## EINSATZ DES KLEINENTZERRUNGSGERÄTES FÜR INDUSTRIELLE AUFGABEN

Von

G. LÁNG

Lehrstuhl für Photogrammetrie, Geodätisches Institut, TU Budapest

(Eingegangen am 20. Oktober 1974) Vorgelegt von Prof. Dr. L. HOMORÓDI

Bei Vermessungen von Baudenkmälern, Rekonstruktion von Industriebauten werden neuerdings neben Fassadenzeichnungen für die Veranschaulichung der Fassaden auch photographische Darstellungen gefordert.

Lineare Fassadenzeichnungen können einerseits durch geodätische Vermessung und Kartierung, anderseits durch Auswertung terrestrischer Meßbildpaare durchgeführt werden. Auf die Erörterung der Methoden wird hier nicht näher eingegangen, da sie sowohl in der ungarischen als auch in der ausländischen Fachliteratur ausführlich behandelt werden.

Die Fassaden werden womöglich mit Hilfe eines Phototheodolits aufgenommen, wobei die Parallelität der Bildebene zu der Objekt-Hauptebene angestrebt wird, da in diesem Falle Objekt und Bild geometrisch ähnlich sind, bei der weiteren Verarbeitung also statt Entzerrung nur vergrößert werden muß. Infolge von Bebauung und Bewachsung kommt es oft vor, daß die Phototheodolitaufnahme unvollständig ist, einzelne Teile verdeckt sind oder die Gebäudehöhe, die Enge der Umgebung keine Anwendung eines Phototheodolits gestatten. In solchen Fällen werden die Lücken unter Anwendung einer Kleinbildkamera ausgefüllt. Auch dann leistet eine Amateurkamera gute Dienste, wenn die Fassadenzeichnung aus geodätischen Messungen konstruiert werden soll, da ja alle kleinsten Details nicht eingemessen werden können; wird hingegen eine maßgenaue Vergrößerung gegeben, können aus dieser die gewünschte Einzelheiten einfach übertragen werden.

Diese Handaufnahmen sind jedoch von allgemeiner Lage, und können mit Hilfe eines Kleinentzerrungsgeräts entzerrt werden. Da das Kleinentzerrungsgerät nur für die Entzerrung von Aufnahmen mit annähernd vertikaler Achse vorgesehen ist, läßt es sich in Ermangelung einer Schnittliniensteuerung nur unter bestimmten Bedingungen einsetzen. Im weiteren wird die konstruktive Lösung des Geräts aus projektiv geometrischer und optischer Sicht beschrieben und unter deren Berücksichtigung das Aufnahmeobjektiv mit der zweckmäßigsten Brennweite sowie die Aufnahmebedingungen behandelt.

Bei der Beschreibung des Geräts sollen zuerst die wichtigsten technischen Daten angeführt, sodann soll geprüft werden, inwiefern es die an die

144 LANG

Entzerrung gestellten projektiv-geometrischen und optischen Forderungen befriedigt.

Die technischen Daten des Geräts: Brennweite des Objektivs 19,5 mm; seine feste Blende 1:10, Bildmaßstab  $4\times 4$  cm. Der Bildträger kann um zwei aufeinander senkrechte Achsen um  $\pm$  9° geneigt, in der eigenen Ebene gedreht und in Richtung der beiden Achsen um  $\pm$  2 mm verschoben werden. Die Vergrößerung läßt sich zwischen 5facher und 25facher, bezogen auf den Bildmaßstab  $4\times 4$  cm, ändern. Der Aufbau des Kleinentzerrungsgeräts ist insofern jenem der Großgeräte ähnlich, daß die vertikale optische Achse die Hauptrichtung ist.

Betrachten wir, wie dieses Gerät den projektiv geometrischen Anforderungen gerecht wird.

