

# OPTIMIERUNG MITTIG UND AUSSERMITTIG GEDRÜCKTER DÜNNWANDIGER STÄBE AUS BAUSTAHL\*

Von

S. NAGY

Lehrstuhl für Stahlkonstruktionen, TU Budapest

Eingegangen am 5. Oktober 1974  
Vorgelegt von Prof. Dr. O. HALÁSZ

## 1. Stabilitätsprobleme von gedrückten dünnwandigen Stäben

Für Stahlleichtbaukonstruktionen, deren wichtige Bestandteile dünnwandige Stäbe sind, gelten im allgemeinen die Vorschriften des klassischen Stahlbaues nur in beschränktem Maße.

Die Dickenverminderung der Konstruktionselemente erfordert eine genauere Untersuchung des Tragverhaltens derartiger Konstruktionen.

Bei der Behandlung der Stabilitätsprobleme von gedrückten Stäben mit warmgewalzten Profilen ist im allgemeinen — wenn zunächst von der Beulung dünnwandiger Querschnittsteile abgesehen wird — die Berücksichtigung der einfachen Biegeknickung ausreichend. Demgegenüber ist insbesondere bei gedrückten Stäben kürzerer Abmessungen mit dünnwandigen, einfachsymmetrischen offenen Profilen die Biegedrillknickung eine charakteristische Form des Versagens. Die Instabilität bei Biegedrill- bzw. Drillknickung wurde erstmalig von WAGNER und später von KAPPUS aufgezeigt. Das allgemeine Stabilitätsproblem des mittig gedrückten Stabes mit einfachsymmetrischem offenem dünnwandigem Querschnitt wurde von KLÖPPEL behandelt. Von der Arbeit Klöppeles ausgehend wird der Schlankheitsgrad  $\lambda_{vi}$

$$\lambda_{vi} = \frac{\beta_s}{i_y} \sqrt{\frac{c^2 + i_M^2}{2c^2} \left\{ 1 + \sqrt{1 - \frac{4c^2 [i_p^2 + 0,093 (\beta^2/\beta_0^2 - 1) \gamma_M^2]}{(c^2 + i_M^2)^2}} \right\}} \quad (1)$$

in Abhängigkeit von den Einflußgrößen entwickelt:

$$\lambda_{vi} = f(s, b, h, t, \beta, \beta_0). \quad (2)$$

In diesen und in den folgenden Gleichungen bedeuten:

- $s$  = Stablänge,
- $b$  = Flanscbreite,
- $h$  = Steghöhe,
- $t$  = Flansch- bzw. Stegdicke,
- $\beta$  = Einspannungswert für Biegung,
- $\beta_0$  = Einspannungswert für Verwölbung.

Diese Parameter zu den Verhältniswerten

$$\alpha = \frac{b}{h}; \quad \kappa = \frac{\beta_{ts}}{h^2}; \quad \psi = \frac{\beta}{\beta_0} \quad (3)$$

zusammengefaßt, erhält man:

$$m = \frac{\lambda_{vi}}{\lambda_y} = f(\alpha, \kappa, \psi). \quad (4)$$

Es ist dabei möglich, in ein Koordinatensystem mit den Achsen  $\alpha$  und  $\frac{\lambda_{vi}}{\lambda_y}$  Kurvenscharen mit jeweils gleich großen  $\kappa$ -Werten einzutragen.

Dieser Darstellung kann man für vorgegebene Werte  $\alpha$  und  $\kappa$  das Verhältnis  $\frac{\lambda_{vi}}{\lambda_y}$  entnehmen, woraus sich  $\lambda_{vi}$  unmittelbar berechnen läßt.

Wie SCHLECHTE bemerkt, hat diese graphische Auswertung den Nachteil, daß darauf nicht geschlossen werden kann, ob der gewählte Wert  $\alpha$  oder die gewählte Blechstärke  $t$  günstig seien. Schlechte wählte daher die Parameter anders und erhielt damit für die Querschnitte Kurvenscharen, aus denen sich nicht nur der ideelle Schlankheitsgrad  $\lambda_{vi}$  ablesen läßt, sondern auch der Einfluß einer Querschnittsgrößenänderung auf die Tragfähigkeit des Stabes erkennbar ist.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist, die Untersuchungen nach Klöppel sowie Schlechte durch Berücksichtigung des Einflusses der Beulung wie auch insbesondere des außenmittigen Lastangriffes und des Erreichens der Plastizitätsgrenze bei Biegedrillknickung für die in der Stahlbaupraxis üblichen Profile auszuweiten, wobei jedoch auf eine exaktere Erfassung faltwerkartiger Konstruktionen verzichtet werden soll.

Für die Untersuchung wurden 13, in der Bauindustrie häufiger benutzte Profile ausgewählt (Abb. 1).

Für die dimensionslosen eingeführten Parameter  $\varepsilon$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$  und  $\gamma$  wurden praxisorientierte Werte stufenweise aufgenommen. Damit sind alle für die Stabilitätsuntersuchungen nötigen Querschnittswerte von 4 dimensionslosen Kenngrößen und dem Absolutwert der Steghöhe  $h$  abhängig.

