

ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ИНФОРМАЦИИ

Ю. И. БЕЛЯЕВ

Новомосковский филиал Московского химико-технологического института им. Д. И. Менделеева.
Механический факультет. Кафедра производственных процессов

Поступило 10. марта 1982 г.

Summary

Construction principle of a thermoelectric information converter suiting temperature control systems is represented.

This thermoelectric information converter indicates Lagrange and Chebysheff series expansion coefficients of temperature fields.

Error analysis of the thermoelectric information converter is given, and application examples are presented.

Введение

В химии, энергетике, металлургии и других отраслях промышленности часто возникает задача контроля теплового режима технологических аппаратов с распределённой температурой. В подавляющем большинстве случаев для этих целей используются термоэлектрические датчики температуры в силу их простоты, высокой надёжности и низкой стоимости. Однако такие датчики обеспечивают измерение температуры в дискретных точках аппаратов. В то же время современное производство требует решения более сложных задач, чем многозонный контроль. Отметим лишь некоторые из них: воспроизведение всего поля температур по температурам в дискретных точках, определение характерных точек поля температур (точек экстремальных температур, точек перегиба профиля температуры), определение температур в труднодоступных местах, приводящее к задачам экстраполяции, определение различных интегральных показателей функции распределения температуры по пространственной координате и многие другие. Решение таких задач необходимо как для более тщательного наблюдения за процессом, так и для создания систем автоматического управления тепловым режимом аппаратов.

Создание систем распределённого контроля температуры, отвечающих поставленным требованиям, связано с обработкой информации, поступающей от термоэлектрических датчиков температуры. Основой

проектирования измерительных систем в таких условиях наиболее перспективным является метод математического моделирования, который заключается в выборе модели, адекватно описывающей распределение температуры, оценке её текущих параметров на основе поступающей с объекта измерительной информации и определении из математической модели необходимой для целей контроля и управления информации.

Очевидно, что для получения более эффективных оценок параметров модели, необходимо увеличивать количество точек измерения температуры. Однако конструкции технологических аппаратов, как правило, имеют очень мало места для установки датчиков температуры и тем самым накладывают ограничения на их число.

В настоящей работе рассматривается следующий принцип построения систем контроля распределённой температуры: переложить обработку первичной информации непосредственно на измерительные преобразователи температуры. Реализация этого принципа определяет необходимость в создании гаммы специальных преобразователей, но даёт возможность упростить вторичную часть измерительной системы и сократить до минимума количество чувствительных элементов, количество которых будет равно числу независимо оцениваемых параметров модели. Наиболее пригодными для осуществления этого принципа являются термоэлектрические преобразователи информации (ТПИ).

1. Конструкции ТПИ

Рассмотрим конструкции идеальных ТПИ (рис. 1.), где показаны основные две их разновидности. Конструкции ТПИ состоят из двух ветвей. На одной, или на обеих ветвях имеются последовательно расположенные спаи, образованные разнородными проводниками преобразователя. Будем считать, что э.д.с., развиваемая любой парой спаев, установленных в точках x_i и x_{i+1} , равна

$$e(x_i; x_{i+1}) = p[T(x_i) - T(x_{i+1})], \quad (1)$$

Где p — чувствительность термоэлектродной пары. Тогда э.д.с., развиваемая ТПИ рис. 1.а и 1.б будет равна соответственно:

$$e_1 = \sum_{i=0}^{(N-1)/2} (-1)^i \cdot e(x_{2i}; x_{2i+1}) = p \sum_{i=0}^{(N-1)/2} (-1)^i \cdot [T(x_{2i}) - T(x_{2i+1})]; \quad (2)$$

$$e_2 = \sum_{i=0}^{(N-1)/2} e(x_{2i}; x_{2i+1}) = p \sum_{i=0}^{(N-1)/2} [T(x_{2i}) - T(x_{2i+1})]. \quad (3)$$

Эти ТПИ могут быть использованы для определения различных характеристик функции распределения температуры по пространственной координате или для оценки параметров моделей. Однако, для этого необходима методика их расчёта, которая обеспечивает нахождение точек установки спаев преобразователя.

Рассмотрим лишь одну возможность их применения — для оценки параметров полиномиальных моделей одномерного температурного поля.

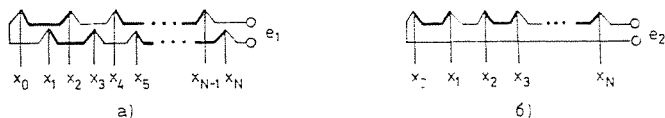


Рис. 1. Конструкции термоэлектрических преобразователей информации

Такие модели находят применение для описания температурного поля многих химических реакторов. В силу физико-химических закономерностей химических процессов функция распределения температуры по длине аппарата имеет, как правило, не более одного, двух экстремумов, достаточно гладкая и её изменение рассматривается на ограниченном отрезке, т.к. размеры аппаратов всегда ограничены. Поэтому использование тригонометрических рядов для описания температурного поля, как правило, не эффективно. Экспоненциальные функции, например, функции Эрмита, Лаггера, а также различные специальные модели дают хорошие результаты, если отклонения функции распределения температуры от некоторого среднего значения незначительны. При существенном изменении формы температурного поля, которое наблюдается в режимах пуска, остановок, при изменении активности катализаторов, колебаниях состава сырья и пр., эти модели могут привести к недопустимому возрастанию ошибки воспроизведения температурного поля. Важим преимуществом полиномиальных моделей в этих задачах является их универсальность, а также возможность оценки погрешностей аппроксимации на основе априорных сведений о гладкой функции распределения температуры.

2. Синтез ТПИ для определения параметров полиномиальных моделей

Рассмотрим задачу приближения на отрезке $[-1; 1]$ непрерывной функции $T(x)$ линейной комбинацией

$$\hat{T}(x) = \sum_{m=0}^{q-1} c_m \cdot B_m(x), \quad (4)$$

где $B_m(x)$ — многочлен степени m ,

обращающей в минимум расстояние в Евклидовом пространстве L_2 по мере μ :

$$\|T - \hat{T}\| = \sqrt{\int_{-1}^1 [T(x) - \hat{T}(x)]^2 d\mu}. \quad (5)$$

Как известно, [1] её решением является частная сумма разложения $(T(x))$ на отрезке $[-1; 1]$ по ортогональным многочленам

$$\hat{T}(x) = \sum_{m=0}^{q-1} c_m \cdot P_m(x), \quad (6)$$

где

$$c_m = \frac{1}{\|P_m\|^2} \cdot \int_{-1}^1 P_m(x) \cdot T(x) d\mu; \quad (7)$$

$$\|P_m\|^2 = \int_{-1}^1 P_m^2(x) d\mu. \quad (8)$$

Рассмотрим возможности многозонных термопар для воспроизведения поля температуры. Многозонная термопара даёт информацию о температурах в r дискретных точках поля температуры. В этом случае можно построить функционалы $E_m[T(x)]$, обладающие свойством

$$E_m[c_i P_i(x)] = 0; \quad \forall m; i \in [0; r-1]; m \neq i;$$

$$E_m[c_m P_m(x)] = c_m$$

и получить полином, интерполирующий функции $T(x)$ в r узлах. Оценки коэффициентов этого многочлена будут оптимальными для всех $T(x)$, представленными многочленами степени не выше $r-1$. Если же функция распределения температуры представляет многочлен более высокой степени $N > r-1$, то ошибка воспроизведения $T(x)$ представляется в

следующем виде

$$\rho = \sum_{m=0}^{c-1} \left[\sum_{i=r}^N E_m(P_i) c_i \right]^2 \|P_m\|^2 + \sum_{m=r}^N c_m^2 \|P_m\|^2. \quad (8a)$$

Второе слагаемое этого выражения даёт ошибку аппроксимации при оптимальной оценке коэффициентов по формуле (7), а первое — дополнительную ошибку от ограниченного количества узлов. Уменьшение этой ошибки при использовании многозонной термопары возможно лишь путём увеличения количества её спаев. В силу конструктивных особенностей технологических аппаратов увеличивать количество спаев многозонной термопары далеко не всегда представляется возможным. Для таких случаев ниже рассматривается другой способ уменьшения ошибки аппроксимации. Суть его заключается в применении термоэлектрических датчиков специальной конструкции, каждый из которых образован последовательным включением нескольких дифференциальных термопар. Конструктивно такой датчик эквивалентен обычной термопаре, однако, он более информативен, поскольку его выходной сигнал зависит не от одной, а нескольких температур. Путём синтеза таких датчиков представляется возможным уменьшить ошибку аппроксимации.

