BEITRAG ZUR KNICKBERECHNUNG DÜNNWANDIGER, MITTIG GEDRÜCKTER STÄBE

Von

Ö. CSELLÁR

Lehrstuhl für Stahlkonstruktionen, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 15. April 1969.)

Vorgelegt von Prof. Dr. O. HALÁSZ

Die charakteristische Knickform von dünnwandigen Druckstäben mit offenem Querschnitt ist die Biegedrillknickung, die auch bei Lasten, die die EULERsche kritische Knicklast wesentlich unterschreiten, erfolgen kann. Der Grund dafür ist grundsätzlich zweifach: einerseits hat ein offenes Profil eine verhältnismäßig geringe Verdrehungssteifigkeit, die sich annähernd nach der dritten Potenz der Profildicke ändert, der Stab verdreht sich daher leicht; anderseits hat das Profil aus fertigungstechnischen Gründen meistens nur eine Symmetrieachse. Bei einfachsymmetrischen Querschnitten fallen jedoch Schwerpunkt und Schubmittelpunkt nicht zusammen, so besteht zwischen Drehung und Biegung eine Wechselwirkung, derzufolge die gerechnete kritische Last kleiner als die zur Biegeknickung gehörige sein kann.

Die theoretische Lösung von Biegedrillknicken ist im Fachschrifttum zugänglich (TIMOSHENKO, BLEICH, WLASOW, KOLLBRUNNER, BÜRGERMEISTER-STEUP usw.). Die vorhandenen Theorien haben jedoch den großen Nachteil, für praktische Berechnungen zu verwickelt zu sein. Das ist teils der Grund dafür, daß in der Ingenieurpraxis die Berücksichtigung eines möglichen Biegedrillknickens oft selbst dann vernachlässigt wird, wenn diese Vernachlässigung für die Sicherheit abträglich ist.

In der Praxis wird das Biegedrillknicken am zweckmäßigsten durch eine Vergleichsschlankheit

$$\lambda_i = \varrho \cdot \lambda_y$$

gekennzeichnet, die unter Annahme verschiedener Vereinfachungen bestimmt wird. Es gibt Diagramme — z. B. [1, 2, 3, 4] — die für Stäbe mit gegebener Querschnittsform und gegebenem Querschnittsverhältnis, in Kenntnis der Hauptabmessungen, den für die Gefahr des Biegedrillknickens charakteristischen Faktor $\varrho = \lambda_i/\lambda_y$ direkt angeben. Durch die Anwendung einer derartigen Kurvenschar wird zwar der Rechenaufwand vermindert, doch werden wesentliche Elemente der Erscheinung nicht geklärt und man erhält keine Angaben dafür, ob die angenommenen Abmessungen aus der Sicht der Ausnutzung der Stabtragfähigkeit und der Baustoffestigkeit günstig sind.

Die Frage kann auch von einer anderen Seite angenähert werden [5]. Die Biegedrillknickung entsteht als Wechselwirkung von zwei Faktoren — von Biegung und Drillung. Für Druckstäbe mit einfachsymmetrischem Querschnitt läßt sich leicht eine »Wechselwirkungsgleichung« ableiten, die sowohl in mathematischer Form als auch in Form einer Kurvenschar die Beurteilung der Sicherheit gegen Biegedrillknicken ermöglicht. Die in der Gleichung vorkommenden Größen sind zum Teil lediglich vom Querschnitt und den geometrischen Verhältnissen des Stabes abhängig; zur Bestimmung können mit Hilfe einer Rechenanlage Diagramme erarbeitet werden.