## 2. Biegedrillknickung im elastischen Bereich

Die Formel  $m = \frac{\lambda_{vi}}{\lambda_y}$  — das Verhältnis des ideellen Vergleichsgrades für die Biegedrillknickung zu dem Vergleichsgrad für die einfache Knickung des außermittig gedrückten Stabes — ist unter Einführung der Hilfwerte  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_4$ ,  $c_5$ , der Verhältnisse  $\beta/\beta_0$  und  $s/s_0$  und der Variablen  $V$  aufzustellen.

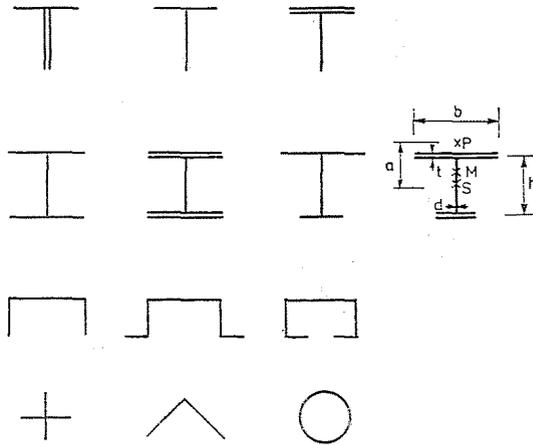


Abb. 1

$$m = f(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, \beta/\beta_0, s/s_0, V) \quad (5)$$

$$V = \frac{(\beta_s)^2 d^3}{F^2}; \quad 1 \leq \frac{\beta}{\beta_0} \leq 2 \rightarrow \frac{\beta}{\beta_0} = 1; \quad \frac{s}{s_0} = 1.$$

Die ausführlichen Ergebnisse wurden andernorts tabellarisch zusammengefaßt. Im Falle des mittig gedrückten Stabes sind  $c_4 = c_5 = 0$ .

Um die Schlankheitsgrade für die Biegeknickung sowie die Biegedrillknickung in der Nähe des elastischen Bereichs in einem Schaubild auftragen zu können, empfiehlt sich die Einführung der Variablen  $U$ ,  $U_{kx}$ ,  $U_{ky}$  und  $U_{BD}$ .

$$U_{BD} = V_m k_y = \lambda_{vi} \frac{d^2}{F}$$

$$U_{k_y} = V k_y = \lambda_y \frac{d^2}{F}$$

$$U_{k_x} = V k_x = \lambda_x \frac{d^2}{F}$$

$$V = \frac{(\beta_s)^2 d^3}{F^2}.$$

(6)

Bei Vorgabe der Parameter  $\varepsilon$  und  $\gamma$  kann der optimale Wert für  $\alpha$  bzw.  $\delta$  der graphischen Darstellung entnommen werden. Es ist offensichtlich, daß die  $U$ -Werte der Wurzel der Knicklast umgekehrt proportional sind (Abb. 2).

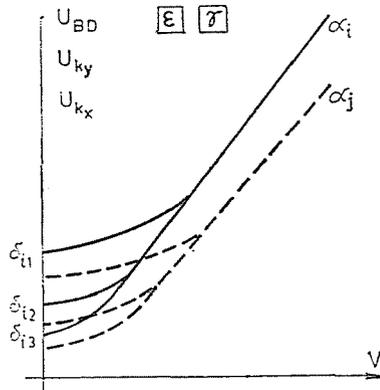


Abb. 2

### 3. Biegedrillknickung im plastischen Bereich

Im plastischen Bereich ist  $T < E$  und damit

$$\sigma_K = \frac{\pi^2 T}{\lambda^2} < \sigma_{Ki} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}.$$

Nach der TGL ergibt sich das Verhältnis  $\sigma_{Ki}/\sigma_K$  aus:

$$\frac{\sigma_{Ki}}{\sigma_K} = \left[ 0,5 + \frac{0,5(\sigma_F - \sigma_P)}{\sqrt{(\sigma_F - \sigma_P)^2 - (\sigma_K - \sigma_P)^2}} \right]^2. \quad (7)$$

Wird der endgültige Wert  $\lambda_{vip} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_K}}$  bzw. der Ausdruck  $U_{BDp} = \lambda_{vip} \frac{d^2}{F}$ , die Variable für kritische Biegedrillknickkraft im plastischen Bereich, eingeführt, um diesen Fall des Versagens mit den vorigen in einem gemeinsamen Diagramm darstellen zu können, so gilt:

$$U_{BDp} = U_{BD} \left[ 0,5 + \frac{0,1 \sigma_F}{\sqrt{(0,2 \sigma_F)^2 - \left( \frac{\pi^2 E}{U_{BDp}^2} \frac{1}{v^2 \delta^2} - 0,8 \sigma_F \right)^2}} \right]. \quad (8)$$

Diese Gleichung hat den Nachteil, daß sie  $U_{BDp}$  in impliziter Form enthält.

Zunächst wird daher  $U_{BD}$  explizit ermittelt und der Zusammenhang zwischen  $U_{BD}$  und  $U_{BDp}$  innerhalb der Schranken

$$\sigma_F > \frac{\pi^2 E}{U_{BDp}^2} \frac{1}{v^2 \delta^2} > 0,8 \sigma_F \quad (9)$$

aufgezeigt.