Использование решения (6) ÷ (8) в задачах воспроизведения температурного поля с помощью ТПИ связано с оценкой коэффициентов разложения функции $T(x)$, определяемых выражением (7). Это, в свою очередь, требует получения квадратурных формул оценки определённых интегралов вида

$$I_m = \int_{-1}^1 P_m(x) \cdot T(x) d\mu. \quad (9)$$

Причём, очевидно следует рассматривать лишь те квадратурные формулы, которые могут быть реализованы термоэлектрическими преобразователями (рис. 1.).

Предположим, что мера μ определена для измеримых по Лебегу подмножеств сегмента $[-1; 1]$

$$\mu(E) = \int_E g(x) d(x), \quad (10)$$

где $g(x)$ — фиксированная неотрицательная суммируемая, чётная функция.

Тогда получим этот класс квадратурных формул из условий, чтобы они были точны для всех многочленов степени не выше $r - 1$

$$T_{r-1}(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_{r-1} \cdot x^{r-1}. \quad (11)$$

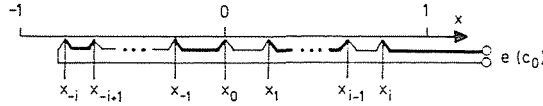


Рис. 2

Для этого подставим (11) в (9), получим

$$I_m = \sum_{n=0}^{r-1} \gamma_{n,m} \cdot a_n, \quad (12)$$

где

$$\gamma_{m,n} = \int_{-1}^1 P_m(x) \cdot x^n d\mu; \quad \begin{array}{l} n \leq m; \quad (n+m)\text{-чѐтное} \\ n > m; \quad (n+m)\text{-нечѐтное.} \end{array}$$

и рассмотрим три случая.

1. Пусть $P_m = P_0 = 1$. Тогда из (12) найдѐм

$$I_0 = \gamma_{0,0} a_0 + \gamma_{0,2} \cdot a_2 + \dots + \gamma_{0,r-1} \cdot a_{r-1}. \quad (13)$$

Отсюда следует, что для оценки I_0 следует исключить нечѐтные коэффициенты многочлена (11). Для этого, учитывая уравнение преобразователя, достаточно расположить узлы квадратурной формулы симметрично и значения функции в этих узлах сложить. Поскольку сумма (3) знакопеременная, то, для выделения слагаемого $\gamma_{0,0} \cdot a_0$ необходимо, чтобы количество узлов было нечѐтным. Это при симметричном расположении узлов возможно, если один узел находится в точке $x=0$. Квадратурная формула в этом случае может быть представлена в следующем виде

$$L_1(m) = \kappa_0 \cdot \sum_{-i}^i (-1)^i \cdot T(x_i), \quad (14)$$

где $2i+1$ — количество узлов.

2. Пусть $P_m(x) = P_j(x)$; ($j = 1, 3, 5, \dots$). Тогда из (9) найдѐм

$$I_m = \gamma_{m,1} \cdot a_1 + \gamma_{m,3} \cdot a_3 + \dots + \gamma_{m,r-1} \cdot a_{r-1}. \quad (15)$$

Поскольку $P_m(x)$ — нечѐтные функции, то, для того чтобы исключить чѐтные коэффициенты многочлена, достаточно расположить узлы квадратурной формулы симметрично, и значения функции в этих узлах взять с противоположным знаком. Следовательно количество узлов квадратурной формулы чѐтно, а сама она имеет вид

$$L_2(m) = k_m \left[\sum_{-i}^i (-1)^i T(x_i) - \sum_1^i (-1)^i T(x_i) \right]. \quad (16)$$

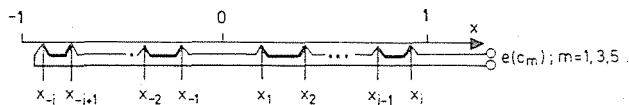


Рис. 3

Соответствующая конструкция преобразователя изображена на рис. 3.

3. Пусть $P_m(x) = P_j(x)$; ($j = 2, 4, 6, \dots$) Из (9) найдём

$$I_m = \gamma_{m,2} \cdot a_2 + \gamma_{m,4} \cdot a_4 + \dots + \gamma_{m,r-1} \cdot a_{r-1} \quad (17)$$

Отсюда следует, что $\gamma_{m,0} = 0$. Поэтому коэффициент многочлена (11) необходимо исключить, также как и нечётные коэффициенты $a_1; a_3; a_5 \dots$. На рассматриваемых преобразователях это возможно лишь в том случае, если узлы квадратурной формулы расположить симметрично, значения функции $T(x)$ в этих узлах взять с одинаковым знаком, а количество узлов выбрать чётным. Тогда квадратурная формула будет иметь вид

$$L_3(m) = k_m \cdot \sum_{-1}^1 (-1)^i T(x_i); \quad i\text{-чётно}, \quad (18)$$

а соответствующая конструкция преобразователя изображена на рис. 4.

Полученные формулы (14), (16), (18) являются основными для синтеза ТПИ в задаче (4), (5), поскольку, с одной стороны они реализуются ТПИ, а, с другой, их структура необходима для того, чтобы они были точны для всех многочленов степени $r-1$. Достаточное условие можно получить нахождением соответствующей расстановки узлов $\{x_i\}$ формул (14), (16), (18).

Для этого запишем оценку определённого интеграла (9) в виде

$$\int_{-1}^1 P_m(x) \cdot T(x) d\mu \approx L(m), \quad (19)$$

где функционал $L(m)$ определён выше.

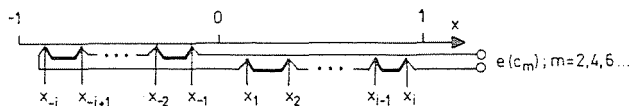


Рис. 4

Будем предполагать, что эта формула точна для всех многочленов степени $r-1$, т.е., для таких многочленов выполняется равенство

$$\int_{-1}^1 P_m(x) \cdot T_{r-1}(x) d\mu = L(m, r-1). \quad (20)$$

Из этого условия найдём расстановку узлов $\{x_i\}$, для чего подставим в (20) значение T_{r-1} из (11). Получим

$$\begin{aligned} a_0 \gamma_{0,m} + \gamma_{1,m} \cdot a_1 + \dots + \gamma_{r-1,m} \cdot a_{r-1} = L(m, 1) \cdot a_0 + \\ + L(m, x) \cdot a_1 + L(m, x^2) \cdot a_2 + \dots + L(m, x^{r-1}) \cdot a_{r-1}, \end{aligned} \quad (21)$$

где $L(m, x^{r-1})$ — значение линейного функционала $L(m)$ на функции x^{r-1} .

Для того, чтобы это выражение было тождеством, достаточно выполнения следующей системы алгебраических уравнений

$$\begin{cases} L(m, 1) = \gamma_{0,m} \\ L(m, x) = \gamma_{1,m} \\ \dots \\ L_1(m, x^{r-1}) = \gamma_{r-1,m}. \end{cases} \quad (22)$$

Её решение, если оно существует, даёт расстановку узлов квадратурных формул, которая является координатами установки спаев соответствующих ТПИ. Вопрос о существовании решения системы (22) и принадлежности его сегменту $[-1, 1]$ в общем случае представляет значительные трудности. Однако, как показали практические расчёты, в частных задачах удаётся найти это решение с помощью аналитических или численных методов решения систем нелинейных уравнений, либо установить, что оно не существует. Конструкция ТПИ может содержать различное количество спаев, установленных либо на одной, либо на обоих его ветвях. Каждое изменение конструкции приводит к своей системе уравнений (22), поэтому при синтезе ТПИ необходимо изменять его конструкцию до тех пор пока не удастся найти решение (22). Конечно, при высокой размерности модели температурного поля система (22) может оказаться необозримо сложной. В этом случае удобнее переходить к приближению $T(x)$ сплайнами и тем самым снизить размерность системы (22).

