

DIE KLEINSIGNALDYNAMIK DES STROMREGELKREISES VON GLEICHSTROMANTRIEBEN IM LÜCKBEREICH

Von

P. MAGYAR

Lehrstuhl für Automatisierung, Technische Universität Budapest

Eingegangen am 5. Oktober, 1979

Vorgelegt von Prof. Dr. R. TUSCHÁK

1. Einleitung

Durch gesteuerte Gleichrichter gespeiste, geregelte Gleichstromantriebe enthalten immer einen den technologischen Regelkreisen untergeordneten Stromregelkreis. Dies dient außer dem Schutz des Stromrichters zur Gewährleistung guter dynamischer Eigenschaften.

Bei der Anwendung des gewöhnlichen PI-Reglers kann aber die Regelzeit im Lückbereich bedeutend zunehmen. Die veränderlichen dynamischen Eigenschaften können mit Hilfe von adaptiven Stromreglern beseitigt werden. Einer davon ist der von der AEG als Einheitsregler angewandte strukturmodulierte Regler, der bei der Stromführung eine PI- und in der Strompause eine I-Struktur aufweist (BUXBAUM [1]). Die Literatur enthält keinen Hinweis auf die Analyse und die Einstellvorschriften eines solchen Regelkreises. Die Zielsetzung dieses Artikels ist die Vorlegung einer Methode zur analytischen Berechnung der Dynamik von Stromregelkreisen im Lückbereich sowie die Bestimmung der Zusammenhänge von Analyse und Synthese.

2. Berechnungsmethode; Annäherungen

Wegen der bekannten Schwierigkeiten der mathematischen Beschreibung von Stromrichtersystemen werden hier nur die kleinen homegenen Abweichungen vom stationären Zustand behandelt und die Abweichungen auf die Zünd- und Löszeitpunkte des stationären Zustandes linear transformiert. Das sich so ergebende zeitdiskrete Modell mit konstanter Abtastperiode wurde von Prof. Dr. I. RÁCZ eingeführt [2]. Für die Berechnungen wurde dieses Modell mit der F -Transformation, die die Wirkung der Zündwinkeländerung beschreibt [3], ergänzt.

Die Impedanz des den Stromrichter speisenden Netzes wird vernachlässigt und die Thyristoren werden als ideale Schalter angesehen. Es wird weiterhin die Stromabhängigkeit der Induktivität des Armaturenkreises vernachlässigt, der Fluß und die Winkelgeschwindigkeit des Motors werden

als Arbeitspunktskonstanten angenommen. Der Stromregelkreis kann in dieser Weise sowohl bei der Stromführung als auch in der Stromlücke mit einer linearen Zustandsgleichung konstanter Parameter beschrieben werden.

Aus der Lösung der Zustandsgleichungen wird die Zustandsübergangsmatrix Ψ bestimmt. Die dynamischen Eigenschaften des Systems werden durch die Eigenwerte λ_i von Ψ charakterisiert.

3. Die Berechnung des Stromregelkreises mit dem strukturmodulierten Stromregler

Der Regelkreis wird in Abb. 1, der Regler in Abb. 2 gezeigt.

Die Parameter des Armaturenkreises sind b und $\operatorname{tg} \varphi$. Die unabhängig einstellbaren Parameter des Reglers sind K_P , A_N und $T_I = \frac{r\varphi_0}{\omega}$. Als Zustandsgrößen werden der bezogene ohmsche Spannungsabfall x_1 des Armaturenkreises und die Signale x_2 , x_3 der Energiespeicher des Reglers gewählt.

Die Zustandsgleichung des Systems ist

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{g}u_{Th} \quad (1)$$

wo

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T \quad (2)$$

der Zustandsvektor,

$$\mathbf{u} = [\sin(\tau + \alpha'), b, x_d, k]^T \quad (3)$$

der Eingangsvektor,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} & 0 & 0 \\ \frac{A_N(1 + \sqrt{1 - r/r_M})}{2r\varphi_0} & -\frac{A_N + 1}{r\varphi_0} & 0 \\ -\frac{K_P A_N}{r\varphi_0} & \frac{2K_P A_N}{r\varphi_0(1 + \sqrt{1 - r/r_M})} & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

