

PUMPSCHWINGUNGEN IN EINER LUFTECHNISCHEN ANLAGE: VERGLEICH ZWEIER RECHENMODELLE ANHAND EXPERIMENTELLER ERGEBNISSE

L. KULLMANN

Lehrstuhl für Hydraulische Maschinen,
Technische Universität, H-1521 Budapest

TH. CAROLUS

Institut für Strömungslehre und Strömungsmaschinen,
Universität Karlsruhe,

D-7500 Kaiserstr. 12.

Eingegangen am 10 September 1984

Summary

Air-flow installations composed of fluid machine, pipes, air-vessels and throttles are disposed towards pressure and mass-flow fluctuations at small mass flow rates. Computational models of lumped and distributed parameters both are suitable to the description of such dynamical behaviour as it has been proved by comparising with experimental results. The dynamical treatment of the fluid machine is of great importance within both models.

Einleitung

Lufttechnische Anlagen bestehen im allgemeinen aus einer Fördermaschine (Ventilator, Kompressor etc.), einem System von Rohrleitungen, Ausgleichs- und Speicherbehältern sowie Ventilen, Klappen und Verbrauchern.

Sehr viele Verbrauchersysteme erfordern eine Regulierung des Luftmassenangebots von einer sehr geringen bis zu einer maximalen Fördermenge. Geschieht diese Regelung an irgendeiner Stelle der Anlage durch Drosselung, dann treten bei kleinen Fördermengen oftmals große Massenstrom- und Druckpulsationen auf, d. h. der gewünschte Betriebspunkt kann nicht mehr stationär gefahren werden, die Anlage „pumpt“. In einem solchen Betriebszustand treten neben unerwünschten Geräuschen starke dynamische Belastungen der Anlagenkomponenten auf, die unter Umständen zu Schäden führen können.

Zur Berechnung der Pumpschwingungen in einer lufttechnischen Anlage werden zwei verschiedene Rechenmodelle diskutiert, eines mit konzentrierten

und eines mit verteilten Parametern. Zum Vergleich der Rechenergebnisse werden Messungen an einer eigens dafür gebauten, vielfältig variierbaren Versuchsanlage durchgeführt.

Untersuchtes System

Die im folgenden untersuchte lufttechnische Anlage ist schematisch in *Abb. 1* dargestellt. Sie besteht aus einem Ventilator, einem Speichervolumen, einer Drossel sowie verbindenden Rohrleitungen.

Von Interesse sind Schwingweiten und Frequenzen der möglicherweise auftretenden Pumpschwingungen dieses Systems in Abhängigkeit der Anlagenkomponenten (Rohrleitungsabmessungen, Inhalt des Speichervolumens, Kennlinie des Ventilators) und des mit der Drossel eingestellten Betriebspunktes.

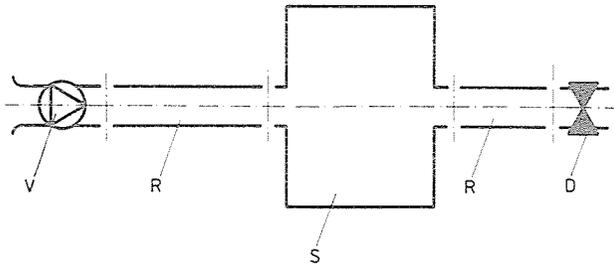


Abb. 1. Schema der lufttechnischen Anlage V: Ventilator; R: Rohrleitung; S: Speichervolumen; D: Drossel

Modellierung mit konzentrierten Parametern

Im allgemeinen strömt die Luft reibungsbehaftet und kompressibel durch die Anlage. Vereinfachend ist es jedoch hier möglich, einzelnen Anlagenkomponenten verschiedene wesentliche Eigenschaften, die das Fördermedium in ihnen hat, zuzuordnen, also die Systemparameter zu „konzentrieren“ (vgl. z. B. [1]):

— In den Rohrleitungen strömt die Luft reibungsfrei als inkompressibler Fluidpfropfen. Aus der Bernoulligleichung

$$\int_1^2 \frac{\partial c}{\partial t} ds + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + g(z_2 - z_1) = 0,$$

die für ein eindimensional, instationär und reibungsfrei strömendes Medium entlang eines Stromfadens gilt, folgt für inkompressible Strömung durch eine

waagerechte Rohrleitung konstanten Querschnitts (*Abb. 2*) die Beziehung

$$\frac{L}{A} \frac{d\dot{m}}{dt} + p_2 - p_1 = 0,$$

wobei

$$\dot{m} = c\rho A.$$

— Im Speichervolumen ruht das Fördermedium vollständig, es besitzt keine kinetische Energie. Zu einem festen Zeitpunkt herrscht überall im

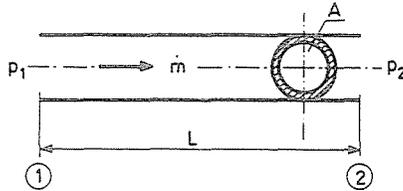


Abb. 2. Rohrleitung

Speichervolumen der gleiche Druck. Die Luft im Speichervolumen ist kompressibel.

Aus der Kontinuitätsgleichung

$$\dot{m}_1 - \dot{m}_2 = \frac{d(\rho \text{ VOL})}{dt}$$

folgt für den Fall, daß die Berandung des Speichervolumens starr ($\text{VOL} = \text{const.}$) und die Zustandsänderung der Luft im Speichervolumen isentrop

($\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{a^2} \frac{dp}{dt}$) betrachtet werden kann, die Beziehung

$$\frac{dp}{dt} - \frac{\dot{m}_1 - \dot{m}_2}{\text{VOL}/a^2} = 0$$

(*Abb. 3*).

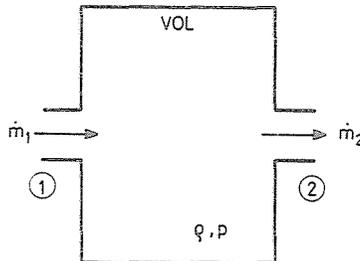


Abb. 3. Speichervolumen

— Der Ventilator erzeugt in Abhängigkeit des durch ihn strömenden Massenstroms \dot{m}_M eine Druckdifferenz $p_{MA} - p_{ME}$ (Abb. 4). Ist \dot{m}_M zeitunabhängig, so ist

$$p_{MA} - p_{ME} = f(\dot{m}_M),$$

wobei $f(\dot{m}_M)$ die statisch ermittelte Katalogkennlinie des Ventilators ist. Ist der Massenstrom \dot{m}_M jedoch eine Funktion der Zeit, so ist

$$p_{MA} - p_{ME} = \Phi,$$

wobei $\Phi = \Phi$ (Ventilator, Zeitfunktion, $\dot{m}_M(t)$) im allgemeinen nicht mehr identisch mit der statisch ermittelten Kennlinie ist.