Предположим, что система (22) решена. Тогда подставим (20) в (7), получим оценку коэффициентов разложения (7) в виде

$$\hat{c}_m = \frac{1}{\|P_m\|^2} \cdot L(m, r-1). \quad (23)$$

Теперь обратимся к уравнениям ТПИ (2) и (3), из сравнения которых с (14), (16), (18) следует, что выходной сигнал ТПИ равен

$$e_{\text{ТПИ}}(m, r-1) = p \cdot \frac{L(m, r-1)}{k_m}. \quad (24)$$

Выразив из (24) $L(m, r-1)$, подставим его значение в (23) получим

$$\hat{c}_m = \frac{k_m}{p \cdot \|P_m\|^2} \cdot e_{\text{ТПИ}}(m, r-1). \quad (25)$$

Эта формула представляет собой оценку коэффициента c_m через выходной сигнал соответствующего ТПИ.

Рассмотрим два решения (6), (7), (8) задачи (4), (5), имеющие практический интерес. Первое решение, соответствующее обычной мере Лебега, даёт разложение функции $T(x)$ по системе ортогональных многочленов Лежандра, т.е.

$$\hat{T}(x) = \sum_{m=0}^{n-1} \hat{c}_m \cdot Q_m(x), \quad (26)$$

где $Q_m(x)$ — многочлен Лежандра степени m .

В качестве иллюстрации приведём порядок нахождения расстановки узлов ТПИ для измерения коэффициента c_2 с четырьмя узлами. Для этого вычислим, первоначально, значения

$$\gamma_{0,2} = 0;$$

$$\gamma_{2,2} = \int_{-1}^1 P_2(x) \cdot x^2 dx = \int_{-1}^1 \frac{1}{2}(3x^2 - 1)x^2 dx = \frac{4}{15};$$

$$\gamma_{4,2} = \int_{-1}^1 P_2(x) \cdot x^4 dx = \frac{8}{35};$$

$$\gamma_{6,2} = \int_{-1}^1 P_2(x) \cdot x^6 dx = \frac{4}{21}.$$

Теперь, используя уравнение ТПИ (18), составим систему алгебраических уравнений вида (22):

$$\begin{cases} 2k_2(x_2^2 - x_1^2) = \frac{4}{15} \\ 2k_2(x_2^4 - x_1^4) = \frac{8}{35} \\ 2k_2(x_2^6 - x_1^6) = \frac{4}{21} \end{cases} \quad (27)$$

Её решение не трудно получить аналитически

$$\begin{aligned} k_2 &= 0,165; \\ -x_{-1} &= x_1 = 0,15656; \\ -x_{-2} &= x_2 = 0,9255. \end{aligned}$$

Подставив найденное решение в (23), получим

$$\hat{c}_2 = \frac{1}{\|P_2(x)\|} \cdot L(m=2) = 0,4125 [T(x_2) - T(x_1) + T(x_{-2}) - T(x_{-1})]. \quad (28)$$

В таблице 1 приведены результаты синтеза ТПИ по рассмотренной методике для измерения коэффициентов разложения (26).

Второе решение задачи (4), (5), когда $T(x)$ определена соотношением

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad (29)$$

как известно [1], приводит к разложению функции $T(x)$ по системе ортогональных с весом многочленов Чебышева

$$\hat{T}(x) = \sum_{m=0}^{4-1} \hat{c}_m \cdot G_m(x), \quad (30)$$

где $G_m(x)$ — многочлен Чебышева степени m .

В таблице 2 приведены результаты синтеза ТПИ для измерения коэффициентов разложения (30), а на рис. 5 изображена конструкция термоэлектрической системы контроля коэффициентов модели в виде многочленов Чебышева и Лежандра 3-й степени.

Таблица 1

ТПИ для измерения коэффициентов разложения функции распределения температуры по многочленам Лежандра

Многочлен Лежандра	$n-1$	$\{x_i\}$	\hat{C}_{Tn}	Конструкция ТПИ
$Q_0(x) = 1$	1	$x_0 = 0$	$\hat{C}_0 = T(x_0)$	
	3	$x_0 = 0$ $-x_{-1} = x_1 = 0.408$	$\hat{C}_0 = \frac{1}{2} \sum_{-1}^1 T(x_i) (-1)^{i+1}$	
	5	$x_0 = 0$ $-x_{-1} = x_1 = 0.465$ $-x_{-2} = x_2 = 0.619$	$\hat{C}_0 = \frac{2}{3} \sum_{-2}^2 T(x_i) (-1)^i$	
	7	$x_0 = 0$ $-x_{-1} = x_1 = 0.267$ $-x_{-2} = x_2 = 0.670$ $-x_{-3} = x_3 = 0.738$	$\hat{C}_0 = \frac{3}{4} \sum_{-3}^3 T(x_i) (-1)^{i+1}$	
	9	$x_0 = 0$ $-x_{-1} = x_1 = 0.293$ $-x_{-2} = x_2 = 0.445$ $-x_{-3} = x_3 = 0.777$ $-x_{-4} = x_4 = 0.810$	$\hat{C}_0 = \frac{4}{5} \sum_{-4}^4 T(x_i) (-1)^i$	
$Q_1(x) = x$	4	$-x_{-1} = x_1 = 0.774$	$\hat{C}_1 = 0.6455 [T(x_1) - T(x_{-1})]$	
	8	$-x_{-1} = x_1 = 0.586$ $-x_{-2} = x_2 = 0.732$ $-x_{-3} = x_3 = 0.85$	$\hat{C}_1 = 0.711 \sum_{-3}^3 [T(x_i) - T(x_{-i})]$	
	7	$-x_{-1} = x_1 = 0.156$ $-x_{-2} = x_2 = 0.925$	$\hat{C}_2 = 0.4125 \sum_{-2}^2 (-1)^i [T(x_i) + T(x_{-i})]$	
$Q_2(x) = \frac{1}{2} (3x^2 - 1)$	9	$x_0 = 0$ $-x_{-1} = x_1 = 0.451$ $-x_{-2} = x_2 = 0.552$ $-x_{-3} = x_3 = 0.902$	$\hat{C}_2 = 0.458 \sum_{-3}^3 (-1)^{i+1} [T(x_i) + T(x_{-i})]$	
	8	$-x_{-1} = x_1 = 0.320$ $-x_{-2} = x_2 = 0.812$ $-x_{-3} = x_3 = 0.492$	$\hat{C}_3 = 1.04 \sum_{-3}^3 (-1)^i [T(x_i) - T(x_{-i})]$	
$Q_3(x) = \frac{1}{2} (5x^3 - 3x)$	9	$x_0 = 0$ $-x_{-1} = x_1 = 0.552$ $-x_{-2} = x_2 = 0.953$ $-x_{-3} = x_3 = 0.77$	$\hat{C}_4 = 0.62 \sum_{-3}^3 (-1)^i [T(x_i) - T(x_{-i})]$	
$Q_4(x) = \frac{1}{8} (35x^4 - 30x^2 + 3)$	8	$-x_{-1} = x_1 = 0.296$ $-x_{-2} = x_2 = 0.777$ $-x_{-3} = x_3 = 0.960$	$\hat{C}_5 = 1.1 \sum_{-3}^3 (-1)^i [T(x_{-i}) - T(x_i)] + 0.55 [T(x_3) - T(x_{-3})]$	
	8	$x_0 = 0$ $-x_{-1} = x_1 = 0.557$ $-x_{-2} = x_2 = 0.788$ $-x_{-3} = x_3 = 0.966$	$\hat{C}_6 = 0.192 \sum_{-3}^3 [T(x_i) - 2T(x_{-i})] + T(x_3)$	

Таблица 2

ТПИ для измерения коэффициентов разложения функции распределения температуры по многочленам Чебышева