Ist beim Entwurf eines Druckstabes nur mit Biegeknicken zu rechnen, so läßt sich die günstigste Profilform durch übersichtliche, verhältnismäßig einfache Berechnungen ermitteln. Besteht jedoch die Möglichkeit eines Biegedrillknickens, so sind wesentlich mehr veränderliche Faktoren vorhanden, die die berechnete Traglast des Stabes wesentlich beeinflussen. Querschnittsform und das Verhältnis der Querschnittsteile spielen (wegen des Schubmittelpunktabstandes und demzufolge wegen der Größe des Wölbwiderstandes) eine viel wichtigere Rolle, auch die relative Profildicke übt einen bedeutenden Einfluß aus. Von den Lagerungsfällen ist nicht nur die volle oder elastische Einspannung für Biegung zu berücksichtigen, sondern auch der Einspannungsgrad für Verwölbung des Endquerschnittes sowie die Verdrehungslänge.

Damit ist z. B. die Vergleichsschlankheit auch bei einem verhältnismäßig einfachen Stab mit U-Profil von sechs Faktoren abhängig

$$\lambda_i = f(b, h, v, l, l_0, \nu_y, \nu_\omega)$$

und es ist recht schwer übersichtlich, in welchem Maße die Berechnung durch die praktisch möglichen Änderungen der einzelnen Faktoren beeinflußt wird. Es lohnt sich also zu prüfen, ob durch die in der Ingenieurpraxis bei der Berechnung von traditionellen Stahlkonstruktionen üblichen Vernachlässigungen bei dünnwandigen Stahlkonstruktionen die Sicherheit nicht vermindert wird, bzw. welche Parameter bei dem Entwurf womöglich genau zu berücksichtigen sind.

Aufgrund einer eingehenden Untersuchung einzelner Profilarten [6, 7] läßt sich feststellen, daß die Drehbeanspruchung beim Knicken umso mehr zur Geltung kommt, je geringer der Schlankheitsgrad des Stabes ist. Es empfiehlt sich also, auch kurze Stäbe aus Elementen gewöhnlicher Dicke auf Biegedrillknicken zu berechnen, weil eine Vernachlässigung des letzteren die Sicherheit beeinträchtigen würde.

Mit abnehmender Querschnittsdicke — eine Entwicklungstendenz vor allem im Hochbau — nimmt der Faktor $\varrho = \lambda_i/\lambda_y$, der das Verhältnis der zum

Biegedrillknicken bzw. zum Biegeknicken gehörigen Schlankheitsgrade ausdrückt, unabhängig von der Querschnittsform zu (Abb. 1). Druckstäbe mit einfachsymmetrischem Querschnitt, bestehend aus dünneren Elementen als herkömmlich, sind also grundsätzlich auch auf Biegedrillknicken zu berechnen.

In der Größe der zum Biegedrillknicken gehörigen Vergleichsschlankheit λ_i macht sich der volle oder elastische Einspannungsgrad für Biegung ($\nu_y = 0{,}5$ bzw. $\nu_y < 1{,}0$) in ähnlicher Weise geltend, als ob sich die Stablänge verkürzte, d. h. bei gleichbleibender Stablänge λ_y abnehmen würde, hingegen nimmt der Wert des Faktors ϱ zufolge der erhöhten Drehwirkung zu.

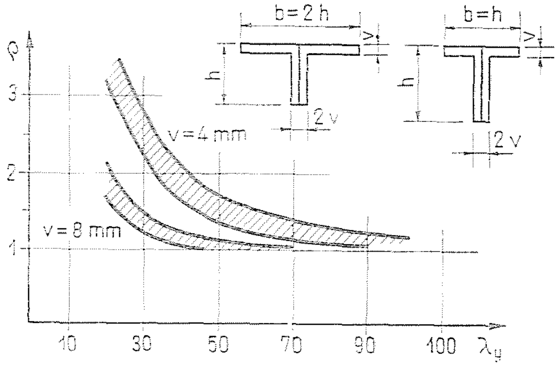

Abb. 1

Die Wirkung des Einspannungsgrades für Verwölbung ν_ω kann praktisch bei allen Querschnitten vernachlässigt werden, wo $J_\omega \approx 0$. Das ist z. B. für das I-Profil oder den lippenlosen Winkel zutreffend. Bei diesen Querschnitten wird die berechnete Traglast auch durch die maßgebende Verdrehungslänge l_0 nicht beeinflußt.

