgrund der Paßpunkte im Streifen und der Verknüpfungspunkte in der Querüberdeckungszone kontinuierlich angepaßt.

Unter Anwendung der mit Hilfe der Polynome korrigierten Streifen-Koordinaten wird der ganze Block an die gegebenen Paßpunkte ebenfalls durch ebene Ähnlichkeitstransformation angepaßt. Nachdem somit die Lageausgleichung und die Anpassung des Blocks an das geodätische System durchgeführt sind, folgt die Höhenausgleichung, u.zw. einheitlich für den ganzen Block mit einem Polynom sechsten Grades. Auf die Berücksichtigung der Höhenkorrekturen folgt eine neuerliche Lageausgleichung, jedoch werden nun die Koeffizienten der Polynome nicht streifenweise, sondern für den ganzen Block zusammen auf einmal bestimmt. Da hier auch ein Polynom zehnten Grades vorkommen kann, muß im Falle von 10 Streifen ein Normalgleichungssystem mit 220 Unbekannten gelöst werden.

Nach dieser Methode werden also die Übereinstimmung und die Anpassung des Blocks an das geodätische System durch mehrfache Iteration erreicht. Für die Methode ist es kennzeichnend, daß nach jedem Schritt die Widersprüche geprüft und die fehlerhaften Daten eliminiert werden können.

Das »Kammlinien-Blockausgleichung« genannte andere Verfahren [3, 4] ist in seinem Aufbau wesentlich einfacher. Im ersten Schritt werden in der Mittellinie der Querüberdeckungszone zwischen den Streifen Verknüpfungspunkte ausgesucht, die womöglich auch eine Beziehung zwischen den Nachbarmodellen herstellen. Die Streifen werden dann getrennt ausgeglichen, je nach ihrer Länge und der Zahl der Paßpunkte mit Hilfe von Polynomen 1. bis 4. Grades. Nach der Ausgleichung werden aus jedem Nachbarstreifen die Koordinaten der Verknüpfungspunkte berechnet und die beiden Koordinatenwerte gemittelt. Damit erhält man die ersten vorläufigen Koordinaten. Gleichzeitig wird auch das quadratische Mittel der Abweichungen für die Qualität des Anschlusses errechnet. Anhand der ersten vorläufigen Koordinaten der auf das Modell (u. U. auf die Modellgruppe) fallenden Verknüpfungspunkte und der angegebenen Koordinaten der etwaigen Paßpunkte sowie anhand der im Streifen gemessenen photogrammetrischen Koordinaten aller dieser Punkte werden die Parameter der linearen Ähnlichkeitstransformation der Modelle berechnet und mit Hilfe der so je Modell erhaltenen Transformations-

formeln die Koordinaten der Maßstabübertragungspunkte ermittelt; dabei werden für denselben Maßstabübertragungspunkt 2 bis 4 Paar Koordinaten erhalten, je nach dem, in wievielen Modellen diese Verknüpfungspunkte gemeinsam vorkommen. Diese Werte werden wieder gemittelt und es wird das quadratische Mittel der Abweichungen gebildet. Damit erhält man die zweiten vorläufigen Koordinaten und Abweichungen mit wesentlich günstigerer Streuung. Nun wird die Berechnung der Parameter der Ähnlichkeitstransformation wiederholt, jedoch werden diesmal die zweiten vorläufigen Koordinaten für die Verknüpfungspunkte benutzt. Mit der neuen Transformationsformel werden die Koordinaten der Verknüpfungspunkte wieder je Modell berechnet. Der Mittelwert aus den erhaltenen Werten ist nun entweder eine endgültige Größe oder wird durch diesen, wie im vorigen, eine neuere Iteration vorbereitet.

Diese Methode bezieht sich also nur auf die Lagekoordinaten und ist aus verhältnismäßig einfachen Schritten zusammengesetzt. Trotzdem — oder gerade deshalb — führte sie in einzelnen Fällen zu günstigeren Ergebnissen als das »streng« genannte Verfahren. Möglich, daß durch diese Fälle die Feststellung der Fachliteratur untermauert wird, daß ein Polynom höheren Grades für die Schmiegun an eine größere Anzahl Paßpunkte solche Krümmungen der Ausgleichungsfläche erfordert, daß diese beträchtlich von der für die wirkliche Fehlerverteilung kennzeichnenden Fläche abweicht. Dies wird auch durch den Umstand wahrscheinlich gemacht, daß wegen der genannten Krümmungsbeschränkung durch das Programm manchmal auch richtig gemessene Paßpunkte aus dem weiteren Verlauf der Operation ausgeschlossen wurden.