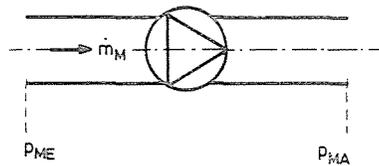


Abb. 4. Strömungsmaschine im Rohr

Da zur Zeit noch keine einfachen, zuverlässigen Verfahren zur Berechnung der „dynamischen Kennlinie“ Φ bekannt sind, muß Φ experimentell bestimmt werden. Nach einem Vorschlag von Ohashi [2] kann für Φ jedoch die Gleichung

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{T}(f - \Phi)$$

angesetzt werden. Dieser Differentialgleichung entspricht der Frequenzgang eines Verzögerungsglieds erster Ordnung: ab der Eckfrequenz $\omega_E = \frac{1}{T}$ bleibt

die dynamische Druckerhöhung im Ventilator deutlich unter der statisch ermittelten Katalogkennlinie (Abb. 5). Zwei Grenzfälle sind aufschlußreich:

für $T \rightarrow 0$ wird $\Phi = f$, d. h. für beliebige Massenstromänderungen erfolgt die Druckerhöhung im Ventilator entsprechend der statisch ermittelten Kennlinie,

für $T \rightarrow \infty$ wird $\frac{d\Phi}{dt} = 0$, d. h. für beliebige Massenstromänderungen erfolgt keine Druckerhöhung.

Die Zeitkonstante T hängt vom Ventilator selbst und der Laufraddrehzahl ab. Sie muß experimentell bestimmt werden. Erfahrungsgemäß liegt ihr Wert in der Größenordnung einiger Laufradumdrehungen.

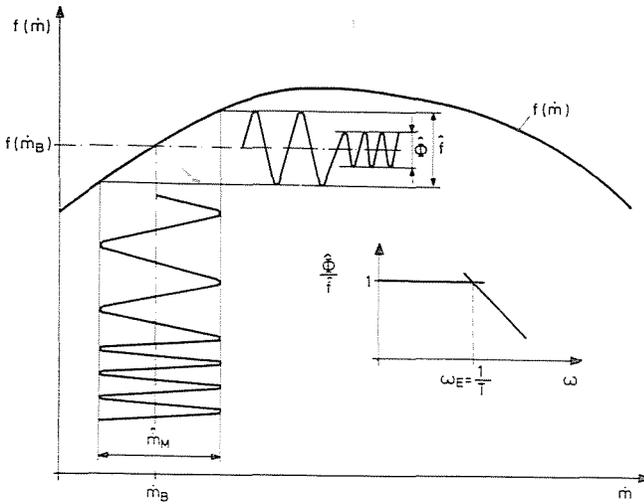


Abb. 5. Statisch ermittelte Kennlinie der Strömungsmaschine und die dynamische Druckerhöhung

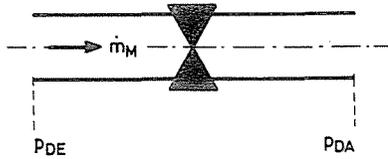


Abb. 6. Drossel

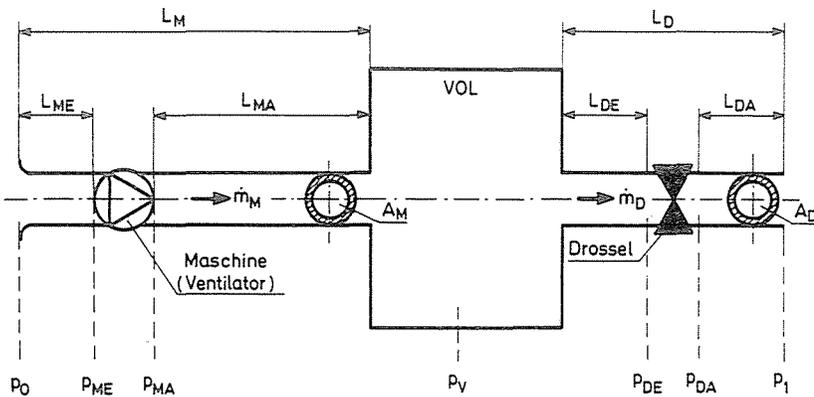


Abb. 7. Modellaufbau der lufttechnischen Anlage

— In der Drossel (*Abb. 6*) wird ein Druckabfall

$$p_{DE} - p_{DA} = \psi |\dot{m}_D| \dot{m}_D$$

mit $\frac{\partial \psi}{\partial t} = 0$ angenommen. Die Betragsstriche sichern sowohl bei Vorwärts-, als auch bei Rückwärtsdurchströmung das korrekte Vorzeichen.

Aus diesen vier Komponenten wird nun unter Verwendung der in *Abb. 7* gewählten Bezeichnungen das zu untersuchende System aufgebaut. Die zugehörigen Gleichungen lauten (mit der Abkürzung $l := \frac{L}{A}$):

$$l_{ME} \frac{d\dot{m}_M}{dt} + (p_{ME} - p_0) = 0$$

$$l_{MA} \frac{d\dot{m}_M}{dt} + (p_V - p_{MA}) = 0$$

$$l_{DE} \frac{d\dot{m}_D}{dt} + (p_{DE} - p_V) = 0$$

$$l_{DA} \frac{d\dot{m}_D}{dt} + (p_1 - p_{DA}) = 0$$

$$\frac{dp_V}{dt} = \frac{\dot{m}_M - \dot{m}_D}{VOL/a^2}$$

$$p_{DE} - p_{DA} = \psi |\dot{m}_D| \dot{m}_D$$

$$p_{MA} - p_{ME} = \Phi$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{T} (f - \Phi).$$

Das Glied $\frac{\rho}{2} c^2$ wurde in der ersten Gleichung vernachlässigt.