Bei der Entzerrung wird mit einem Grundblatt gearbeitet, auf dem die mit in einem beliebigen Maßstab der Kontur des Objekts oder mit vier kennzeichnenden Koordinaten angegebenen Punkte kartiert wurden. Die Kammerkonstante ist nie gleich der Kammerkonstante der Aufnahmekammer. Zwischen Photoaufnahme, Grundblatt und Objekt muß auf den Nadirpunkt, als gemeinsamen Ursprung der Koordinatensysteme bezogen, die projektiv geometrische Grundgleichung erfüllt sein:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ -Z_0 \end{bmatrix} = M \cdot D \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ -c_f \end{bmatrix} = \overline{D} \cdot \lambda \begin{bmatrix} \overline{x} \\ \overline{y} \\ -c_a \end{bmatrix}$$
 (1)

wo X, Y die Koordinaten des Punktes auf dem Gelände, x, y Koordinaten im Bild sind. Da es sich um eine Fläche handelt, bedeuten  $Z_0$  die Aufnahmehöhe (-entfernung),  $c_f$  die Kammerkonstante der Aufnahmekammer und  $c_a$  den Bildabstand im Entzerrungsgerät in Abhängigkeit von der Vergrößerung;  $\lambda$  und M sind Maßstabverhältniszahlen, D und  $\overline{D}$  die Drehmatrizen.

1. Betrachten wir zuerst, welcher Zusammenhang zwischen der Beziehung auf der rechten Seite der Gleichung und der konstruktiven Lösung des Geräts besteht.

Der Einfachheit halber sei angenommen, daß das Bildkoordinatensystem gegenüber dem Koordinatensystem auf dem Gelände nur um  $\varphi$  verdreht ist und die Hauptprojektionsebene in X-Achsenrichtung liegt. Dann sind  $\omega = \varkappa = 0$  und der Drehungsrichtung entsprechend  $\varphi = +\nu$ , wo  $\nu$  dem Neigungswinkel der Kammer entspricht.

Das zu entzerrende Bild in den Bildträger des Entzerrungsgeräts eingesetzt, kann die projektive Beziehung hergestellt werden, es muß nur das Strahlenbündel der Brennweite des Objektivs im Entzerrungsgerät entsprechend ausgedehnt oder zusammengedrückt, d. h. ein affines Strahlenbündel erzeugt werden. Die Glieder der Drehmatrix  $\overline{D}$  nehmen also ähnlich wie die

auf den Aufnahmezustand bezügliche Matrix D die Form

$$\overline{D} = \begin{pmatrix} \cos v' & 0 & +\sin v' \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin v' & 0 & \cos v' \end{pmatrix}$$
 (2)

an.

In Abb. 1 sind einerseits die Aufnahmelage, anderseits die im Entzerrungsgerät in eine mit nunmehr gemeinsamen Ursprung veränderte Bildlage und die Entzerrungsebene dargestellt. Es ist zu erkennen, daß den Gesetzmäßigkeiten der affinen Projektion entsprechend die Bildebene derart verschoben werden muß, daß auch die Hauptvertikale des Entzerrungsgeräts durch den Bildnadirpunkt durchgeht. Da  $\omega=0$  ist, müssen durch Verschiebung der Bildebene nur die x-Koordinaten so verändert werden, daß  $\overline{x} = x - e$  gilt, während  $\overline{y} = y$  ist und anstelle von  $c_f$  der Wert  $c_a$  tritt.

Die entwickelten Formen der Gleichungen lauten:

$$X = -Z_0 \frac{(x - e)\cos \nu' - c_a \sin \nu'}{-(x - e)\sin \nu' + c_a \cos \nu'}$$
(3a)

$$Y = -Z_0 \frac{y}{-(x-e)\sin y' + c_a \cos y'}. \tag{3b}$$

Der Quotient Y|y ist nichts anderes als die Vergrößerung n und, da die Koordinatenrichtung y gleichzeitig auf die Hauptprojektionsebene senk-

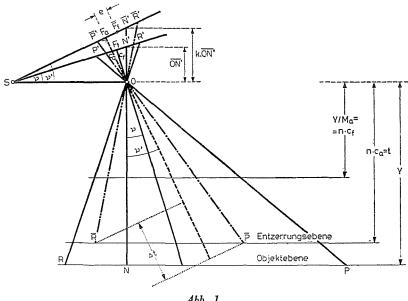


Abb. 1

146 LANG

recht steht, ist sie für jeden Punkt mit gleicher y-Koordinate ein konstanter Wert. Wird  $c_a$  ausgeklammert und der Umstand berücksichtigt, daß die Vergrößerung gleichzeitig auch

$$n = t/c_a$$

wo t die Projektionsentfernung bedeutet, dann läßt sich die Gleichung in der Form schreiben:

$$+\frac{c_a}{\sin v'} \frac{1}{(-x+e)+c_a \cot v'} = 1.$$

Die Gleichung nach e aufgeslöst, läßt sich berechnen, in welchem Grade die ursprüngliche Bildebene verschoben werden muß, damit die projektiven Bedingungen restlos erfüllt seien:

$$s = x + \frac{c_a (1 - \cos \nu')}{\sin \nu'}. \tag{4}$$

Wird der Verschiebungsgrad im Hauptpunkt geprüft, wo x=0; anstelle von v' der maximale Neigungswinkel des Geräts  $\pm 9^{\circ}$  und anstelle von  $c_a$  die Bildweite des Objektivs, 19,5 mm eingesetzt werden, ergeben sich bei n=5facher bzw. 25facher Vergrößerung

$$e = 1.84$$
 bzw. 1.60 mm,

d. h. der Verschiebungsgrad ist auf dem Gerät mit der möglichen Neigung im Einklang und ermöglicht die Befriedigung der beiden Anforderungen der projektiven Geometrie.

Die dritte Anforderung der projektiven Geometrie, nämlich in allen Punkten bei der Aufnahme und bei der Entzerrung das gleiche Vergrößerungsverhältnis zu gewährleisten, läßt sich mit diesem Gerät ohne Schnittliniensteuerung nicht erfüllen. In Ermangelung der Schnittliniensteuerung schneiden die Objektivebene und die Bildebene in zueinander parallelen Geraden die Objektebene (das Grundblatt), der Fußpunkt des Fluchtpunkts liegt also von der Objektivebene nicht in Brennweite, sondern im Bildweite  $c_a$ . Da am Gerät die Bildweite verändert werden kann, ist für den Hauptstrahl die Grundgleichung der Optik gelöst und damit gilt für den Hauptstrahl auch die Gleichheit des Vergrößerungsverhältnisses. Für die anderen Bildpunkte gilt jedoch die Gleichheit des Vergrößerungsverhältnisses nicht, ein Umstand, durch den über einer gewissen Grenze die Genauigkeit beeinträchtigt wird.

2. Auch die Tiefenschärfe des Objektivs hat jedoch ihre Grenzen. Prüfen wir unter Anwendung der Formel der Tiefenschärfe, welchen Tiefenschärfe-

bereich man bei den beiden Randwerten der Vergrößerung erhält, ob also die Ungleichheit des Vergrößerungsverhältnisses zwischen gewissen Grenzen vernachlässigt werden darf.

Wählt man auf der Projektionsebene für eine Blende B=10 den Zerstreuungskreisdurchmesser d gleich 0,25 mm (was bei n=5 in der Bildebene 0,05 mm und bei n=25 0,01 mm entspricht), und berechnet man die kleinere Projektionsentfernung  $t_e$  bzw. die größere Projektionsentfernung  $t_h$  aus dem Zusammenhang

$$t_{e,h} = \frac{t \cdot f^2}{f^2 \pm (t - f) B \cdot d} \tag{5}$$

wo f die Brennweite des Entzerrungsgeräts ist und das positive Vorzeichen bei der Berechnung von  $t_e$ , das negative bei der Berechnung von  $t_h$  benutzt werden,

$$\Delta t = t_h - t_e$$

so erhält man für die Tiefenschärfe (Abb. 1) bei n=5 Vergrößerung 30,5 mm, bei n=25 Vergrößerung 132,2 mm.

Unter Berücksichtigung der Maximalneigung von  $\pm 9^{\circ}$ , erhält man aus [2]

$$\Delta t = 2 f (1 + n) \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \nu' - \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \nu'}$$
 (6)

wo

$$\operatorname{ctg}\beta = \frac{c_a}{a}$$

da infolge der quadratischen Form des Bildträgers des Geräts x = y = a = 20 mm.

Damit erhält man

für 
$$n=5$$
  $\beta \sim 40.5^{\circ}$ ; für  $n=25$   $\beta \sim 44.6^{\circ}$ 

und so ergeben sich für t die Werte

$$\Delta t = 32.3 \text{ mm}$$
 bzw.  $\Delta t = 172.5 \text{ mm}$ .

Das heißt, daß der Tiefenschärfebereich des Objektivs und der mögliche Neigungswinkel aus der Sicht des Zerstreuungskreisdurchmessers, der 0,05 mm nicht überschreitet, nur in dem kleineren Vergrößerungsbereich in Einklang ist.