Многочлен Чебышева	$n-1$	$\{x_i\}$	\hat{C}_m	Конструкция ТПИ
$G_0(x)=1$	1	$x_0=0$	$\hat{C}_0=T(x_0)$	
	3	$x_0=0$ $-x_{-1}=x_1=0.5$	$\hat{C}_0=\sum_{i=1}^3 (-1)^{i+1} T(x_i)$	
	5	$x_0=0$ $-x_{-1}=x_1=0.5$ $-x_{-2}=x_2=0.707$	$\hat{C}_0=\sum_{i=1}^5 (-1)^i T(x_i)$	
	7	$x_0=0$ $-x_{-1}=x_1=0.309$ $-x_{-2}=x_2=0.707$ $-x_{-3}=x_3=0.809$	$\hat{C}_0=\sum_{i=1}^7 (-1)^{i+1} T(x_i)$	
	9	$x_0=0$ $-x_{-1}=x_1=0.309$ $-x_{-2}=x_2=0.5$ $-x_{-3}=x_3=0.809$ $-x_{-4}=x_4=0.865$	$\hat{C}_0=\sum_{i=1}^9 (-1)^i T(x_i)$	
$G_1(x)=x$	4	$-x_{-1}=x_1=0.866$	$\hat{C}_1=0.5774 [T(x_1)-T(x_{-1})]$	
	8	$-x_{-1}=x_1=0.573$ $-x_{-2}=x_2=0.777$ $-x_{-3}=x_3=0.981$	$\hat{C}_1=0.6138 \sum_{i=1}^8 (-1)^i [T(x_{-i})-T(x_i)]$	
$G_2(x)=\frac{1}{2}(2x^2-1)$	7	$-x_{-1}=x_1=0.258$ $-x_{-2}=x_2=0.965$	$\hat{C}_2=0.2887 \sum_{i=1}^7 (-1)^i [T(x_i)+T(x_{-i})]$	
	9	$x_0=0$ $-x_{-1}=x_1=0.345$ $-x_{-2}=x_2=0.44$ $-x_{-3}=x_3=0.920$	$\hat{C}_2=0.3244 \sum_{i=1}^9 (-1)^i [T(x_i)+T(x_{-i})]$	
$G_3(x)=\frac{1}{4}(4x^3-3x)$	8	$-x_{-1}=x_1=0.332$ $-x_{-2}=x_2=0.981$ $-x_{-3}=x_3=0.546$	$\hat{C}_3=0.196 \sum_{i=1}^8 (-1)^i [T(x_{-i})-T(x_i)]$	
$G_4(x)=\frac{1}{8}(8x^4-8x^2+1)$	9	$x_0=0$ $-x_{-1}=x_1=0.707$ $-x_{-2}=x_2=1$	$\hat{C}_4=0.125 \sum_{i=1}^9 (-1)^i [T(x_{-i})-T(x_i)]$	
$G_5(x)=\frac{1}{16}(16x^5-20x^3+5x)$	8	$-x_{-1}=x_1=0.309$ $-x_{-2}=x_2=0.809$ $-x_{-3}=x_3=1$	$\hat{C}_5=0.2 \sum_{i=1}^8 (-1)^i [T(x_{-i})-T(x_i)] + 0.1 [T(x_3)-T(x_{-3})]$	
$G_6(x)=\frac{1}{32}(32x^6-48x^4+18x^2-1)$	8	$-x_{-1}=x_1=0.345$ $-x_{-2}=x_2=0.49$ $-x_{-3}=x_3=0.6$ $x_0=0$	$\hat{C}_6=0.7535 \sum_{i=1}^8 [T(x_i)-2T(x_{2i})+T(x_{3i})]$	

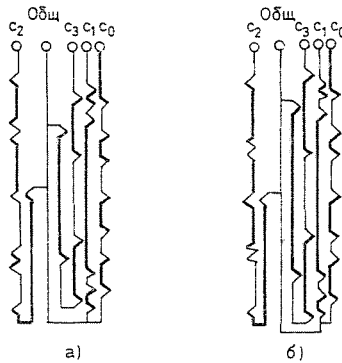


Рис. 5. а) многочлены Лежандра; б) многочлены Чебышева

3. Эффективность применения ТПИ

На стадии проектирования системы контроля температурного поля необходимо выяснить каким путём достигать заданной точности воспроизведения температурного поля, либо увеличением количества спаев многозонной термопары, либо путём использования ТПИ. В рамках рассматриваемой задачи эффективность ТПИ можно оценивать степенью уменьшения ошибки аппроксимации, когда количество линий связи с объектом ограничено. В качестве этого показателя будем использовать следующий параметр

$$\beta = \sup_{T(x) \in \Omega} \sqrt{\frac{\rho_{\text{МТ}}}{\rho_{\text{ТПИ}}}};$$

здесь Ω — заданное множество функций $T(x)$, описывающих температурное поле,

$\sqrt{\rho_{\text{МТ}}}$; $\sqrt{\rho_{\text{ТПИ}}}$ — среднеквадратическая ошибка воспроизведения от использования многозонной термопары и ТПИ соответственно.

Такой показатель особенно важен в тех случаях, когда ошибка аппроксимации достаточно велика по сравнению с погрешностями применяемой аппаратуры. В этих условиях, если β достаточно велико, можно считать применение ТПИ эффективным. Если же ошибка аппроксимации соизмерима с погрешностями аппаратуры, то, очевидно, её уменьшение не приведёт к увеличению точности в целом системы контроля. Эффективность ТПИ и многозонной термопары будет эквивалентна.

Таким образом, область применения ТПИ определяется процессами с высокой степенью изменчивости формы $T(x)$ и конструктивными особенностями технологических аппаратов.

Оценим величину β , если $T(x)$ принадлежит к классу $\Omega(P_N)$ многочленов $P(x)$ степени не выше N . Предположим, что проведён синтез каждого ТПИ по изложенной выше методике из условия, чтобы оценка \hat{c}_m (23) была точна для многочленов степени не ниже N . Тогда для всего класса $T(x)$ ТПИ будут давать оптимальные оценки, и ошибка воспроизведения $T(x)$ даётся в следующем виде

$$\rho_{\text{ТПИ}}^2 = \sum_{m=r}^N c_m^2 \cdot \|P_m\|^2,$$

где $r-1$ — степень аппроксимирующего полинома.

Для такого же количества линий связи ошибка многозонной термопары была найдена в виде (8а). Тогда, после несложных преобразований, найдём показатель β

$$\beta = \sup_{T(x) \in \Omega(P_N)} \sqrt{1 + \frac{\sum_{m=0}^{u-1} \left[\sum_{i=r}^N E_m(P_i) \cdot c_i \right]^2 \cdot \|P_m\|^2}{\sum_{m=r}^N c_m^2 \|P_m\|^2}}.$$

Поскольку второе слагаемое этого выражения всегда больше или равно нулю, то $\beta \geq 1$, и, следовательно, ТПИ на классе $\Omega(P_N)$ всегда снижают ошибку аппроксимации. Здесь возникает вопрос: «а как велик может быть этот показатель?» В качестве иллюстрации нами рассчитаны β для некоторых $r-1$ и N , если узлы многозонной термопары расположены равномерно по координате x . Результаты представлены в таблице 5 для случая приближения $T(x)$ многочленами Лежандра. В таблице A_i и B — любые числа. Анализ приведённых результатов показывает, что ТПИ могут давать весьма существенное (в 1,5—5 раз) снижение среднеквадратической ошибки воспроизведения температурного поля.

4. Погрешности ТПИ

Использование рассматриваемых ТПИ для контроля распределённой температуры необходимо должно основываться на анализе и учёте погрешностей, возникающих при их применении. Проектировщика могут интересовать как погрешности оценки коэффициентов модели, так

и погрешность воспроизведения функции $T(x)$ в целом, характеризуемая в рассматриваемой задаче расстоянием в Евклидовом пространстве.

Сделаем некоторые предположения, которые на практике, как правило имеют место и, в то же время, упрощают исследования.