Faßt man diese Gleichungen zusammen, so ergibt sich daraus ein System von vier gewöhnlichen, nichtlinearen Differentialgleichungen erster Ordnung für die unbekanntenen Variablen \dot{m}_M , p_V , \dot{m}_D und Φ (vgl. auch *Abb. 7*):

$$l_M \frac{d\dot{m}_M}{dt} - \Phi + p_V - p_0 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dp_V}{dt} - \frac{\dot{m}_M - \dot{m}_D}{VOL/a^2} = 0 \quad (2)$$

$$l_D \frac{d\dot{m}_D}{dt} + \psi |\dot{m}_D| \dot{m}_D - p_V + p_1 = 0 \quad (3)$$

$$T \frac{d\Phi}{dt} - (f - \Phi) = 0. \quad (4)$$

Unter Verwendung charakteristischer Kennliniengrößen (Abb. 8)

$$\zeta = \frac{\dot{m}_{\min} + \dot{m}_{\max}}{2}$$

$$\delta = \frac{f(\dot{m}_{\min}) + f(\dot{m}_{\max})}{2}$$

$$\Delta \dot{m} = \frac{\dot{m}_{\max} - \dot{m}_{\min}}{2}$$

$$\Delta p = \frac{f(\dot{m}_{\max}) - f(\dot{m}_{\min})}{2}$$

werden die vier Variablen \dot{m}_M , p_V , \dot{m}_D und Φ dimensionslos gemacht:

$$p_V^* = \frac{p_V - \delta}{\Delta p}$$

$$\dot{m}_i^* = \frac{\dot{m}_i - \zeta}{\Delta \dot{m}} \quad \text{bzw.} \quad \dot{w}_i^* = \frac{\dot{m}_i}{\Delta \dot{m}}$$

$$\Phi^* = \frac{\Phi - \delta}{\Delta p}$$

Nach Einführen einer dimensionslosen Zeit

$$\tau = \omega_0 t,$$

wobei

$$\omega_0 = \frac{\Delta \dot{m} a^2}{\Delta p \text{ VOL}}$$

gewählt wird, ergibt sich für die Gleichungen (1)–(4) die dimensionlose Darstellung:

$$\frac{d\dot{m}_M^*}{d\tau} = \frac{1}{l_M^*} \left(\Phi^* - p_V^* + \frac{p_0}{\Delta p} \right)$$

$$\frac{dp_V^*}{d\tau} = \left(\dot{m}_M^* - \dot{w}_D^* + \frac{\zeta}{\Delta \dot{m}} \right)$$

$$\frac{d\dot{w}_D^*}{d\tau} = \frac{1}{l_D^*} \left(-\frac{1}{D r} |\dot{w}_D^*| \dot{w}_D^* + p_V^* + \frac{\delta}{\Delta p} - \frac{p_1}{\Delta p} \right)$$

$$\frac{d\Phi^*}{d\tau} = \frac{1}{T^*} (f^* - \Phi^*)$$

mit

$$f^* = \frac{f(\Delta\dot{m} \cdot \dot{m}_M^* + \zeta) - \delta}{\Delta p}.$$

Ohne Einschränkung der Allgemeinheit können die Umgebungsdrücke $p_0 = p_1 = 0$ gesetzt werden. $\zeta/\Delta\dot{m}$ und $\delta/\Delta p$ charakterisieren die Form der Kennlinie, die übrigen dimensionslosen Kennzahlen sind wie folgt gebildet:

$$l_M^* = \frac{L_M}{A_M} \frac{a^2}{VOL} \frac{\Delta\dot{m}^2}{\Delta p^2} \quad (5)$$

$$l_D^* = \frac{L_D}{A_D} \frac{a^2}{VOL} \frac{\Delta\dot{m}^2}{\Delta p^2} \quad (6)$$

$$Dr = \frac{1}{\psi} \frac{\Delta p}{\Delta\dot{m}^2} \approx \frac{\Delta p}{\Delta\dot{m}^2} \frac{\dot{m}_B^2}{f(\dot{m}_B) - p_1} \quad (7)$$

$$T^* = T \frac{\Delta\dot{m}}{\Delta p} \frac{a^2}{VOL}. \quad (8)$$

l_M^* bzw. l_D^* enthalten im wesentlichen die Abmessungen der Rohrleitungen und des Speicherkessels der Anlage, Dr beschreibt den stationär gewünschten, u. U. aber instationären, eingestellten Betriebspunkt, T^* charakterisiert die Dynamik der Druckerhöhung im Ventilator.

Folgende Ähnlichkeitsaussage kann damit getroffen werden: Besitzen zwei Anlagen dieselben dimensionslosen Kennzahlen (5)–(8) und sind die dimensionslosen Kennlinien f^* beider Fördermaschinen in allen Punkten gleich, dann stimmen die dimensionslosen Zeitfunktionen des Drucks und der Massenströme überein.

Modell mit verteilten Parametern

Die Strömungsmaschine wird auch weiterhin mit konzentrierten Parametern modelliert. Die Rohrleitungen und das Speichervolumen werden jedoch jetzt mit verteilten Parametern beschrieben. Dies bedeutet, daß sowohl der Druck, als auch die Strömungsgeschwindigkeit als Funktion der Zeit und der Längskoordinate berechnet wird. Querströmungen im Rohr oder im Speichervolumen werden vernachlässigt. Das Speichervolumen kann als dünnwandiges Rohr mit großem Durchmesser betrachtet werden. Beim Übergang vom Rohr zum Speichervolumen wird der Borda-Carnot-Verlust mitberücksichtigt.

Die Strömung in den Rohren und im Speichervolumen wird damit durch eine nichtlineare Wellengleichung beschrieben. Zur Lösung dieser Gleichung kann ein übliches Charakteristikenverfahren oder auch ein Differenzverfahren (vgl. z. B. [3]) benutzt werden.

Um die Wellengleichung eindeutig lösen zu können, muß man an beiden Enden des Rohres Randbedingungen angeben. Die Anfangsbedingung ist die stationär gedachte Strömung im jeweiligen Rohr. Die verbindenden Flansche und die Drossel stellen sehr einfache Randbedingungen dar.