die Systemmatrix,

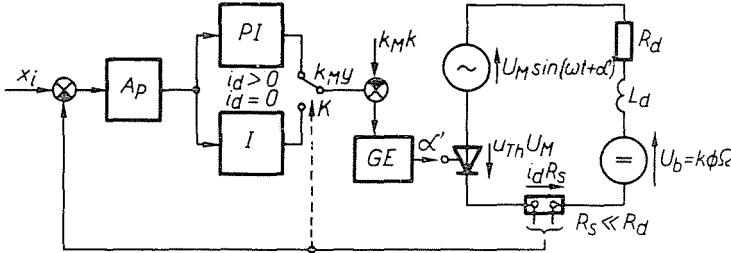
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} & -\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{A_N(1 + \sqrt{1 - r/r_M})}{2r\varphi_0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_P A_N}{r\varphi_0} & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

die Eingangsmatrix

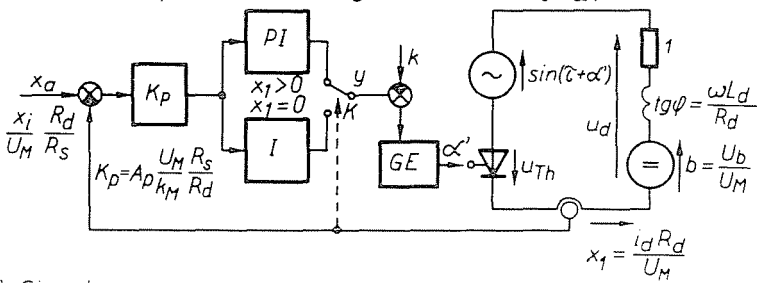
$$\mathbf{g} = \left[-\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi}, 0, 0 \right]^T \quad (6)$$

der Eingangsvektor der Thyristorspannung ist.

a) Blockschaltbild



b) Zeit- und Amplitudennormierung



c) Signale

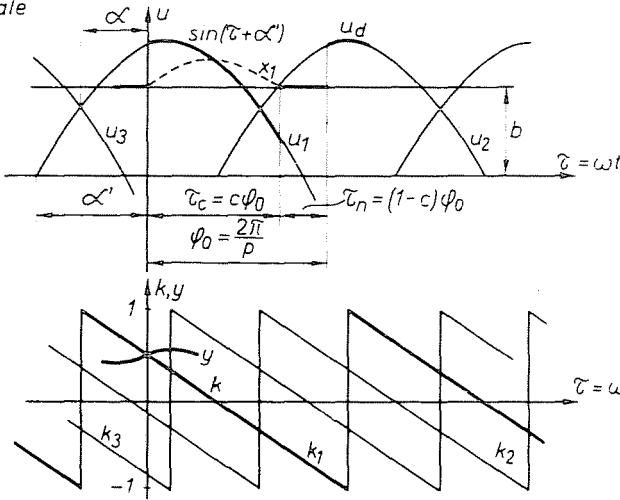


Abb. 1. Das Blockschaltbild des Regelkreises, Normierung und die Arbeitsweise

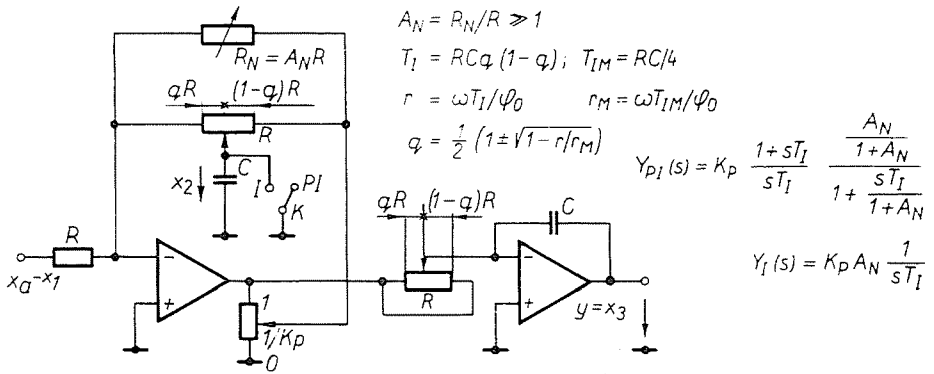


Abb. 2. Die Beschaltung des strukturmodulierten adaptiven Reglers

Die Gleichung des Zustandes n (der Strompause) kann jedoch unter Berücksichtigung der aus der Gleichung für die Löschbedingung des Thyristors

