

ENTWURF DER ABSTECKUNG VON GEBÄUDEFERTIGTEILEN

Von

Á. DETREKŐI

Lehrstuhl für Höhere Geodäsie, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 31. Mai 1971)

Vorgelegt von Prof. Dr. István HAZAY

Im Laufe der raschen Entwicklung der Bauwissenschaft werden in zunehmender Zahl Fertigbauten errichtet. In diesem Falle müssen in der Regel nicht nur die Gebäudeecken, sondern auch die Standorte der einzelnen Fertigteile abgesteckt werden.

Letztere Arbeit kann technisch richtig und auch mit hinreichender Wirtschaftlichkeit nur durchgeführt werden, wenn die Absteckarbeit auch geplant wird. In der vorliegenden Arbeit werden einige Planungsfragen der Absteckung von Fertigteilen behandelt.

Unter Berücksichtigung der allgemeinen Regeln der Absteckungsplanung läßt sich der Entwurf der Absteckung von Fertigteilen auf folgende Schritte unterteilen:

1. Festlegung der Fehlergrenzen,
2. Wahl des Absteckungsverfahrens,
3. die Bemessung, d. h. die Berechnung des zulässigen, größten, mittleren Fehlers der beim Abstecken vorzunehmenden Messungen.

Im weiteren sollen die einzelnen Planungsschritte untersucht werden.

I. Festlegung der Fehlergrenzen

Die Fehlergrenzen für die Absteckung von Bauteilen werden in der Regel aus den Bautoleranzen ausgehend bestimmt. Die Toleranz T von Baustößen wird aus der Beziehung

$$T = [T_H^2 + T_M^2 + T_A^2]^{1/2} \quad (1)$$

berechnet, wo

- T_H die Herstellungstoleranz der zusammengefügt Elemente,
 T_M die Montagetoleranz,
 T_A die Absteckungstoleranz

bedeuten.

Aus der Begriffsbestimmung der Toleranzen folgend läßt sich die Absteckungstoleranz veranschaulichen, wenn angenommen wird, daß das eine Ende (G) des Bauteils fehlerfrei abgesteckt wurde; in diesem Falle ist die Absteckungstoleranz das Intervall, in das der abgesteckte Ort des anderen Elementendes (H) bei richtiger Absteckung kommen darf (Abb. 1).

Aus dieser Begriffsbestimmung der Absteckungstoleranz folgt, daß sie eine Meßzahl ist, die den Fehler im Verhältnis zueinander der abgesteckten Punkte kennzeichnet.

Der Zahlenwert der Absteckungstoleranz T_A wird mit Hilfe der Beziehung (1) ermittelt. Es wird in der Regel aus der Annahme ausgegangen, daß durch die Wirkung der Absteckungstoleranz der Wert der Bautoleranz T nur in vernachlässigbar geringem Maße erhöht werden darf.

In der Fachliteratur wird die Beziehung zwischen Bautoleranzen und Absteckungstoleranz vorzugsweise mit der Formel (2) gekennzeichnet:

$$T_A = kT. \quad (2)$$

Der Zahlenwert von k ist in den einzelnen Ländern und je nach Gebäudetyp veränderlich. Nach HERDA [2] schwankt er zwischen 0,1 und 0,7. Unter durchschnittlichen Verhältnissen kann mit $k = 0,4$ gerechnet werden.

Die Beziehung der Absteckungstoleranz T_A zu der in der Geodäsie üblichen Fehlergrenze F wird durch die Formel

$$F = 0,5 T_A \quad (3)$$

ausgedrückt.

Um die Absteckung zu bemessen, muß der zulässige, größte, mittlere Fehler M bekannt sein. Die Beziehung der Fehlergrenze zum mittleren Fehler wird durch die Formel

$$F = \lambda M \quad (4)$$

beschrieben. Zur Bestimmung des Wertes von λ geht man in der Regel aus der bekannten Beziehung der Wahrscheinlichkeitstheorie aus. Die Wahrscheinlichkeit p dessen, daß eine Zufallsvariable von Normalverteilung in das symmetrische Intervall um einen voraussichtlichen Wert fällt, lautet:

$$P(a - \lambda\sigma \leq \xi < a + \lambda\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{a - \lambda\sigma}^{a + \lambda\sigma} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt = p \quad (5)$$

dabei bedeuten

ξ die Zufallsvariable

a den Erwartungswert der Zufallsvariablen

σ die Streuung der Zufallsvariablen

t die unabhängige Veränderliche.

Die Wahrscheinlichkeitshöhe wird sowohl in der Bauindustrie als auch in der Geodäsie in der Regel mit $p = 0,9973$ angesetzt. In diesem Fall erhält man $\lambda = 3$.