Nach den Untersuchungen wird die berechnete Traglast durch den Parameter ν_ω am stärksten beeinflußt; seine Wirkung ist einerseits von der Querschnittsform abhängig, anderseits ist sie umso größer, je dünnwandiger der Stab. Beispielshalber ist die prozentuale Tragfähigkeitszunahme bei $\nu_\omega = 0{,}5$ im Vergleich zu $\nu_\omega = 1{,}0$ in den Abb. 2 und 3 dargestellt. Von den theoretischen Grenzfällen läßt sich praktisch die volle Einspannung für Verwölbung eindeutig verwirklichen ($\nu_\omega = 0{,}5$); eine Gabellagerung kommt in der Praxis nicht vor, weil die Stäbe an andere Konstruktionsteile angeschlossen sind, durch die eine freie Verwölbung der Stabendquerschnitte unbedingt verhindert wird. Eine weitere wichtige Forschungsaufgabe wäre, für dünnwandige Stahlfachwerke experimentell festzustellen, wie hoch ν_ω bei einer tatsächlichen konstruktiven Ausbildung angesetzt werden kann. Leider sind darüber auch im Fachschrifttum lediglich vereinzelte Hinweise zu finden (z. B. [1,8, 9]).

Es lohnt sich, in den Berechnungen auch die maßgebende Verdrehungslänge l_0 mit einem von der konstruktiven Ausbildung abhängigen tatsächlichen Wert zu berücksichtigen, weil z. B. $l_0 = 0{,}8\ l$ bereits eine Zunahme von 10 bis 30% der berechneten Knicklast des Stabes ergeben kann (Abb. 4).

Mit einer Verminderung der Querschnittsdicke tritt das örtliche Beulen der Elemente in den Vordergrund. Die kritische Last von Platten mit freiem

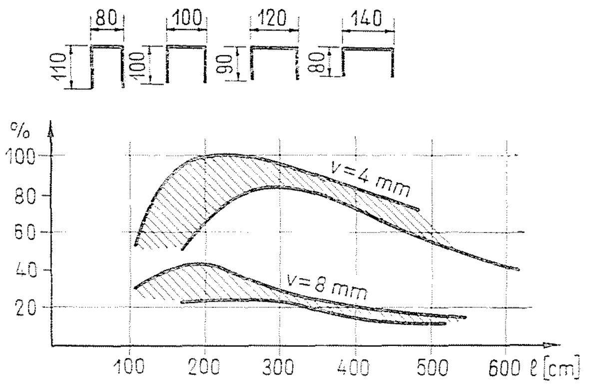

Abb. 2

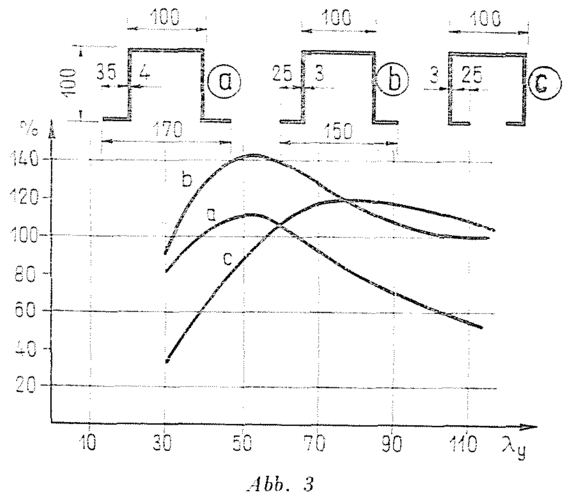

Abb. 3

Rand ist verhältnismäßig klein, darum ist es üblich, ihren Rand durch eine Lippe zu versteifen. Die Wirkung letzterer macht sich vielseitig geltend. Es ist zweckmäßig, für Winkel und C-Profil die Lippe größer zu wählen, als wegen örtlicher Beulung notwendig, weil mit einer Vergrößerung der Lippe — besonders bei kleinen Schlankheitsgraden — die spezifische Tragfähigkeit wesentlich zunimmt. Bei Stäben mit Hutprofil ist es zweckmäßig, die Lippe unter Berücksichtigung der Fertigungstechnik und der erforderlichen Steifigkeit wegen der Beulung womöglich klein zu wählen, weil sich mit zunehmender Lippenbreite die spezifische Tragfähigkeit des Stabes verschlechtert.