## 4. Biegung infolge außermittiger Druckkraft

Als zweiter Fall des Versagens wird die Biegung infolge außermittiger Druckkraft betrachtet. Beim planmäßig außermittig gedrückten Stab liegt ein Spannungsproblem nach der Theorie II. Ordnung vor (Abb. 3):

$$M^{\text{II}} = P(a + v_m); \text{ wo } v_m = a \left[ \frac{1}{\cos \frac{\kappa_s}{2}} - 1 \right]; \text{ wo } \kappa = \sqrt{\frac{P}{EI_x}}. \quad (10)$$

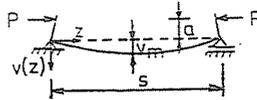


Abb. 3

Die Fließlast  $P_F$  erzeugt an je einer Stelle der oberen bzw. unteren Randfaser gerade die Fließspannung:

$$\begin{array}{l} \text{obere} \\ \text{für} \quad \text{Randfaser} \end{array} \quad -\sigma_F = -P_F \left( \frac{1}{F} + \frac{ae}{J_x \cos \frac{\kappa s}{2}} \right) \quad (11a)$$

$$\text{untere} \quad -\sigma_F = -P_F \left( -\frac{1}{F} + \frac{a(h-e)}{J_x \cos \frac{\kappa s}{2}} \right). \quad (11b)$$

Wie aus der Abb. 4 ersichtlich, ist bei  $\sigma_B \leq \sigma_F$  für die obere Randfaser immer die Beulspannung maßgebend, daher ist nur Gl. (11b) zu berücksichtigen. Das aus der oberen Randfaser ausgehende Versagen wird bei der Beulung behandelt.

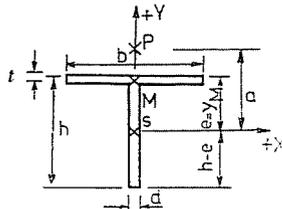


Abb. 4

Eine geschlossene Auflösung nach  $P_F$  ist nicht möglich:

$$\sigma_F = P_F \left( -\frac{1}{F} + \frac{a(h-e)}{J_x \cos \sqrt{\frac{P_F}{EJ_x} \frac{s}{2}}} \right) \quad (12)$$

Werden, um  $\lambda_A = \sqrt{\frac{\pi^2 EF}{P_F}}$  als Definition bzw. dieses Versagen einheitlich darstellen zu können, die Variablen  $U_A = \frac{d^2}{F}$  und  $V$  eingeführt, erhält man  $V$  in expliziter Form (13):

$$V = U_A \frac{2}{\pi k_x} \arccos \left[ \frac{\gamma k_x^2 H'}{\nu^2 \left[ \frac{\sigma_F}{E} \frac{1}{\pi^2} \nu^2 \delta^2 U_A^2 + 1 \right]} \right]; \quad \text{wo } H' = \frac{h-e}{h} \quad (13)$$

Ein Anfangswert der Unbekannten  $U_{AO}$  aus der Schranke lautet:

$$\frac{\gamma k_x^2 H'}{\nu^2 \left[ \frac{\sigma_F}{E} \frac{1}{\pi^2} \nu^2 \delta^2 U_A^2 + 1 \right]} \leq 1 \quad (14)$$

woraus  $U_{AO}$  errechnet werden kann.

Schrittweise lassen sich dann weitere Werte für  $U_A$  ermitteln, aus denen die  $V$ -Werte errechenbar sind.

## 5. Beulung

Im dritten Fall des Versagens, nämlich durch Beulung, wird der mittig gedrückte Stab die untere Grenztragfähigkeit dann erreichen, wenn die Druckspannung gleich der Beulspannung  $\sigma_x = \sigma_B$  ist. Dabei ist im praktischen Gültigkeitsbereich die Beulspannung von der Stablänge unabhängig.

Die für die Beulung typischen Werte  $U_B$  ergeben in den Diagrammen nach

$$U_B = \lambda_B \frac{d^2}{F} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{vk}}} \frac{1}{\nu \delta}; \quad \dots \quad (15)$$

$$\lambda_B = \sqrt{\frac{\pi^2 EF}{P_B}} \quad (\text{Definition})$$

zur  $V$ -Achse parallele Geraden. Der Koordinatenabstand von der  $V$ -Achse hängt unter anderem vom Beulwert  $k$ , von der Profilform bzw. den Parametern  $\varepsilon$ ,  $\alpha$  und  $\delta$  ab.

Bei den Beulwirkungen des außermittig gedrückten Stabes werden die Spannungen aus Biegung und Druck für die obere Randfaser additiv erfaßt.

$$-\sigma_B = -P_B \left( \frac{1}{F} + \frac{a \cdot e}{I_x \cos \frac{\alpha s}{2}} \right) \quad (16)$$

Werden der beim mittig gedrückten Stab angewandte, definitive Wert  $\lambda_B = \sqrt{\frac{\pi^2 E F}{P_B}}$  und die Variablen  $U_B$  und  $V$  eingeführt, kann  $V$  wieder nur in expliziter Form bestimmt werden.

$$V = U_B \frac{2}{\pi k_x} \arccos \left[ \frac{\gamma k_x^2 H}{v^2 \left( \frac{\sigma_B}{E} \frac{1}{\pi^2} v^2 \delta^2 U_B^2 + 1 \right)} \right] \quad (17)$$

wo:  $H = \frac{e}{h}$ .