Im Fachschrifttum der Absteckungen kommt oft ein Wert $\lambda < 3$ vor, der auf empirischem Wege bestimmt wurde. Eine Verminderung des λ -Wertes läßt sich auch theoretisch begründen. Bei der Anwendung der Beziehung (5) wird nämlich nicht berücksichtigt, daß jeder abgesteckte Punkt überprüft werden muß. Wird die Kontrollmessung als eine unabhängige Messung zur Bestimmung des Punktes aufgefaßt, und angenommen, daß der mittlere Fehler sowohl der Absteckung als auch der Kontrollmessung M' ist, so läßt sich unter Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes der mittlere Fehler der Bestimmung des abgesteckten Punktes errechnen:

$$M = \frac{M'}{\sqrt{2}} . \quad (6)$$

Die Formel (6) in (4) eingesetzt und unter Anwendung von $\lambda = 3$, erhält man

$$F = 3 \frac{M'}{\sqrt{2}} = 2,1 M, \text{ und daraus } M' \approx \frac{F}{2} . \quad (7)$$

Der Wert $F/2$ ist in (4) zu finden. Die Beziehungen (1) . . . (7) ermöglichen von der Bautoleranz ausgehend die Berechnung des zulässigen mittleren Fehlers der Absteckung.

2. Wahl des Absteckungsverfahrens

Bei der Wahl des Absteckungsverfahrens spielen zahlreiche Gesichtspunkte eine Rolle. Die wichtigsten sind: Art und Umgebung des abzusteckenden Bauwerks, Form und Punktdichte des geodätischen Festpunktnetzes, Anzahl und Lage der abzusteckenden Punkte, die zur Verfügung stehenden Instrumente, die Fachkundigkeit des Personals und die zur Verfügung stehende Zeit. Diese Faktoren werden in der Regel zahlenmäßig nicht berücksichtigt. Die Fachkundigkeit des leitenden Ingenieurs spielt in der Wahl des geeigneten Absteckungsverfahrens eine entscheidende Rolle. In Kenntnis des Verfahrens lassen sich die Kosten der Absteckung der Endpunkte des abzusteckenden Elements berechnen.

3. Die Bemessung

Der letzte Schritt der Planung von Absteckungen besteht in der Bemessung, deren Zweck es ist, den zulässigen, größten, mittleren Fehler der Meßvorgänge (Längenabsteckung, Winkel- bzw. Richtungsabsteckung, Nivellement, Vermarkung) zu bestimmen.

Bei der Bemessung werden der zulässige, größte, mittlere Fehler M der Absteckung und der für das angewandte Verfahren kennzeichnende mittlere Fehler *a priori* m der Absteckung verglichen.

Für die Bemessung muß also der mittlere Absteckungsfehler *a priori* bekannt sein. In Abb. 1 ist der zulässige, größte, mittlere Fehler eines Bauteils veranschaulicht. Dort wurde vorausgesetzt, daß einer der Bauteilendpunkte (G) fehlerfrei abgesteckt und nur die Absteckung des anderen End-

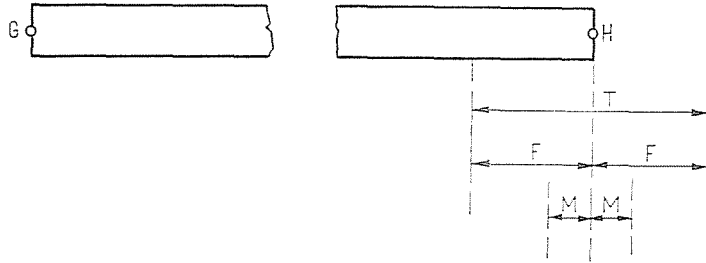


Abb. 1

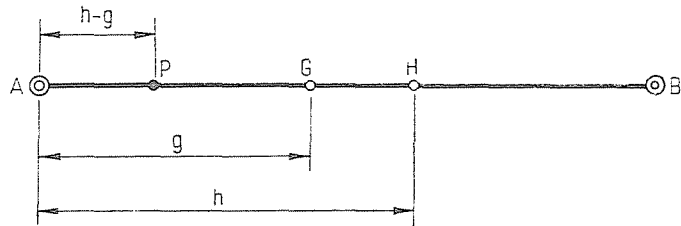


Abb. 2

punktes (F) fehlerbehaftet sei. In Wirklichkeit werden die Absteckungen beider Endpunkte fehlerbehaftet sein. Der mittlere Absteckungsfehler *a priori* m ist aus den mittleren Fehlern *a priori* der beiden Endpunkt-*absteckungen* (m_G, m_F) zusammengesetzt. Die Aufgabe besteht also in der Berechnung der mittleren Fehler im Verhältnis zueinander der beiden abgesteckten Punkte.