Obwohl die wiederholte Ähnlichkeitstransformation im »Kammlinienverfahren« und seine Beschränkung auf die Lagekoordinaten eine gewisse Ähnlichkeit mit der Anblock-Methode aufweist, wurde letztere lediglich in einigen versuchsmäßigen Arbeiten angewandt. Als dieser Methode gegenüber Vorbehalte gemacht werden, beruft man sich auf folgende Gründe:

— Die Horizontierung des Modells ist lediglich eine näherungsweise und kann in diesem Falle nur auf einem ausgesprochen ebenen Gelände ein gutes Ergebnis liefern, oder müssen je Modell gesondert Höhenpaßpunkte gemessen werden, ein Umstand, der die Wirtschaftlichkeit der Aerotriangulation beeinträchtigt.

— Es erfolgt lediglich eine Lageausgleichung, die Ausrüstung des Blocks mit Höhenpaßpunkten bleibt ungelöst, während für die geplante technisch-ökonomische Grundkarte auch die Darstellung des Reliefs mit Höhenschichtlinien vorgeschrieben ist. (Übrigens stellt sich dieses Problem auch im Falle der Kammlinien-Blockausgleichung.)

— Die Zahl der Unbekannten ist sehr groß, u.zw. 4 je Modell und 2 je Verknüpfungspunkt, was bei einem Block aus 12 Modellen und 10 Streifen die Auflösung eines Gleichungssystems mit 700 bis 1000 Unbekannten erfordert.

Tabelle I

| | | | |
|---|--------|--------|---------|
| Kartenmaßstab | 1:1000 | 1:2000 | 1:4000 |
| Bildmaßstab | 1:5000 | 1:8000 | 1:12000 |
| Modellmaßstab | 1:3000 | 1:5000 | 1:8000 |
| Abmessung des Modells in Streifenrichtung bei 60prozentiger Überdeckung | 690 m | 1100 m | 1650 m |
| Gesamtbreite des Bildstreifens | 1150 m | 1840 m | 2760 m |
| Abmessung des Modells senkrecht auf die Streifenrichtung, bei 25prozentiger Querüberdeckung | 860 m | 1380 m | 2070 m |
| Basislänge | 460 m | 740 m | 1110 m |

Um einen Fortschritt auf dem Gebiet der Aerotriangulation zu erzielen, müssen diese Schwierigkeiten behoben werden.

Bevor wir auf weitere Einzelheiten der Frage eingehen, wird es zweckmäßig sein, zu erwähnen, daß das technisch-ökonomische Grundkartensystem je nach dem Reichtum an Einzelheiten des kartierten Geländes drei verschiedene Maßstäbe enthält:

- 1:1000 für dicht bebaute innere Gebiete von Städten und Gemeinden;
- 1:2000 für Außengebiete im allgemeinen;
- 1:4000 für an Einzelheiten sehr arme Flächen, z. B. ausgedehnte Waldungen, Gebiete landwirtschaftlicher Großbetriebe.

Die Rahmen der Kartenblätter in allen Maßstäben sind zu den Koordinatenachsen parallel; die Größe der Blätter beträgt 50×75 cm, damit stellt das Kartenblatt in größerem Maßstab ein Viertel des vorhergehenden dar.

In Tabelle I. sind bei einem Bildformat von $23 \text{ cm} \times 23 \text{ cm}$ die den einzelnen Maßstäben entsprechenden, wichtigsten photogrammetrischen Kennwerte zusammengefaßt. (Selbstverständlich sind das nur durchschnittliche, mitunter abgerundete Daten.)

Nun soll zuerst das Problem der Horizontierung des Modells aus der Sicht der Aerotriangulation mit Einzelmodellen (also eigentlich der Anblock-Methode) geprüft werden.

In dieser Beziehung stellt der Umstand eine wesentliche Hilfe dar, daß in einigen Jahren die topographische Karte des Landes im Maßstab 1:10 000 fertiggestellt sein wird. Aus dieser Karte können dann die für die Horizontierung der Modelle erforderlichen Höhen ohne Feldarbeit abgelesen werden. Es fragt sich nur, welche Genauigkeit gewährleistet, d. h. welche mittleren Fehler bei der Bestimmung der Längsneigungs- (φ) bzw. Querneigungswinkel (ω) der Modell zu erwarten sind.