$$\mathbf{k}_1^T \mathbf{x} = 0, \quad \mathbf{k}_1^T = [1, 0, 0] \quad (7)$$

nach [2] bestimmbarer Matrix

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{I} - \frac{\mathbf{g}\mathbf{k}_1^T}{\mathbf{k}_1^T \mathbf{g}} \quad (8)$$

und der Projektormatrix

$$\mathbf{V}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

die den Kurzschluß des Differenzierungskondensators mit der Spannung x_2 in einem mathematischen Modell beschreibt, durch lineare Transformation der Gleichung des Zustandes c (der Stromführung) berechnet werden:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{V}(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}) \quad (10)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_2 \mathbf{V}_1$$

Aus den beiden Zustandsgleichungen kann der stationäre Zustand bestimmt werden. Bei gegebenen Parametern b und $\cos \varphi$ des Armaturenkreises für ein gegebene Einschaltverhältnis c läßt sich mit der Gleichung

$$\cos \varphi \sin(\alpha' + c\varphi_0 - \varphi) - b = [\cos \varphi \sin(\alpha' - \varphi) - b] \exp(-c\varphi_0/\text{tg } \varphi) \quad (11)$$

der stationäre Zündwinkel α' berechnen. Der arithmetische Mittelwert des bezogenen ohmschen Spannungsabfalls im Armaturenkreis ist

$$X_{1,4V} = \frac{\cos \alpha' - \cos (\alpha' + c\varphi_0)}{\varphi_0} - bc; \quad (12)$$

und der dazu gehörende Stromsollwert

$$\begin{aligned} X_A = & \left\{ X_{1,4V} - \frac{1}{q\varphi_0} \left\{ \frac{b}{a_{11} - a_{22}} \left[\frac{a_{11}a_{21}}{a_{22}} \left(c\varphi_0 - \frac{\exp(a_{22}c\varphi_0) - 1}{a_{22}} \right) - \right. \right. \right. \\ & - a_{21} \left(c\varphi_0 - \frac{\exp(a_{11}c\varphi_0) - 1}{a_{11}} \right) \left. \left. \left. \right] - \frac{a_{11}a_{21}}{a_{11} - a_{22}} \left[\left(\frac{\exp(a_{11}c\varphi_0) - 1}{a_{11}(1 + a_{11}^2)} - \right. \right. \right. \right. \\ & - \frac{\exp(a_{22}c\varphi_0) - 1}{a_{22}(1 + a_{22}^2)} - \frac{a_{11}}{1 + a_{11}^2} + \frac{a_{22}}{1 + a_{22}^2} \right) \cos \alpha' + \left(\frac{\exp(a_{11}c\varphi_0)}{1 + a_{11}^2} - \right. \\ & \left. \left. \left. - \frac{\exp(a_{22}c\varphi_0)}{1 + a_{22}^2} \right) \sin \alpha' + \left(\frac{a_{11}}{1 + a_{11}^2} - \frac{a_{22}}{1 + a_{22}^2} \right) \cos (\alpha' + c\varphi_0) + \right. \right. \\ & \left. \left. \left. + \left(\frac{1}{1 + a_{22}^2} - \frac{1}{1 + a_{11}^2} \right) \sin (\alpha' + c\varphi_0) \right] \right\} \right\} \times \\ & \times \frac{1}{1 + \frac{a_{21}}{q\varphi_0 a_{22}} \left(c\varphi_0 - \frac{\exp(a_{22}c\varphi_0) - 1}{a_{22}} \right)} \end{aligned} \quad (13)$$

wo a_{ij} das Element der Systemmatrix **A** in der i -ten Zeile und in der j -ten Spalte ist.