Aus den vorigen Ausführungen läßt sich feststellen, daß -- von größeren Vergrößerungswerten (über 15fache Vergrößerungen) abgesehen -- die konstruktive Lösung des Geräts eine Entzerrung befriedigender Güte ermöglicht.

3. Nun soll geprüft werden, was für Aufnahmebedingungen zu gewährleisten sind, um die erhaltenen Negative in diesem Gerät zu entzerren, d. h. mit welchem Aufnahmewinkel  $\nu$  für einen Wert  $\nu'=9^\circ$  in Abhängigkeit vom Objektiv die Aufnahmen gemacht werden müssen bzw. können. Die Gesetzmäßigkeiten der affinen Projektion vor Augen haltend, wo

$$\frac{c_a}{\sin v'} = \frac{c_f}{\sin v}$$

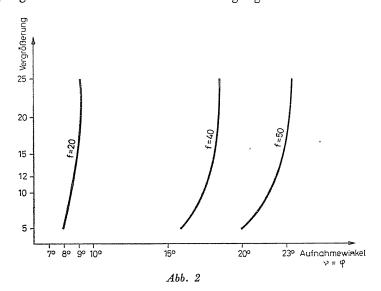
(was auch von der Abb. 1 abgelesen werden kann), kann bei entsprechendem Umstellen der Gl. (4) errechnet werden, welcher der maximale Aufnahmewinkel  $\nu$  sei, bei dem sich noch die Entzerrung durchführen läßt.

$$e_{\max} = x + \frac{c_f}{\sin \nu} = \frac{c_a}{\operatorname{tg} \nu'}$$

und daraus ergibt sich an der Stelle x = 0:

$$\sin \nu_{\text{max}} = \frac{c_f \cdot \operatorname{tg} \nu'}{c_a + e_{\text{max}} \operatorname{tg} \nu'} . \tag{7}$$

Die für die zu den Kleinbildkammern am häufigsten benutzten drei Objektive (f=20, 40 und 50) erhaltenen Werte sind in Abb. 2 dargestellt, wo abzulesen ist, daß je größer der Bildwinkel des Objektivs ist, umso mehr sich auch der Aufnahmewinkel dem Wert  $v=9^{\circ}$  nähern muß, d. h. umso gebundener, schwieriger gestalten sich die Aufnahmebedingungen.



4. Unter 1 wurde bereits die Schwierigkeit erörtert, daß sich mangels Schnittliniensteuerung das punktweise Vergrößerungsverhältnis verändert, d. h. die Gleichheit der durch die beiden Punkte projizierten Entfernung mit dem nach dem Vergrößerungsverhältnis angegebenen Wert durch das affine Strahlenbündel nicht gewährleistet wird. Innerhalb einer gewissen Vergrößerung und eines gewissen Neigungswinkels darf jedoch davon abgesehen werden. Untersuchen wir, zwischen welchen Grenzen unter den gegebenen Aufnahmebedingungen und in Anbetracht der Neigungs- und Vergrößerungsmöglichkeiten des Geräts Entzerrungen durchgeführt werden können. Es wird hierfür die Gl. (3a) herangezogen, mit derselben Bindung, daß  $\varphi = \nu$  bzw.  $\varphi' = \nu'$  und y = 0. Zwischen dem Aufnahmewinkel  $\nu$  und dem Neigungswinkel  $\nu'$  des Bildträgers besteht der affinen Projektion gemäß der Zusammenhang

$$c_a = k \cdot c_f \frac{\cos \nu'}{\cos \nu} .$$

Da der Quotient aus v und v' annähernd gleich 1 ist, darf die Näherung angeschrieben werden:

$$c_a = k \cdot c_f$$
.

Die geprüften beiden Punkte werden so gewählt, daß  $x_1 = -x_2$ , dann gilt:

$$x_1 - x_2 = 2x$$
 und  $x_1 x_2 = -x^2$ .

Nach dem Gesetz der projektiven Geometrie bzw. unter Berücksichtigung der scharfen Abbildung erhält man die folgenden zwei Gleichungen

$$X_{1} - X_{2} = \Delta X = n c_{f} \frac{c_{f} \cos 2 v 2 x}{-x^{2} + \cos^{2} v (c_{f}^{2} + x^{2})}$$

$$X_{1a} - X_{2a} = \Delta X_{a} = n c_{a} \frac{c_{a} 2x (\cos^{2} v - k^{2} \sin^{2} v)}{-x^{2} + \cos^{2} v (x^{2} + c_{a}^{2}) - ke \sin v (2c_{a} \cos v - e \sin v)}$$
(8)

wo  $X_{1a}-X_{2a}$  die Koordinatendifferenzen der bei der Abbildung projizierten beiden Punkte bedeuten.

