

MODELLSTATIK

A. SZITTNER

Lehrstuhl für Stahlkonstruktionen, Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 12. November 1972.)

Vorgelegt von Prof. Dr. O. HALÁSZ

Die Modellversuche spielen eine wesentliche Rolle auf allen Gebieten des technischen Lebens. Die Anwendung des Modellverfahrens ist so alt, wie die Geschichte der technischen Entwicklung und es liegen einige schriftliche Hinweise bereits in der Literatur des Altertums und des Mittelalters vor. Später wurden die Modellversuche in mehreren Richtungen entwickelt.

Dieser Beitrag gibt einen Überblick über die Modellstatik. Als Modellstatik wird ein spezielles Gebiet der Modellversuche bezeichnet, die sich mit dem Kräftespiel der Tragwerke als Meßmethode oder als Kontrollmethode beschäftigen.

Einige statische Modellversuche wurden schon von *Leonardo da Vinci* durchgeführt und von *Michelangelo* wurde die Bedeutung der Modellierung besonders anerkannt. Im XVIII. und XIX. Jahrhundert nahm sie durch die Industrialisierung des Brücken- und Konstruktionsbaues einen bedeutenden Aufschwung. Diese Entwicklung des Baues brachte wegen der ungenügenden theoretischen Fachkenntnisse auch die Entwicklung der Modellversuche mit sich. So wurde auch das Kräftespiel der weltberühmten Britannia-Brücke modellstatisch überprüft.

Im Laufe der Entwicklung der technischen Mechanik wurden immer neuere Theorien ausgearbeitet, die die Projektierung der Konstruktionen mit wachsender Genauigkeit ermöglichen, dabei spielte jedoch auch die Modellstatik als empirische Methode noch immer eine wichtige Rolle.

Zwischen der theoretischen und der empirischen Richtung der technischen Mechanik bestehen starke Beziehungen; sie stellen die zwei Quellen der Entwicklung dar, und ergänzen sich sehr gut. Bei gleichzeitiger Anwendung von Theorie und Erfahrung wurden Konstruktionen mit immer größerer Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit entworfen.

Im folgenden werden mit Hilfe der am Lehrstuhl für Stahlkonstruktionen der Technischen Universität Budapest durchgeführten Untersuchungen, die theoretischen Grundlagen, die verschiedenen Methoden, die Herstellung der Modelle, die Durchführung der Versuche, die Verarbeitung und Auswertung der Meßergebnisse und die Erfahrungen auf dem Gebiete der Modell-

statik dargelegt. Diese Beschreibung kann unter den gegebenen Verhältnissen nicht vollständig sein; es werden nur diejenigen statischen Modelluntersuchungen verkleinerten Maßstabes behandelt, die als »Kleinmodell«-Untersuchungen bezeichnet werden dürfen.

I. Anwendungsgebiet des Modellverfahrens

Der Konstrukteur kommt bei der Arbeit immer öfter in die Lage, nicht nur in der äußeren Form, sondern auch im Aufbau und Kräftespiel eine neuartige und meistens schwer übersichtliche Konstruktion anwenden zu müssen. Dazu kommen noch Wirtschaftlichkeitsfragen und dementsprechend werden die Abmessungen der Konstruktionselemente immer mehr vermindert.

Der statische Nachweis von neuartigen Konstruktionen ist die Aufgabe des Statikers. Der erste Schritt dazu ist der Ansatz eines mathematischen Modells. Hier müssen immer eine Anzahl Vereinfachungen angewendet werden, z. B. bei der Annahme des statischen Unbestimmtheitsgrades, der elastischen Eigenschaften, bei den Vernachlässigungen der Theorie zweiter Ordnung und bei einer Reihe anderer Umstände, die für vernachlässigbar gelten.

Das anzunehmende mathematische Modell und das Maß der Vernachlässigung hängen zum Teil von der zur Verfügung stehenden Rechenkapazität ab. Das Rechnen mit dem Rechenschieber erfordert viel größere Vernachlässigungen als der Einsatz eines Rechenautomaten, der in kurzer Zeit eine ungemein hohe Zahl von Operationen durchführt. Die Wahl des mathematischen Modells hängt auch davon ab, ob ein Digital- oder ein Analogrechner zur Verfügung steht. Auch bei den Digital-Rechenautomaten großer Geschwindigkeit müssen immer eine Anzahl von Vernachlässigungen eingeführt werden, deren Wirkung sich nicht im voraus abschätzen läßt.

Die Analogrechner liefern die Lösung der Differentialgleichung für ein statisches Problem mit Hilfe einer anderen, gut verfolgbaren Erscheinung, die durch dieselbe Differentialgleichung beschrieben wird. Selbstverständlich ist bei der Auswahl der Analogie die größte Ähnlichkeit anzustreben. Dies wird am besten erreicht, wenn ein Tragwerk durch eine andere Konstruktion ersetzt wird, die Abweichungen nur im Maßstab oder im Material u. U. in anderen, für das Kräftespiel unwesentlichen Eigenschaften aufweist. Ein derartiges Analogverfahren ist das Modellverfahren und für Trägerkonstruktionen die Modellstatik. Die statischen Modellversuche wiedergeben das wirkliche Kräftespiel umso besser, je treuer die Analogie ist und je genauer die am Modell erhaltenen Meßergebnisse auf die wirkliche Konstruktion übertragen werden können. In diesem Sinne dürfen die an einer wirklichen Konstruktion durchgeführten Messungen und die gewonnenen Ergebnisse als der Modellversuch einer anderen gleichen oder ähnlichen Konstruktion aufgefaßt werden.

Die statischen Modellversuche werden heute infolge der stürmischen Entwicklung der verschiedenen Meßverfahren immer häufiger angewendet. Die Ursache dieser Erscheinung ist in der Anschaulichkeit des Modellverfahrens und darin zu suchen, daß sich die Analogie fast unbeschränkt vervollkommen läßt. Das bedeutet, daß die Endergebnisse durch die Vernachlässigungsfehler immer weniger beeinträchtigt werden und die Genauigkeit der Ergebnisse nur von der Modelltechnologie und von dem Meßverfahren abhängig ist.

Kurz zusammengefaßt ist das Modellverfahren in folgenden Fällen wirtschaftlich anzuwenden:

- a) Die Konstruktion ist statisch mehrfach unbestimmt. Die Berechnung ist also einerseits langwierig, andererseits enthält sie eine Vielzahl von Fehlerquellen; bei dem Iterationsverfahren kommt es manchmal vor, daß die Konvergenz sehr langsam vor sich geht, oder es ergibt sich sogar eine Divergenz.
- b) Bei stark gegliederten Konstruktionen, wo das Kräftespiel nicht einmal mit annähernder Genauigkeit vorausgesehen werden kann.
- c) Das Kräftespiel wird durch die Wirkungen zweiter Ordnung stark beeinflusst.
- d) Auf das Verhalten der Konstruktion haben die Inhomogenität des Werkstoffes und die Abweichungen in den elastischen Eigenschaften einen maßgebenden Einfluß.
- e) Das Modell ist ein Prototyp für Serienfertigung.
- f) Für die experimentelle Bewährung neuer theoretischer Ergebnisse.

2. Aufbau des Modellverfahrens

Durch die experimentelle Spannungsanalyse der Tragwerke werden nicht nur Ergebnisse der Festigkeitslehre verwendet, sondern auch die Arbeiten anderer Fachgebiete herangezogen, die fast das gesamte Spektrum des technischen Lebens betreffen. Dieses komplexe wissenschaftliche Gebiet wird Modellverfahren oder experimentelle Mechanik genannt.

Der Aufbau des Modellverfahrens ist in Abb. 1 zu sehen. Seine Hauptgebiete sind also

- die Ähnlichkeitsmechanik,
- die Modelltechnik,
- die Meßtechnik,
- die Auswertungsmethode,

die miteinander eng verbunden sind.

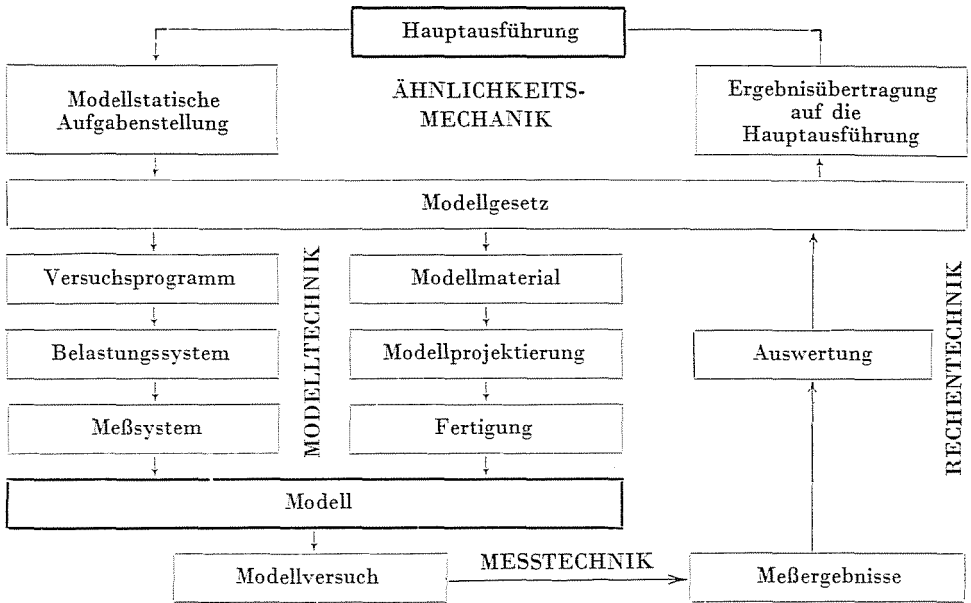


Abb. 1

2.1. Ähnlichkeitsmechanik — Modellgesetz

Um die Analogie des Modells zum Tragwerk je günstiger zu wählen, müssen die Zusammenhänge bekannt sein, mit deren Hilfe die Ähnlichkeit zwischen Modell und Konstruktion, die Umrechnungsmethode von dem Modell auf das Tragwerk beschrieben werden kann. Diese Zusammenhänge werden Modellgesetz genannt.

Die *mechanische Ähnlichkeit* ist die Grundlage der statischen Modellversuche und beschreibt die Ähnlichkeit der drei Grundgrößen: Länge, Kraft und Zeit.

Die *geometrische Ähnlichkeit* erfordert ein konstantes Verhältnis der entsprechenden Längen (Modell und Hauptausführung)

$$\lambda = \frac{l_{\text{Hauptausführung}}}{l_{\text{Modell}}} = \frac{l_{\text{H}}}{l_{\text{M}}},$$

wo λ dimensionslos ist und als Modellmaßstab ($1:\lambda$) benützt wird. Aus dem Längenmaßstab kann der Maßstab für Oberfläche, Volumen, Trägheitsradius, Widerstandsmoment und Trägheitsmoment durch die Potenz von λ ausgedrückt werden.

Die *Zeitähnlichkeit* wird durch den Zusammenhang

$$\tau = \frac{t_{\text{H}}}{t_{\text{M}}}$$

beschrieben, der Ausdruck für die *Kräfteähnlichkeit* lautet

$$\pi = \frac{P_H}{P_M}$$

Während Längen- und Zeitmaßstab eindeutig sind, spielt bei dem Kraftmaßstab die Art der Kraft eine wesentliche Rolle. Es kann von Trägheitskraft, Schwerkraft, elastischer Schnittkraft, Reibungskraft usw. gesprochen werden. Diese Kräfte wirken einzeln oder gemeinsam.

Die Trägheitskräfte werden durch das Newton-Gesetz ($P = m \cdot a$) ausgedrückt; dementsprechend

$$\pi_N = \frac{P_H}{P_M} = \frac{m_H \cdot a_H}{m_M \cdot a_M} = \frac{\rho_H \cdot V_H \cdot a_H}{\rho_M \cdot V_M \cdot a_M} = \frac{\rho_H}{\rho_M} \frac{\lambda_N^4}{\tau_N^4},$$

bei $\rho_H = \rho_M$ ist $\pi_N = \frac{\lambda_N^4}{\tau_N^4}$.