Die Arbeitweise des Systems ist der Taktzeit des Stromrichters entsprechend periodisch; die bezogene Abtastzeit ist $\varphi_0 = \frac{2\pi}{p}$, wo p die Taktzahl des Stromrichters ist. In Abb. 3 werden die stationären (\mathbf{x}_0) und gestörten ($\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}$) Systemtrajektorien eines Taktes gezeigt. Wenn die homogene Abweichung des Systemzustandes zu Beginn des k -ten Taktes $\Delta\mathbf{x}[k]$ ist, dann kann das mathematische Modell des Systems, bezogen auf die linearisierten homogenen kleinen Abweichungen, laut der Prinzipien von [2] und auf Grund der Abb. 3 in der Form

$$\Delta\mathbf{x}[k+1] = \Psi \Delta\mathbf{x}[k] \quad (14)$$

$$\Psi = \mathbf{F} \exp [\mathbf{V}\mathbf{A}(1-c)\varphi_0] \mathbf{V} \exp (\mathbf{A}c\varphi_0) \quad (15)$$

gegeben werden. Für die Transformationsmatrix F ergibt sich laut [3]

$$F = I - \frac{(\mathbf{f}_{nv} - \mathbf{f}_{ck})\mathbf{c}^T}{\mathbf{c}^T \mathbf{f}_{nv} + \mathbf{d}^T \dot{\mathbf{u}}_f} \quad (16)$$

wo die Vektoren

$$\mathbf{c}^T = [-K_P, \quad 1] \quad (17)$$

$$\mathbf{d}^T = [0, \quad 0, \quad K_P, \quad -1]$$

die Koeffizienten der Gleichung

$$\mathbf{c}^T \mathbf{x} + \mathbf{d}^T \mathbf{u} = 0 |_{\tau = \tau_f + \Delta \tau_f} \quad (18)$$

der Zündbedingung des Stromrichters sind; die Vektoren $\mathbf{f} = \dot{\mathbf{x}}$ sind die in Abb. 3 gezeigten Zustandsgeschwindigkeitsvektoren; $\dot{\mathbf{u}}_f = \dot{\mathbf{u}}(\tau_f)$ ist der Geschwindigkeitsvektor der Eingangssignale.

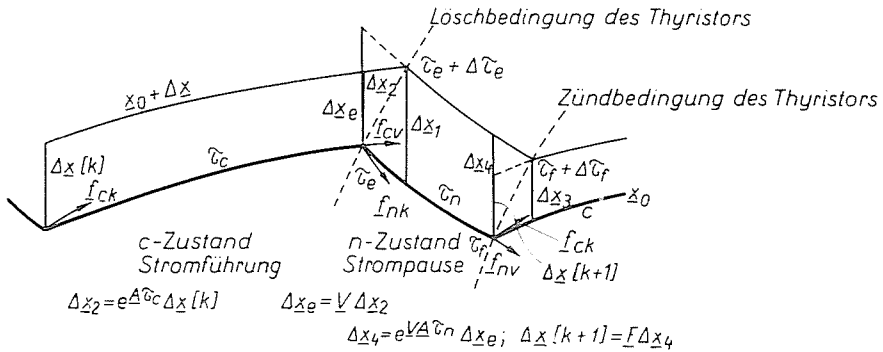


Abb. 3. Die Zustandstrajektorie des Systems in dem stationären und im gestörten Zustand

Nach den Berechnungen ergeben sich

$$\lambda_1 = 1 + \frac{a_{21} a_{32}}{a_{22} (k_f + a_{31} X_A)} \left\{ (\sin \alpha' - b) \times \right. \\ \times \left[1 + \frac{a_{22} \exp(a_{11} c \varphi_0) - a_{11} \exp(a_{22} c \varphi_0)}{a_{11} - a_{22}} + \right. \\ \left. \left. + \frac{a_{31} a_{22}}{a_{21} a_{32}} (\exp(a_{11} c \varphi_0) - 1) \right] + X_A [\exp(a_{22} c \varphi_0) - 1] \right\} \quad (19)$$

$$\lambda_2 = \lambda_3 = 0$$

für die Eigenwerte von Ψ , wo k_f die Steilheit des Komparierungssignals im Arbeitspunkt ist. Sein Wert beträgt

$$k_f = -\frac{2}{\pi} \tag{20}$$

bei linearen und

$$k_f = \cos(\alpha' + \varphi_0/2) \tag{21}$$

bei kosinusförmigen Komparierungssignal.