Die Differenz der beiden Gleichungen ergibt die Abweichung

$$\vartheta = \varDelta X - \varDelta X_a$$

die infolge der affinen Projektion als Entzerrungsfehler in Erscheinung tritt.

Der Merkwürdigkeit halber wurden für ein Objektiv mit der Brenn-

weite f = 40 mm und für den Wert  $v_{\text{max}}$  in Abb. 2 die Abweichungen der

150 LANG

verschiedenen Vergrößerungen berechnet:

$$n = 5$$
 10 15 20 25  
 $d = -0.10 \text{ mm}$   $-0.17 \text{ mm}$   $-0.34 \text{ mm}$   $-0.51 \text{ mm}$   $-0.69 \text{ mm}$ 

Man kommt zu einem ähnlichen Ergebnis unter Anwendung der Näherungsgleichung (2,33) in [3].

Aus dem Beispiel kann der Schluß gezogen werden, daß mit einem 40 mm-Objektiv bis zu einer etwa 15fachen Vergrößerung gearbeitet werden kann, wenn man innerhalb der angenommenen Fehlergrenze verbleiben will. Mit größerem Bildwinkel verbessert sich selbstverständlich dieser Wert.

Daher soll nun untersucht werden, welches Objektiv unter Berücksichtigung sämtlicher Gesichtspunkte am zweckmäßigsten benutzt wird.

Vor jeder photogrammetrischen Aufnahme und Auswertung wird das dem Zweck entsprechende Aufnahmegerät ausgewählt. Für die Auswertung mit dem Kleinentzerrungsgerät werden folgende Belange berücksichtigt:

a) Bildformat

- b) Maßstab der herzustellenden Zeichnung (Karte)
- c) die mögliche Aufnahmeentfernung
- d) die Gliederung des Objekts
- e) Qualität (Größe der Abbildungsfehler) und Bildwinkel des Objektivs.

Die einzelnen Gesichtspunkte können nicht getrennt geprüft werden, da sie sich gegenseitig beeinflussen. Eine Ausnahme bildet das Bildformat unter a), da von den üblichen zwei Bildformaten ( $60 \times 60$  mm oder  $24 \times 36$  mm) nur das kleinere ( $24 \times 36$  mm) in den Bildträger des Entzerrungsgeräts eingelegt werden kann.

Zu b). Bei verschiedenen baulichen und industriellen Aufgaben wird in der Regel ein Maßstab zwischen 1:10 und 1:100 gefordert. 1:10 und 1:20 beziehen sich auf die Kartierung kleinerer Einzelheiten. Fassadenzeichnungen werden im Maßstab 1:50 oder 1:100 gewünscht. Damit kann lediglich aus der Sicht des Maßstabs nicht entschieden werden, welche von den drei am häufigsten benutzten Objektivarten (f=20,40 und 50 mm) eingesetzt werden soll; es spielen auch die Belange unter c), d) und sogar e) mit.

Aufgrund der vorigen Ausführungen darf als allgemeine Regel angenommen werden, daß keine Vergrößerung über der 10 bis 15fachen gewählt werden soll. Teils ist auch das Auflösungsvermögen der Amateurfilme nicht besser als 0,02 mm, was bei einer größeren Vergrößerung die Bildgüte beeinträchtigt, anderseits weil bei der affinen Projektion über einer 15fachen Vergrößerung die Fehler 0,4 mm überschreiten (s. Punkt 4).

Betrachtet man nun aus der Sicht der Vergrößerung und der Entzerrungsgüte die 15fache Vergrößerung als Maximum, können die Bildmaßstäbe nicht über 1:150, 1:300, 1:750, 1:1,500 sein.

Zu c). Anhand der genannten Bildmaßstäbe ergeben sich die in Tabelle 1 zusammengestellten Aufnahmeentfernungen.

Aus den Entfernungen läßt sich feststellen, daß unter mittelmäßigen Aufnahmegegebenheiten ein Objektiv mit mittlerem Bildwinkel vorteilhafter ist und ein Objektiv mit großem Bildwinkel nur unter besonders ungünstigen Bedingungen eingesetzt werden sollte.