Hier soll nur die Modellierung der Strömungsmaschine ausführlicher beschrieben werden. Alle Randbedingungen stellen in unserem Fall einen Zusammenhang zwischen Druck und Volumenstrom (oder Massenstrom) an den Anschlußflanschen her. Für den Ventilator ist dieser Zusammenhang im stationären Betrieb durch die statisch ermittelte Kennlinie bestimmt:

$$p_{MA} - p_{ME} = f(\dot{m}_M).$$

Zur Berechnung der zeitabhängigen Druckerhöhung wird nun die dynamische Kennlinie angesetzt zu

$$p_{MA} - p_{ME} = \Phi = \frac{\Phi}{f}(t) \cdot f(\dot{m}_M).$$

In dieser Betrachtung ist die statisch ermittelte Kennlinie $f(\dot{m}_M)$ mit einem zeitabhängigen dynamischen Faktor Φ/f multipliziert. $f(\dot{m}_M)$ ist für den Rechner streckenweise linearisiert vorgegeben. Die Formel der i -ten Kennlinienstrecke ist $f_i(\dot{m}_M) = \alpha_i + \beta_i \dot{m}_M$, die statische Randbedingung ist also

$$p_{MA} = p_{ME} + \alpha_i + \beta_i \dot{m}_M.$$

Man weiß natürlich nicht, an welcher Strecke der momentane Massenstrom liegt, eine Iteration bei jedem Zeitschritt ist nicht zu vermeiden. Da die Kennlinie einen instabilen Ast enthält, gibt es ein lokales Minimum und ein lokales Maximum. In der Nähe dieser extremen Werte ist es möglich, daß während der Iteration die Verwendung der Kennlinienstrecke links vom

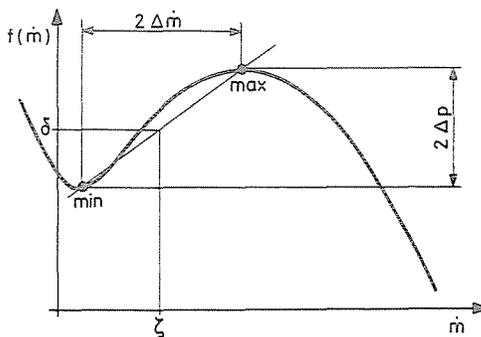


Abb. 8. Charakteristische Kennliniengrößen

Minimum (Maximum) einen Massenstrom rechts von diesem Punkt ergibt und im nächsten Iterationsschritt der Massenstrom wieder zurückspringt, usw. Nach solchen Schritten wird im Program automatisch eine neue unter dem Minimum (über dem Maximum) liegende Strecke gewählt — es existiert eine solche Strecke —, und mit ihr wird dann die Iteration fortgesetzt. Die Iteration wird beendet, wenn die Massenstromänderung unter einer vorgegebenen Schranke liegt.

Auch der Faktor $\Phi/f(t)$ ändert sich während der Iteration. Die entsprechende Formel wird aus Gl. (4) ($d\Phi/dt = (f - \Phi)/T$) hergeleitet, indem man $\frac{d\Phi}{dt} \sim \frac{\Phi(t + \Delta t) - \Phi(t)}{\Delta t}$ schreibt und die rechte Seite mit zeitlichen Mittelwerten approximiert:

$$\frac{T}{\Delta t} [\Phi(t + \Delta t) - \Phi(t)] = \frac{f(t + \Delta t) + f(t)}{2} - \frac{\Phi(t + \Delta t) + \Phi(t)}{2}.$$

Nach einer weiteren Umformung kommt der endgültige Ausdruck für den Faktor Φ/f :

$$\frac{\Phi}{f}(t + \Delta t) = \frac{\left[\left(\frac{2T}{\Delta t} - 1 \right) \frac{\Phi}{f}(t) + 1 \right] \frac{f(t)}{f(t + \Delta t)} + 1}{\frac{2T}{\Delta t} + 1}.$$

Die zum neuen Zeitpunkt gehörenden Werte werden während der Iteration geändert, wobei die alten Werte für einen Zeitschritt konstant gehalten sind. Mehr als 5—6 Iterationsschritte waren auch dann nicht notwendig, wenn ein Überspringen des extremalen Wertes stattfand. Bei den übrigen Fällen reichen 2—3 Schritte aus.

Versuchsanlage und Meßtechnik

Die Versuchsanlage ist aus genau den Komponenten aufgebaut, die im ersten Kapitel beschrieben wurden (*Abb. 9.* vgl. [4]):

- Rohrleitungen: Stahlrohre mit \varnothing 315 mm, in Stufen zusammensetzbar von 0,5 bis 8,8 m Länge,
- Speichervolumen: Stahlkessel mit \varnothing 2 m, Gesamtvolumen 4,71 oder 7,85 m³,
- Drossel: motorisch verstellbarer Drosselkegel; jeder Position des Kegels ist über eine Kalibrierkurve ein Drosselverlustbeiwert ψ zugeordnet, so daß jeder gewünschte Betriebspunkt allein durch die Kegelstellung bestimmt ist.
- Ventilator: Zwei Radialventilatoren mit identischen Spiralgehäusen, aber verschiedenen Laufrädern stehen zu Verfügung. Die statisch ermittelten

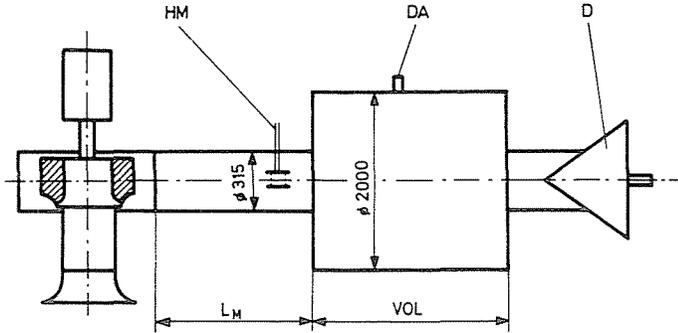


Abb. 9. Versuchsanlage HM: Hitzdraht-Massenstrommesser; DA: schneller Druckaufnehmer; D: Drossel mit elektrischen Wegegeber; L_M ist variabel von $1 \div 8,8$ m; VOL ist variabel von $4,71 \div 7,85$ m³

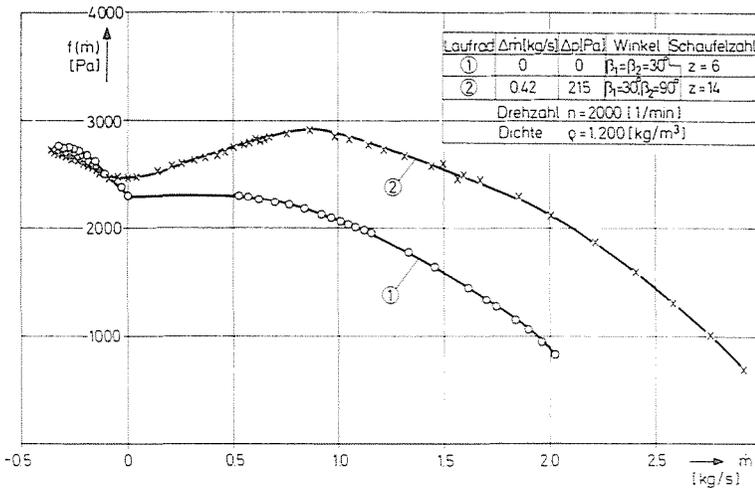


Abb. 10. Gemessene Ventilator Kennlinien
 β_1 : Schaufelwinkel am Eintritt; β_2 : Schaufelwinkel am Austritt

Kennlinien, auch im Bereich negativer Massenströme, sind in Abb. 10 wiedergegeben. Die Kennlinie des Ventilators Nr. 1 besitzt keinen Scheitel; entsprechend der Theorie kann mit diesem Ventilator bei keiner Anlage Pumpen beobachtet werden. Alle weiteren Untersuchungen werden daher nur mit Ventilator Nr. 2 durchgeführt.