Um diese Frage zu entscheiden, wurde die Genauigkeit von aus der Karte abgelesenen Höhen gut identifizierbarer Geländepunkte untersucht [5]. Es wurden auf Geländen mit verschiedenem Relief folgende Werte erhalten:

| | Quadratisches Mittel der Differenz von gemessenen und abgelesenen Werten |
|---------------------------------|--|
| A (Hügel- und Bergland) | $\pm 1,49$ m |
| B (welliges, hügeliges Gelände) | $\pm 1,00$ m |
| C (Flachland. Sumpfgebiet) | $\pm 1,07$ m. |

Gesetzt, daß in allen vier Ecken des Modells die kartographische Höhe je eines Geländepunktes abgelesen und nach diesen die Horizontierung des Modells eingestellt wird, kann der mittlere Fehler der Neigungswinkel φ und ω bei den Maßstabverhältnissen in Tabelle I. folgende Werte haben:

| Bildmaßstab | | |
|-------------------|-----------------|-------------------|
| 1:5 000 | 1:8 000 | 1:12 000 |
| $\pm 11^c - 16^c$ | $\pm 6^c - 9^c$ | $\pm 4^c - 6^c$ |
| $\pm 7^c - 9^c$ | $\pm 4^c - 6^c$ | $\pm 2^c - 4^c$. |

Da durch den Neigungsfehler μ in der Horizontallage zweier Punkte, deren Höhendifferenz ΔZ ist, ein relativer Lagefehler

$$\mu_Z = \Delta Z \cdot \mu \quad (1)$$

verursacht wird, läßt sich unter Berücksichtigung der ungünstigsten, d. h. der Werte $\mu\varphi$, und deren größtmögliche Werte nacheinander auf 30^c , 20^c und 10^c geschätzt, feststellen, wie groß ΔZ_{\max} im auf das Modell fallenden Teil des Geländes sein darf, damit der Lagefehler μ_Z zulässig sei. Um den zulässigen Wert für μ_Z zu bestimmen, geht man davon aus, daß bei der Aerotriangulation aus den Modellen solche Punkte bestimmt werden sollen, die bei der selbständigen Orientierung der einzelnen Modelle als Paßpunkte dienen können. Auf dieser Grundlage darf der zulässige Lagefehler mit 0,01 mm, d. h. dem Viertel der üblichen Meßmarkengröße der Analogauswertegeräte, angesetzt werden. Bei den berücksichtigten Maßstäben entsprechen diesen Größen 3 cm, 5 cm bzw. 8 cm, damit ergeben sich

| | im Maßstab | | |
|-------------------|------------|---------|---------|
| | 1:1 000 | 1:2 000 | 1:4 000 |
| ΔZ_{\max} | 7 m | 16 m | 34 m. |

Es ist zu erkennen, daß besonders in den kleineren Maßstäben die Brauchbarkeit der Anblock-Methode durch das Relief nicht stark eingeschränkt wird, wenn für die Horizontierung des Modells die aus der Karte im Maßstab 1:10 000 abgelesenen Höhen benutzt werden.

Es unterliegt aber keinem Zweifel, daß schon in einer sanft welligen Hügel- oder Dünenlandschaft, deren Kartierung im Maßstab 1:2 000 durchzuführen ist, innerhalb desselben Modells auch Höhendifferenzen vorkommen können, die die so berechneten Grenzwerte übersteigen. Deshalb und auch wegen des zweiten genannten berechtigten Vorbehalts, nämlich daß unter Anwendung der Anblock-Methode der Anspruch auf Höhenpaßpunkte unbefriedigt bleibt, scheint es gerechtfertigt zu sein, sich mit der räumlichen Lösung der Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen zu beschäftigen und zu prüfen, welche Vereinfachung sich erreichen läßt bzw., welche Näherung diese darstellt, wenn für die Horizontierung von der Karte abgelesene Höhen benutzt werden.

Wie bekannt, wird die Beziehung zwischen dem Modellpunkt (x, y, z) und dem entsprechenden Geländepunkte mit den Koordinaten (X, Y, Z) durch die Gleichungen

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + m \cdot D \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2)$$

ausgedrückt. Die Aufgabe der Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen ist also, unter Anwendung der Paßpunkte im Bereich des Blocks und der Maßstabübertragungspunkte zwischen den Modellen, die die Koordinaten (X_0, Y_0, Z_0) des Ursprungs des Koordinatensystems des Modells im geodätischen Koordinatensystem, die Maßstabverhältniszahl des Modells und die drei Winkelwerte in den neun Elementen a_i, b_i, c_i ($i = 1, 2, 3$) der Drehmatrix D , die Kennwerte φ, ω der Horizontierung des Modells, ferner den Kantungswinkel \varkappa zu bestimmen. Die Matrizenelemente sind die zusammengesetzten trigonometrischen Funktionen der genannten Winkel.