Bei gleicher Querschnittsfläche und in gleichen Lagerungsfällen ist die Tragfähigkeit eines Stabes mit C-Profil bedeutend größer als die eines solchen mit Hutprofil (Abb. 5). Die größere Steifigkeit eines C-Profils läßt sich einerseits durch den Schubmittelpunktabstand, anderseits durch die Form der Einheitsverwölbungsfläche erklären.

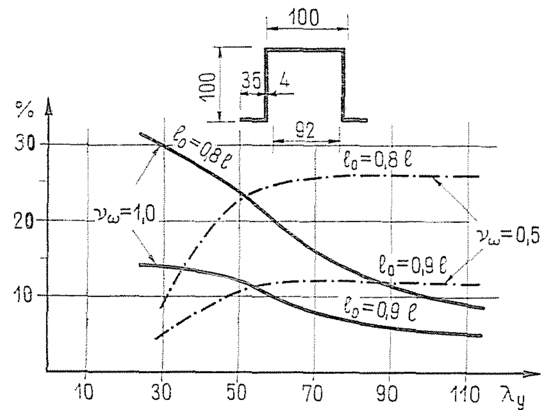

Abb. 4

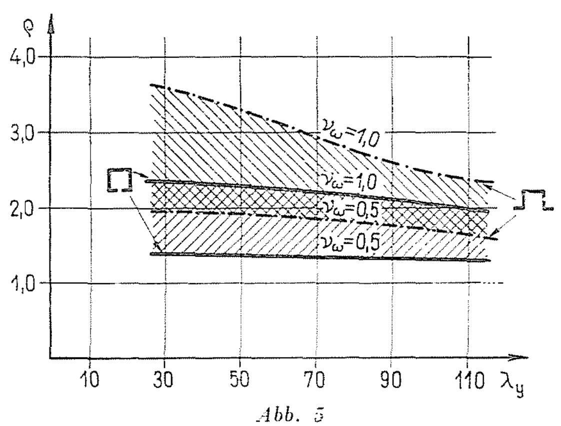

Abb. 5

Soll ein Druckstab nur auf Biegeknickung bemessen werden, so ergibt die Bedingung $\lambda_x = \lambda_y$ die wirtschaftlichste Querschnittsform. Jeder einfachsymmetrische, dünnwandige Druckstab mit offenem Profil ist neben dem einfachen Biegeknicknachweis in der Symmetrieebene auch auf Biegedrillknicken zu prüfen. Für solche Stäbe wird jene Querschnittsform die wirtschaftlichste sein, durch die die Bedingung

$$\lambda_i = \varrho \cdot \lambda_y = \lambda_x$$

befriedigt wird.

Wegen der großen Zahl von Veränderlichen in der Beziehung zur Bestimmung von ϱ kommt man so zu einem für den Entwurfsingenieur brauchbaren Ergebnis, wenn man unter der Annahme $l = l_0$ die Anzahl der Veränderlichen mit Hilfe der Parameter

$$\alpha = \frac{b}{h} \qquad \beta = \frac{\nu_y l v}{h^2} \qquad \psi = \frac{\nu_y}{\nu_\omega}$$