Abb. 11 zeigt eine Aufnahme des Versuchstandes im Laboratorium des Instituts für Strömungslehre und Strömungsmaschinen der TU Karlsruhe. Die Zeitverläufe des Massenstroms $\dot{m}_M(t)$ und des Drucks $p_V(t)$ im Speichervolumen werden gemessen und aufgezeichnet. Frequenz und Schwingweite können

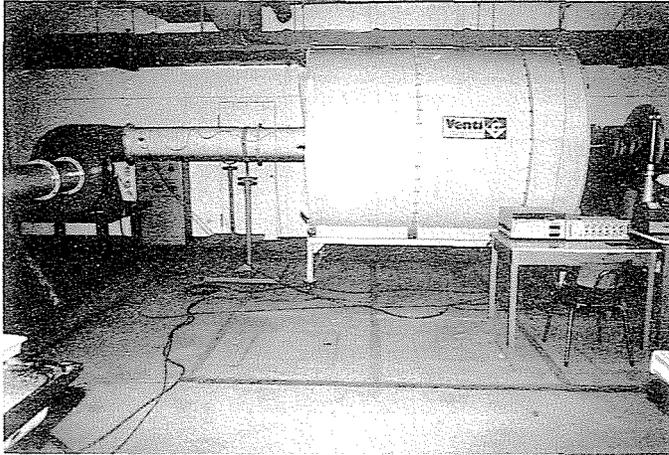


Abb. 11. Versuchsstand im Labor

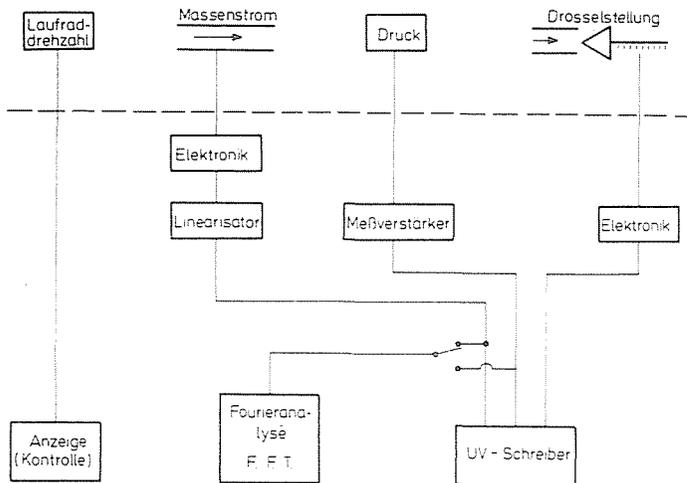


Abb. 12. Blockschaltbild der Meßeinrichtung

dann aus den Zeitverläufen bestimmt werden. Die Druckmessung bereitet keine Schwierigkeiten. Für dynamische Messungen geeignete, induktive Druckaufnehmer liefern über einen Meßverstärker das zeitabhängige Signal des Drucks. Problematischer ist die Messung des augenblicklichen Massenstroms. Hier kommt ein Hitzdraht-Luftmassenstrommesser zum Einsatz, der einen als repräsentativ angenommenen Luftmassenstrom im Bereich der Rohrachse mißt. Dieser Luftmassenstrommesser ist stationär kalibriert.