Für die Beschränkung

$$\frac{\gamma k_x^2 H}{v^2 \left[ \frac{\sigma v k}{E} \frac{1}{\pi^2} v^2 \delta^2 U_B^2 - 1 \right]} \leq 1 \rightarrow U_{B0} \quad (18)$$

nach Gl. (18) kann der Mindestwert von  $U_B$  als Ausgangswert  $U_{B0}$  dienen.

## 6. Bestimmung der Beulwerte

Bei der Behandlung der Beulprobleme bereitet die Bestimmung der Beulwerte gewisse Schwierigkeiten. Für den Fall des mittig gedrückten Stabes können nach BLEICH die Beulwerte für die am häufigsten benutzten Profile entsprechend den Randbedingungen der dünnwandigen Querschnittsteile angenommen werden.

Die bei den I-, Hut- und C-Profilen für den Steg angewandten Beulwerte sind nur gültig, wenn die Flansche solche Abmessungen haben, die den Steg entsprechend aussteifen. Dieses Problem der sogenannten »Mindeststeifigkeit« muß ausführlich untersucht werden. Um ein ebenes, auf Druck beanspruchtes

Querschnittelement als den Randbedingungen der sich frei verdrehenden Lagerung entsprechend betrachten zu können, muß dieses an jeder Längskante parallel zur Krafrichtung durch einen Steg oder eine Lippe versteift sein. Nach den Feststellungen amerikanischer Forscher, z. B. WINTER, darf das Trägheitsmoment einer Steife folgende Werte nicht unterschreiten:

$$I_{\min} \geq 1,83 d^4 \sqrt{\delta^2 - 144}; \quad I_{\min} \geq 9,2 d^4. \quad (19a)$$

Sofern die Steife nur aus einer einfachen Lippe besteht, ergibt sich die erforderliche Breite  $f$  einer solchen Lippe aus:

$$f \geq 2,8 d \sqrt[6]{\delta^2 - 144}; \quad f \geq 4,8 d. \quad (19b)$$

Wird die Bedingung der Mindeststeifigkeit nicht erfüllt, so müssen genauere Untersuchungen z. B. nach PFLÜGER herangezogen werden. Für den Beulwert gilt dann: (Abb. 5)

$$k = f(\kappa, \gamma^*, \vartheta, c, \xi, \alpha^*) \quad (20)$$

wo:

$$\kappa = \frac{m\pi}{s}; \quad \gamma^* = \frac{J 12 (1 - \mu^2)}{hd^3}; \quad \vartheta = \frac{h^2 \kappa^2 \gamma^* + 2 - \mu}{\left( \frac{\pi^2}{h^2 \kappa^2} + 2 - \mu \right) \pi};$$

$$c = 1 - \left( 0,01 + \frac{0,015}{\alpha^{*2}} \right) \xi^2$$

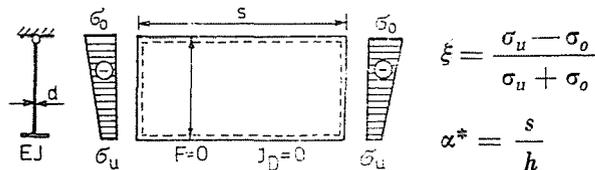


Abb. 5

oder in einer Form, die schon die üblichen Parameter enthält und maschinell bearbeitbar ist:

$$k = f_1(\kappa, \gamma_s, \vartheta, \xi); \quad (21)$$

wo

$$\kappa = \frac{1 \pi}{20 h}; \quad \gamma_s = 0,91 \varepsilon \alpha_s^3 \delta^2; \quad \vartheta = \frac{\frac{\pi^2 \gamma_s}{400} + 1,7}{401,7 \pi}; \quad \xi = \frac{\psi - 1}{\psi + 1}.$$

Profil Nr.:	6;7	9;10
$\alpha_s$ :	$\alpha_u$	$\alpha_1$

Die Beulwerte bei außermittig gedrückten Stäben wurden in Abhängigkeit von dem Parameter  $\psi$  als Funktionen von  $\gamma$ ,  $\varepsilon$ ,  $\alpha$  entwickelt (Abb. 6).

Es wurden sowohl die vierseitig gelenkig gelagerte Platte im Bereich  $-1 \leq \psi \leq +1$  (s. Abb. 6 obere Linie) als auch die dreiseitig gelenkig gelagerte Platte mit einem freien Rand im selben Bereich betrachtet (s. Abb. 6 untere Linie). Für diesen zweiten Fall gibt es nur für  $\psi = +1$  bzw.  $\psi = 0$  durch Vorschriften bestimmte  $k$ -Werte. Im Bereich  $0 \leq \psi \leq +1$  wurde eine Formel von HERRBRUCK angewandt. Bei  $\psi = -1$  wurde der  $k$ -Wert durch Berücksichtigung der stabilisierenden Wirkung der Zugzone des Steges festgelegt. Im Bereich  $-1 \leq \psi \leq 0$  wurde eine Näherungsformel entwickelt.