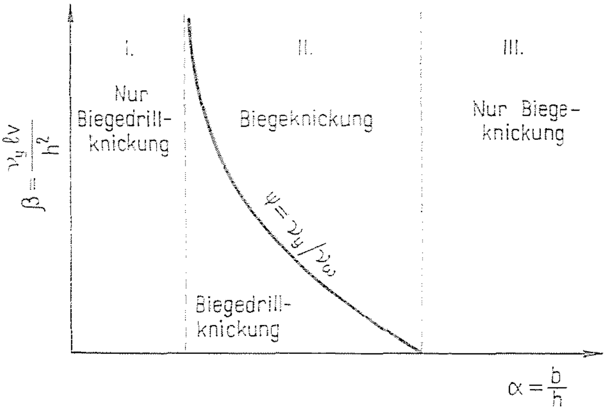

Abb. 6

auf drei vermindert. Nach Einführung dieser neuen Parameter ist bereits die Funktion

$$\lambda_i = f(\alpha, \beta, \psi)$$

bei einer Querschnittsform, die sich mit zwei Veränderlichen kennzeichnen läßt, und in beliebigen Lagerungsfällen zur Bestimmung der *Grenzlinie* zwischen Biegeknickungs- und Biegedrillknickungsbereich geeignet (Abb. 6). Im allgemeinen werden durch eine Grenzlinie drei Bereiche angegeben: Abschnitt I umfaßt sämtliche Querschnitte, wo nur Biegedrillknicken erfolgen kann. In Abschnitt II ist die Knickform von Parameter $\nu_y l v/h^2$ abhängig, während in Abschnitt III lediglich Biegeknickung möglich ist. Jede Grenzlinie gehört zu einem bestimmten Wert des für den Lagerungsfall kennzeichnenden Parameters

$$\psi = \nu_y/\nu_\omega .$$

Abb. 7 zeigt als Beispiel die Grenzlinien für einen Winkel mit Lippe, Abb. 8 für ein U-Profil. Die Kurven werden folgendermaßen gehandhabt: aufgrund der Knicklänge und der angenommenen Querschnittsgröße des Stabes berechnet man die Parameter α und β, die im Koordinatensystem α, β einen Punkt darstellen. Liegt der durch die Koordinaten (α, β) bestimmte Punkt *unterhalb* der durch den für den Einspannungsgrad charakteristischen Parameter $\psi = \nu_y/\nu_\omega$ bezeichneten Kurve, so ist im gegebenen Falle das Biegedrillknicken maßgebend; liegt er über der Kurve, so ist es das Biegeknicken in der Symmetrieebene.