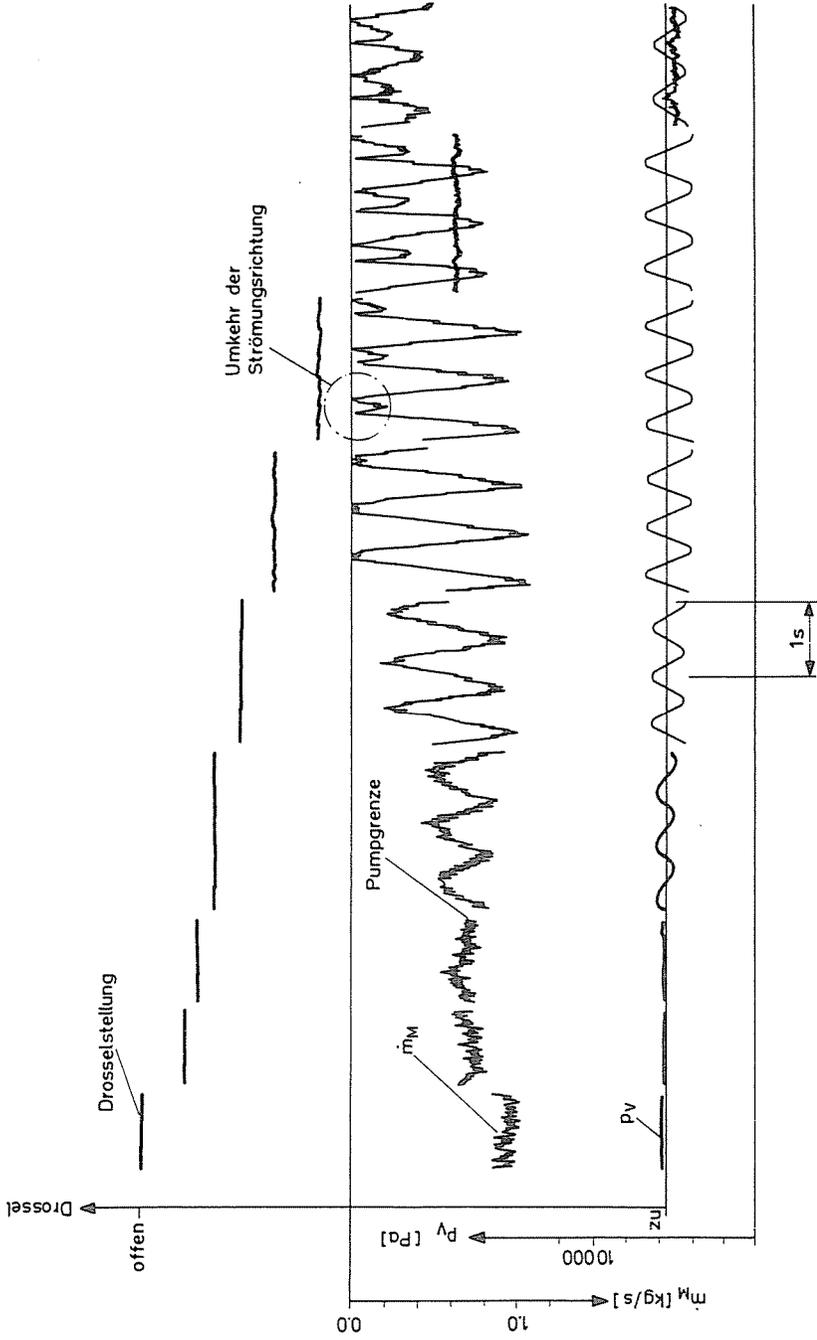


Abb. 13. Typischer Meßschrieb

Fehler entstehen dadurch, daß sich das Geschwindigkeitsprofil über dem Rohrquerschnitt laufend ändert, wenn pulsierende Massenströme (u. U. mit Strömungsumkehr) vorliegen. Diese Fehler müssen aber in Kauf genommen werden, da andere Meßmethoden ausscheiden:

- Eine Blende verursacht einen großen Druckverlust in der Meßstrecke. Außerdem ist der momentane Durchflußkoeffizient nur schwierig für das dynamische Meßproblem zu bestimmen.
- Eine Messung des Geschwindigkeitsprofils an mehreren Punkten im Rohrquerschnitt, z. B. mit kleinen Hitzdrahtsonden, wäre äußerst aufwendig.

Die gemessenen Zeitverläufe werden auf einem Mehrkanal-UV-Schreiber aufgezeichnet. Zur zuverlässigen Bestimmung von Schwingweite und Frequenz werden mit einem „Schnellen Fourieranalysator“ Signalanalysen durchgeführt, wobei gleichzeitig auch eine zeitliche Mitteilung erfolgt.

Das Blockschaltbild *Abb. 12* zeigt weitere Einzelheiten der Meßeinrichtung.

Eine typische Meßkurve ist in *Abb. 13* wiedergegeben. Die Zeitverläufe des Massenstroms und des Drucks sowie die Position des Drosselkegels sind jeweils ca. 2 s lang aufgezeichnet. Besonders hervorzuheben ist, daß ab einer bestimmten Drosselstellung Strömungsumkehr zu beobachten ist. (Da der Hitzdraht die Strömungsrichtung nicht unterscheiden kann, ist das Signal nach dem Nulldurchgang wieder positiv. Man muß sich diesen Bereich des Signals also in negative Richtung „umgeklappt“ denken.) Bei vollständig geschlossener Drossel oszilliert der Massenstrom um die $\dot{m}_M = 0$ -Achse.

Vergleich der Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die theoretischen Ergebnisse, die auf den Modellen mit konzentrierten bzw. verteilten Parametern (KPM bzw. VPM) beruhen, mit den Messungen verglichen.

In beiden Modellen ist die Zeitkonstante T wichtig. Sie kann jedoch nur indirekt aus Messungen bestimmt werden. Eine Fehlerschranke für das so bestimmte T anzugeben ist schwer. Es muß also zunächst die Empfindlichkeit der Lösung beider Rechenmodelle auf Fehler in der Zeitkonstante untersucht werden.

In der Kenntnis dieser Fehlerabschätzung ist es dann möglich, die Meßergebnisse mit beiden Rechenergebnissen für feste Anlagenparameter zu vergleichen. Die gemessenen bzw. gerechneten dimensionslosen Schwingweiten des Drucks im Speichervolumen werden über der Drosselzahl in einem Diagramm aufgetragen. Es werden weiterhin die maximalen Druckamplituden und die Pumpfrequenzen in Abhängigkeit der Anlagenparameter dargestellt.

Vergleich des Einflusses von T auf beide Rechnungen

Es wurde zuerst die Empfindlichkeit der Lösung beider Rechenmodelle auf Fehler in der Zeitkonstante T untersucht.

Für diesen Zweck wurde die Rechnung für ein ausgewähltes System ($VOL = 7,85 \text{ m}^3$; $L_M = 8,8 \text{ m}$) bei einer konstant gehaltenen Drosselzahl $Dr = 0,042$ mit mehreren T -Werten ($0 \leq T \leq 0,13 \text{ s}$) durchgeführt.

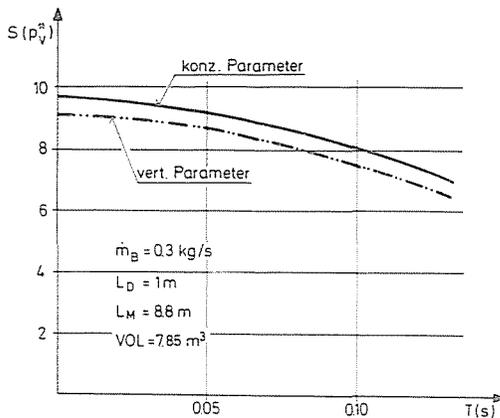


Abb. 14. Einfluß der Zeitkonstanten auf die maximale Druckschwingweite

Die Ergebnisse sind in Abb. 14 dargestellt. Die zwei Kurven verlaufen parallel. Die Tangente bei $T = 0,1 \text{ s}$ ist für beide Kurven ungefähr gleich $\left(\frac{dS(p_v^*)}{dT} \approx -28\right)$. Dies bedeutet, daß ein Fehler von 10% in der Bestimmung der Zeitkonstante einen Fehler von etwa 3,5% in der dimensionlosen Druckamplitude zur Folge hat.

Der Einfluß der Zeitkonstante T wird besonders dann deutlich, wenn mit $T = 0$ die Dynamik der Druckerhöhung ausgeschaltet wird ($\Phi = f$).

In Abb. 15 wurden die $S(p_v^*) - Dr$ Kurven bei $T = 0$ und $T = 0,1 \text{ s}$ verglichen. Für diesen Vergleich ist die Rechnung mit konzentrierten Parametern gewählt worden. Man sieht deutlich, daß die Dynamik der Druckerhöhung besonders bei höheren Volumenströmen eine ganz wesentliche Rolle spielt. Z. B. ist der Betriebspunkt $\dot{m}_B = 0,75 \text{ kg/s}$ ($Dr = 0,237$) instabil, wenn man allein mit der statisch ermittelten Kennlinie rechnet, jedoch stabil bei Berücksichtigung der Dynamik der Druckerhöhung im Ventilator.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß man bei der Bestimmung der Zeitkonstanten T sehr sorgfältig vorgehen muß, besonders bei größeren Massenströmen, d. h. bei sich vermindern den Schwingungsamplituden, da ihr Einfluß auf das Rechenergebnis erheblich ist.