Diese Formel wird allgemeines *Newtonsches Modellgesetz* genannt.

Wirkt neben der Trägheitskraft auch die Schwerkraft, erhält man aus der Schwerkraft ausgedrückt das *Froudesche Modellgesetz*:

$$\pi_{Fr} = \frac{G_H}{G_M} = \frac{m_H \cdot g_H}{m_M \cdot g_M} = \frac{\gamma_H \cdot V_H}{\gamma_M \cdot V_M} = \frac{\gamma_H}{\gamma_M} \lambda_{Fr}^3,$$

bei $\gamma_H = \gamma_M$ ist $\pi_{Fr} = \lambda^3$.

Wird der Maßstab der Trägheitskraft dem Maßstab der Schwerkraft gleichgesetzt ($\pi_{Fr} = \pi_N$), kann der Zeitmaßstab berechnet werden:

$$\tau_{Fr} = \sqrt{\lambda_{Fr} \frac{g_M}{g_H}},$$

bei $g_M = g_H$ ist $\tau_{Fr} = \sqrt{\lambda_{Fr}}$.

Der Froudesche Kraftmaßstab hat den Nachteil, daß die Kraftmessung und die Kräfteübertragung bei Modellen kleinen Längenmaßstabes sehr schwierig ist. Der Spannungsmaßstab ist $1:\lambda$ und für maßstabrichtige Deformationen ist es nötig, den Elastizitätsmodul in dem Maßstab $1:\lambda$ nachzubilden. Als Vorteil ist zu erwähnen, daß die Eigengewichte maßstabrichtig sind. Dieser Vorteil ermöglicht das Froudesche Modellgesetz vornehmlich für hydrologische Modelluntersuchungen anzuwenden.

Bei der Arbeit des Statikers ist die *Ähnlichkeit der inneren Kräfte* (Schnittkräfte) erforderlich. Diese kann mit dem Hooke-Gesetz angeschrieben werden und wird *Modellgesetz nach Cauchy* genannt.

$$\pi_C = \frac{P_H}{P_M} = \frac{\sigma_H \cdot F_H}{\sigma_M \cdot F_M} = \frac{\varepsilon_H \cdot E_H \cdot F_H}{\varepsilon_M \cdot E_M \cdot F_M} = \frac{E_H}{E_M} \lambda_C^2$$

bei $E_H = E_M$ ist $\pi_C = \lambda_C^2$.

Der Zeitmaßstab kann nun auch durch Nebeneinanderstellung der Kraftmaßstäbe nach Newton und nach Cauchy erhalten werden ($\pi_N = \pi_C$), damit gilt:

$$\tau_C = \lambda_C.$$

Dem Froudeschen Modellgesetz gegenüber hat das Modellgesetz nach Cauchy den Vorteil, daß die Spannungen und Elastizitätsmodulen invariant sind, wodurch das Cauchysche Modellgesetz für die Anwendung in der Modellstatik besonders geeignet ist.

| Grundgrößen | Dimension | Hauptausführung | Modellgesetz nach | | |
|--------------------|-----------|-----------------|---------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------|
| | | | Cauchy (Schnittkräfte) | Froude (Schwerkräfte) | Reynolds (Reibungskräfte) |
| Länge 1: λ | cm | l_H | $l_M = \frac{l_H}{\lambda}$ | | |
| Kraft 1: π | kp | P_H | $P_M^C = \frac{P_H}{\lambda^2}$ | $P_M^F = \frac{P_H}{\lambda^3}$ | $P_M^R = P_H$ |
| Zeit 1: τ | sec | τ_H | $t_M^C = \frac{t_H}{\lambda}$ | $t_M^F = \frac{t_H}{\sqrt{\lambda}}$ | $t_M^R = \frac{t_H}{\lambda^2}$ |

Abb. 2

Das *Modellgesetz nach Reynolds* erfordert die Ähnlichkeit der kinematischen Viskosität. Demgemäß sind

$$\tau_R = \frac{\lambda_R^2}{\tau_H} \quad \text{und} \quad \tau_R = \lambda_R^2.$$

Das Reynoldsche Modellgesetz wird bei aerodynamischen Modelluntersuchungen angewendet, weil die Luft als Reibungsmedium nicht geändert werden soll.

In Abb. 2 sind die den verschiedenen Modellgesetzen entsprechenden Grundgrößen zusammengestellt.

Vom Standpunkt der statischen Modellversuche soll noch ein Ähnlichkeitsgesetz, das *Poissonsche Modellgesetz* erwähnt werden. Dieses Modellgesetz drückt das Verhältnis der inneren Normalkraft zur Schubkraft aus. Eine richtige Übertragung wird nur so erreicht, wenn die Poissonschen Koeffizienten des Stoffes vom Modell und Hauptausführung gleich sind. Mit anderen Worten: Konstruktionen, wo das Kräftespiel durch den Poissonschen Koeffizienten stark beeinflusst wird, können nur mit einem Material im Modell korrekt nachgebildet werden, bei dem $\mu_M \sim \mu_H$ ist.

In Wirklichkeit wirken auf die Tragwerke verschiedene Kräfte, daher ist die Anzahl der Unbekannten gleich der Zahl von Gleichungen, und damit darf der Längenmaßstab nicht mehr frei angesetzt werden. In den meisten Fällen läßt sich die dynamische Ähnlichkeit des Modells nur bei Maßstab 1:1 erreichen.

2.2. Modelltechnik

2.2.1. *Anwendung des Cauchyschen Modellgesetzes. Abbildungsprobleme.* Wie bereits festgestellt, bedarf der Statiker meist der Ähnlichkeit der Schnittkräfte, für die das Modellgesetz nach Cauchy gültig ist.

Dementsprechend sind die Grundbeziehungen für den Längenmaßstab 1: λ , den Kraftmaßstab 1: $\pi = 1: \lambda^2$ unten zusammengestellt.

a) ε , φ (spezifische Dehnung, Drehung) und die dimensionslosen Werte, sowie die dimensionslosen Verhältnisse der Größen mit Dimensionen (U/l , P/P , usw.) sind invariant, d. h. ihre Werte sind beim Modell und bei der Hauptausführung gleich.

b) Ebenso zeigt sich eine Invarianz in dem Längen- und Kraftmaßstab entsprechenden Verhältnis (z. B. P/l^2 , Pl/l^3 , σ , usw.).

c) Wegen der verschiedenen Maßstäbe für Längen und Kräfte ergibt sich eine Differenz in den Eigengewichten. Der Kraftmaßstab ist nämlich $\pi = \lambda^2$ und das dem Volumen proportionale Eigengewicht vermindert sich auf $1: \lambda^3$

$$\frac{G_H}{G_M} = \frac{\gamma_H \cdot V_H}{\gamma_M \cdot V_M} = \frac{\gamma_H}{\gamma_M} \lambda^3.$$

Diese Differenz läßt sich nur durch einen Stoff mit größerem spezifischem Gewicht oder durch Zusatzgewicht korrigieren. Mit dem spezifischen Gewicht kann man praktisch kaum operieren, die Schwierigkeiten können bei Eigengewichts- und dynamischen Problemen nur durch Zusatzgewicht überbrückt werden.

d) Auf Grund der Normalspannung werden die Schnittkräfte und Momente aufgeschrieben:

$$\pi_C = \frac{P_H}{P_M} = \frac{\sigma_H F_H}{\sigma_M F_M} = \frac{\varepsilon_H E_H F_H}{\varepsilon_M E_M F_M}$$

bzw.:

$$\pi_C \lambda_C = \frac{M_H}{M_M} = \frac{\sigma_H K_H}{\sigma_M K_M} = \frac{\varepsilon_H E_H J_H l_M}{\varepsilon_M E_M J_M l_H}$$

Bei der Fertigung des konkreten Modells gibt es manchmal Schwierigkeiten bei der Wiedergabe der Materialkonstanten und der Querschnittswerte.

Wenn $E_H \neq E_M$ (der Stoff vom Modell und Hauptausführung verschieden sind), kann EF oder EJ modelliert werden. Ebenso wird EF und EJ modelliert, wenn eine diskrete Konstruktion durch ein Kontinuummodell ersetzt wird.

Die maßstabrichtige Nachbildung von F und J ist nicht immer notwendig. Um dieses Problem zu beleuchten, wird eine Fachwerkkonstruktion vorgestellt, wo didaktisch in Abhängigkeit von der Aufgabe die Analogie vervollkommenet werden kann, bzw. einzelne Größen bei der Herstellung des Modells vernachlässigt werden dürfen (Abb. 3).

Um die Auflagerkräfte zu ermitteln, genügt statt der Fachwerkkonstruktion ein einfacher Balken als Modell (Abb. 3b).

Sollen auch die Stabkräfte gemessen werden, so ist das Stabnetz bereits maßstabrichtig zu gestalten, bei statisch bestimmten Systemen muß jedoch die Stabquerschnittsfläche noch nicht nachgebildet werden (Abb. 3c). Um auch die Spannungen festzustellen, und bei statisch unbestimmten Trägern, sind neben dem Stabnetz (λ) auch die Querschnittsfläche (λ^2) und die äußeren Kräfte ($\pi = \lambda^2$) zu modellieren. Bei dem Querschnitt kann noch die trägheitsmomentrichtige Nachbildung vernachlässigt werden. Die Durchbiegungen des Fachwerkträgers werden maßstabrichtig wiedergegeben.

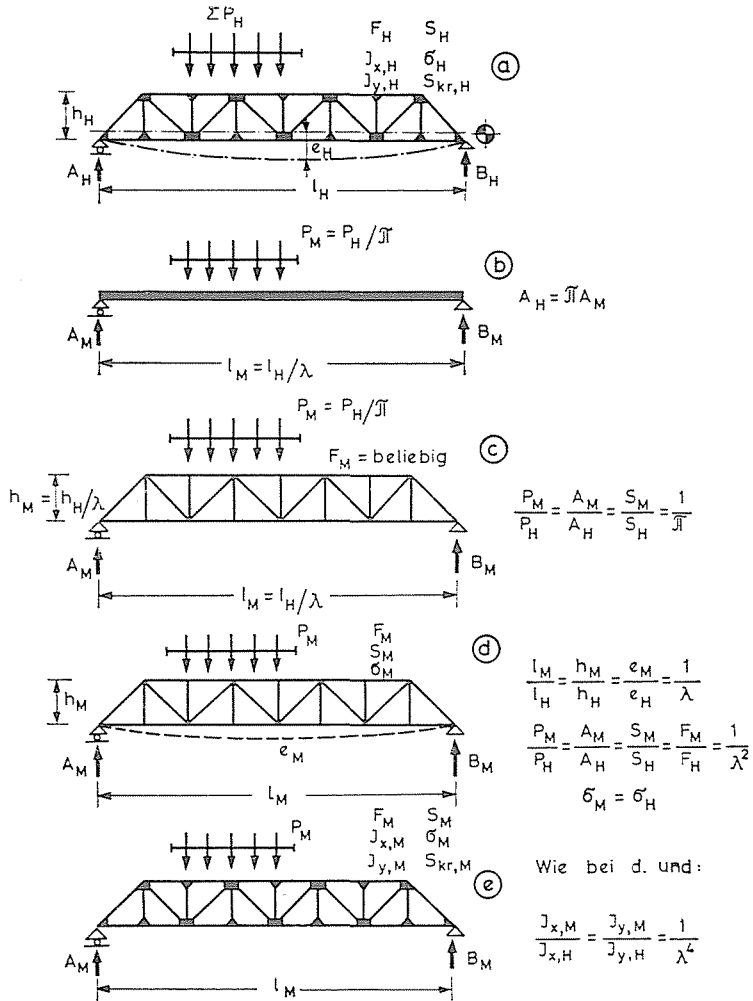


Abb. 3

Bei der Analyse der Knotenpunkt-Nebenspannungen und bei Stabilitätsproblemen ist auch die trägheitsmomentrichtige Nachbildung notwendig, der Querschnitt muß jedoch nicht formrichtig angenommen werden. Bei Torsionsproblemen kann schon in den meisten Fällen von der formtreuen Nachbildung nicht abgesehen werden, diese ist jedoch besonders bei Stahlkonstruktionen ziemlich kompliziert (Abb. 3e).

e) Bei der Herstellung des Modells bietet sich manchmal die Möglichkeit, oder erweist es sich als notwendig, von den maßstabrichtigen Breitenabmessungen abzuweichen. Die Beanspruchungen, Spannungen und Deformationen sind nämlich der Modellbreite proportional. Spielen die Torsions-

steifigkeit und das Trägheitsmoment in Querrichtung keine besondere Rolle, so können die Breiteabmessungen geändert und das Modell mit handelsüblichen Abmessungen hergestellt werden. Die äußeren Kräfte werden den veränderten Breiteabmessungen proportional verkleinert oder vergrößert.