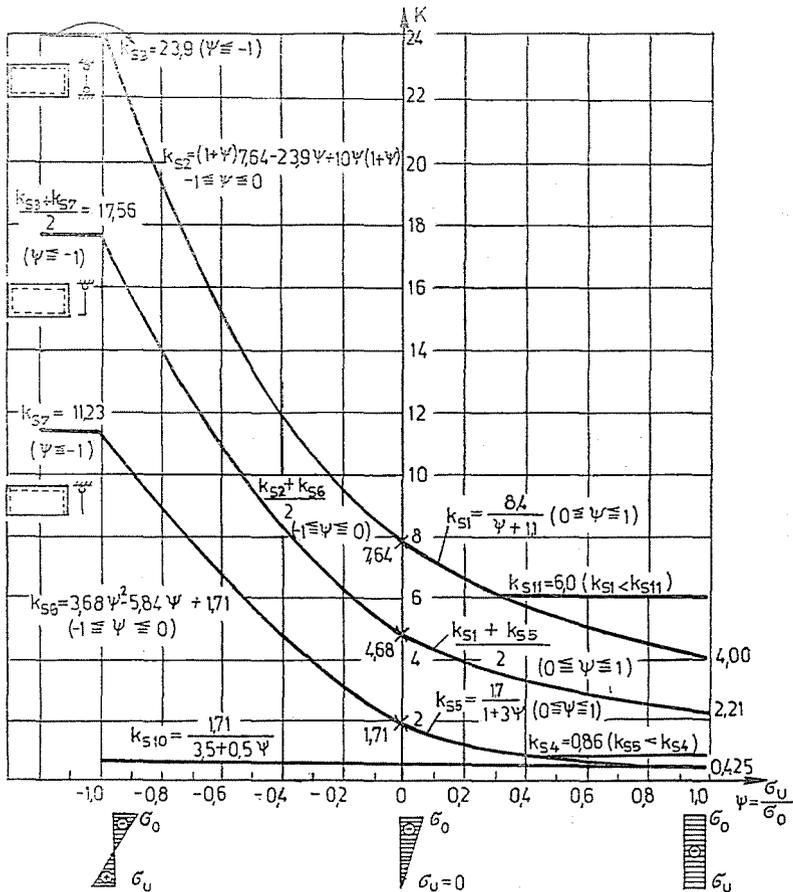


Abb. 6. Funktionen und Darstellungen verschiedener Beulwerte

Für Hut- und C-Profile, bei denen die Mindeststeifigkeit erfüllt ist, wurden die  $k$ -Werte durch Interpolation zwischen den zwei Kurven bestimmt (s. Abb. 6 mittlere Linie).

### 7. Zur Frage der Zuverlässigkeit

Die Optimallösungen der Querschnittsformen sind natürlich maßgeblich von der Größe der einzuschaltenden Sicherheitsfaktoren abhängig. Hierzu soll bemerkt werden:

Für die Biegedrillknickung im elastischen Bereich gilt in Anlehnung an TGL 0-4114 und DIN 4114 sowie an die amerikanischen Leichtbauvorschriften  $n = 2,5$ . Im plastischen Bereich wird auf die Sicherheitskoeffizienten der ENGESSERSCHEN Knicktheorie des geraden Stabes Bezug genommen.

Man findet die entsprechenden Sicherheitszahlen in den deutschen Vorschriften als Funktion von  $\sigma_{VK}$ .

Für die Beulung wird eine Sicherheitszahl  $n = 1,71$  festgelegt, mit Rücksicht darauf, daß die dünnwandigen Querschnittsteile Elemente eines Druckstabes mit relativ kleiner Außermittigkeit sind. Da solche Querschnittsteile keine Querversteifungen aufweisen und ihr Seitenverhältnis  $s/h$  daher groß ist, wird hier auf überkritische Tragreserven verzichtet.

Auch bei Biegung infolge außermittiger Druckkraft ist eine Sicherheitszahl  $n = 1,71$  zugrunde gelegt worden.

### 8. Optimum-Diagramme

Die Rechenergebnisse wurden der Anschaulichkeit halber in Diagrammen dargestellt. Für den Vergleich der Diagrammordinaten sind die zu den zulässigen Kräften gehörigen  $\bar{U}$ -Werte dargestellt, die mit der Formel  $\bar{U} = \sqrt{n} U$  errechnet werden (Abb. 7).

Beim Vergleich der  $\bar{U}$ -Werte verschiedenartiger Profile führt jenes Profil zur optimalen Lösung, dem der kleinste  $\bar{U}$ -Wert und damit die größte zulässige Druckkraft zugeordnet sind.

Der Entwurfsingenieur will nun mit vorgegebenen Größen der Druckkraft und Stablänge möglichst einfach die kleinstmögliche Querschnittsfläche  $F$  bestimmen.