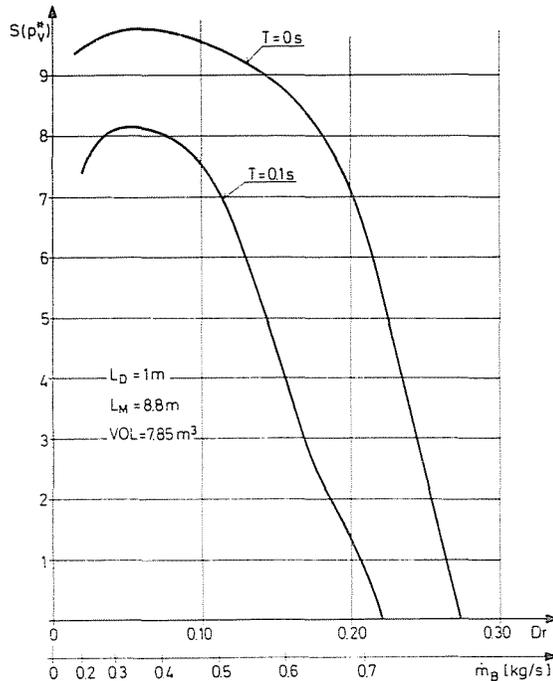


Abb. 15. Einfluß der dynamischen Ventilatorcharakteristik auf die Druckschwingweiten

Vergleich mit experimentellen Ergebnissen

Nach der Klärung des Einflusses der Zeitkonstante werden die Ergebnisse beider Rechenmodelle mit experimentellen Ergebnissen verglichen. Für diesen Zweck wurden zunächst die Anlagenparameter konstant gehalten, lediglich die Drosselzahl, also der Betriebspunkt wurde geändert. In Abb. 16 sind folgende Anlagenparameter konstant: $L_M = 8,8$ m, $L_D = 1$ m, $VOL = 7,85$ m³. Die einzelnen Meßpunkte für die Schwingweite der Druckschwingung sind in der Abb. markiert. Oberhalb der Meßpunkte läuft die Kurve, die die Rechnung mit verteilten Parametern ergibt. Noch höher liegt die Kurve des Modells mit konzentrierten Parametern. Der Unterschied zwischen beiden Kurven ist bei größeren Schwingweiten größer. Mit abnehmender Schwingweite nimmt auch die Abweichung ab.

Betrachtet man den ganzen Meßbereich, so ist das VPM besser als das KPM. Die gestrichelte Kurve ist das Ergebnis einer Rechnung mit verteilten Parametern und $T = 0,12$ s. Dieser Wert wurde so bestimmt, daß die maximale Schwingweite mit Meßergebnissen möglichst gut übereinstimmt. Bei kleinen Massenströmen liegt die Kurve oberhalb der Meßpunkte, bei großen

Massenströmen aber darunter. Es existiert also keine konstante, nur durch die Anlagenparameter bestimmte, optimale Zeitkonstante.

Die Zeitkonstante ist also vom Betriebspunkt abhängig: die Beschreibung des Zeitverhaltens des Ventilators mit einem Verzögerungsglied 1. Ordnung liefert nur bereichsweise gute Ergebnisse.

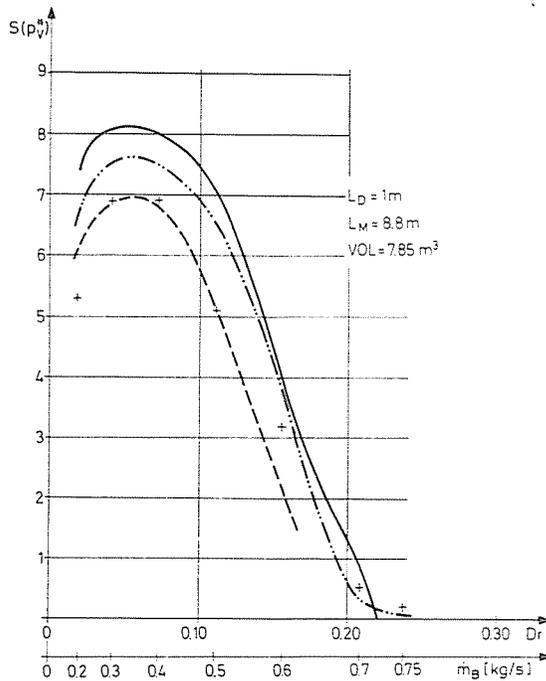


Abb. 16. Vergleich der Ergebnisse der Rechenmodelle mit dem Experiment
 + Experiment; ——— konz. Parameter-Modell $T=0,1$ s; — . — vert. Parameter-Modell $T=0,1$ s; — — — vert. Parameter-Modell $T=0,12$ s

Ein anderer Vergleich beider Modelle bietet sich indem man die Drosselzahl festhält ($\dot{m}_B = \text{konst.}$) und den Anlagenparameter $l_M^* = \frac{\Delta \dot{m}^2}{\Delta p^2} \frac{a^2}{A_M}$ $\frac{L_M}{VOL}$ variiert. Im Grunde genommen wurde das Verhältnis L_M/VOL geändert.

In Abb. 17 sind zwei Schwingungsparameter über l_M^* aufgetragen. Wie bisher ist die Abweichung in der dimensionlosen Druckschwingweite bei größeren l_M^* -Werten zwischen Experiment und VPM kleiner als die zwischen Experiment und KPM. Mit abnehmendem l_M^* nimmt die Abweichung ab. Dabei ändert sich dieses Bild auch qualitativ, das KPM wird nämlich besser als das VPM. Ohne eine systematische, gezielte Untersuchung darf dies aber nur als Vermutung

betrachtet werden. Eindeutig ist dagegen das Verhalten der ω/ω_0 Werte bei beiden Modellen und im Experiment. Hier bezeichnet ω die Kreisfrequenz der Druckschwingung, die Bezugsfrequenz ω_0 ist in der Abbildung angegeben. Bei allen l_M^* -Werten liegt das Ergebnis vom VPM näher den Meßergebnissen als das vom KPM. Die Differenz der relativen Genauigkeit beider Rechenmodelle beträgt bei kleinen l_M^* -Werten 20% zugunsten des VPM-s.