2.22 *Auswahl des Modellwerkstoffes. Herstellungsprobleme.* Bei der Werkstoffwahl müssen folgende Forderungen berücksichtigt werden:

a) Das Modell soll aus dem gewählten Material womöglich leicht auszuführen sein.

b) Die Werkstoffeigenschaften der Hauptausführung und des Modells sollen womöglich ähnlich sein (E , μ).

c) Der Modellwerkstoff soll es ermöglichen, das Kräftespiel im Modell, nämlich den Spannungs- und Deformations-Zustand zu ermitteln und aus den Meßergebnissen auf die Hauptausführung entsprechende Folgerungen zu ziehen.

Diese Forderungen sind manchmal einander widersprechend und eben deshalb läßt sich das Modell nicht immer aus dem gleichen Stoff wie die Hauptausführung herstellen, wie es modelltechnisch oder meßtechnisch am richtigsten wäre.

Die *Metalle* (Stahl, Aluminium, Kupfer) werden meistens für die Herstellung der Modelle von Metallkonstruktionen angewandt, oder wenn eine besonders genaue Querschnittsähnlichkeit des Modells erforderlich ist. Die größten Schwierigkeiten werden durch die Verbindungen und die verhältnismäßig großen Belastungen verursacht, die wegen des hohen Elastizitätsmoduls erforderlich sind.

Gips, Zement- und Kunststoffmörtel werden für Modelle von Beton- und Stahlbetonkonstruktionen von besonders stark gegliederten oder gekrümmten Flächentragwerken und von Konstruktionen stark veränderlicher Dicke verwendet. Homogenität und Isotropie von Zementmörtel und Gips sind beinahe gleich, wie bei den Hauptausführungen in Beton, diese Ähnlichkeit ist jedoch meßtechnisch ungünstig. Die Materialkonstanten sind von der Verarbeitung des Modellwerkstoffes, von der Ausführung und von der Feuchtigkeit stark abhängig. Diese Materialkonstanten können nur an der Modellkonstruktion mit Hilfe gut meßbarer Deformationen zurückgerechnet werden. Die Kunststoffmörtel haben günstigere Eigenschaften. Den Elastizitätsmodul kann man über das Kunstharz-Füllstoff-Verhältnis regeln und schon im voraus feststellen. Der Querdehnungsbeiwert ist immer etwas höher als bei Betonkonstruktionen.

Mit *Asbestzementplatten und Röhren* (Eternit) wurden sehr gute Erfahrungen gemacht. Die Werkstoffkennwerte des Asbestzements sind nämlich gleich den E - und μ -Werten von Beton und Stahlbeton. Außerdem hat der Asbestzement eine bedeutende Zugfestigkeit, damit erübrigt sich der Einbau einer Bewehrung. Der Feuchtigkeitsgehalt soll beachtet und festgehalten werden.

Kunststoffe und Kunststoffplatten sind für gegliederte Konstruktionen besonders geeignet. Kunststoffplatten kommen für Modelle in Frage, wo mit einer konstanten Dicke gearbeitet werden soll (Platten, Hochhäuser, usw.). Das gilt auch für die gekrümmten Konstruktionen, wenn der Kunststoff bei höherer Temperatur geformt werden kann. Modelle veränderlicher Dicke können durch Gießen hergestellt werden. Bei den Kunststoffen stellen das Kriechen und die niedrige Wärmeleitfähigkeit Schwierigkeiten dar, die die Dehnungsmessungen mit Dehnungsmeßstreifen beeinträchtigen, bzw. besondere Meßverfahren erfordern. Diese Modelle sollen nur im linear-elastischen Bereich belastet, die Messungen nach einem genauen Zeitprogramm durchgeführt werden, und für jede Meßstelle ist eine besondere Temperaturkompensation anzuwenden. Die Kunststoffe haben einen verhältnismäßig niedrigen Elastizitätsmodul (etwa $30\,000\text{ kp/cm}^2$), der meßtechnisch von Vorteil ist.

Bei Grundbauproblemen können *Gummi* und *weichere Kunststoffe* angewendet werden. Bei diesen Werkstoffen ist jedoch mit starken Kriecherscheinungen zu rechnen, die die Messungen manchmal sehr stören. Bei Grundbauproblemen muß oft die Bettungsziffer modelliert werden. Für besondere Zwecke können auch Sandwichplatten angewandt, oder eine Verminderung des Elastizitätsmoduls durch Perforation erreicht werden.

2.23. *Modellstatische Methoden.* Die Modellstatik als Meßverfahren eignet sich für folgende Fälle:

- a) Plattenkonstruktionen konstanter und veränderlicher Dicke mit verschiedenen Randbedingungen und Belastungssystemen;
- b) Komplizierte ebene und räumliche Tragwerke;
- c) Stabilitätsprobleme.

Die verschiedenen modellstatischen Methoden sollen hier nur kurz dargelegt und später an praktischen Beispielen erleutert werden.

Für *Plattenkonstruktionen* sind folgende Methoden bekannt:

Winkelverdrehungsmethode,

Krümmungsmessung,

Dehnungs- bzw. Spannungsmessung.

Als Winkelverdrehungsmethode wird das Moiréverfahren nach Ligtenberg am allgemeinsten angewandt. Diese Methode erfordert eine besondere Einrichtung.

Für Krümmungsmessungen ist ein mechanischer, pneumatischer, oder elektrischer (induktiver) Krümmungsmesser notwendig, um die dem Plattenmoment proportionalen Plattenkrümmungen zu ermitteln. Diese mit Verstärker zusammengesetzten Krümmungsmesser sind ziemlich teuer.

Die Plattenbeanspruchungen können auch aus den auf der Oberfläche gemessenen Spannungen, besser gesagt, aus den Dehnungen berechnet werden. Selbstverständlich sind an jeder Meßstelle 4 oder 6 Dehnungsmeßstreifen anzukleben, um die Spannungen, Hauptspannungen bzw. die Biege- und Tor-

sionsbeanspruchungen festzustellen. Diese Dehnungsmesser sind verhältnismäßig billig, können jedoch nur einmal angeklebt werden.

Für Plattenmodelluntersuchungen ist die maßstabrichtige Dickenabbildung nur bei Platten stark veränderlicher Dicke notwendig. Um das Kräftespiel genau zu ermitteln ist es aber erwünscht, einen Modell-Werkstoff mit gleicher oder ähnlicher Poissonscher Zahl anzuwenden.

Bei *komplizierten Tragwerken* ist es manchmal möglich, das räumliche Problem als ebenes Problem zu vereinfachen und zu behandeln. Dazu verwendet man oft die Einflußlinienmethode (z. B. Beggs-Methode), die aber sehr langwierig und arbeitsaufwendig ist.

Wirkliche räumliche Modelle werden mit einer Ähnlichkeit gebaut, die genügend ist, um das Kräftespiel mit den Anforderungen entsprechender Genauigkeit, mit Hilfe von Spannungs- und Deformationsmessungen zu ermitteln.

Die genannten Methoden lassen sich voneinander nicht scharf trennen. Die geeignete Methode läßt sich nur unter Berücksichtigung der Aufgabe und der zur Verfügung stehenden Meßinstrumente auswählen.

Bei den Stabilitätsversuchen ist die genaueste Ähnlichkeit in den Abmessungen, in der Unterstützung und in der Belastung zu verwirklichen. Die größte Schwierigkeit liegt in der zufälligen Außermittigkeit und in der gelenkartigen Unterstützung.

2.24. Belastungssysteme. Bei der Belastung des Modells soll entweder Einzellast für die Einflußflächen oder Flächenlast angewendet werden, um das Verhalten der Konstruktion festzustellen. Das Belastungssystem darf die Entwicklung der Deformationen und der Stabilitätserscheinungen nicht hindern. Diese Forderung ist bei den Stabilitätsversuchen besonders wichtig.

Bei der Belastung mit Einzellast ist es erwünscht, den Angriffspunkt der Kraft schnell oder ganz automatisch ändern zu können. Automatische, elektronisch gesteuerte Belastungssysteme sind sehr kostspielig, und der Preis steht in keinem Verhältnis zur Brauchbarkeit. Für Flächenlast ist ein Hebelsystem aufzubauen, mit dem die planmäßige Lastverteilung tadellos gewährleistet wird, und wo unerwünschte Nebenkräfte das Kräftespiel des Modells nicht beeinträchtigen. Das geeignete Belastungssystem ist nur in Kenntnis der Modellausführung auszuwählen.

2.3. Meßtechnik

Die Meßtechnik soll die zur Bemessung der Hauptausführung notwendigen Daten liefern und dazu das Kräftespiel des Modells ermitteln. Diese Daten sollen mit hinreichender Genauigkeit, mit entsprechender Geschwindigkeit und in einer Form geliefert werden, die sich am genauesten, am schnellsten und in handlicher Form verarbeiten läßt. Im Rahmen dieser Zusammenstellung

ist es nicht möglich, die meßtechnischen Probleme ausführlich zu behandeln, wir müssen uns auf die Hauptfragen beschränken.

Diese Meßsysteme bestehen meistens aus drei Hauptbauteilen: Geber, Verstärker und Registriersystem.

2.31. Geber- und Verstärkersysteme. Diese zwei Systeme sind meistens miteinander verbunden. Das am besten geeignete System soll immer mit Berücksichtigung der Aufgabe, der Meßmöglichkeiten, der Genauigkeitsanforderungen und der Auswertungsmöglichkeiten ausgewählt werden.

Mechanische Dehnungsmeßsysteme erfordern keine besondere Vorbereitung, ihre Genauigkeit ist jedoch vor allem bei dynamischen Untersuchungen und dynamisch beanspruchten Modellen nicht ausreichend. Bei Deformationsmessungen werden aber noch immer die mechanischen Wegaufnehmer vorteilhaft angewandt.

Die optischen Dehnungsmeßgeräte werden höchstens zur Werkstoffprüfung eingesetzt. Die Nivellierung als Durchbiegungsmessung wird noch immer oft angewendet.

Das am häufigsten angewendete Meßsystem für Dehnungs- und Verformungsmessungen ist das elektronische, weil die Ergebnisse damit in gut registrierbarer Form mit hinreichender Genauigkeit erhalten werden.

Um statische Erscheinungen zu beobachten, werden Dehnungsmeßstreifen mit unterschiedlichen Meßlängen und von verschiedener Form mit einem Gleichspannungs- oder Trägerfrequenz-Meßverstärker angewandt. Um den ebenen Spannungszustand oder die Beanspruchung zu ermitteln, arbeitet man mit sog. Rosetten. Für dynamische Messungen soll mit einem besonderen Meßverstärker, höchstens mit Trägerfrequenzsystemen gearbeitet werden.