Für die Querschnittsfläche ist die Formel (22) abgeleitet, wobei der erste Faktor  $C$  nur von Druckkraft und Stablänge abhängig, also innerhalb einer Aufgabe konstant ist.

$$F = \sqrt[5]{\frac{P^3 s^4}{\pi^6 E^3}} \sqrt[5]{\frac{\bar{U}^6}{V^4}} = CF^* . \quad (22)$$

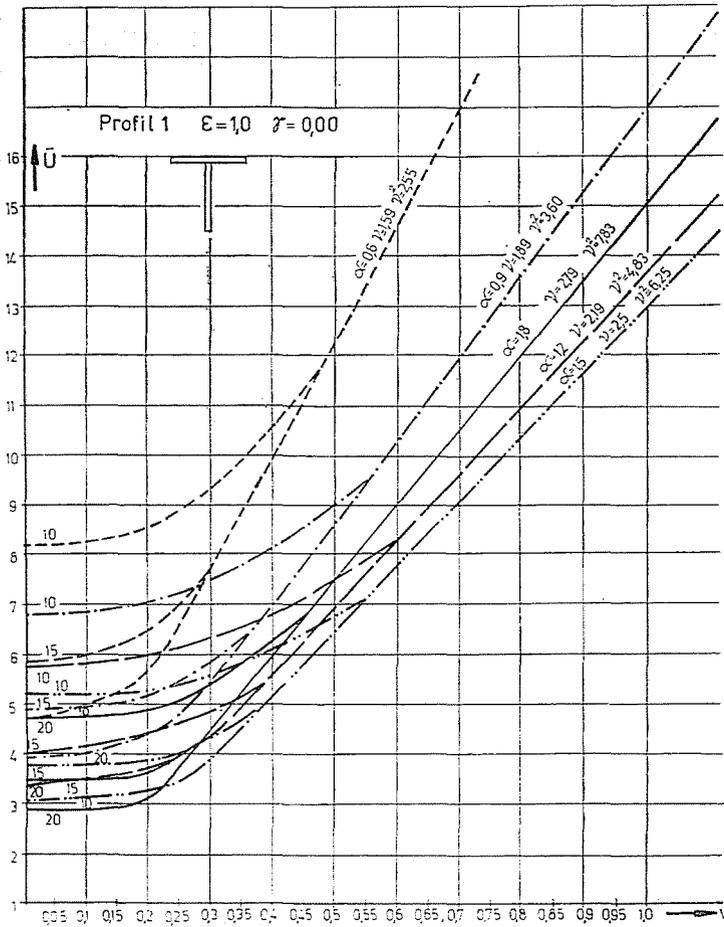


Abb. 7

Der zweite Faktor:  $F^*$  kann aus den  $\bar{U}-V$ -Diagrammen bestimmt werden. Innerhalb einer Aufgabe hat nur dieser auf  $F$  Einfluß.

Um die Auswertung dieses Ausdruckes zu vereinfachen, wurden zwei Tabellen zusammengestellt, die nach Stufen von  $P$  und  $s$  bzw.  $\bar{U}$  und  $V$  die Werte  $C$  und  $F^*$  enthalten. Mit Hilfe der Tabelle für  $F^*$  ist es möglich, sogenannte Optimum-Diagramme mit den Achsen  $F^*$  und  $V$  aufzutragen, die ein ausgesprochenes Minimum aufweisen (Abb. 8). Wählt man aus diesen Diagrammen (Abb. 9) für ein vorgegebenes Profil günstige Werte  $\alpha_i$  und  $\delta_i$ , erhält man für  $F^*$  die hyperbolische Funktion:

$$F^* = \frac{s^2}{v_i^3 \delta_i^3 C} \frac{1}{V^2} = f(V) . \tag{23}$$

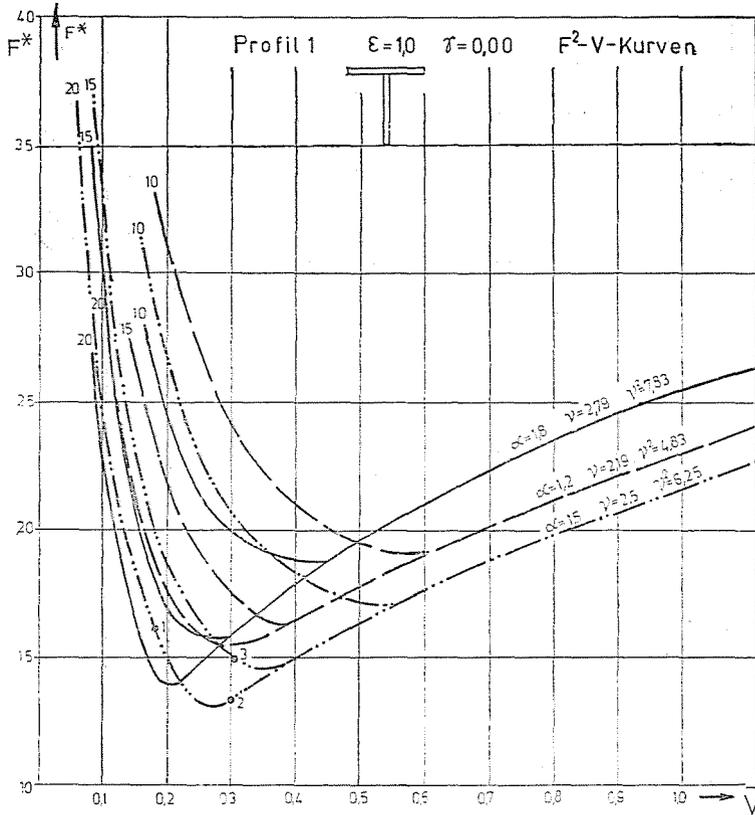


Abb. 8

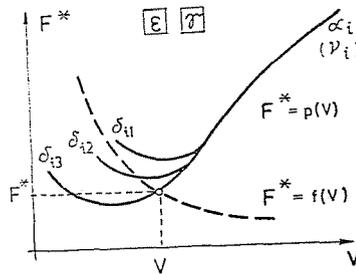


Abb. 9

Der Schnittpunkt der Hyperbel und des Polynoms  $F^* = p(V)$  des Optimum-Diagramms ergibt ein Wertpaar  $F^* - V$ , mit dem die minimalen Querschnittswerte errechnet werden:

$$F = CF^*; \quad h = \frac{1}{V} \frac{s}{\nu_i^2 \delta_i}; \quad d = \frac{F}{\nu_i h}. \quad (24)$$

Beim außermittig gedrückten Stab müssen zuerst als Ausgangswerte  $F_{\min}$  und  $h$  für den mittig gedrückten Stab bestimmt werden, dann kann der Faktor  $\gamma = a/h$  berechnet werden. Natürlich ist die Formel (25) zu berücksichtigen:

$$F_{\min\gamma=0} \neq F_{\min\gamma \neq 0}; \text{ dadurch } h_{\gamma=0} \neq h_{\gamma \neq 0}. \quad (25)$$

Durch Iteration ist  $F_{\min}$  für den außermittig gedrückten Stab leicht zu bestimmen.

## 9. Schlußfolgerungen

Anschließend sollen einige Schlußfolgerungen, die sich aus der Auswertung der Diagramme ergeben, mitgeteilt werden.

a) Für jedes Profil gilt: Je kleiner der Schlankheitsgrad im allgemeinen ist, desto größer ist der Unterschied zwischen  $\bar{U}_{BD}$  und  $\bar{U}_{ky}$  und desto größer ist das Verhältnis  $m = \bar{U}_{BD}/\bar{U}_{ky}$ . Nimmt man  $d$  und  $F$  für alle Werte der Diagramme gleichbleibend an, so daß die Veränderung von  $\alpha = b/h$  keinen Einfluß auf die Größe  $F$  ausübt, dann ist mit Veränderung von  $\alpha$  unmittelbar die Veränderung der  $\bar{U}$ -Wertes bzw. des Schlankheitsgrades aus der Darstellung zu erkennen.

b) Um einen günstigen  $\alpha$ -Wert für ein Profil auszuwählen, ist nicht nur erforderlich, daß die Kurve möglichst niedrige  $\bar{U}$ -Werte liefert, sondern auch, daß  $\bar{U}_{BD}$  und  $\bar{U}_{kx}$  annähernd gleich seien.

c) Bei Rohr- und symmetrischen I-Profilen spielt die Drillknickung wegen des großen Wölb- bzw. Drillwiderstandes eine untergeordnete Rolle. Bei quasiwölbfreien Profilen (Kreuz- und Winkelprofilen) kann die Drillknickung bei relativ kurzen Stäben eine vorherrschende Bedeutung erlangen.

d) Beim T-Profil konnte die Gesetzmäßigkeit festgestellt werden, daß sich mit wachsendem  $\varepsilon$  und konstantem  $\alpha$  vom Gesichtspunkt der Biegedrillknickung aus immer günstigere Profile ergeben. Allerdings erfolgt die Biegedrillknickung um die  $x$ -Achse im Falle  $\varepsilon = 2$  früher als im Falle  $\varepsilon = 0,5$ . Bei Berücksichtigung beider Gesichtspunkte sollte innerhalb der drei  $\varepsilon$ -Werte das Profil mit  $\varepsilon = 1,0$  bevorzugt werden.

e) Bei den Stäben mit kleineren Schlankheitsgraden sind die U-Profile günstiger als die T-Profile. Bei U-Profilen muß aber im Gegensatz zu den T-Profilen auch bei höheren  $\lambda$ -Werten die Biegedrillknickung berücksichtigt werden.

f) Zwischen U- und Hutprofil gibt es bezüglich der Biegedrillknickung keine großen Unterschiede. Trotzdem ist festzustellen, daß bei **kleinem**  $\alpha$  das Hutprofil, bei größerem  $\alpha$  das U-Profil günstiger ist.

g) Das C-Profil ist bei kleineren Stablängen wegen seines größeren Wölbwiderstandes viel günstiger als das Hut- oder das U-Profil. Bei größeren

Stablängen und  $\alpha$ -Werten verliert das C-Profil seinen Vorteil gegenüber dem Hut-Profil.

h) Beim Winkelprofil — bei dem der Wölbwiderstand praktisch vernachlässigt werden kann — muß bei kleinen Schenkeldicken bzw. Stablängen die Biegedrillknickung berücksichtigt werden.

i) Für alle mittig gedrückten Stäbe oder Stäbe mit geringer Außer-mittigkeit gilt die Feststellung, daß ein Versagen des Stabes durch Beulung nur bei relativ kurzen Stäben vorkommt. Dadurch wird erklärt, daß die Beulspannung innerhalb enger Grenzen verhältnismäßig hohe, also

$$\lambda_B = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_B}} \text{ relativ niedrige Werte annimmt.}$$