4. Die Berechnung des Stromregelkreises mit PI-Regler

Bei der Durchführung der Berechnungen ergeben sich für die linearisierten homogenen kleinen Abweichungen in der oben gezeigten Weise

$$\lambda_1 = 1 + \frac{[\exp(-c\varphi_0/\operatorname{tg}\varphi) - 1] (\sin\alpha' - b)}{X_{1AV} - \frac{r\varphi_0}{K_p} k_f} \tag{22}$$

$$\lambda_2 = 0$$

als die beiden Eigenwerte des Systems. Das Ergebnis ermöglicht die Synthese, weil die zum gegebenen Systemeigenwert λ_e gehörenden Reglerparameter aus (22) unmittelbar bestimmt werden können:

$$\frac{K_p}{r} = \frac{k_f \varphi_0}{X_{1AV} - \frac{[\exp(-c\varphi_0/\operatorname{tg}\varphi) - 1] (\sin\alpha' - b)}{1 - \lambda_e}} \tag{23}$$

5. Auswertung und Vergleich der beiden Systeme

Zu den zwecks Vergleich durchgeführten numerischen Berechnungen wurden ein Stromrichter mit $p=6$ und ein Armaturenkreis $\cos\varphi=0,15$ angenommen. Der letztere Wert entspricht einer Zeitkonstante von cca 20 ms.

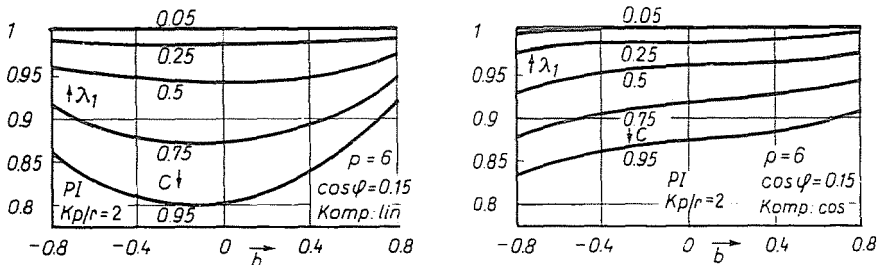


Abb. 4. Die Eigenwerte von λ_1 des Systems mit PI-Regler mit konstanten Parametern in Abhängigkeit vom Arbeitspunkt

In Abb. 4 sind die Eigenwerte λ_1 des Systems mit PI-Regler bei einer Einstellung des Reglers von $K_p/r=2$ in Abhängigkeit von den Parametern b und c sowie mit linearen und kosinusförmigen Komparierungssignalen

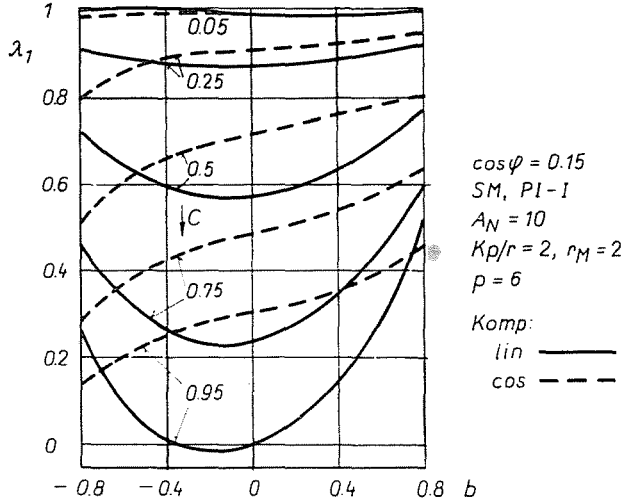


Abb. 5. Die Eigenwerte von λ_1 des Systems mit strukturmodulierten adaptiven Regler in Abhängigkeit von dem Arbeitspunkt