- а) Разделим погрешности на 4 основные группы:
 1. Методическая погрешность.
 2. Погрешность, обусловленная неоднородностью материала ТПИ (погрешность чувствительности).
 3. Погрешность из-за нелинейности ТПИ.
 4. Погрешность вторичной аппаратуры.
- б) Возникающие погрешности достаточно малы, что позволяет рассматривать каждую составляющую отдельно и проводить их анализ в линейном приближении.
- в) Функция $T(x)$ удовлетворяет условию Липшица

$$|T(x_1) - T(x_2)| \leq M \cdot |x_1 - x_2|; \quad \forall x_1; x_2 \in [-1; 1], \quad (31)$$

где M — константа Липшица.

1. Методическая погрешность. Эта составляющая обусловлена несовершенством математической модели (4) и полученных при синтезе ТПИ алгоритмов оценки её параметров.

Для различных классов функций, к которым может принадлежать $T(x)$, можно получить те или иные оценки методической погрешности. Однако на практике возникают значительные затруднения при выборе этого класса функций. Объясняется это тем, что, если выбрать достаточно широкий класс, в который будет входить $T(x)$, то оценки погрешности будут достаточно грубыми и мало пригодными для практики. Для более узких классов, учитывающих специфику контролируемого процесса, такие оценки заранее получить невозможно в силу большого разнообразия технических задач. Кроме того, процедура нахождения оценок методической погрешности сама по себе достаточно сложна. Поэтому представляется более целесообразным применить найденные при синтезе ТПИ алгоритмы оценки параметров модели и рассчитать эту погрешность для каждого конкретного случая. У проектировщика, безусловно, должна быть достаточно полная выборка функций $\{T(x)\}$, отражающая возможные состояния объекта контроля. Величину этой погрешности, определяемую расстоянием в Евклидовом пространстве, удобнее находить в следующей форме

$$\rho_1 = \|T - \hat{T}\| = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L \left\{ T(x) - \sum_{m=0}^{q-1} L_m[T(x)] \cdot P_m(x) \right\}^2 d\mu}. \quad (32)$$

Рассчитав ρ_1 по формуле (32) для всей выборки $\{T(x)\}$, можно сделать вывод о пригодности выбранной модели и алгоритма, реализуемого ТПИ, для решения задачи контроля температурного поля.

2. Погрешность чувствительности. Для удобства анализа зануруем точки установки спаев ТПИ как показано на рис. 6. Проанализи-

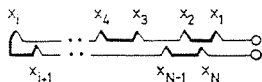


Рис. 6

руем предварительно погрешности дифференциальной термопары (ДТ) (рис. 7). Для этого представим реальный выходной сигнал ДТ в виде

$$\hat{e}_{\text{дт}} = (p \pm \Delta p)[T(x_i) - T(x_{i+1})], \quad (33)$$

где $\hat{e}_{\text{дт}}$ — реальный выходной сигнал ДТ,

Δp — погрешность чувствительности ДТ.

Погрешность чувствительности Δp обусловлена неоднородностью термоэлектрических проводов в различных сечениях ДТ и отклонением состава материала при изготовлении от стандартного. Эта группа погрешностей относится к мультипликативным, т.е. погрешность ДТ пропорциональна разности температур на её спаях. Аддитивная составляющая отсутствует, ибо, если предположить, что она существует, то при нулевой разности температур ДТ будет иметь некоторую э.д.с. Но тогда при подключении нагрузки будет совершаться работа, хотя движущая сила термоэлектрического процесса (разность температур) равна нулю. Это противоречит первому закону термодинамики.

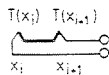


Рис. 7

Так как конструкция ТПИ (рис. 6) представляет собой последовательное включение дифференциальных термопар, то его выходной сигнал представляется суперпозицией разности значений функции в точках установки спаев ТПИ

$$e_{\text{тпи}} = p \cdot \sum_{i=1}^{N/2} [T(x_{2i-1}) - T(x_{2i})], \quad (34)$$

где N — количество спаев ТПИ.

Приняв во внимание (33) и (34), найдём реальный выходной сигнал ТПИ в следующем виде

$$\hat{e}_{\text{ТПИ}} = p \sum_{i=1}^{N/2} [T(x_{2i-1}) - T(x_{2i})] \pm \sum_{i=1}^{N/2} \Delta p_i [T(x_{2i-1}) - T(x_{2i})], \quad (35)$$

где Δp_i — погрешность i -ой дифференциальной термопары.

Тогда абсолютная погрешность ТПИ равна

$$\Delta e_{\text{ТПИ}} = |e_{\text{ТПИ}} - \hat{e}_{\text{ТПИ}}| = \sum_{i=1}^{N/2} \Delta p_i [T(x_{2i-1}) - T(x_{2i})]. \quad (36)$$

Поскольку было сделано предположение, что $T(x)$ удовлетворяет условию Липшица, то, используя (31), найдём

$$\sup \Delta e_{\text{ТПИ}} \leq M \sum_{i=1}^{N/2} \Delta p_i |x_{2i-1} - x_{2i}|. \quad (37)$$

Теперь решим вопрос о суммировании погрешностей выражения (37). Для этого рассмотрим два крайних случая: если погрешности некоррелированы или жёстко положительно коррелированы. Предположив, что $|\Delta p_i| = \Delta p; \forall i$, получим следующее неравенство

$$M \Delta p \sqrt{\sum_{i=1}^{N/2} (x_{2i-1} - x_{2i})^2} \leq \sup \Delta e_{\text{ТПИ}} \leq M \Delta p \sum_{i=1}^{N/2} |x_{2i-1} - x_{2i}|. \quad (38)$$

Используя (25), найдём погрешность оценки коэффициентов модели в виде

$$\frac{k_m \cdot M \Delta p}{p \|P_m(x)\|^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{N/2} (x_{2i-1} - x_{2i})^2} \leq \Delta c'_m \leq \frac{k_m \cdot M \Delta p}{p \|P_m(x)\|^2} \sum_{i=1}^{N/2} |x_{2i-1} - x_{2i}|. \quad (39)$$

Для того, чтобы принять эту оценку равной нижней грани (39), необходимо каждую дифференциальную термопару ТПИ изготавливать из различных бабин термоэлектрической проволоки. В этом случае можно считать погрешности, обусловленные неоднородностью материала некоррелированными и, следовательно, погрешность определения коэффициентов модели может быть найдена по правилу геометрического сложения

$$\Delta c'_m \leq \frac{M k_m \Delta p}{p \|P_m(x)\|^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{N/2} (x_{2i-1} - x_{2i})^2}. \quad (40)$$

Заметим здесь, что ТПИ для определения c_0 имеет ещё одну составляющую погрешности чувствительности, обусловленную наличием у них «холодных спаев». Её можно представить в следующем виде

$$\Delta c'_0 \leq \frac{k_0 \Delta p}{p \|P_0\|^2} |T_{\max} - t_0|; \quad (41)$$

здесь T_{\max} — максимальная контролируемая температура,
 t_0 — температура «холодных спаев».

Величина

$$y'_m = \frac{k_m}{\|P_m(x)\|^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{N/2} (x_{2i-1} - x_{2i})^2}, \quad (42)$$

характеризуемая конструкцией ТПИ и классом ортогональных функций, может быть вычислена. В качестве иллюстрации в таблице 3 приведены её значения для многочленов Чебышева и Лежандра.