Für elektronische Deformationsmessungen ist der induktive Geber das am besten geeignete System, sowohl bei statischen als auch bei dynamischen Untersuchungen.

2.32. Registriersysteme. Die mit verschiedenen Meßsystemen gewonnenen Ergebnisse sind in einer Form zu erhalten, die bei der Auswertung weiter verarbeitet werden kann. Das Meßsystem liefert diese Meßergebnisse bestenfalls als Gleichspannungssignale, die entweder mit Hilfe eines Galvanometers oder mit einem Digitalvoltmeter abgelesen werden. Die subjektiven Ablesfehler lassen sich mit einem Digital-Drucker ausschalten. Sollen aber die Meßergebnisse mit Rechenautomaten weiter verarbeitet werden, empfiehlt es sich, die Ergebnisse auf Lochstreifen zu erhalten.

Bei einer Modelluntersuchung arbeitet man immer mit vielen Meßstellen, wofür entweder mehrere Meßverstärker, oder ein Meßverstärker mit Umschalteneinrichtung notwendig sind.

Diese Einrichtungen werden heute schon zu einem automatischen Meß- und Registriersystem zusammengebaut und mit diesen Einrichtungen können

auf einmal mehrere Meßstellen gesteuert und die Meßwerte entweder direkt oder später durch einen Rechenautomaten verarbeitet werden.

Für die Registrierung von dynamischen Erscheinungen werden verschiedene Linienschreiber verwendet. Für ganz langsame, oder quasistatische Messungen sind die $X-Y$ Schreiber gut brauchbar. Die Erscheinungen größerer Geschwindigkeit können mit Direktschreiber, UV-Lichtlinienschreiber oder Flüssigkeitsstrahl-Schreiber registriert werden. Mit dem Magnetband-speicher können über eine längere Zeit die Meßwerte gesammelt und später verarbeitet werden.

2.4. Auswertung der Meßergebnisse

In Kenntnis der modelltechnischen und meßtechnischen Fragen stellt die Auswertung mit Hilfe des Modellgesetzes lediglich eine Rückschaltung zwischen Modell und Hauptausführung dar. Diese Auswertung kann ebenso vielseitig sein wie die Modelluntersuchungen.

Aus den Dehnungen können die Spannungen und Beanspruchungen berechnet werden. Aus dem Kraft-Deformation (Dehnung) Diagramm kann auf das elastische oder plastische Verhalten der Konstruktion geschlossen werden. Bei den Stabilitätsuntersuchungen spielen die Deformationsmessungen eine wichtige Rolle, weil man auf die kritische Belastung mit Hilfe der Deformationen schon im voraus folgern kann (Southwell).

3. Anwendungsbeispiele

Am Beispiel der Arbeiten, die im Laboratorium des Lehrstuhls für Stahlkonstruktionen der TU Budapest als Kollektivarbeit der Mechaniker und Ingenieure des Lehrstuhls durchgeführt wurden, werden die Vielseitigkeit, die Brauchbarkeit und Wichtigkeit der Modellstatik gezeigt. Eine ausführliche Erörterung dieser Arbeit ist an dieser Stelle nicht möglich. Der größte Teil der Untersuchungen wurde bereits in verschiedenen Zeitschriften, an Konferenzen veröffentlicht.

3.1. Plattenkonstruktionen

3.1.1. Modelluntersuchung einer Plattendecke auf Scheibenstützen. Die Untersuchungen wurden an zwei verschiedenen Modellen durchgeführt. Zunächst wurde ein Stahlbetonmodell auf schlanken Stützen im Maßstab 1:15 aufgebaut und mit gleichmäßiger Belastung bis zum Bruch belastet (Abb. 4). Währenddessen wurden die Durchbiegungen und die Spannungen gemessen,

wobei man die Ausgestaltung der plastischen Gelenke in der Platte gut verfolgen konnte.

Im zweiten Teil der Untersuchung wurden die Momenteneinflußflächen an einem Aluminiumplattenmodell durch Krümmungsmessung aufgenommen. Der Krümmungsmesser wurde in zwei verschiedenen Schaltungen eingesetzt. Bei der ersten Lösung waren die zwei induktiven Geber an zwei Meßverstärker geschaltet und die zwei Ausgangssignale wurden summiert (Abb. 5). In der

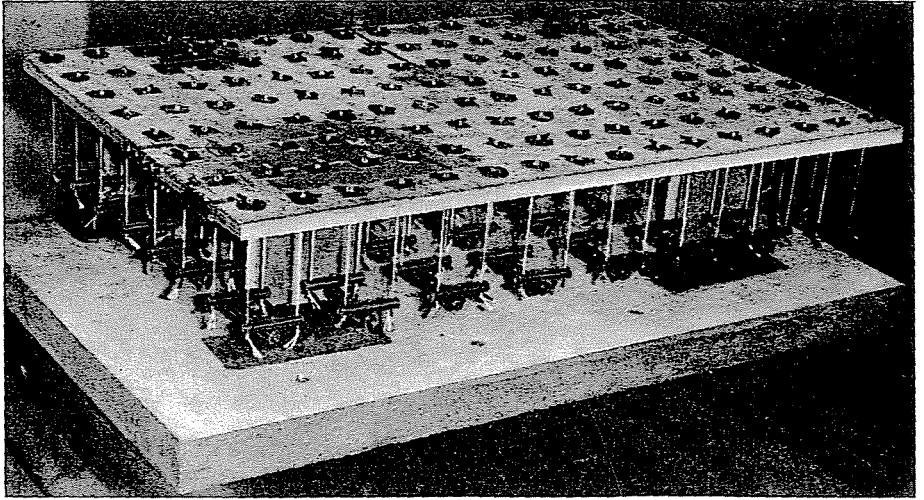


Abb. 4

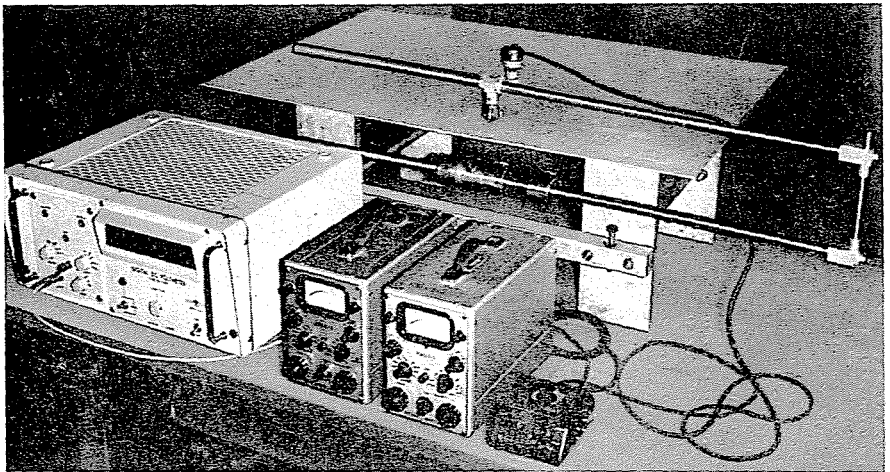


Abb. 5

zweiten Kombination wurde dem Krümmungsmesser ein Summiergerät nachgeschaltet. Nach den aufeinander senkrechten Krümmungen wurden die spezifischen Einflußflächen gezeichnet.

3.12. Modellstatische Untersuchung bettungsloser Eisenbahn-Plattenbrücken aus Stahlbeton. Bei Eisenbahnbrückenkonstruktionen muß manchmal wegen der geringen Bauhöhe das Schotterbett weggelassen werden und die Schiene werden auf Gummiunterlagen verlegt.

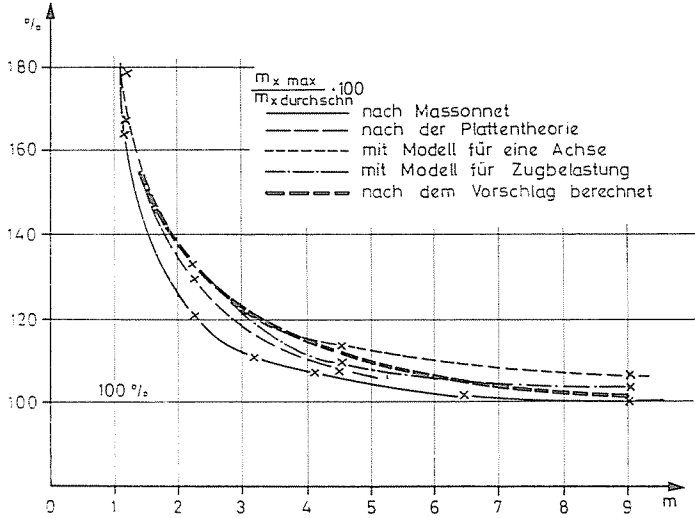


Abb. 6

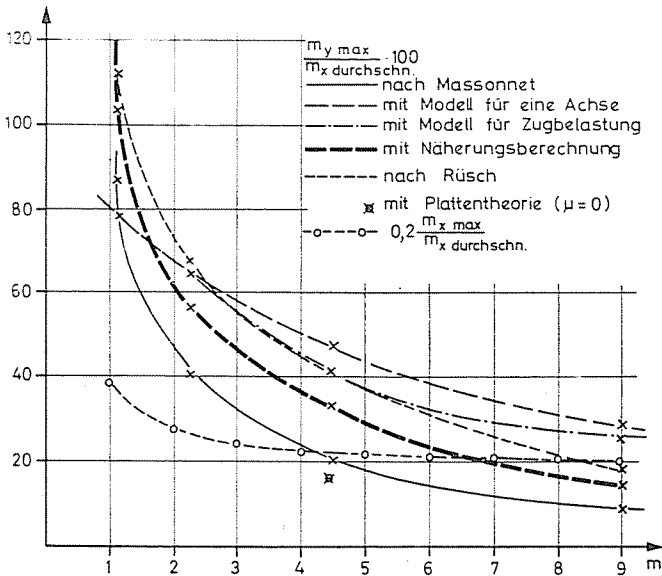
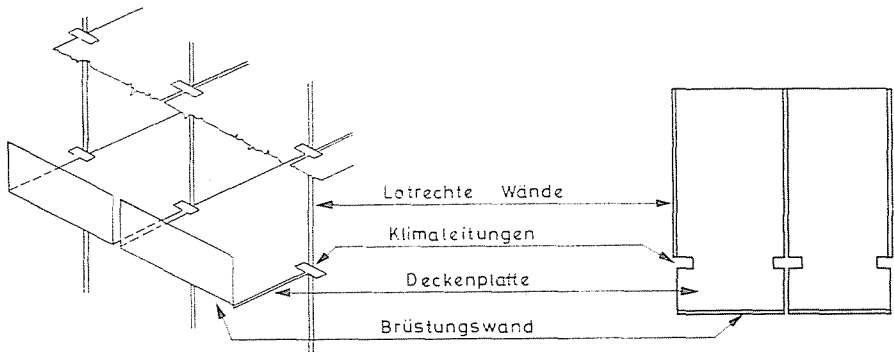


Abb. 7

Diese Lösung stellt eine Anzahl Probleme, die theoretisch geklärt und modellstatisch belegt werden sollten. Die Untersuchungen hatten zum Ziel, einerseits in dem am stärksten beanspruchten Querschnitt die spezifische Längsmomentenverteilung zu ermitteln, andererseits das spezifische Moment in Querrichtung zu bestimmen.

Die Modelluntersuchungen wurden an Aluminiumblechmodellen mit verschiedenen Längenverhältnissen ($l = s/4$, $l = s/2$, $l = s$ und $l = 2s$, wo $s = 4,5$ m die Breite bedeutet) mit dem Krümmungsmesser Hottinger Kr 2—59 durchgeführt. Die Plattenbeanspruchungen wurden gleichzeitig auch theoretisch nach der Plattentheorie berechnet.