Von diesen verdienen vor allem φ und ω Interesse, weil diese — wie wir gesehen haben — auch im ungünstigsten Fall mit mittleren Fehlern von 16^c bzw. 9^c bestimmt werden können. Als ihre Höchstwerte können — wie im vorigen — 30^c bzw. 20^c angenommen werden. (Bei der Zuverlässigkeitsprüfung der von der Karte abgelesenen Höhen sieht man, daß die maximalen Fehler kaum den doppelten Wert des mittleren Fehlers übersteigen.)

Da

$$\cos 30^\circ = 0,999\ 989$$

darf festgestellt werden, daß $\cos \varphi$ und $\cos \omega$ höchstens um den Wert $1 \cdot 10^{-5}$ von eins verschieden sein können; daher kann die folgende Bezeichnung angewandt werden:

$$\cos \varphi = \cos \omega = \cos \nu = (1 - 1 \cdot 10^{-5})$$

Zwischen $\sin \varphi$ und $\sin \omega$ muß jedoch ein Unterschied gemacht werden, daher führen wir die Berechnungen

$$\sin \varphi = c \leq 5 \cdot 10^{-3}$$

und

$$\sin \omega = d \leq 3 \cdot 10^{-3}$$

ferner

$$\sin \varphi \sin \omega = s \leq 1,5 \cdot 10^{-5}$$

ein. An den oberen Grenzen wurde mit den zu den genannten Höchstwerten gehörenden Sinussen gerechnet.

Die Vorkommenhäufigkeit des dritten Winkels in den Elementen der Drehmatrix, des Winkels \varkappa , ist nach statistischen Untersuchungen [8] nicht über 6° , d. h. es kommen die Wertgrenzen

$$0,99\ 556 \leq \cos \varkappa \leq 1,00000$$

$$0,09\ 411 \geq \sin \varkappa \geq 0,00000$$

zur Geltung. Es seien schließlich

$$\cos \varkappa = a \quad \text{und} \quad \sin \varkappa = b.$$

Unter Anwendung dieser Bezeichnungen erhält die Drehmatrix die Form

$$D = \begin{pmatrix} + a \cos \nu & - b \cos \nu & + c \\ + b \cos \nu + a \cdot s & + a \cos \nu - b \cdot s & - d \cos \nu \\ - b a \cos \nu + b d & + d a + c b \cos \nu & \cos^2 \nu \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Wird nun für D der in [9] genannte, einfache, räumlich lineare Transformationskoeffizient

$$D = \begin{pmatrix} + a & - b & + c \\ + b & + a & - d \\ - c & + d & + 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

eingesetzt, erfolgen bei der Berechnung der einzelnen Koordinaten im ungünstigsten Fall die folgenden Vernachlässigungen:

$$\begin{aligned}\Delta X &= -m \cdot a \cdot 10^{-5} \cdot x + m \cdot b \cdot 10^{-5} \cdot y = -m(a x - b y) \cdot 10^{-5} \\ \Delta Y &= +m(-b \cdot 10^{-5} + a s) \cdot x - m(a \cdot 10^{-5} + b s) \cdot y + m \cdot d \cdot 10^{-5} \cdot z \quad (5) \\ \Delta Z &= [c - (b \cdot a \cdot \cos \nu - db) \cdot x - d - (d \cdot a + c \cdot b \cdot \cos \nu) \cdot y - (1 - \cos^2 \nu)z] \cdot m.\end{aligned}$$

Für die Abschätzung der zahlenmäßigen Werte dieser Vernachlässigungen sei noch berücksichtigt, daß in der Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen x und y die auf den Schwerpunkt der auf dem Modell gemessenen Punkte bezogenen Koordinaten bedeuten.