Die Berechnung dieser Werte wird in der Fachliteratur der Ingenieur-*geodäsie* nicht behandelt. Für die Lösung der Aufgabe wurden von uns in [5] Methoden erarbeitet, die an der Absteckung des Bauteils in Abb. 1 gezeigt werden.

Die beiden Endpunkte des Bauteils sollen in der Verbindungsgeraden zweier Festpunkte liegen (Abb. 2). Die Bauteil-*endpunkte* werden zweckmäßig als Meßstreckenpunkte abgesteckt. Die zur Bauteilachse parallelen, mittleren Fehler der Absteckung der Punkte G und H im Verhältnis zu den Festpunkten werden aus der Beziehung (5)

$$\begin{aligned} m_G &= [m_{LG}^2 + m_V^2]^{1/2} \\ m_H &= [m_{LH}^2 + m_V^2]^{1/2} \end{aligned} \quad (8)$$

berechnet, wo

m_{LG} bzw. m_{LH} die mittleren Fehler der Längenabsteckung,
 m_V jenen der Vermarkung bedeuten.

Der mittlere Fehler der Messung einer Länge s wird nach [6] durch die Beziehung

$$m_{LS}^2 = u^2 s^2 + v^2 s \quad (9)$$

beschrieben, wo u und v Parameter sind.

(Es ist zu bemerken, daß für die Berechnung der mittleren Fehler in beliebiger Richtung von nach verschiedenen Verfahren abgesteckten Punkten im Fachschrifttum der Formel (8) ähnliche Beziehungen angegeben werden.)

Können die Absteckungen der Punkte G und H als unabhängig gelten, so läßt sich m mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes berechnen:

$$m = [m_G^2 + m_H^2]^{1/2}. \quad (10)$$

Diese Aufgabe könnte für gelöst gehalten werden. In Wirklichkeit können jedoch die Absteckungen der beiden Endpunkte desselben Bauteils nicht für unabhängig gelten. Auch im in Abb. 2 dargestellten Falle ist es wahrscheinlich, daß die zwei Punkte unter Anwendung derselben Längenmessung abgesteckt wurden, daher gilt

$$m^2 < m_G^2 + m_H^2. \quad (11)$$

Sind die Punktabsteckungen nicht unabhängig, läßt sich m auf zweifache Weise berechnen:

a) unter Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf nicht unabhängige Messungen [7],

b) durch Rückführung der mittleren Fehler der beiden Punkte im Verhältnis zueinander auf einen mittleren Fehler im Verhältnis zu einem fiktiven Festpunkt.

Wird die erste Weise auf den Fall in Abb. 2 angewandt, erhält man den Zusammenhang

$$m = [m_{LG}^2 + m_V^2 + m_{LH}^2 + m_V^2 - 2r_L m_{LG} m_{LH} - 2r_V m_V^2 - 2r_{LV} m_V (m_{LG} + m_{LH})]^{1/2}, \quad (12)$$

wo r_L , r_V , r_{LV} Korrelationskoeffizienten sind, die die Abhängigkeiten der Messungen ausdrücken.

Es ist leicht einzusehen, daß die zwei Vermarkungen bzw. die Längenabsteckung und die Vermarkung voneinander unabhängig sind; daher sind

$r_V = 0$ und $r_{LV} = 0$. r_L läßt sich aus der Überlegung ermitteln, daß falls die Entfernungen g und h bei derselben Gelegenheit abgesteckt wurden, der mittlere Fehler dieser Entfernungen im Verhältnis zueinander nur vom Abstand der beiden abzusteckenden Punkte abhängig ist. In dieser Annahme, unter Anwendung der Bezeichnungen in Gl. (9) erhält man

$$r_L = \frac{u^2 g h + v^2 g}{m_{LG} m_{LH}}. \quad (13)$$

Der Vorteil der Berechnung unter Anwendung des Korrelationskoeffizienten liegt in der theoretisch einwandfreien Lösung; bei der Bemessung der Bauteile sind die mittleren Fehler im Verhältnis zu den Festpunkten in der Regel bereits gegeben und schließlich erhält man — bleibt die Abhängigkeit der einzelnen Fehlerquellen unberücksichtigt, — einen dem tatsächlichen gegenüber größeren, mittleren Fehler; das ist zwar nicht wirtschaftlich, doch aus technischer Sicht zulässig. Das Verfahren hat den Nachteil, daß sich der Korrelationskoeffizient in der Regel nur aufgrund von Annahmen bestimmen läßt, die Berechnung ist umständlich.