Hotel Duna Intercontinental

Abb. 8

In Abb. 6 ist das Verhältnis $\alpha = m_{x \max} / m_{x \text{ durchschn.}}$ in Abhängigkeit von der Brückenspannweite zu sehen. Man kann eindeutig feststellen, daß die Querverteilung der Längsmomente nur bei größeren Spannweiten als gleichmäßig behandelt werden darf.

Bei den Untersuchungen der Quermomente erhielt man das überraschende Ergebnis, daß der Wert von $m_y = 0,2 m_x$ — im Gegensatz zur Praxis — nur über eine Spannweite von $l = 2s$ richtig ist (Abb. 7).

3.13. *Deckenuntersuchung für das Hotel »Duna Intercontinental«.* Bei der Projektierung des neuen Hotels ergab sich eine verhältnismäßig komplizierte Deckenkonstruktion. Wegen der monolithischen Bauweise stellen nämlich die Deckenplatten Durchlaufträger dar, die in die lotrechten Wände steif eingespannt sind, und außerdem bei den Balkonen konsolartig vorspringen. Am Rande der Kragplatte ist noch eine Brüstungswand eingebaut, die die Auskragung stark versteift. Weitere Schwierigkeiten wurden durch die Ausparungen für die Leitungen der Klimaanlage verursacht. Eine derartige Konstruktion läßt sich theoretisch kaum überblicken, daher wurde ein Modellversuch durchgeführt (Abb. 8).

Das Modell wurde aus Asbestzementplatten zusammengeklebt. Bei den Modellversuchen wurden die Dehnungen mit Dehnungsmeßstreifen an jeder charakteristischen Stelle gemessen und aus den Meßergebnissen die Spannungen und auf Grund der Spannungen die Beanspruchungen ermittelt. Die Meßergebnisse wurden als Einflußflächen aufgenommen.

3.14. *Stahlbeton-Plattenbrücke mit bogenförmigem Grundriß.* Das Ziel der im Auftrag des ungarischen Ministeriums für Verkehrswesen durchgeführten Modelluntersuchungen war, die Meßergebnisse mit den nach dem in der DDR ausgearbeiteten Rechenprogramm erhaltenen Rechenwerten zu vergleichen.

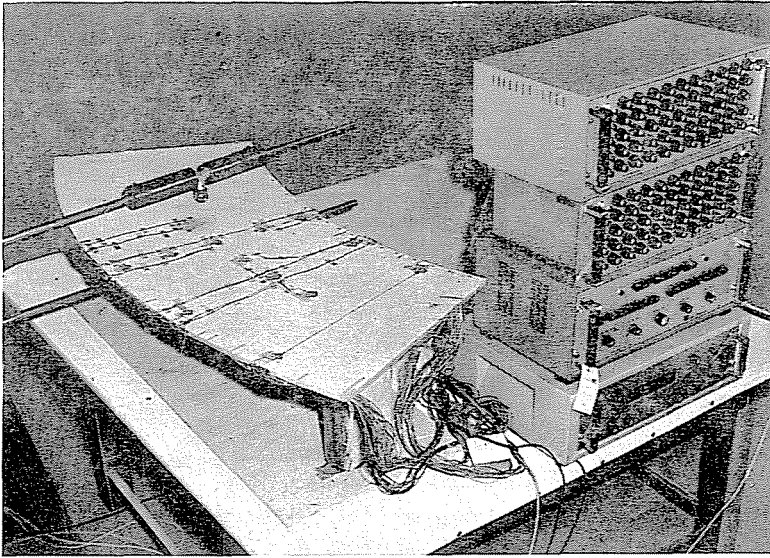


Abb. 9

Das Modell wurde aus 10 mm starken Asbestzementplatten zusammengeklebt. Die elastischen Konstanten der Platte waren: $E = 191,400 \text{ kp/cm}^2$; $\mu = 0,217$; Werte, die mit den wirklichen Werten des Stahlbetons gut übereinstimmen.

Auf der Platte wurden 12 charakteristische Meßstellen ausgewählt, wo auf die obere und untere Fläche in radialer und tangentialer Richtung Dehnungsmeßstreifen mit einer Meßbasis von 10 mm aufgeklebt wurden (Abb. 9).

Die auf die obere und untere Fläche in gleicher Richtung aufgeklebten Dehnungsmeßstreifen wurden in Halbbrückenschaltung geschaltet. Aus den in zwei aufeinander senkrechten Richtungen gemessenen Dehnungen konnten in Kenntnis der elastischen Konstanten und der Querschnittsabmessungen die spezifischen Momente berechnet und die Einflußfelder gezeichnet werden.

Als Meßsystem wurden Digital-Dehnungsmesser DDM 4, ein Abgleichgerät UG 50, ein Steuergerät US 100 St der Firma Hottinger-Baldwin und der Digital-Drucker D 11/62 SW der Firma Kienzle angewendet.

3.15. *Modelluntersuchung des Warenhauses in Dresden.* Der Betrieb »Dresdenprojekt« beauftragte ein ungarisches Entwurfsinstitut mit der Ausarbeitung der Ausführungspläne eines neuen Warenhauses in Dresden. Als Deckenkonstruktion für das Warenhaus wurde ein Plattensystem gewählt, das in einem Netzsystem 12×12 m durch Säulen abgestützt ist, wobei die

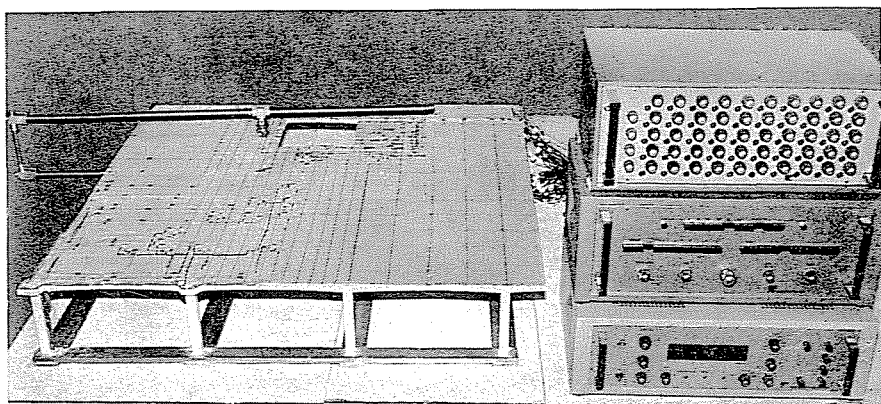


Abb. 10

Platte eine veränderliche Dicke hat. Die Oberfläche der Platte ist eben, die untere Fläche ein flaches Paraboloid. Die Decke arbeitet also zum Teil als Platte, zum Teil als Schale und zum Teil als Pilzdecke. Die durchlaufende Plattenkonstruktion ist mit verschiedenen Aussparungen durchbrochen. Um das angewendete Rechenverfahren, das die gleichzeitigen Wirkungen nicht in Betracht ziehen konnte, zu überprüfen, wurde eine Modelluntersuchung im Maßstab 1:40 durchgeführt. Wegen der Paraboloidoberfläche wurde das Modell aus einer Epoxyließharz-Kalksteinmehl-Diäthylentriamin-Kombination gegossen. Die gegossenen Teile wurden mit demselben Stoff geklebt. Der Modellstoff hatte einen Elastizitätsmodul $E = 90\,000 \text{ kp/cm}^2$ und den Querdehnungswert $\mu = 0,30$. Bei der Modellbelastung wurde keine Kriecherscheinung beobachtet (Abb. 10).

Die Plattenspannungen bzw. die spezifischen Beanspruchungen (Normalkraft und Biegemomente in den charakteristischen Punkten) wurden mit Dehnungsmeßstreifen als Einflußfelder erfaßt.

Die in Viertelbrückenschaltung erhaltenen Brückenausgangsspannungen wurden durch einen Dividier-Widerstand mit einem Digitalvoltmeter und einem IBM-Schreiber Modell B so geschaltet, daß die Spannungen direkt ausgegeben

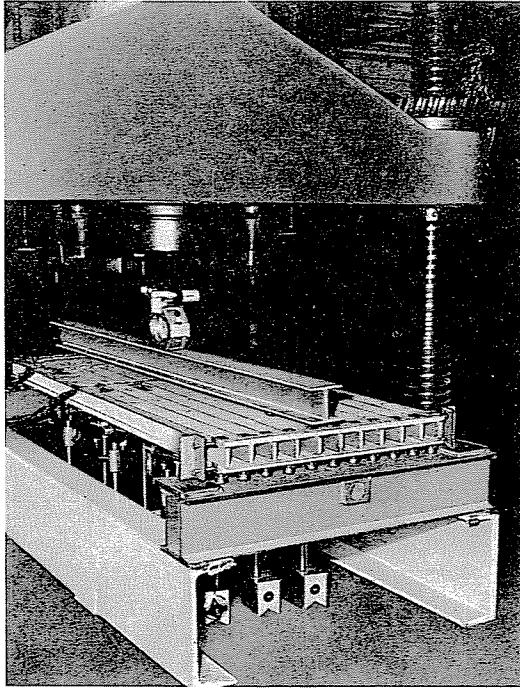


Abb. 11

wurden. Aus den Spannungen wurden die spezifischen Beanspruchungen berechnet, die Einflußfelder aufgezeichnet und unter Berücksichtigung des veränderlichen Eigengewichts und der Nutzlast die größten positiven und negativen Momente und Normalkräfte ermittelt.

3.16. Modelluntersuchung von Stahlbetonbrücken mit verschiedenen Kasten-träger-Querschnitten. Die Stahlbeton-Straßenbrücken werden sowohl bei vorgefertigten, als auch bei monolithischen Konstruktionen meistens mit verschiedenen Hohlquerschnitten hergestellt. Durch die Aussparungen werden die Brückenkonstruktionen steifer oder nachgiebiger. Die Steifigkeit wird mit der Querverteilung gekennzeichnet. Diese Querverteilung ist das Verhältnis des maximalen Wertes der Beanspruchung oder der Deformation des Querschnittes zum Mittelwert, unter Wirkung einer Einzellast.

Mit den Modelluntersuchungen sollten die von Dr. Lipták ausgearbeiteten theoretischen Ergebnisse modellstatisch überprüft werden. Dazu wurden zunächst die Wirkungen der verschiedenen Aussparungsformen an Kragbalken auf Biegung und Querkraft geprüft.

Später wurden zwei Brückenkonstruktionen mit Vierendeel- und Fachwerkträger-Querschnitt (Abb. 11 u. 12) im Modell nachgebildet. An diesen

Modellen wurden die Durchbiegungen mit Meßuhr und die Beanspruchungen mit Dehnungsmeßstreifen auf der oberen und unteren Fläche des Ober- und Untergurtes gemessen und auf Grund der Meßergebnisse wurden die Durchbiegungs- und Beanspruchungs-Einflußfelder aufgezeichnet.

Die Modelle wurden aus Asbestzementplatten hergestellt und mit Araldit zusammengeklebt. Die elastischen Konstanten wurden mit Hilfe eines Eichstabs festgestellt: $E = 219\,000 \text{ kp/cm}^2$; $\mu = 0,18$. In diesen Modellversuchen erwies sich die Querverteilung des Fachwerkträgerquerschnitts eindeutig um etwa 20% besser als die des Vierendeel-Querschnitts.