ΔX ist am einfachsten abzuschätzen, da der Höchstwert von

$$m \cdot (a x - b y)$$

X' selbst ist, d. h. etwa die Hälfte der wirklichen Modellabmessung in Richtung X , weil die auf dem Modell gemessenen Punkte im wesentlichen symmetrisch angeordnet sind, es also angenommen werden kann, daß der Schwerpunkt in der Mitte des Modells liege. Damit ergeben sich X' und ΔX_{\max} in den verschiedenen Maßstäben zu

| | X' | ΔX_{\max} |
|---------|-------|-------------------|
| 1:1 000 | 300 m | 3 mm |
| 1:2 000 | 500 m | 5 mm |
| 1:4 000 | 800 m | 8 mm. |

Es ist klar, daß alle diese Werte die im betreffenden Karten- oder Modellmaßstab erfaßbaren Abmessungen unterschreiten und selbstverständlich sowohl mit positivem als auch mit negativem Vorzeichen stehen können.

Der Ausdruck von ΔY wird vor allem umgeordnet:

$$\Delta Y = -m(b x + a y) \cdot 10^{-5} + m s(a x - b y) + m \cdot d \cdot 10^{-5} \cdot z.$$

Das erste Glied enthält die auf den Schwerpunkt bezogene Koordinate Y' , das zweite wieder die Koordinate X' . Unter Berücksichtigung der größtmöglichen Höhendifferenz innerhalb je eines Modells und gesetzt, daß das Bezugsniveau des Modells zweckmäßig gewählt wurde, kann $m \cdot z$ in den drei untersuchten Maßstäben die Werte 100, 150, 200 m haben. Damit ergeben sich die Höchstwerte von ΔY (da jedes Glied sowohl positiven als auch negativen Vorzeichens sein kann) zu

| | Maßstab | | |
|-------------------|---------|---------|---------|
| | 1:1 000 | 1:2 000 | 1: 4000 |
| ΔY_{\max} | 9 mm | 17 mm | 25 mm. |

Es sei unterstrichen, daß diese sogar doppelt maximale Werte sind, da sie sich bei der ungünstigsten Neigung auf Punkte in Randlage (in den Ecken des Modells) beziehen.

Betrachten wir schließlich die Randwerte von ΔZ .

Da statt $m \cdot x$ und $m \cdot y$ wieder X' und Y' genommen werden können, und da in Übereinstimmung mit dem Vorstehenden $m \cdot z$ mit 100, 150 und 200 m angesetzt werden darf, erhält man mit den zulässigen Vernachlässigungen, jedoch wieder unter Berücksichtigung des Umstands, daß in einem ungünstigen Fall alle Faktoren gleichen Vorzeichens sein können, die folgenden Werte:

| | In Maßstab | | |
|------------------|------------|---------|---------|
| | 1:1 000 | 1:2 000 | 1:4 000 |
| ΔZ_{max} | 6 mm | 9 mm | 13 mm |

diese unterschreiten offenbar den bei der tachymetrischen Höhenmessung möglichen mittleren Fehler.

Werden die Horizontierungsbedingungen eingehalten, ist also die in (4) eingeführte Näherung zulässig, da sie den großen Vorteil hat, daß die räumliche Verbindung von unabhängigen Modellen mit einem linearen Zusammenhang, ohne Iteration gelöst werden kann. Zu bestimmende Unbekannte sind je Modell a, b, c, d und m , ferner die Größe (X_0, Y_0, Z_0) , also scheinbar 8 Parameter; es ist jedoch klar, daß

$$a^2 + b^2 = 1,$$

daher bleiben nur 7 Unbekannte. Darauf wollen wir noch zurückkommen.

Die Verbesserungsgleichungen der Ausgleichung lauten also nach entsprechender Ergänzung bzw. Ordnung von (2) wie folgt:

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 - X \\ Y_0 - Y \\ Z_0 - Z \end{pmatrix} + m \begin{pmatrix} +a & -b & +b \\ +b & +a & -d \\ -c & +d & +1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (6)$$

wo (v_x, v_y, v_z) den im Punkt verbleibenden Widerspruch bedeutet. In einem Verknüpfungspunkt ist (X, Y, Z) unbekannt, in Paßpunkten jedoch ein vorgegebener Zahlenwert.

Der ebenen Anblock-Methode gegenüber wird zweifellos dadurch Mehrarbeit erforderlich, daß

- die Zahl der zu bestimmenden Unbekannten zunimmt, wodurch der in bezug auf die Anblock-Methode geäußerte Vorbehalt noch verschärft wird;
- da auf eine räumliche Verbindung übergegangen wird, muß der benachbarte Projektionsmittelpunkt der Modelle die Rolle eines Verknüpfungspunktes spielen, es ist also für die Bestimmung der Modellkoordinaten des Projektionsmittelpunktes zu sorgen.