Bei anderen Verfahren wird in einem Abstand $h-g$ vom Festpunkt A ein fiktiver Punkt P angesetzt (Abb. 2), dessen mittlerer Fehler im Verhältnis zu den Festpunkten mit Hilfe von (10) aus (8) errechnet wird. Der erhaltene m_P -Wert ist mit einem Korrektionsglied zu versehen um den Wert von m zu erhalten

$$m = [m_P^2 + c^2]^{1/2}. \quad (14)$$

Für den Fall in Abb. 2 ist

$$c = m_v.$$

Fiktive Punkte lassen sich dann vorteilhaft anwenden, wenn die mittleren Fehler im Verhältnis zu den Festpunkten auf irgendeine Art (z. B. in Tabellen) bereits gegeben sind. In solchen Fällen erhält man sehr rasch die mittleren Fehler im Verhältnis zueinander der abzusteckenden Punkte. Das Verfahren hat den Nachteil, daß man, falls das Korrektionsglied gar nicht oder nicht mit der erforderlichen Umsicht berücksichtigt würde, einen dem tatsächlichen gegenüber kleineren, mittleren Fehler erhält. Aus Sicherheitsgründen ist das unzulässig.

Das Gesagte wird auch an einem Zahlenbeispiel gezeigt.
Es seien

$$g = 20 \text{ m}, h = 40 \text{ m}, u^2 = 10^{-8} \text{ v}^2 = 10^{-3} \text{ mm}, m_v = \pm 3 \text{ mm}.$$

Dann gelten $m_G = \pm 6 \text{ mm}$ und $m_H = \pm 8 \text{ mm}$.

Für den mittleren Fehler im Verhältnis zueinander erhält man:

a) unter Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes

$$m = \sqrt{6^2 + 8^2} = \pm 10 \text{ mm,}$$

b) mit Hilfe des Korrelationskoeffizienten

$$m = \sqrt{6^2 + 8^2 - 2 \cdot 0,75 \cdot 37,5} = \pm 6,7 \text{ mm,}$$

c) mittels eines fiktiven Punktes

$$m = \sqrt{6^2 + 3^2} = \pm 6,7 \text{ mm.}$$

Wie auch dem Zahlenbeispiel zu entnehmen ist, ergeben die beiden letzteren Verfahren dasselbe Ergebnis.

In Kenntnis des mittleren Fehlers der abzusteckenden Punkte im Verhältnis zueinander und des zulässigen, mittleren Fehlers läßt sich die Bemessung unter Anwendung der Beziehung

$$M = m \tag{15}$$

durchführen. Bei konkreten Berechnungen entstehen daraus Schwierigkeiten, daß auf der rechten Seite der Beziehung (15) mehrere Unbekannte vorkommen; daher kann die Aufgabe meistens nicht unmittelbar, sondern nur durch wiederholte Annäherung gelöst werden.

Zusammenfassung

Die Arbeit behandelt die Planung der Absteckung von Gebäudefertigteilen. Es werden die Arten der Festlegung der Absteckungsfehlergrenze, die für die Wahl der Absteckungsverfahren maßgebenden Gesichtspunkte dargelegt. Im Aufsatz wird die Bemessung der Absteckungen, d. h. die Ermittlung der zulässigen, größten, mittleren Fehler der angewandten Messungen ausführlich erörtert. Für die Berechnung der mittleren Fehler der abzusteckenden Punkte im Verhältnis zueinander wird ein neues Verfahren mitgeteilt und an einem Zahlenbeispiel veranschaulicht.

Schrifttum

1. WINKLER, M.: Maßbestimmung und Maßkontrolle von Fertigteilen.* Budapest, 1968. Manuskript.
2. HERDA, M.: Bautoleranzen und die Genauigkeit der Absteckarbeiten. Internationale Konferenz Ingenieurgeodäsie, Warszawa, 1970. Manuskript.

* In ungarischer Sprache.

3. VINCZE, I.: Mathematische Statistik mit Anwendungsbeispielen aus der Industrie.* Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1968.
4. LJUTZ, A. F.: Anlegung großer Bauten. Berlin, VEB Verlag Technik, 1953.
5. DETREKŐI, Á.: Genauigkeitsfragen der geodätischen Absteckungen in Verbindung mit Bauwerken.* Budapest, 1970. Kandidatenarbeit (Manuskript).
6. HAZAY, I.: Handbuch der Geodäsie,* I.—II. Budapest, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1956.
7. BOLSCHAKOW, W. D.: Teorija oschibok nabljudeni. Moskau, Nedra, 1965.

* In ungarischer Sprache.

Oberassistent Dr. Ákos DETREKŐI, Budapest XI., Műegyetem rkp. 3, Ungarn