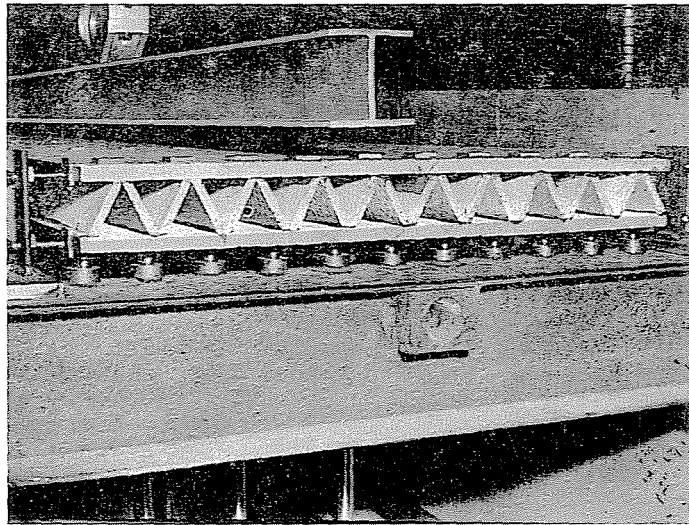


Abb. 12

3.2. Modelluntersuchungen für Hochhäuser

3.21. *Modellstatische Überprüfung der Versteifungs-Kastenpfeiler eines 24geschössigen Gebäudes.* Bei der Entwurfsarbeit für das Gebäude des Forschungszentrums der Universität für medizinische Wissenschaften »Simmelweis« Budapest wurde eine Ausführung gewählt, wo als Windversteifung zwei kastenförmig ausgebildete Pfeiler dienten. In diese Pfeiler sind Fahrstühle, Nebenräume und Treppen eingebaut; dazu mußten die Seitenwände mit Türöffnungen durchbrochen werden. Die Türöffnungen sind an den zwei Seiten nicht gleich, aber die zwei Wände sollten gleich steif sein, um einen torsionsfreien Querschnitt zu erhalten. Dazu wurde die wirkliche Steifigkeit der Seitenwände auf modellstatischem Wege ermittelt, und die erforderliche Wanddicke festgelegt (Abb. 13). Die Spannungsverteilung wurde in den mit Türöffnungen durchbrochenen Wänden für Windbelastung spannungsoptisch geprüft.

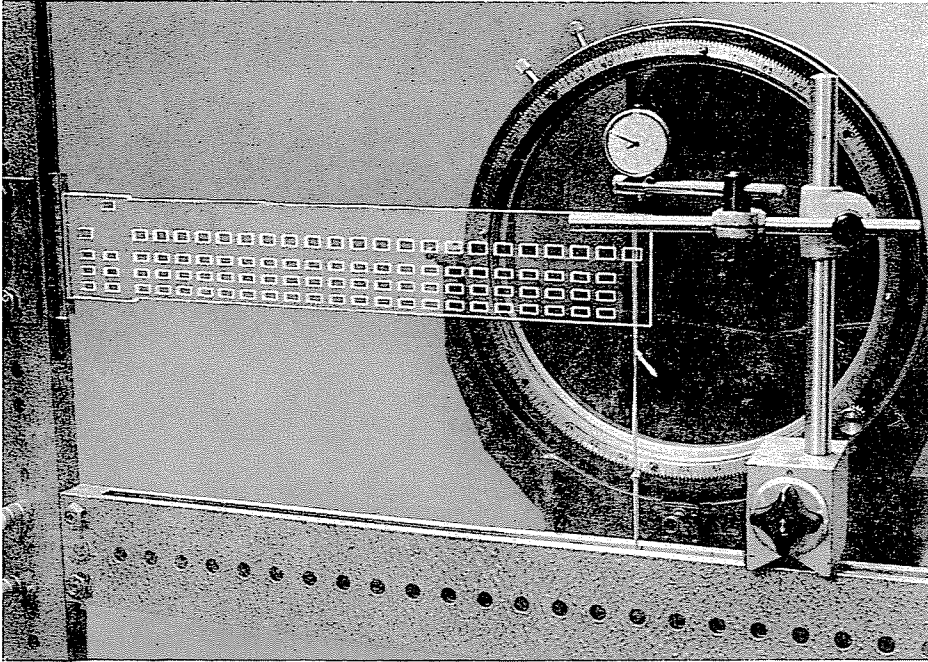


Abb. 13

3.22. *Stabilitätsuntersuchung eines Hochhauses mit 24 Geschossen.* Dieses Gebäude wurde in Gleitschalung errichtet, so daß im Laufe des ersten Bauabschnitts keine Decken eingebaut wurden. Bei diesem Verfahren stellt sich bei solchen Konstruktionen das Problem der lokalen Stabilität. Die mit Brüstungswänden versteifte Konstruktion, die vier miteinander verbundene E-förmige Querschnitte hat, wurde mit einem E-Querschnitt aus Plexiglas modelliert. Die Prüfung wurde mit dreifachem Eigengewicht in mehreren Stufen durchgeführt, ohne daß Probleme hinsichtlich der Stabilität aufgetaucht wären (Abb. 14).

Die Wirkung der versteifenden Brüstungswände wurde mit Hilfe besonderer Modelle mit Viereck-Querschnitt für eine oder zwei Brüstungswände geprüft.

3.22. *Modellstatische Untersuchung eines Hochhauses von besonderer Ausgestaltung.* In einem Wohnviertel in Budapest wurde ein Hochhaus mit 20 Geschossen mit einem Wasserbehälter auf dem Dach und einem nur einfach symmetrischen Grundriß projektiert und errichtet.

Der Querschnitt des Gebäudes enthält einen einzigen kastenförmigen Kern, die anderen Wände sind teilweise mit Brüstungswänden versteift.

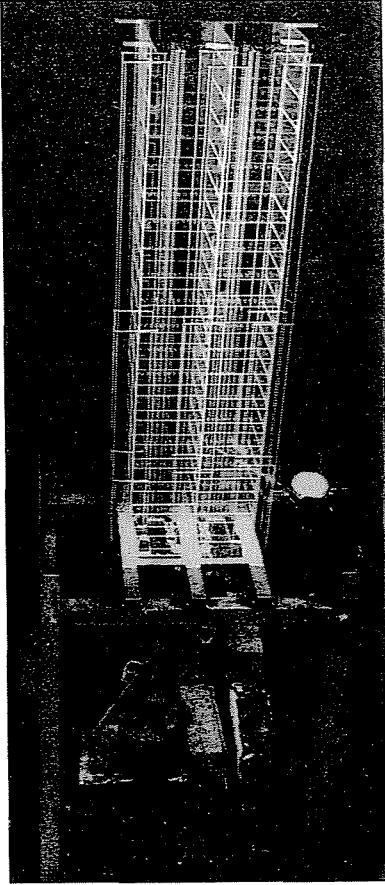


Abb. 14

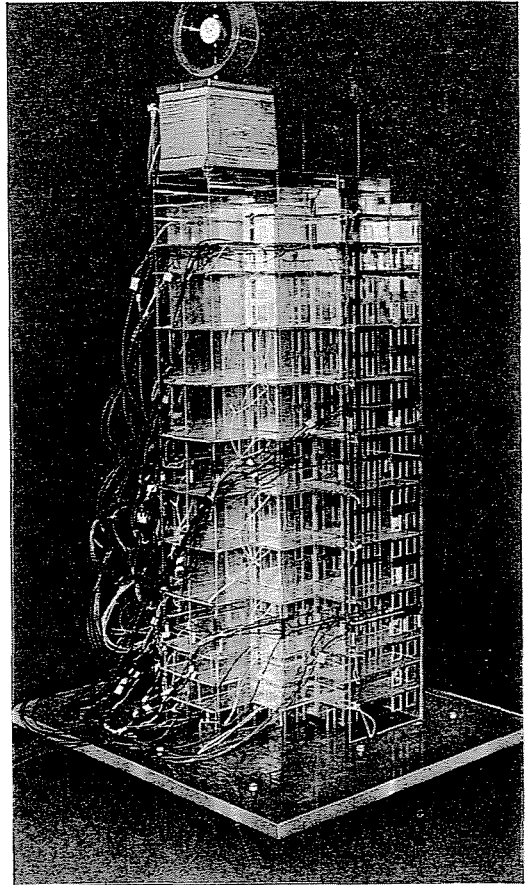


Abb. 15

Die Prüfung wurde in zwei Richtungen geführt. Einerseits sollte ermittelt werden, wie sich die Gewichtskräfte in den Wänden verteilen (Abb. 15), andererseits die Wirkung der nicht in der Symmetrieachse wirkenden Windbelastung festgestellt werden.

Dazu wurde ein Modell aus Plexiglas mit nur zum Teil eingebauten Decken hergestellt. Es wurden drei charakteristische Querschnitte ausgewählt, wo die Kraftverteilung mit Hilfe von Dehnungsmeßstreifen gemessen wurde. Außerdem wurde die Torsionsbeanspruchung mit Dehnungsmeßstreifen gemessen, die in einem Längsschnitt untereinander aufgeklebt wurden.

Bei den Messungen wurden Digitaldehnungsmesser DDM 4 mit UG 50, mit einem Steuergerät US 100 St der Firma Hottinger und ein Digital-Drucker mit Springwagen der Firma Kienzle angewendet.

3.3. Modelluntersuchungen größerer Konstruktionen

3.31. *Untersuchung der Montageprobleme der Elisabeth-Brücke durch Nachbildung im Modell.* Beim Wiederaufbau der Elisabeth-Brücke sollten die Beanspruchungen der Versteifungsträger und Hängekabel während der Montage für verschiedene Montagesysteme ermittelt werden. Das Hauptträger-system der Konstruktion mit der Spannweite $44 + 290 + 44$ m wurde im Maßstab 1:50 nachgebildet. Die Beanspruchungen des Versteifungsträgers wurden mit Hilfe der Messung von Hängekabelkräften festgestellt, dazu war eine geeignete Modellierung der Hängestäbe erforderlich. Diese wurde mit einer

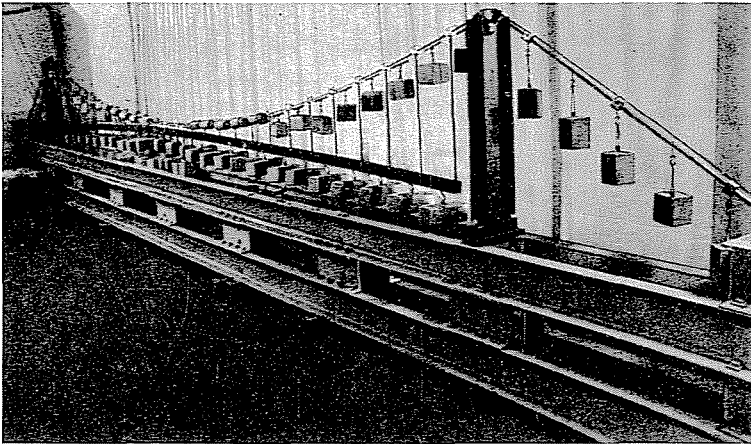


Abb. 16

Blattfeder von $10 \times 0,1$ mm Querschnitt erzielt. Die Hängerkräfte wurden mit zwei einander gegenüber angeordneten Dehnungsmeßstreifen gemessen. Zur Messung der Durchbiegungen wurde ein Nivellierinstrument Wild Ni 3 benutzt.

Um die wirklichen Deformationen zu erhalten, mußten die Eigengewichte als Zusatzgewichte auf das Modell aufgehängt werden (Abb. 16).

Durch die Modelluntersuchungen konnten die verschiedenen Montagesysteme statisch verglichen werden.

3.32. *Statische Modelluntersuchung einer Stahlbeton-Dachkonstruktion in Netzwerkform.* Die geprüfte Konstruktion ist grundsätzlich ein System aus Zweigelenkbogen mit Zugband, wo sich die Bogen in einem gegebenen Winkel kreuzen. Die Bogen wurden aus Stahlbeton-Fertigbalken mit Ortbeton-Knotenpunkten auf einem Montagegerüst von 53 m Spannweite gebaut. Das Modell wurde aus Aluminium im Maßstab 1:25 mit geklebten Knotenpunkten hergestellt (Abb. 17).

Die Modelluntersuchung sollte klarstellen, wie sich das Kräftespiel der Konstruktion ändert

bei verschiedenen Längenverhältnissen;
mit und ohne Versteifungswand (Giebelwand);
mit und ohne Zugband in Längsrichtung.