In Verbindung mit der Anzahl der Unbekannten sollte vor allem bemerkt werden, daß in einem Gebiet, wie es Ungarn nach Abschluß der Triangulation vierter Ordnung sein wird, wo nämlich auf jeden 2 km^2 wenigstens ein Triangulationspunkt liegen wird, die Herausbildung großer Blöcke nicht gerechtfertigt ist. In Abb. 1 ist die Punktskizze eines sanfthügeligen bergigen Geländes mit den neuen Punkten höherer und vierter Ordnung dargestellt, wo ganz ungebunden der Rahmen eines Blocks, bestehend aus 4 Streifen und aus 6 Modellen je Streifen, und schematisch auch die Grenzlinien der Modelle eingezeichnet wurden, in der Annahme, daß der Maßstab der Bilder $1:8\,000$ ist, es sich also um eine Kartierung im Maßstab $1:2\,000$ handeln wird. Die durch den Block bedeckte Fläche beträgt fast 29 km^2 und enthält — wie es abgezählt werden kann — 28 Triangulationspunkte, d. h. daß die Punktdichte $1 \text{ km}^2/\text{Punkt}$ erreicht, wobei zu betonen ist, daß

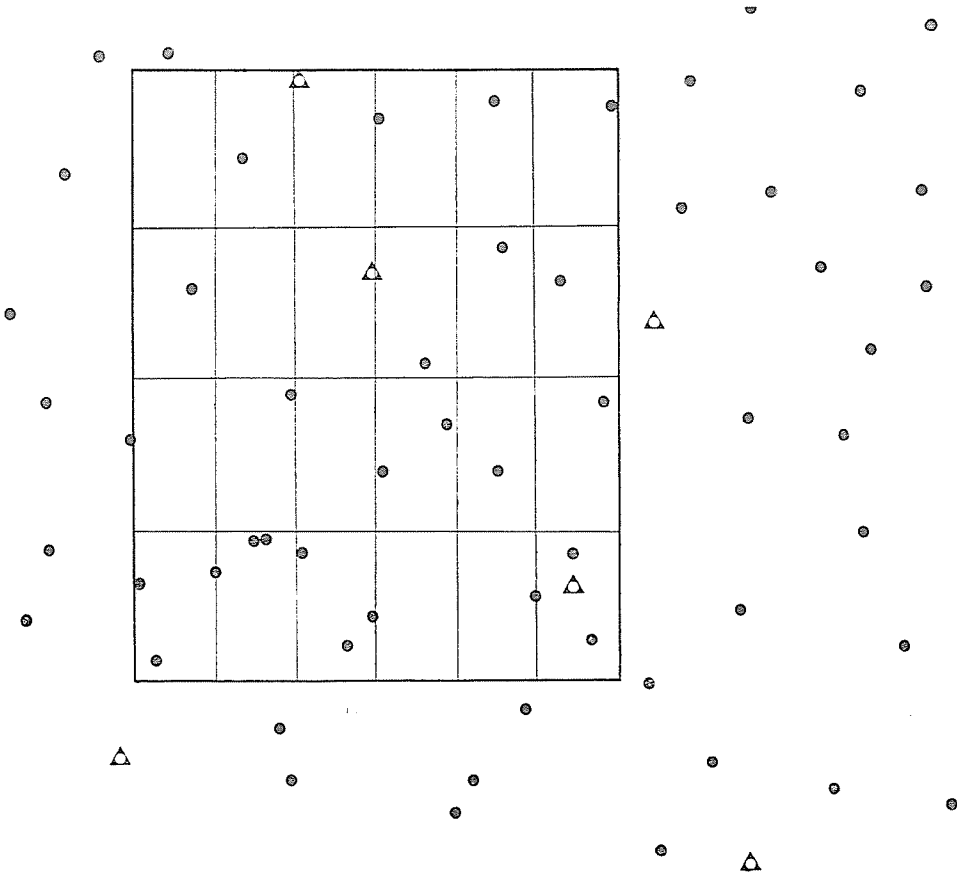


Abb. 1

es sich um keinen ausgesuchten Ausnahmefall handelt. Wird nämlich die Triangulation vierter Ordnung durch Präzisionspolygonierung ersetzt — was heute bereits ein Regelfall ist — ergibt sich diese Punktdichte aus der Natur der Methode. Aus der Skizze ist auch zu erkennen, daß 8 bis 10 Punkte der Rahmenlinie des Blocks als weitere Paßpunkte aus Triangulationspunkten, die in Entfernungen unter 200 bis 300 m liegen, abgeleitet werden können.