Практический интерес представляет также оценка погрешности воспроизведения функции $T(x)$, которую охарактеризуем расстоянием ρ_2

$$\begin{aligned} \rho_2 = \|T - \hat{T}\| &= \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L \left[T(x) - \sum_{m=0}^{q-1} c_m \cdot P_m(x) \right]^2 d\mu} = \\ &= \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{m=0}^{q-1} (\Delta c'_m)^2 \cdot \|P_m\|^2} = \\ &= \frac{M \Delta p}{p} \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{m=0}^{q-1} (y'_m)^2 \cdot \|P_m\|^2}. \end{aligned} \quad (43)$$

Формула (43) показывает, что ρ_2 есть функция числа слагаемых модели r . Для полученных в таблице 1 и 2 ТПИ проанализируем зависимость $\rho_2(r)$, для чего, воспользовавшись результатами таблицы 3, построим график зависимости

$$z_1(r) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{m=0}^{q-1} (y'_m)^2 \cdot \|P_m\|^2}, \quad (44)$$

представленный на рис. 8. Этот график не превосходит 1, по крайней мере, для многочленов не выше 6-й степени, поэтому в инженерных

Таблица 3

Оцениваемый коэффициент	Кол-во узлов	Значение y'	
		Многочлены Чебышева	Многочлены Лежандра
c_0	1	0	0
	3	0,159	0,204
	5	0,172	0,245
	7	0,163	0,245
	9	0,153	0,235
c_1	2	1	1
	6	0,844	0,301
c_2	4	0,707	0,447
	7	0,356	0,656
c_3	6	0,618	0,94
c_4	5	0,19	0,65
c_5	6	0,12	0,65
c_6	7	0,5	0,196

расчётах можно принять следующую оценку

$$\rho_2 \leq \frac{\Delta p}{p} \cdot M \tag{45}$$

Величина $\frac{\Delta p}{p}$ представляет собой относительную погрешность чувствительности термоэлектрической пары и может быть найдена в соответствующей специальной литературе.

3. Погрешность нелинейности ТПИ. Поскольку ТПИ образован последовательным включением дифференциальных термопар, то, как и в предыдущем случае, проанализируем предварительно погрешность нелинейности дифференциальной термопары. Она возникает вследствие

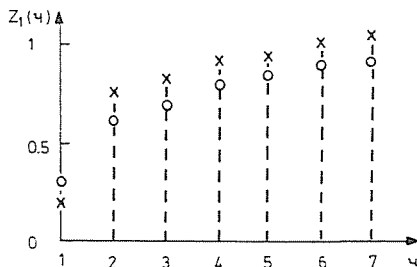


Рис. 8. x — многочлены Лежандра; o — многочлены Чебышева

того, что нелинейная функция преобразования термоэлектродной пары (ТЭП) заменяется линейной. Пусть предполагаемое или идеальное уравнение ТЭП

$$e_{\text{тэп}} = p \cdot T, \quad (46)$$

а действительное

$$\hat{e}_{\text{тэп}} = F(T); \quad (47)$$

здесь $F(T)$ — некоторая нелинейная функция температуры. Тогда найдём идеальное и действительное значение э.д.с. дифференциальной термопары (ДТ)

$$e_{\text{дт}} = p(T_1 - T_2); \quad (48)$$

$$\hat{e}_{\text{дт}} = F(T_1) - F(T_2). \quad (49)$$

Определим ошибку в выходном сигнале ДТ

$$\Delta e = |e_{\text{дт}} - \hat{e}_{\text{дт}}| = |p(T_1 - T_2) - [F(T_1) - F(T_2)]|. \quad (50)$$

Предположив, что функция $F(T)$ имеет ограниченную первую производную, используем теорему о среднем, получим

$$F(T_1) - F(T_2) = (T_1 - T_2) \cdot \frac{\partial F}{\partial T}(t); \quad t \in (T_1; T_2), \quad (51)$$

и, подставив (51) в (50), найдём

$$\Delta e_{\text{дт}} = \left| \left[p - \frac{\partial F}{\partial T}(t) \right] (T_1 - T_2) \right|. \quad (52)$$

Это соотношение показывает, что погрешность нелинейности дифференциальной термопары, так же как и предыдущая группа погрешностей, пропорциональна разности температур на её спаях, т.е. является мультипликативной.

Для того, чтобы выбрать наилучшее значение p , дающее минимум выражению (52) для заданного диапазона температур $T_{\min} \leq T \leq T_{\max}$ и произвольных значений $T_1; T_2 \in T_{\min}; T_{\max}$, достаточно положить

$$p = \bar{p} = \frac{1}{2} \left(\min_{T \in T_{\min}; T_{\max}} \frac{\partial F}{\partial T} + \max_{T \in T_{\min}; T_{\max}} \frac{\partial F}{\partial T} \right). \quad (53)$$

На практике значения $\min \frac{\partial F}{\partial T}$ и $\max \frac{\partial F}{\partial T}$ можно легко определить из градуировочной характеристики используемых для изготовления ТПИ термоэлектродных материалов.

Используя условие Липшица (31), найдём верхнюю грань выражения (52) в следующей форме

$$\sup \Delta e_{\text{дт}} = \frac{M}{2} \left| \left(\max \frac{\partial F}{\partial T} - \min \frac{\partial F}{\partial T} \right) (x_1 - x_2) \right|. \quad (54)$$

Погрешность ТПИ в целом можно определить, просуммировав погрешности дифференциальных термопар, его образующих. Для каждой из них справедливо выражение (54). Сложение этих погрешностей, видимо, следует выполнить арифметически, поскольку функция распределения температуры может иметь такой вид, что для каждой ДТ, входящей в ТПИ будет присутствовать максимальная погрешность. Запишем эту погрешность ТПИ в следующем виде

$$\Delta e_{\text{тпи}} \leq \frac{M}{2} \left(\max \frac{\partial F}{\partial T} - \min \frac{\partial F}{\partial T} \right) \cdot \sum_{i=1}^{N/2} |x_{2i-1} - x_{2i}|. \quad (55)$$

Теперь, используя (25), не трудно получить погрешность оценки коэффициента c_m :

$$\Delta c_m'' = |c_m - \hat{c}_m| \leq \frac{k_m}{\bar{p} \|P_m\|^2} \Delta e_{\text{тпи}}. \quad (56)$$

Значения величины

$$y_m'' = \frac{k_m}{\|P_m\|^2} \cdot \sum_{i=1}^{N/2} |x_{2i-1} - x_{2i}|, \quad (57)$$

входящей в выражение (55), вычислены для моделей в виде многочленов Чебышева и Лежандра и сведены в таблицу 4. Теперь найдём расстояние ρ_3 , обусловленное этой группой погрешностей

$$\begin{aligned} \rho_3 = \|T - \hat{T}\| &= \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L (\Delta e_m'')^2 \cdot P_m^2(x) \cdot d\mu} = \\ &= \frac{M}{2p} \left| \max \frac{\partial F}{\partial T} - \min \frac{\partial F}{\partial T} \right| \cdot \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{m=0}^{q-1} (y_m'')^2 \cdot \|P_m\|^2}. \end{aligned} \quad (58)$$

Воспользовавшись результатами таблицы 4, построим график зависимости

$$z_2(r) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{m=0}^{q-1} (y_m'')^2 \cdot \|P_m\|^2}, \quad (59)$$

Таблица 4

Оцениваемый коэффициент	Кол-во узлов	Значение y''	
		Многочлены Чебышева	Многочлены Лежандра
c_0	1	0	0
	3	0,159	0,204
	5	0,225	0,31
	7	0,26	0,37
	9	0,28	0,39
c_1	2	1	1
	6	1	0,5
c_2	4	0,71	0,634
	6	0,6	0,842
c_3	6	0,26	1,33
c_4	5	0,25	1,2
c_5	6	0,25	1
c_6	7	0,9	0,61

представленный на рис. 9. Он не превосходит числа 1,1, поэтому в инженерных расчётах можно принять

$$\rho_3 \leq 1,1M \frac{\max \frac{\partial F}{\partial T} - \min \frac{\partial F}{\partial T}}{\max \frac{\partial F}{\partial T} + \min \frac{\partial F}{\partial T}}. \quad (60)$$

4. Погрешности вторичной аппаратуры. Для полноты анализа следует рассмотреть ещё одну составляющую погрешностей, которая относится не к самим преобразователям, а возникает во вторичной аппаратуре, которая осуществляет преобразование э.д.с. ТПИ, напри-

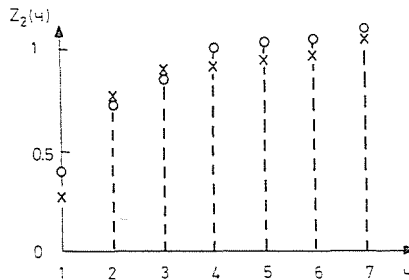


Рис. 9. × — многочлены Лежандра; ○ — многочлены Чебышева

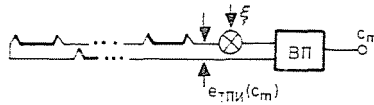


Рис. 10. ВП — вторичный преобразователь

мер, в аналого-цифровом преобразователе. Во многих случаях эту составляющую можно представить в виде аддитивного шума с известной дисперсией D , нулевым математическим ожиданием, действующего на входе вторичного преобразователя (рис. 10). Найдём дисперсию ошибки оценки c_m -ого коэффициента

$$D\{\Delta c_m\} = \frac{k_m^2}{\bar{p}^2} D\{\xi\}. \quad (61)$$

Тогда среднеквадратическая погрешность воспроизведения $T(x)$ представляется следующим образом

$$\delta\{\Delta T(x)\} = \frac{1}{\bar{p}} \sqrt{\frac{D\{\xi\}}{L} \sum_{m=0}^{n-1} k_m^2 \cdot \|P_m\|^2}. \quad (62)$$

Для рассмотренных выше многочленов Чебышева и Лежандра $\delta\{\Delta T(x)\}$ не превосходит следующего значения

$$\sup \delta\{\Delta T(x)\} = \frac{1,24 \sqrt{D\{\xi\}}}{\bar{p}}. \quad (63)$$

Эта оценка получена путем вычисления верхней грани формулы (62).