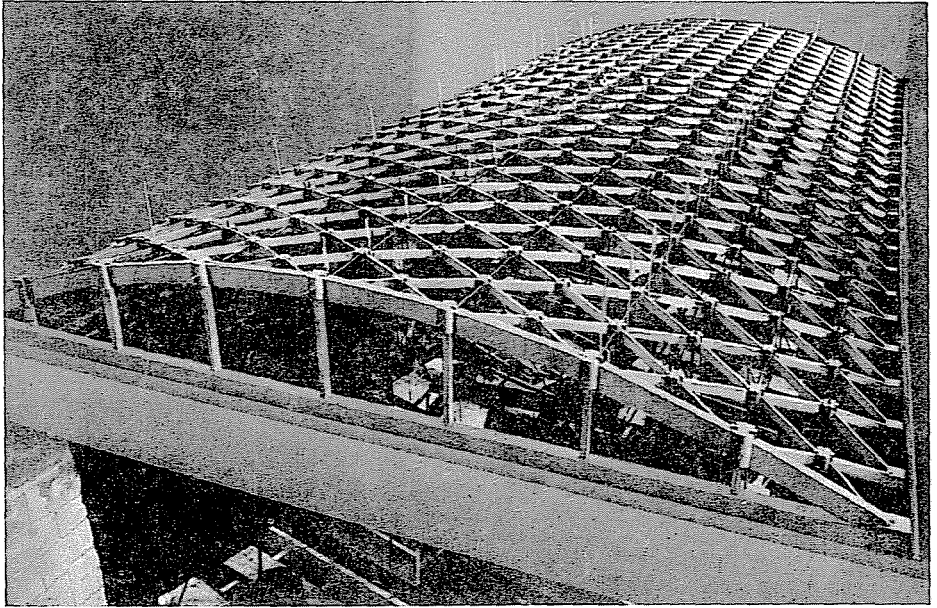


Abb. 17

Die Stabilitätsprobleme werden getrennt geprüft. Bei einer Konstruktion mit einer Spannweite von 53 m sind nämlich die Zughänder anzuhängen. Diese Hängestäbe verhindern die Entstehung eines instabilen Zustandes des Bogens und erhöhen nach den Untersuchungsergebnissen die Bruchlast um etwa 70%.

Bei der Untersuchung wurden die Durchbiegungen mit Nivellierinstrument, der Spannungszustand der Knotenpunkte und der Zughänder mit Dehnungsmeßstreifen ermittelt und die Bruchlast festgestellt.

3.33. *Stabilitätsuntersuchungen von Schalenbogen.* Diese Untersuchungen wurden durchgeführt, um eine neue Theorie von Dr. Kollár zu belegen. Die Modelle wurden teils aus Zementmörtel, teils aus Stahlblech hergestellt.

Die ersten zwei Untersuchungen wurden mit einem Zementmörtelmodell mit veränderlichen Dicken von 3—5 mm mit Weicheisenbewehrung durchgeführt (Abb. 18). Eines dieser Modelle wurde mit einer gleichmäßigen Gesamtlast bis Bruch belastet. Außer der Bruchlast wurden auch die Spannungsverteilung und die Deformationen gemessen. Bei dem zweiten Modell sollte

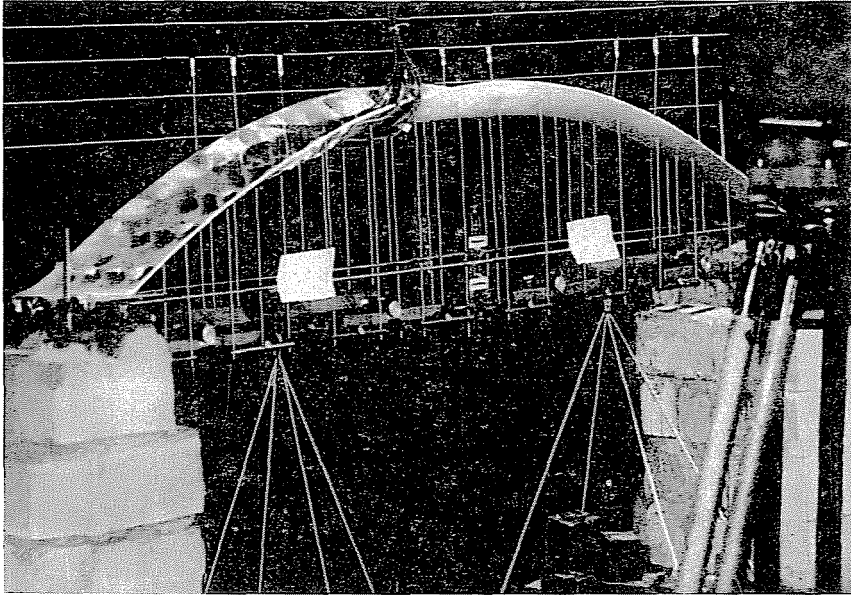


Abb. 18

die Wirkung der zufälligen Außermittigkeit vermindert werden. Die kritische Lastkombination aus Moment und Normalkraft ist nämlich gegen Außermittigkeit sehr empfindlich, besonders in der Anfangsstrecke (Abb. 19). Bei der ersten Modelluntersuchung, wo ein zentrisch gedrückter Bogen geprüft werden sollte, hatte man bei der Bruchbelastung wegen der zufälligen Außermittigkeit eine Abweichung zwischen Versuchs- und Rechenwerte von etwa 40%.

Bei der zweiten Modelluntersuchung wurde ein mittlerer Punkt der Kurve auf kritische Lastkombination geprüft, und die Abweichung betrug nur etwa 2%.

Für die Messungen wird der Elastizitätsmodul aus der Deformation des Modells ermittelt.

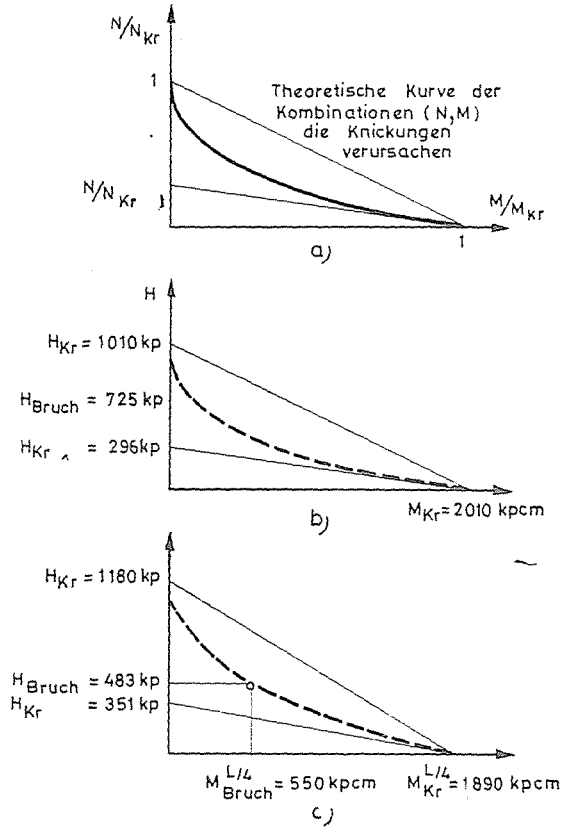


Abb. 19

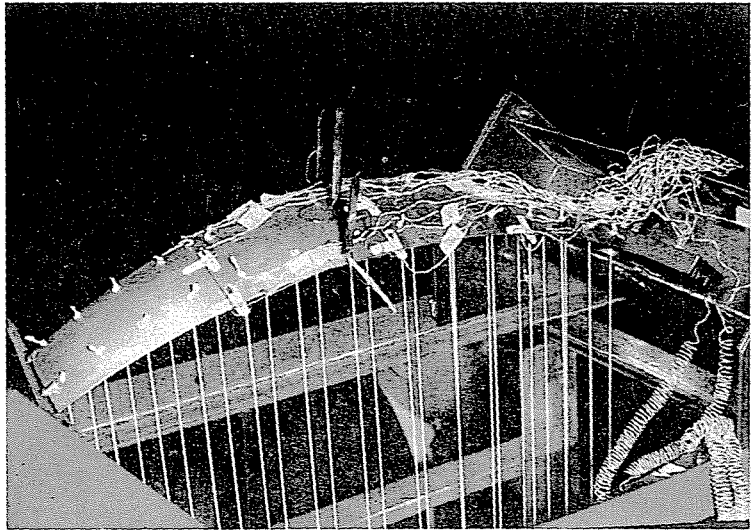


Abb. 20

Der größere Teil der Modelle wurde aus Stahlblech gefertigt und so konnte man mit konstanter Dicke arbeiten, ohne Fehler aus Dickenabweichung befürchten zu müssen. Durch die Blechausführung wurde auch die Ausbildung der Unterstützung erleichtert und es konnten die theoretischen und experimentellen Ergebnisse sowohl für gelenkig gelagerte, als auch für eingespannte oder gabelartige Unterstützung verglichen werden. Abb. 20 zeigt eines der Modelle.

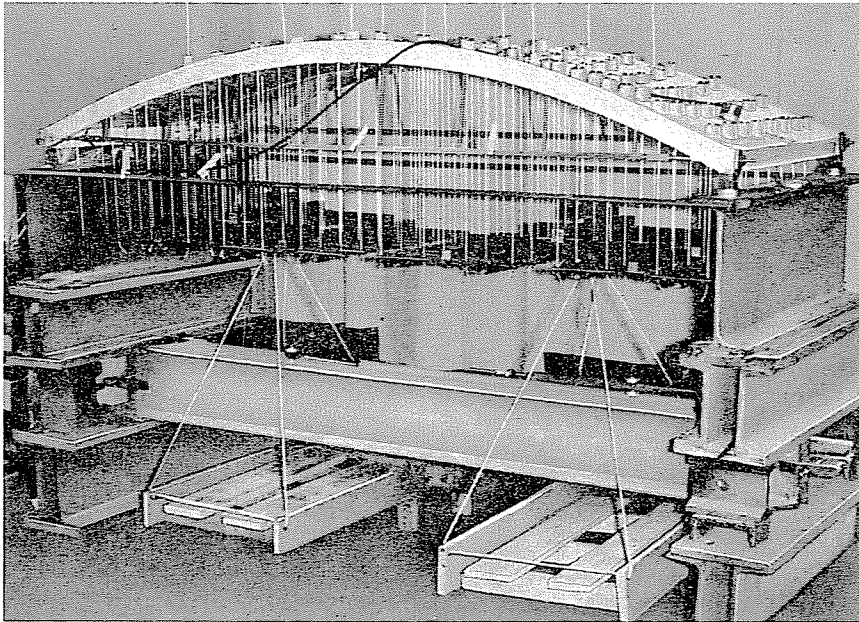


Abb. 21

3.34. *Modelluntersuchung einer Stahlbeton-Schalenskonstruktion.* Im Entwurfsinstitut IPARTERV wurde für die Leichtmetallwerke Székesfehérvár ein hyperbolischer Schalenskonstruktionstyp entworfen (Entwurfsbearbeiter: Dr. Menyhárd, Dr. Kollár) mit einer Spannweite von 30 m, einer Breite von 10 m und mit veränderlichen Dicken von 6–8 cm. Die Aufgabe der Modelluntersuchung war, die Bruchbelastung und das Kräftespiel zu ermitteln.

Das Modell wurde aus Zementmörtel mit Weicheisenbewehrung im Maßstab 1:15 gebaut. Im elastischen Bereich der Belastung wurden einerseits die Ortsmomente durch Krümmungsmessung, andererseits der Spannungszustand mit Dehnungsmeßstreifen ermittelt (Abb. 21).

Die Belastung des Modells wurde mit einem Hebelsystem, dessen letztes Glied über ein einbetoniertes Zwischenstück mit einer Schnur an die Konstruktion angehängt wurde, durchgeführt. Der Bruch erfolgte durch die Beulung der Schalenkonstruktion.