Zu d). Wie bekannt, wird die Güte der einbildphotogrammetrischen Auswertung durch die räumliche Gliederung des Objekts stark beeinflußt. Hier soll jedoch nicht auf die radiale Bildverschiebung infolge von Tiefenunterschieden eingegangen, sondern vielmehr aus photographischer Sicht unterstrichen werden, daß wegen des Tiefenunterschieds auf den Aufnahmen einzelne Teile verdeckt sein werden. Diese Lage wird dadurch noch verschlechtert, daß bei von Hand gemachten Aufnahmen die Parallelität von Objektebene und Bildebene nicht gewährleistet werden kann. Weicht die Aufnahmeachse von der Senkrechten auf die Objektebene um einen Winkel  $\varphi$  ab, ändert sich die Überdeckung in Richtung der X-Achse nach der Formel

$$dX = \Delta h \operatorname{tg} (\beta + \varphi)$$

wo 
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{r}{c_f}$$

h der Tiefenunterschied und

r die Radialentfernung zwischen dem Bildnadirpunkt und dem Bildpunkt sind.

In die Formel eingesetzt, läßt sich feststellen, daß

eine Überdeckung von 0,5 m am Bildrand erreicht wird, was schon zu Lasten des Bildinhalts geht.

Zu e). Bei dem heutigen Stand der Gerätetechnik ist von den Darstellungfehlern die Verzeichnung der wichtigste. Nach den gegenwärtigen Erkenntnissen darf ausgesagt werden, daß die Größe der Verzeichnung dem Bildwinkel verhältnisgleich ist.

Die Verzeichnung der photographischen Objektive ist im allgemeinen von Hundertelmillimeter Größenordnung, mit anderen Fehlern zusammen (z. B. Filmplanlage) kann sie jedoch oft auch 0,1 mm erreichen.

Unter Berücksichtigung der angeführten Gesichtspunkte und der Entzerrung darf schließlich festgestellt werden, daß die Aufnahmen mit einem

Objektiv mit mittlerem Bildwinkel (50°) (f = 40 mm) den Aufnahmen mit anderen Objektiven gegenüber mehrere Vorteile haben: die Verzeichnung ist geringer, die Überdeckung im Bildinhalt kleiner, das Verhältnis der größeren Brennweite zu der durchschnittlichen Aufnahmeentfernung, d. h.

Tabelle I

Y (in m)			
1:150	1:300	1:750	1:1500
3,0	6,0	15,0	30,0
6,0	12,0	30,0	60,0
7,5	15,0	37,5	75,0
	3,0 6,0	3,0 6,0 6,0 12,0	3,0 6,0 15,0 6,0 12,0 30,0

der Maßstab größer, was eine vorteilhaftere Vergrößerung ermöglicht. Infolge der längeren Brennweite kann bei der Entzerrung mit einem größeren Aufnahmeneigungswinkel v gearbeitet werden; der kleinere Vergrößerungswert ergibt eine geringere affine Verzerrung und auch der Tiefenschärfebereich kann sich vermindern, ein Umstand, der die Bildgüte stark beeinflußt.

## Zusammenfassung

Im Beitrag wird der Einsatz des Kleinentzerrungsgeräts für Aufnahmen mit Kleinbildkammer behandelt.

Im ersten Teil werden Funktion und Bewegungsmöglichkeiten des Geräts auf projektiv-

geometrischer und optischer Grundlage behandelt.

Der zweite Teil beschäftigt sich mit der Wahl des photographischen Objektivs unter Berücksichtigung der einbildphotogrammetrischen Auswertung und der Gegebenheiten des Kleinentzerrungsgeräts. Schließlich wird festgestellt, daß die Öbjektive mit mittlerem Bildwinkel (etwa 50°) die zweckentsprechendsten sind.

## Schrifttum

1. HANKE, P.: Die Anwendung von Entzerrungsverfahren bei der Herstellung von Fassadenplänen. (Kompendium Photogrammetrie VII. Jena, 1966)

2. Hubeny, K.: Das Kleinentzerrungsgerät. Bildmessung und Luftbildwesen, H. 2, 1961 3. Buchholtz-Rüger: Photogrammetrie. Berlin, 1973

H-1521 Budapest Oberassistentin Dr. Gertrud Láng,