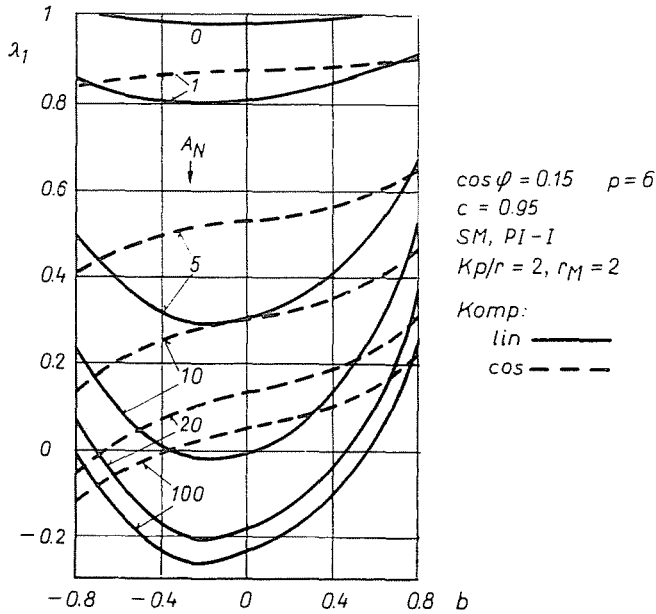


Abb. 6. Die Eigenwerte des Systems mit strukturmoduliertem adaptiven Regler in Abhängigkeit von A_N

dargestellt. Einige dynamische Eigenschaften des Stromregelkreises können von der Kurvenschar abgelesen werden:

- λ_1 ist abhängig von dem Arbeitspunkt (b, c),
- bei kosinusförmigen Komparierungssignal ist die Arbeitspunktabhängigkeit kleiner,
- λ_1 ist kleiner, also ist das System im Wechselrichterbetrieb schneller als im Gleichrichterbetrieb.

Abb. 5 zeigt die Eigenwerte des Systems mit dem PI-I strukturmodulierten adaptiven Stromregler bei einer Grundeinstellung des Reglers $\frac{K_P}{r} = 2, r_M = 2, A_N = 10$. In diesem Fall ist das System schneller als bei der Anwendung von PI-Reglern, jedoch ist die Dynamik auch weiterhin arbeitspunktabhängig und die Eigenschaften der Arbeitspunktabhängigkeit sind die gleichen wie im vorigen Fall.

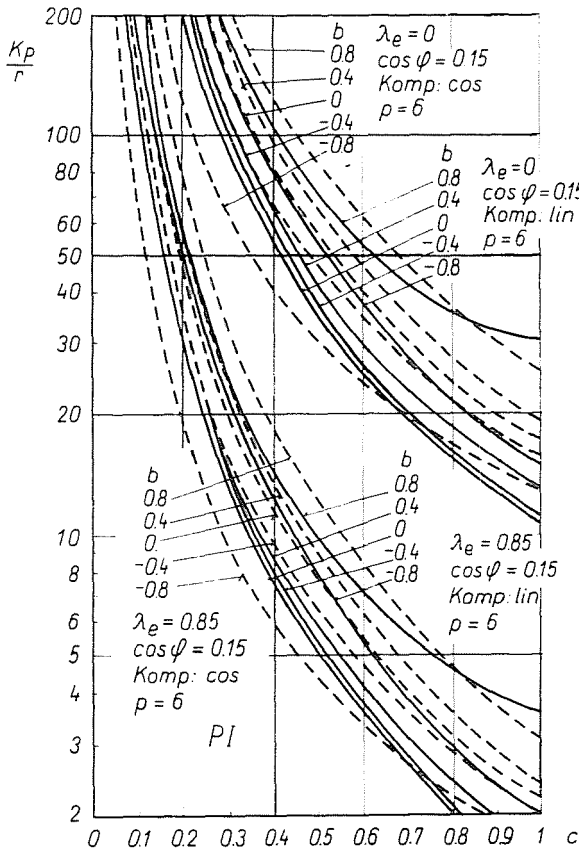


Abb. 7. Die Arbeitspunktabhängigkeit des Parameters $\frac{K_P}{r}$ des PI-Reglers bei konstanten Eigenwerten

Abb. 6 zeigt die Wirkung des Parameters A_N auf das geprüfte System bei einem Einschaltverhältnis von $c = 0,95$. Die Ergebnisse zeigen, daß mit dem strukturmodulierten adaptiven Regler mit konstantem Parameter A_N eine arbeitspunktunabhängige Dynamik nicht zu erreichen ist.