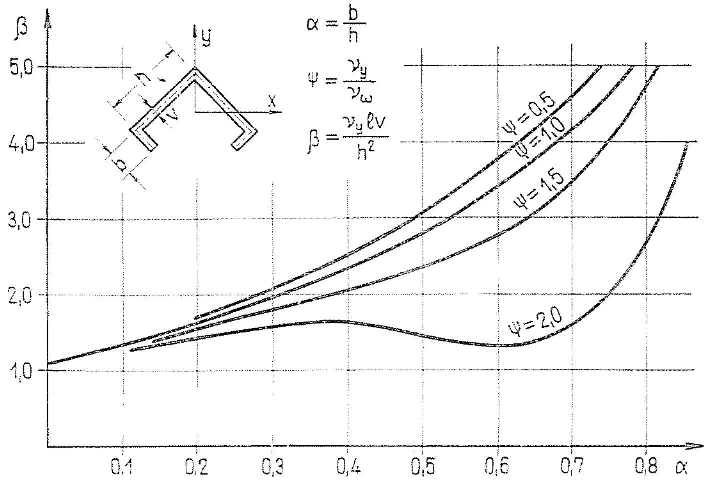

Abb. 7

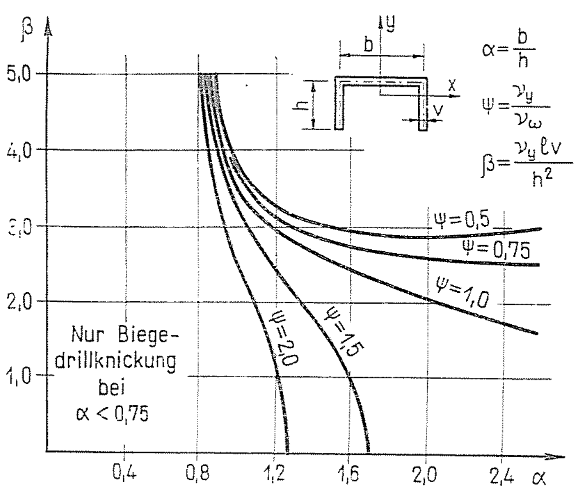

Abb. 8

Beim Entwurf läßt sich durch eine Änderung der Querschnittsgrößen in den Parametern $\alpha = b/h$ und $\beta = \nu_y\, l\, v/h^2$ erreichen, daß Punkt (α, β) auf die dem Lagerungsfall entsprechende Kurve ψ oder etwas *über* diese Kurve zu liegen kommt. Der so ermittelte Querschnitt wird für die Materialausnutzung der günstigste sein und zugleich vom Entwerfer den geringsten Rechenaufwand fordern, weil der Stab wegen der Befriedigung der Bedingung $\lambda_i \leq \lambda_x$ nur auf Biegeknicken zu bemessen ist.

Zusammenfassung

Das Biegedrillknicken stellt eine der charakteristischen Knickformen für mittig gedrückte, dünnwandige Stäbe mit offenem Querschnitt dar. Das Berechnungsverfahren erweist sich als ziemlich umständlich, und die berechnete Tragfähigkeit des Stabes ist von zahlreichen Faktoren abhängig. Aufgrund einer getrennten Analyse der Wirkungen der einzelnen Faktoren (Querschnittsform, Lagerungsfälle usw.) kann auf eine wirtschaftliche Querschnittsform geschlossen werden. Für praktische Zwecke lassen sich mit Hilfe von drei Parametern Grenzlinien aufstellen, anhand welcher sich für eine durch zwei veränderliche Abmessungen gekennzeichnete Querschnittsform und einem beliebigen Lagerungsfall leicht entscheiden läßt, ob im gegebenen Falle für die Bemessung des Druckstabes Biegeknicken oder Biegedrillknicken maßgebend sei.

Schrifttum

1. Klöppel, K.—Schardt, R.: Beitrag zur praktischen Ermittlung der Vergleichsschlankeit λ_{vi} von mittig gedrückten Stäben mit einfachsymmetrischem offenem dünnwandigem Querschnitt. Der Stahlbau **27.** (1958) No. 2. und No. 10.
2. Pflüger, A.: Thin-walled compression members. Mitteilungen des Instituts für Statik der Technischen Hochschule Hannover, No. 2. 1959.
3. Diagramme zur Knickberechnung von dünnwandigen Stahlprofilen. (In ungarischer Sprache.) Bauwissenschaftliches Institut — Entwurfsbehelf. Budapest, 1967.
4. Hlaváček, V.: Prostorový vzpěr tenkostěnných prutů otevřeného průřezu. Stavebnicky Časopis SAV XV. 7., Bratislava, 1967.
5. Chajes, A.—Winter, G.: Torsional-flexural buckling of thin-walled members. Proceedings ASCE, Journal of the Structural Division, Vol **91.** No. ST 4, 1965. Part 1.
6. Csellár, Ö.: Einige Probleme der Berechnung von mittig gedrückten, dünnwandigen Stäben. (In ungarischer Sprache.) ÉKME Tudományos Közleményei, Bd. XIII. H. 3—4. Budapest, 1967.
7. Csellár, Ö.: Einige Probleme der Berechnung von mittig gedrückten, dünnwandigen Stäben. Doktorarbeit, Manuskript. (In ungarischer Sprache.) Budapest, 1966.
8. Stahlbau. Ein Handbuch für Studium und Praxis, Band 1. Stahlbau-Verlag GmbH, Köln, 1961. 360—361 p.
9. Klöppel, K.—Lacher, G.: Traglastversuche und Biegedrillknickuntersuchung an Dachbindern aus dünnwandigen, abgekanteten Profilen. Der Stahlbau **35.** (1966) No. 7.

Oberassistent Dr.-Ing. Ödön Csellár Budapest XI., Műegyetem-rkp. 3. Ungarn