Nebeneinander angeordnete kleine Blöcke sind — unserer Meinung nach — auch aus der Sicht der vorbereitenden und der Abschlußarbeiten sowie für die Bestimmung des zweckmäßigen Arbeitsganges der einzufügenden rechentechnischen Arbeitszeit günstiger als ein großer Block. Bei der gegebenen geodätischen Punktdichte können beim Anschließen der Blöcke keine beträchtliche Abschlußwidersprüche auftreten. Auch der Umstand darf nicht außer acht gelassen werden, daß in dieser Weise die Rechenarbeit auch mit weniger leistungsfähigen Rechenanlagen durchgeführt werden kann.

Betrachten wir also die Zahl der Unbekannten bei der Ausgleichung eines derartigen Blocks aus 24 Modellen. Es sei angenommen, daß sich die Verknüpfungspunkte in den Ecken der Modelle befinden. In diesem allenfalls idealisierten Fall liegen auf dem Rahmen des Blocks 16 Punkte, die je 2 Modelle, und im Inneren des Modells 15 Punkte, die je 4 Modelle bedienen. Damit dürfen die Gleichungen

$$16 \cdot 2 = 96 \quad \text{und} \quad 15 \cdot 4 = 180$$

angeschrieben werden, die $(16 + 15) \cdot 3 = 93$ Unbekannte enthalten. Dazu kommen 7 Transformationsparameter je Modell, d. h. $24 \times 7 = 168$ Unbekannte, die Anzahl der Gleichungen wird aber durch die für die 28 Triangulationspunkte angeschriebenen $28 \times 3 = 84$ Gleichungen erhöht. Schließlich hat man 360 Gleichungen für 261 Unbekannte.

Vergleicht man dies mit der Tatsache, daß in einem einzigen Schritt der »praktisch strengen Blockausgleichung« ein Gleichungssystem mit 220 Unbekannten vorkommt, so kann die Blockausgleichung auf der Basis der Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen nicht abschreckend sein.

Für die Berechnung ist eher der Umstand ungünstig, daß die Parameter a und b der Drehmatrix D nicht unabhängig sind. Da der Wert von b jedenfalls unter 0,1 ist, scheint es zweckmäßiger a durch b auszudrücken, da man dann mit guter Näherung

$$a = 1 - \frac{1}{2} \cdot b^2 \quad (7)$$

erhält, und wird statt b der vorläufige Wert b' eingeführt, ist mit der Substitution

$$a = 1 - \frac{1}{2} (b'^2 + 2b' \Delta b) \quad (8)$$

auch die Linearisierung der Verbesserungsgleichung erreicht. Im weiteren ist also die Änderung Δb des vorläufigen Wertes zu ermitteln. Es sei bemerkt, daß die Vernachlässigungen in (7) und (8) den Wert $0,6 \cdot 10^{-4}$ nicht erreichen, wenn es gelingt, den Winkel α innerhalb 1^g zu bestimmen; die Vernachlässigung unterschreitet also auch an der ungünstigsten Stelle die im entsprechenden Modellmaßstab noch erfassbare kleinste Abmessung.

Schließlich muß noch auf die Bestimmung der Koordinaten des Projektionsmittelpunktes eingegangen werden. Einige neuere Analogauswertegeräte (wie z. B. PG-2 der Firma Kern) sind gerade für die Aerotriangulation mit Einzelmodellen mit einer Hilfseinrichtung ausgerüstet, von der die Modellkoordinaten (x_0, y_0, z_0) des Projektionsmittelpunktes abgelesen werden können. Die in Ungarn gebräuchlichen Geräte WILD A-8 und der Stereometrograph der Firma Zeiss sind mit keiner solchen Einrichtung ausgerüstet, daher ist man zur indirekten Bestimmung gezwungen. Eine dazu dienende Methode ist aus dem Fachschrifttum [6, 7] bekannt und daher soll hier auf diese nicht eingegangen werden, obwohl diese Lösung ein Ausgleichungsrechnungsproblem von großem Interesse aufwirft.