Die vom Arbeitspunkt unabhängige Dynamik kann nur durch entsprechende Veränderung der Parameter von K_p/r bzw. A_N erreicht werden. Die berechneten Parameterwerte sind in den Abb. 7 und 8 gezeigt, wo die zu den vorgeschrieben Eigenwerten von $\lambda_e = 0$ und $\lambda_e = 0,85$ gehörenden Verstärkungskoeffizienten dargestellt sind.

Die Ergebnisse zeigen, daß die Werte von $\frac{K_p}{r}$ und A_N , die die Arbeitspunktunabhängigkeit gewährleisten, in erster Linie von c abhängen.

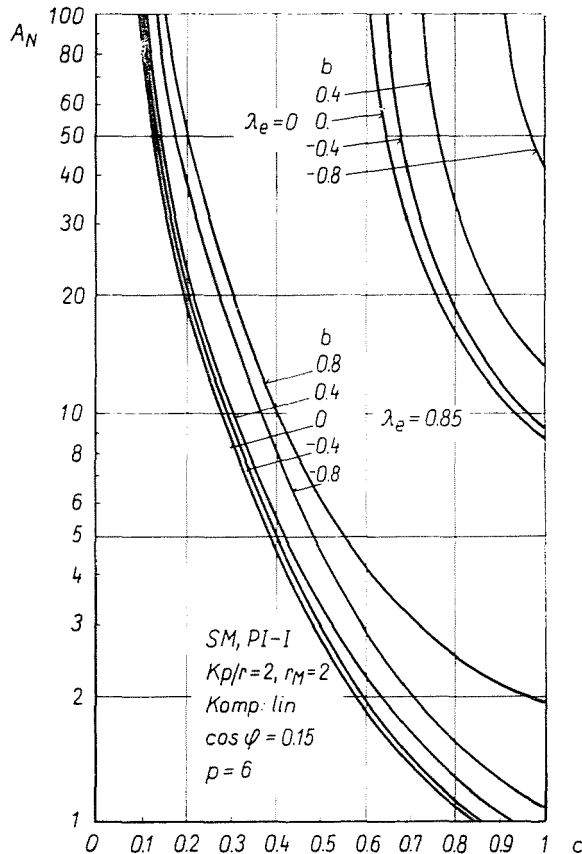


Abb. 8. Die Arbeitspunktabhängigkeit des Parameters A_N des strukturmodulierten Reglers bei konstanten Eigenwerten

Zugleich können mit den beiden Reglern unterschiedlichen Typs durch Veränderung der Verstärkung die gleichen dynamischen Eigenschaften erreicht werden. Die Anwendung der Strukturmodulation bringt in diesem Fall keine neuen Vorteile mit sich.

6. Die Anwendung der PI-Regler mit veränderlicher Verstärkung

Auf Grund der obigen Schlußfolgerungen wird für das Erreichen konstanter dynamischer Eigenschaften ein PI-Regler mit entsprechend verändertem $\frac{K_p}{r}$ -Wert vorgeschlagen. Abb. 7 zeigt, daß der Wert von $\frac{K_p}{r}$ hauptsächlich von dem Wert von c und dem vorgeschriebenen Eigenwert λ_e bestimmt wird.

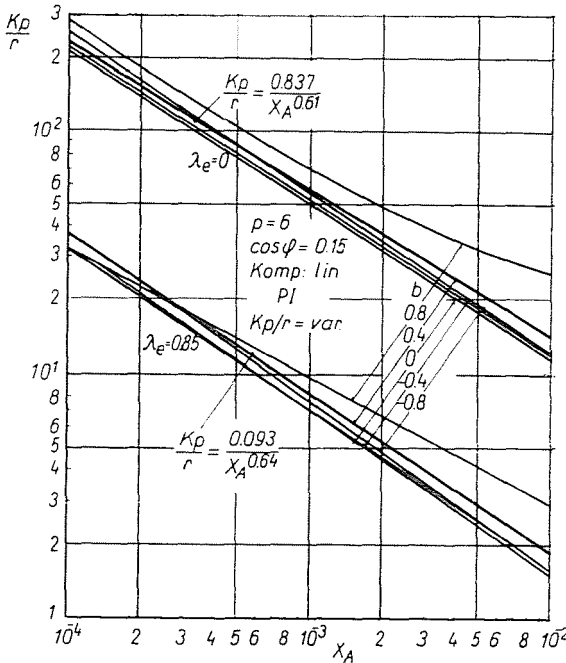


Abb. 9. Die Einstellvorschriften des adaptiven Reglers mit veränderlicher Verstärkung