$\lambda_{vip} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{VK}}}$ , — von Wichtigkeit bei der Biegedrillknickung im plastischen Bereich — hat aus ähnlichen Gründen einen niedrigen Wert und fast dieselbe Größe wie  $\lambda_B$ . Die Sicherheitszahl gegen Beulung ist solange von der Stablänge unabhängig und mit dem Wert 1,71 konstant, bis sich der Sicherheitskoeffizient des letzteren Falles in Abhängigkeit von  $\lambda$  bzw.  $\sigma_{VK}$  zwischen 1,77 und 2,72 ändert. Er erreicht den Höchstwert an der Grenze des plastischen und elastischen Bereiches. Demzufolge ist  $\bar{U}_{DBP} > \bar{U}_B$ . Bei größeren Außer-mittigkeiten werden mit wachsender Exzentrizität die  $\bar{U}_B$ -Werte gegenüber  $\bar{U}_{BDP}$  bei zunehmender Wirkung der Biegung immer größer. Bei den erhaltenen hohen  $\gamma$ -Werten in Abhängigkeit vom jeweiligen Profil erreichen die Beulkurven den Abschnitt der Biegedrillknickkurven unmittelbar im elastischen Bereich, ohne daß die Kurve im plastischen Abschnitt maßgebend wäre.

### Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden Untersuchungen für die Optimierung von mittig und außermittig gedrückten dünnwandigen Stäben mit 9 verschiedenen Profilen durchgeführt. Es wurde der Einfluß der Beulung von Profiltteilen bzw. der Knickbiegung des Stabes infolge mittiger und außermittiger Druckkräfte berücksichtigt und damit ermöglicht, ergänzend auch die Wirkung der Biegedrillknickung zunächst im elastischen Bereich darzustellen. Die Berücksichtigung der Biegedrillknickung im plastischen Bereich wurde über Umformungen der Abminderungsformel nach TGL erreicht. Diese Erweiterung erfordert die Einführung der Plattenschlankheit. Die Veränderungen der niedrigsten, maßgebenden Schlankheit bzw. der höchsten zulässigen Druckkraft und die Bedeutung der Drill- oder Biegedrillknickung bzw. Beulung und Biegung gegenüber der einfachen Biegeknickung wurden durch die Darstellung der für die untersuchten Profile erhaltenen Rechenergebnisse veranschaulicht. Dabei sind über »Optimum-Diagramme« mittels eines geeigneten Iterationsverfahrens die jeweils günstigsten Querschnittsverhältnisse schnell zu erkennen. Die aus den Diagrammen abgeleiteten Hinweise können dem Entwurfsingenieur bei der Wahl günstiger Profilformen und Abmessungen Anhalt geben.

### Schrifttum

1. HUPFER, P.: Optimierung von Baukonstruktionen. Beiträge zur Technologie der Projektierung. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1969.
2. KAPPUS, R.: Zentrisches und exzentrisches Drehknicken von Stäben mit offenem Profil. Der Stahlbau 22 (1954) H. 1. S. 6.

3. KLÖPPEL, K.—SCHARDT, R.: Beitrag zur praktischen Ermittlung der Vergleichsschlankheit  $\lambda_{rel}$  von mittig gedrückten Stäben mit einfachsymmetrischem offenem dünnwandigem Querschnitt. Der Stahlbau, 26 (1958) H. 2, S. 35—42, und H. 10, S. 262—270.
4. SCHLECHTE, E.: Die Biegedrillknickung planmäßig mittig gedrückter Stäbe mit offenem Querschnitt. Schlußbericht Stahlbautagung der TU Dresden 1959, S. 258—264. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin 1959.
5. BÜRGERMEISTER, G.—STEUP, H.—KRETZSCHEMAR, H.: Stabilitätstheorie I—II. 3. Auflage, Akademie-Verlag Berlin, 1966, S. 19—24 bzw. S. 77—98 und S 286—313 bzw. S. 313—322.
6. CSELLÁR, Ö.—HALÁSZ, O.—RÉTI, V.: Dünnwandige Stahlkonstruktionen\*. Műszaki Könyvkiadó Budapest, 1965, S. 136—139.
7. BLEICH, F.: Buckling Strength of Metal Structures. Chapter IX. Local Buckling of Plate Elements of Columns. S. 302—357. McGraw Hill Book Comp. New York-Toronto-London, 1952.
8. PFLÜGER, A.: Stabilitätsprogramme der Elastostatik. 2. Auflage, Springer Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg—New York, 1964, S. 412.
9. PFLÜGER, A.: Thin-Walled Compression Members. Mitteilung des Instituts für Statik der TU Hannover. Teil I: Mitteilung Nr. 2. Hannover Januar 1959. Teil II: Mitteilung Nr. 3. Hannover Juli 1959. S. 1—37, bzw. S. 1—14.
10. NAGY, S.: Optimale Querschnittsabmessung von asymmetrischen geschweißten I-Profilen. Per. Pol. C. E. Budapest, Vol. 13, (1969), No. 3—4, S. 139.

\* In ungarischer Sprache

Oberassistent Dr. Sándor NAGY, H-1521, Budapest