Wir erachten es also für die weitere Entwicklung der Aerotriangulationsarbeiten für notwendig, die Methode mit unabhängigen Modellen eingehender zu studieren, schon deshalb, damit durch die geringere Anzahl der vorhandenen Analogauswertegeräte erster Ordnung der Anwendung der Aerotriangulation keine Schranken gesetzt werden, sondern man sich der in größerer Anzahl zur Verfügung stehenden Geräte zweiter Ordnung bedienen kann. In Anbetracht der Analogauswertegeräte erster Ordnung scheint es dabei zweckmäßig zu sein, für die Ausgleichung von Blöcken aus Streifen einfachere, jedoch mathematisch gut begründete Methoden zu entwickeln, umso mehr, da in der Zukunft mit den Schwierigkeiten, die durch das nicht genügend dichte und zuverlässige Festpunktnetz verursacht wurden, nicht mehr gerechnet werden muß.

Zu dem ersten Teil dieser doppelten Aufgabe sollten im vorliegenden Beitrag einige Gedanken aufgeworfen werden.

Zusammenfassung

Nach einer kurzen Zusammenfassung der in den geodätischen Betrieben in Ungarn entwickelten Aerotriangulationsverfahren werden im Beitrag zwei Probleme der Anblock-Methode behandelt. Das eine betrifft die Horizontierung der Modelle, da auf einem nicht vollkommen ebenen Gelände durch die grobe näherungsweise Horizontierung die Lagekoordinaten der Punkte verzerrt werden können. Das andere Problem ist der aus der Natur der Methode herrührende Umstand, daß diese sich nur mit den horizontalen Koordinaten beschäftigt, wobei die neuen technisch-ökonomischen Landkarten in großem Maßstab auch das Relief darstellen sollen. In bezug auf das erste Problem wird darauf hingewiesen, daß im Gebiet Ungarns in der nächsten Zukunft die Herstellung der Karten im Maßstab 1:10 000 beendet sein wird, von denen nach den Untersuchungen die Höhen der Punkte in den Ecken der Modelle mit einem mittleren Fehler von etwa ± 1 m abgelesen werden können; das genügt,

um bei den Geländebeziehungen des Landes die Horizontierung mit befriedigender Genauigkeit durchzuführen. In bezug auf das zweite Problem analysiert Verfasser, ob es bei der Durchführung der Horizontierung nach dem Vorstehenden mit guter Näherung zulässig sei, die für die räumliche Einpassung der Modelle empfohlene, lineare Drehmatrix (4) anzuwenden. Die möglichen Zahlenwerte der Vernachlässigungen in (5) zeigen, daß in den vorliegenden Maßstabverhältnissen diese Näherung zulässig ist. Verfasser hält es für zweckmäßig und bei der Dichte der Landstriangulationsnetzes auch für möglich, kleinere Blöcke mit nicht mehr als 20 bis 30 Modellen herauszubilden.

Schrifttum

1. MOLNÁR, L.: Ausgleichung photogrammetrischer Netze.* Geodézia és Kartográfia, 1969. S. 126—137
2. MOLNÁR, L.: Ergebnisse in der photogrammetrischen Blockausgleichung* MÉM, OFTH—FÖMI Tudományos Közlemények I. I. Budapest, 1972. p. 1—70
3. GEBRY, J.: Eine numerische Methode zur Fehlerverteilung der Aerotriangulation.* Geodézia és Kartográfia, 1967. S. 125—134
4. GEBRY, J.: Iteratives Kammlinienverfahren zur Blockfehlerverteilung.* Photogrammetrische Konferenz 1973. Budapest
5. FINTA, A.: Herstellung von Höhenkarten der inneren Stadtgebiete unter Anwendung der Karten im Maßstab 1:10 000.* Diplomarbeit, 1974. (Manuskript)
6. LICHTERINK, G. H.: Aerial Triangulation by Independent Models, Co-ordinates of the Perspective Centre and Their Accuracy. Photogrammetria, Amsterdam, 1970. (26/1), S. 5—16
7. WOOD, R.: A Rational Computation of the Co-ordinates of the Perspective Centre. Photogrammetria, Amsterdam, 1972. (28/5), S. 173—177.
8. WALDEHÄUSL, P.: Funktionale Modelle der Streifen- und Streifenblockausgleichungen mit einfachen und Spline-Polynomen für beliebiges Gelände. Sonderheft N^o 26. der Österr. Zeitschr. f. Verm. und Photogrammetrie, Wien, 1973. S. 1—106
9. JORDAN—EGGERT—KNEISSL: Handbuch der Vermessungskunde, Bd. IIIa/3: RINNER, K.—BURKHARDT, R.: Photogrammetria, Stuttgart, 1972. S. 1712

* In ungarischer Sprache.

Prof. Dr. Lajos HOMORÓDI, Direktor, H-1521 Budapest