3.35. *Modelluntersuchung der Budapester Sporthalle.* In der Entwurfsarbeit für die zukünftige Budapester Sporthalle spielten die Modelluntersuchungen eine bedeutende Rolle.

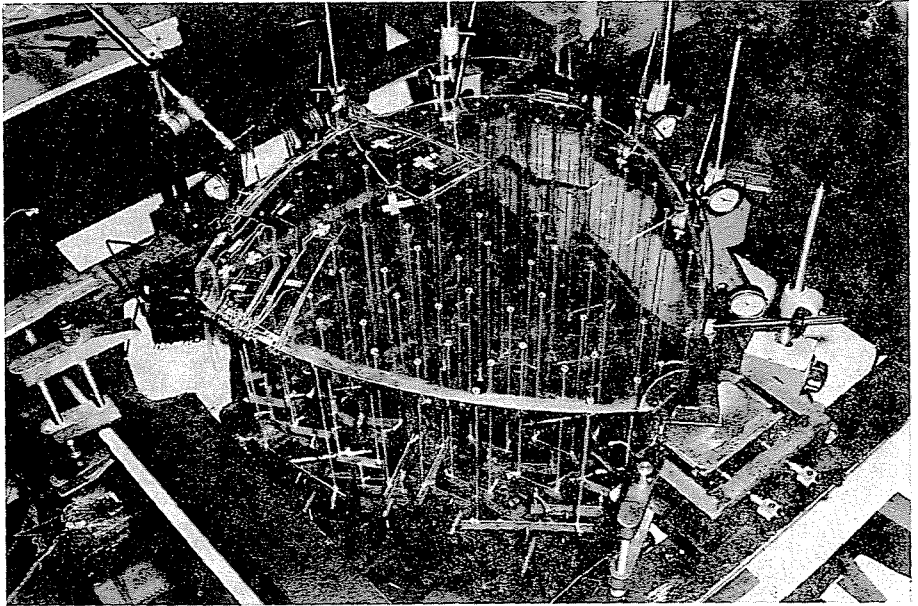


Abb. 22

Die vorgesehene Konstruktion ist eine Fachwerk-Flächentragwerk, das bei den Modelluntersuchungen mit einem Kontinuum-Modell als Schalenkonstruktion nachgebildet wurde. Der Modellwerkstoff war Plexiglas von 3 mm Stärke, das mit Hilfe einer Schablone bei 170°C warm verarbeitet wurde. Im ersten Modellversuch war die Oberfläche eine Kugel, bei dem zweiten ein Sinusoid (Abb. 22).

Bei den Versuchen wurden Einzel- und Flächenlasten eingetragen, und die Einflußflächen und Beanspruchungen ermittelt. Außerdem wurden auch die Deformationen gemessen. Das war notwendig, um die Steifigkeit der Konstruktion, die kritische Belastung und die Seitenwandanschlüsse festzulegen. Außerdem wurden auch die waagrechten Lagerkräfte gemessen; für diesen Zweck wurde ein spezieller Kraftmesser entwickelt.

Bei der Bruchbelastung wurden neben Spannungs- und Deformationsmessungen die ständig wachsende gleichmäßige Belastung mit einem DMS-Dynamometer und die Schalendeformation mit einem induktiven Wegaufnehmer mit Hilfe eines X—Y-Schreibers registriert.

Die Meßergebnisse am schalenförmigen Modell waren so günstig, daß die früher geplanten, weiteren Modelluntersuchungen in größerem Maßstab nicht erforderlich waren.

Bei der Herstellung des Modells und der Untersuchung stellten sich die allgemeinen Schwierigkeiten der Modellierung mit Kunststoffen ein. Bei den Messungen mußte wegen des Kriechens mit niedriger Belastung und mit einem planmäßigen Zeitprogramm gearbeitet und wegen der schlechten Wärmeleitfähigkeit für jede Meßstelle ein Kompensator angeordnet werden.

3.36 *Modelluntersuchung der U-Bahnhaltestellen in Budapest.* Bei dieser Modelluntersuchung wurde die Aufgabe gestellt, die Beanspruchungen der Tunnelkonstruktion und den Spannungszustand des Bodens bei unterschiedlichen Bodenwerten mit verschiedenen elastischen Eigenschaften und bei verschiedenen statischen Systemen der Konstruktion festzustellen.

Zuerst wurde die zusammenwirkende Halbebenebreite spannungsoptisch ermittelt, und dann die Konstruktion im Maßstab 1:25 modelliert. Als Boden wurde zunächst Gummi ($E = 450 \text{ kp/cm}^2$), dann Hart-PVC ($E = 12\,000 \text{ kp/cm}^2$) angewandt. Um die mittleren Bettungszifferwerte zu gewährleisten, wurde der Modellboden durch Bohrungen geschwächt und so wurden Werte erstens von etwa $E = 7000 \text{ kp/cm}^2$, zweitens $E = 3500 \text{ kp/cm}^2$ erreicht.

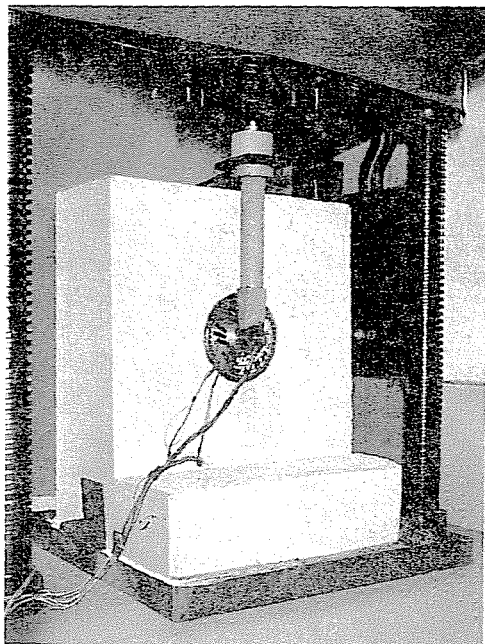
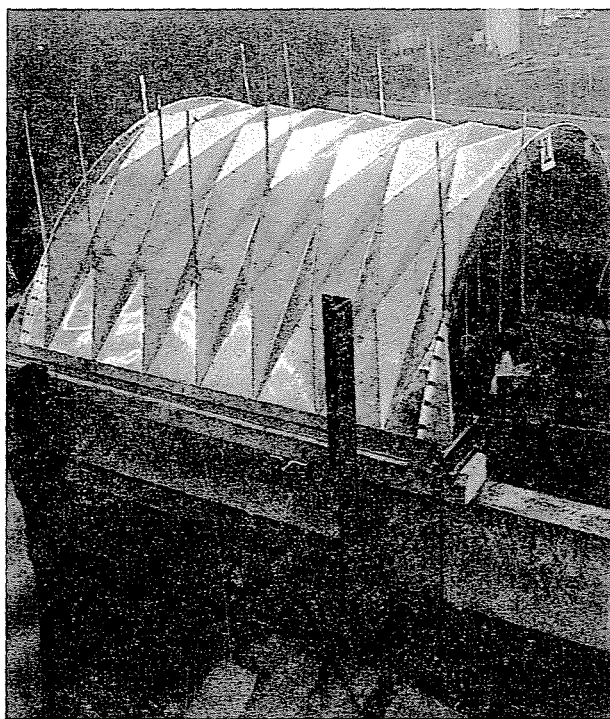
Die Zwillingstunnel wurden aus Stahl, die Säulen aus mit Epoxydharz gefüllten Aluminiumrohren nachgebildet.

Bei den Modellversuchen wurden die Bodenspannungen mit Dehnungsmeßstreifen oder mit Setzdehnungsmessern, die in der Tunnelkonstruktion auftretenden Spannungen mit etwa 80 Dehnungsmeßstreifen, aufgeklebt auf die innere und die äußere Fläche des Tunnels, gemessen.

Das Modell wurde in einem Belastungsrahmen auf Spiegelglas waagrecht aufgelegt und entweder gleichmäßig oder einseitig belastet.* Dabei wurde die Einspannung des Bogens und der Säule geändert.

3.37. *Modelluntersuchung der Abstützung des Sektorwehrs von Kisköre.* Bei der Staustufe von Kisköre wurden vom Entwurfbearbeiter (Entwurfsinstitut für Wasserbau, VIZITERV) Sektorwehre vorgesehen, die bei den Pfeilern durch Membranscheiben besonderer Ausbildung unterstützt sind. Die Membranscheiben sind auf die Flansche von in die Pfeiler einbetonierten Gußstahlröhren aufgeschraubt.

* Bilder siehe in: Per. Pol. Civ. Eng. Vol. 13 (1969) No. 3—4.

*Abb. 23**Abb. 24*

Die Pfeiler wurden spannungsoptisch, Scheibe und Rohr modellstatisch (Abb. 23) und spannungsoptisch geprüft.

Die Beanspruchungen wurden mit Dehnungsmeßstreifen gemessen. Neben den Dehnungsmessungen wurden die Trajektorien nach dem Reißlackverfahren aufgenommen.

3.38. *Modellversuch einer Dachkonstruktion im Faltwerkssystem.* Durch die in elf Varianten durchgeführten Modellversuche wurden die Stabilitätseigenschaften und Verbindungsprobleme einer Faltwerk-Dachkonstruktion aus Fertigteilen durchgeführt (Abb. 24). Eine derartige Konstruktion wurde auf Grund der Modellversuche für einen Vorlesungssaal der TU Budapest in monolithischer Ausführung gebaut.

Zusammenfassung

Bei der Bemessung der Konstruktionen schwer übersichtlichen Kräftespieles wird von den Statikern neben den theoretischen Methoden die Modellstatik als experimentelle Methode auch immer mehr angewandt. Die Veröffentlichung gibt eine Zusammenfassung über die Grundlagen der Modellstatik und über ihre Anwendung in der Praxis. Die zahlreichen, als Beispiele vorgestellten Untersuchungen, die in dem Laboratorium des Lehrstuhls für Stahlkonstruktionen der Technischen Universität Budapest durchgeführt wurden, geben einen guten Überblick über die Vielseitigkeit der Modellstatik.

Schrifttum

- CHARLTON, T. M.: Model Analysis of Plane Structures, Pergamon Press, Oxford, 1966
 CLEMENS, G.: Grundlagen der Ähnlichkeitsmechanik in dem Buch Speer, S.: Experimentelle Spannungsanalyse. BSB. B. G. Teubner, Leipzig, 1971
 FARKAS, M.—KÖRÖNDI, L.—KRISTÓF, L.—SZITTNER, A.—TOMKA, P.—VISONTAI, J.: Modellversuch über eine neuartige Bahnhofkonstruktion der Budapester Utergrundbahn. Per. Pol. Civ. Eng. Vol. 13 (1969), No. 3—4
 FEUCHT, W.: Einführung in die Modelltechnik in dem Buch Fink, K.—Rohrbach, Ch.: Handbuch der Spannungs- und Dehnungsmessung. VDI Verlag, Düsseldorf, 1958
 SZITTNER, A.: Experimentelle Spannungsanalyse II. Statische Modelluntersuchungen.* Lehrbuch. Tankönyvkiadó, Budapest, 1965
 SZITTNER, A.: Model Analysis of the New "Elisabeth" Suspension Bridge in Budapest. Proceedings of the Conf. on Experimental Methods of Investigating Stress and Strain in Structures. Praha, 1965, pp. 376—386
 SZITTNER, A.: Modellversuch der Sporthalle in Budapest.* IASS Symposium, Budapest, 1968
 VISONTAI, J.: Spannungsoptische Untersuchung der Windversteifungswand eines 24-stöckigen Hochhauses. Angewandte Mathematik und Mechanik. Berlin, 1970

Antal SZITTNER, Wiss. Hauptmitarbeiter,
 1111 Budapest, Múegyetem rkp. 3. Ungarn.

* In ungarischer Sprache.