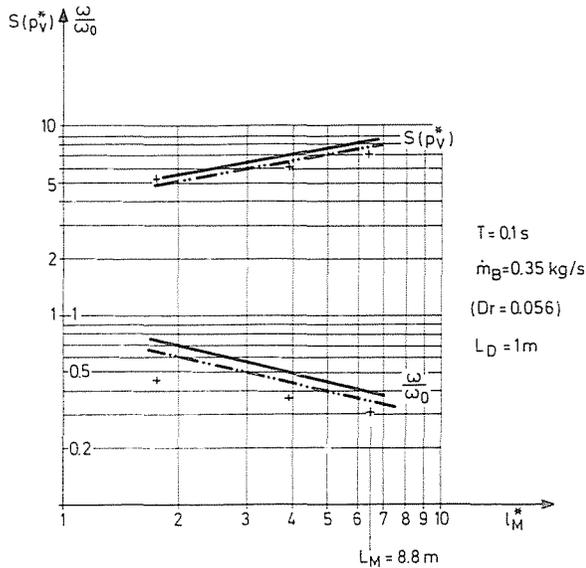


Abb. 17. Änderung der Schwingungsparameter über den Anlagenparameter
 + Experiment; ——— konz. Parameter-Modell; - - - - - vert. Parameter-Modell

$$l_M^* = \frac{\Delta \dot{m}^2}{\Delta p^2} \frac{a^2}{\text{VOL}} \frac{L_M}{A_M}; \quad \omega_0 = \frac{\Delta \dot{m}}{\Delta p} \frac{a^2}{\text{VOL}}$$

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß sowohl ein KPM als auch ein VPM die dynamischen Eigenschaften der untersuchten Anlage qualitativ richtig wiedergibt. Dies wird auch in einem Beitrag von Dibelius und Rauhut [5] festgestellt. Nach der möglichst genauen Bestimmung der im Modell auftretenden Zeitkonstante T sind sogar die quantitativen Aussagen der Rechenmodelle für die praktische Anwendungen ausreichend. Für schwingungsfreien Betrieb lassen sich die dazu erforderlichen Anlagenabmessungen (Rohrlängen, Volumina usw.) bestimmen. Die relative Abweichung in $S(p_v^*)_{\max}$ zwischen Experiment und Rechnung beträgt etwa 8% bei der geschätzten Zeitkonstante $T=0,1$ s. Wie im vorigen Kapitel gezeigt wurde, beeinflusst die Zeitkonstante das Ergebnis der numerischen Rechnung wesentlich; im Rahmen des einfachen Modells für die Beschreibung der Dynamik der Druckerhöhung im Ventilator hat T also eine entscheidende Bedeutung in beiden Rechenmodellen.

Häufig verwendete Formalzeichen

| | Einheit | Bedeutung |
|------------------|------------------------|--|
| a | m/s | Schallgeschwindigkeit |
| A | m ² | Rohrleitungsquerschnitt |
| c | m/s | Geschwindigkeit |
| Dr | — | Drosselzahl, charakterisiert den eingestellten Betriebspunkt |
| $f(\dot{m})$ | Pa | statisch ermittelte Druck-Massenstromkennlinie des Ventilators |
| l | m ⁻¹ | $:= \frac{L}{A}$ |
| L | m | Rohrleitungslänge |
| \dot{m}_B | kg/s | eingestellter Betriebspunkt (Massenstrom), zeitunabhängig |
| $\dot{m}_i(t)$ | kg/s | zeitabhängiger Massenstrom in der Rohrleitung i |
| $p_i(t)$ | Pa | zeitabhängiger statischer Druck an der Stelle i |
| $S(p_v^*)$ | — | Schwingweite des dimensionlosen Drucks im Volumen |
| T | s | Zeitkonstante |
| t | s | Zeit |
| VOL | m ³ | Speichervolumen |
| z | m | geod. Höhe |
| δ | Pa | } Kennlinieparameter |
| ζ | kg/s | |
| $\Delta \dot{m}$ | kg/s | |
| Δp | Pa | |
| $\Phi(t)$ | kg/s | Zeitabhängige Druckerhöhung ("dynamische Kennlinie") im Ventilator |
| ψ | Pa/(kg/s) ² | Verlustbeiwert |
| ρ | kg/m ³ | Dichte |
| τ | — | dimensionlose Zeit |
| ω | 1/s | Kreisfrequenz |
| ω_0 | 1/s | Bezugsfrequenz |

Indices

| | |
|------|-----------------------------|
| MA | maschinenseitig am Austritt |
| ME | maschinenseitig am Eintritt |
| M | maschinenseitig |
| DA | drosselseitig am Austritt |
| DE | drosselseitig am Eintritt |
| D | drosselseitig |
| V | im Speichervolumen |
| * | dimensionlos |

Zusammenfassung

Lufttechnische Anlagen, die aus Fördermaschine Rohrleitungen, Behältern und Drosseln bestehen neigen bei kleinen Massenströmen zu Druck- und Massenstrompulsationen. Rechenmodelle sowohl mit konzentrierten als auch mit verteilten Parameter sind für die Beschreibung dieser dynamischen Eigenschaften geeignet, wie es der Vergleich mit experimentellen Ergebnissen beweist. Die dynamische Behandlung der Fördermaschine selbst ist bei beiden Rechenmodellen von grundlegender Bedeutung.

Literatur

1. HORVÁTH, A. J. T.: Der Pumpvorgang von Verdichtern und Kreiselpumpen als nichtlineare Schwingung. Comm. de l'Institut de Thermal Appliquée de l'Écol Pol. Fed de Lausanne Nr. 3, 1976
2. OHASHI, H.: Analytical and Experimental Study of Dynamic Characteristics of Turbopumps. NASA Technical Note D-4298, 1968
3. FÜZY, O.: Analysis of Hydraulic Systems by Means of Digital Simulation. Proc. 6th Conf. on Fluid Machinery. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1979
4. CAROLUS, Th.—KULLMANN, L.: Theoretical and Experimental Determination of Surge in Fan Systems. Proc. 7th Conf. on Fluid Machinery, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1983
5. DIBELIUS, G.—RAUHUT, H.: Vorausberechnung der Pumpgrenze und des Pumpverhaltens einer Verdichteranlage VDI-Berichte Nr. 487, 1983

Dr. László KULLMANN, H-1521 Budapest

Dr. Thomas CAROLUS, D-7500 Karlsruhe, Kaiserstrasse 12.