5. Требования к точности изготовления ТПИ

Очевидно, что отклонение положения спаев ТПИ рассчитанных значений в результате синтеза вызовет дополнительную ошибку в оценке коэффициентов и модели как следствие этого, увеличение погрешности воспроизведения поля температуры. Поэтому при их конструировании необходимо определить требования к точности изготовления. Представляется целесообразным обеспечить такую точность изготовления, которая вызовет ошибку не превышающую погрешности чувствительности используемых термоэлектродных материалов (45). В предположении, что погрешность установки спаев ТПИ носит случайный характер, погрешности установки любых двух спаев некоррелированы,

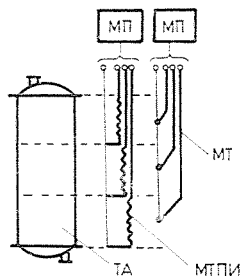


Рис. 11. МП — многоточечный потенциометр, МТПИ — многозонный ТПИ, МТ — многозонная термомпара, ТА — технологический аппарат

ошибку воспроизведения $T(x)$, обусловленную неточностью изготовления, найдём в виде

$$\rho_4 = \Delta x \cdot M \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{m=0}^{q-1} \frac{k_m^2 \cdot \delta_m}{\|P_k\|^2}},$$

где Δx — погрешность установки спаев ТПИ,

δ_m — количество спаев ТПИ, измеряющего m -ый коэффициент модели.

Для разработанных в таблицах 1 и 2 ТПИ эта погрешность не превосходит величины

$$\rho_4 \leq 3,64 M \cdot \Delta x.$$

Тогда, приравняв в $\rho_3 = \rho_4$, найдём

$$\Delta x = 0,27 \frac{\Delta p}{p}.$$

Заметим, что на практике погрешность чувствительности термопар лежит в пределах

$$0,005 \leq \frac{\Delta p}{p} \leq 0,03.$$

Тогда найдём требования к точности изготовления ТПИ

$$0,0014 \leq \Delta x \leq 0,008.$$

или, учитывая, что $L=2$,

$$0,07\% \leq \frac{\Delta x}{L} \cdot 100\% \leq 0,4\%.$$

Например, если длина контролируемой зоны 1 м., то спаи ТПИ должны быть установлены с точностью до 0,7—4 мм.

Заметим здесь, что трудоёмкость изготовления ТПИ возрастает пропорционально количеству спаев. Однако стоимость этих датчиков составляет 1—10 стоимости измерительной аппаратуры, поэтому применение ТПИ не приводит к заметному возрастанию стоимости системы.

6. Некоторые применения ТПИ

Разработанные ТПИ нами использовались в системах контроля распределённой температуры химических реакторов. Ниже рассматривается три примера, иллюстрирующие их возможности для увеличения точности контроля и сокращения линий связи.

а) Многозонные ТПИ

Многоточечный контроль распределённой температуры с помощью многозонных термопар наиболее широко распространён в настоящее время. Одним из простейших способов повышения его точности является использование многозонных ТПИ. Для этого контролируемый участок разбивается на N зон. На каждой зоне распределение температуры аппроксимируется многочленом нулевой степени и единственный коэффициент многочлена определяется с помощью соответствующего ТПИ. Конструкция такой системы изображена на рис. 11. Она использовалась в нескольких химико-технологических процессах. Исследованиями было установлено увеличение точности воспроизведения в 1,3—1,7 раза по сравнению с многозонной термопарой. Это преимущество ТПИ было особенно заметно при пусках, остановках и резких изменениях режима процессов.

б) Сигнализатор степени износа катализатора

Большинство химических процессов осуществляется в присутствии катализаторов и в результате функционирования производства происходит их износ. Важной практической задачей является определение степени их износа. Для одного класса типовых процессов с применением ТПИ нами разработан сигнализатор степени износа катализатора. Рассмотрим этот класс процессов. В аппарат (рис. 12), содержащий катализатор, поступает исходная смесь. На катализаторе происходит химическое превращение с выделением тепла. В результате возникает

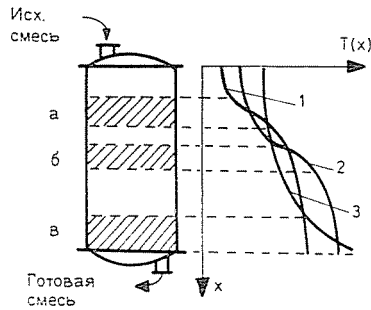


Рис. 12

неравномерное температурное поле. В начальный момент времени температурное поле имеет вид 1 и реакция происходит в зоне «а». По мере износа катализатора температурное поле принимает форму 2 и зона реакции смещается на участок «б». При полном износе температурное поле имеет форму 3. Положение зоны реакции в таком аппарате характеризует степень износа катализатора. Найдём параметр, связывающий форму температурного поля с положением активной зоны. Для этого пронормируем график $T(x)$ введением следующей функции

$$t(x) = \frac{T(x) - T(0)}{T(L) - T(0)};$$

здесь $T(0)$ — температура на входе в аппарат,
 $T(L)$ — температура на выходе аппарата.

Построим график $t(x)$ в рассмотренные три момента времени (рис. 13). Из рис. 13а видно, что площадь под кривыми связана с координатами точек перегиба, которые представляют наиболее активную зону реакции. Для получения количественной связи рассмотрим рис. 13б), где $t(x)$ приближённо заменена тремя прямыми.

$$t(x) \approx \begin{cases} 0; & 0 \leq x < x_1 \\ ax + B; & x_1 \leq x < x_2 \\ 1; & x_2 \leq x < L. \end{cases}$$

Найдём площадь под этими прямыми

$$S = L - \frac{x_2 + x_1}{2},$$

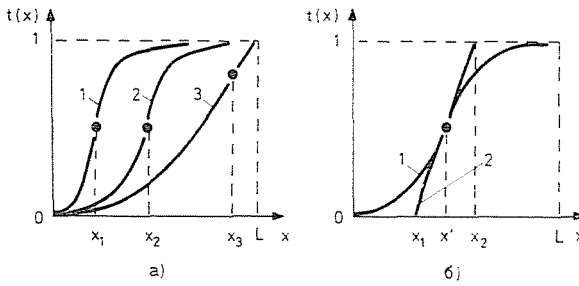


Рис. 13

но

$$\frac{x_2 + x_1}{2} = x',$$

Отсюда

$$x' = L - S.$$

Поделив данное выражение на L , получим

$$\frac{x'}{L} = 1 - \bar{t}(x),$$

где $\bar{t}(x)$ — средняя приведённая температура.

Следовательно координату активной зоны можно определять по следующей формуле

$$\frac{x'}{L} = 1 - \frac{\int_0^L [T(x) - T(0)]}{L} \cdot \frac{1}{T(L) - T(0)}.$$

Реализация этого алгоритма осуществляется двумя ТПИ. Один измеряет среднее значение разности температур, а второй — разность температур на аппарате. Конструкция такой системы представлена на рис. 14. Простота системы достигается использованием ТПИ для измерения средней разности температур. Она была использована нами в реакторе конверсии окиси углерода. Производственные испытания показали, что погрешность измерения не превышает четвертой части ширины активной зоны реакции, что является достаточным для практики.

в) Система контроля теплового режима реактора синтеза хлорвинила

Этот процесс протекает в реакторе (рис. 15). На свежем катализаторе температурное поле имеет форму 1. В процессе износа катализатора оно принимает вид 2 и 3. Для исключения спекания катализатора

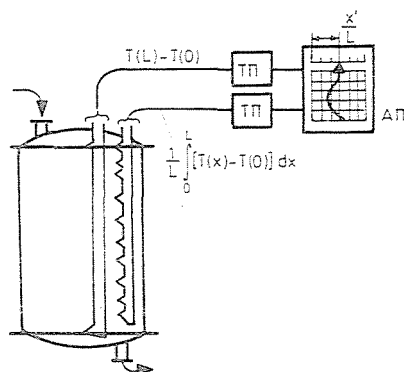


Рис. 14. Схема сигнализатора износа катализатора. ТП — термодатчики, АП — автоматический потенциометр

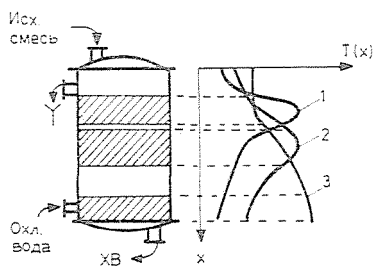


Рис. 15

максимальная температура не должна превышать предельного значения. В процессе работы могут возникать два экстремума. Поэтому форма температурного поля определяет в этом реакторе режим ведения процесса и степень износа катализатора. В этих условиях важной проблемой является воспроизведение всего поля температуры. Конструктивные ограничения позволяют расположить в аппарате не более 9 термопар. Были проведены исследования формы температурного поля и выбор модели наиболее адекватно описывающей $T(x)$ с коэффициентами. Наилучшие результаты дала кусочнопараболическая аппроксимация на трёх участках многочленами Чебышева. Однако оценка коэффициентов модели по сигналам многозонной термопары с 9-ю спаями приводила к погрешности воспроизведения равной $10\text{--}12^\circ\text{C}$. Тогда для оценки коэффициентов модели были использованы ТПИ. Конструкция такой системы представлена на рис. 16, а её реализация позволила снизить ошибку воспроизведения до $4\text{--}7^\circ\text{C}$.

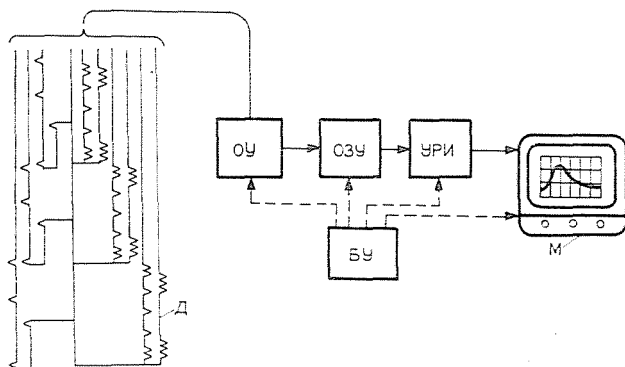


Рис. 16. Система контроля теплового режима реактора синтеза ХВ. Д — датчик, ОУ — обегашее устройство, УРИ — устройство развёртки изображения, М — монитор, БУ — блок управления

Выводы

В работе показано, что из дифференциальных термопар могут быть собраны специальные термоэлектрические преобразователи информации, которые осуществляют преобразование коэффициентов модели температурного поля в э.д.с., либо интегральных температур в э.д.с.

Разработанная методика синтеза ТПИ пригодна как для полиномиальных моделей температурного поля, так и для других моделей, однако, при проектировании ТПИ требуется применение вычислительной техники для решения систем нелинейных алгебраических уравнений.

Исследование точности термоэлектрической измерительной системы может базироваться на соотношениях (32), (40), (41), (43), (58), (63). При ориентировочных расчётах удобно использовать (45), (60).

Применение ТПИ в сложных системах контроля и управления позволит упростить измерительную часть системы, сократить до минимума число датчиков и линий связи.

ТПИ могут найти применение в системах автоматического управления объектами с распределённой температурой для измерения различных интегральных показателей функции распределения температуры по длине аппаратов. Отметим, что здесь возникают определённые затруднения при выборе конструкции ТПИ-датчика САУ. Этот вопрос нуждается в дополнительных исследованиях.

Таблица 5

N	$r-1$	Расстановка узлов многозон- ной термопары	β	Многочлен, доставляющий β максимум
1			1	$T(x) = A_0 + A_1x$
2; 3			1,5	$T(x) = A_0 + A_2x^2$
4; 5		0 $\xrightarrow{-1}$ * $\xrightarrow{0}$ $\xrightarrow{1}$ \rightarrow x	1,87	$T(x) = A_0 + B(4,86x^2 - 4,375x^4)$
6; 7			2,19	$T(x) = A_0 + B(10,05x^2 - 23,32x^4 + 14,44x^6)$
2; 3			2,45	$T(x) = \sum_{i=0}^2 A_i x^i$
4			3,87	$T(x) = A_0 + A_1x + B(2,92x^2 - 4,375x^4)$
5		1 $\xrightarrow{-1}$ * $\xrightarrow{0}$ $\xrightarrow{1}$ * \rightarrow x	4,36	$T(x) = A_0 + A_1x + B(1,575x^3 - 6,93x^5)$
6			5,3	$T(x) = A_0 + A_1x + B(4,53x^2 - 16,65x^4 + 14,44x^6)$
7			5,83	$T(x) = A_0 + A_1x + B(12,02x^3 - 36,58x^5 + 26,85x^7)$
3			1,82	$T(x) = \sum_{i=0}^3 A_i x^i$
4		2 $\xrightarrow{-1}$ * $\xrightarrow{0}$ * $\xrightarrow{1}$ * \rightarrow x	2,08	$T(x) = \sum_{i=0}^2 A_i x^i + Bx^4$
5; 6			4,96	$T(x) = \sum_{i=0}^2 A_i x^i + B(1,575x^3 - 6,93x^5)$
7			5,83	$T(x) = \sum_{i=0}^2 A_i x^i + B(12,02x^3 - 37,58x^5 + 26,85x^7)$
4			1,54	$T(x) = \sum_{i=0}^4 A_i x^i$
5			2,16	$T(x) = \sum_{i=0}^3 A_i x^i + Bx^5$
6		3 $\xrightarrow{-1}$ * $\xrightarrow{-\frac{1}{3}}$ * $\xrightarrow{0}$ * $\xrightarrow{\frac{1}{3}}$ * $\xrightarrow{1}$ * \rightarrow x	2,3	$T(x) = \sum_{i=0}^3 A_i x^i + B(1,73x^4 - 1,44x^6)$
7			2,31	$T(x) = \sum_{i=0}^3 A_i x^i + B(4,33x^5 - 2,68x^7)$
8			2,71	$T(x) = \sum_{i=0}^3 A_i x^i + B(3,29x^4 - 7,71x^6 + 5,03x^8)$

На базе ТПИ могут быть созданы различные автоматические устройства определения характерных параметров поля температур (экстремальных температур, градиентов температур и т.д.), устройства отображения поля температур и др.

Резюме

В работе рассмотрены принципы построения термоэлектрических преобразователей информации, которые предлагается использовать в системах контроля распределённой температуры.

Представлены конструкции ТПИ, позволяющие измерять коэффициенты моделей температурного поля в виде многочленов Лежандра и Чебышева.

Проведён анализ погрешностей ТПИ, приведены примеры термоэлектрической измерительной системы.

Литература

1. Колмогоров А. Н.—Фомин С. В.: Элементы теории функций и функционального анализа. Москва, Энергия, 1976.

Беляев Юрий Иванович

СССР, 301670, г. Новомосковск, Тульской обл., ул. С. Есенина,
д. 5, кв. 161.