Es ist zweckmäßig, statt c ein leicht meßbares Signal, z.B. den damit eng verbundenen Sollwert $X_A = X_{1,Ar}$ zu wählen. In Abb. 9 ist die Kurvenschar $\frac{K_p}{r} = f(X_A)$ für die Eigenwerte von $\lambda_e = 0$ und $0,85$ dargestellt. Die Kurven mit dem Parameter b sind in dem logarithmischen Koordinatensystem gut

angenähert Geraden und liegen verhältnismäßig nicht weit voneinander. Dementsprechend wird eine Kurvenschar, zu einem gegebenen Eigenwert gehörend, mit einer Potenzfunktion der Gleichung

$$\log \frac{K_P}{r} = a_1 - a_2 \log X_A \tag{24}$$

$$\frac{K_P}{r} = a_1 X_A^{-a_2}$$

angenähert. Für die weiteren Berechnungen wurden als Näherungskurven die beiden Kurven mit dem Parameter $b=0,4$ gewählt, zu denen die Parameter

$$\begin{aligned} \lambda_e = 0 & & \lambda_e = 0.85 \\ a_1 = 0.837 & & a_1 = 0.093 \\ a_2 = -0.61 & & a_2 = -0.64 \end{aligned} \tag{25}$$

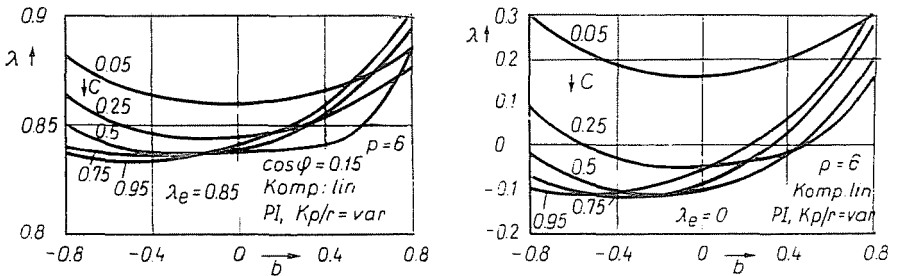


Abb. 10. Die Abhängigkeit der tatsächlichen Eigenwerte im Arbeitspunkt

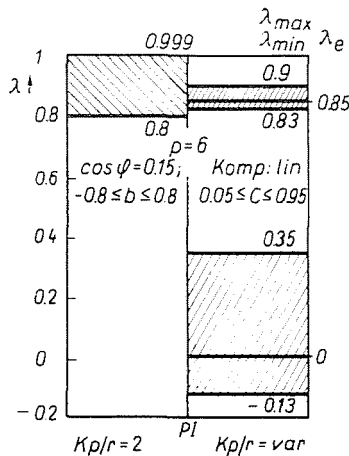


Abb. 11. Die Änderungsbereiche der Eigenwerte des Regelkreises mit PI-Regler bei konstanten und veränderlichen Parametern

gehören. Die Abb. 10 zeigt die tatsächlichen Eigenwerte λ des Systems, wenn der Verstärkungsfaktor des PI-Reglers dem obigen entsprechend verändert wird. Die Ergebnisse sind in Abb. 11 zusammengefaßt. Es ist ersichtlich, daß System eigenwerte bei der Anwendung eines adaptiven PI-Reglers mit veränderlicher Verstärkung in einem Bereich um den vorgeschriebenen Eigenwert λ_e liegen. Bei der Reglereinstellung $\frac{K_P}{r} = \text{konst.}$ ist der Änderungsbereich $\lambda < 1$ viel größer.

Zusammenfassung

Im Artikel werden die dynamischen Eigenschaften des Stromregelkreises eines von einem gesteuerten Gleichrichter gespeisten Gleichstromantriebs im Lückbereich berechnet. Die Analyse des Regelkreises mit einem PI-Regler bzw. mit einem strukturmodulierten adaptiven Regler zeigte, daß zwar mit der Anwendung des adaptiven Reglers die Regelzeit kleiner sein wird, jedoch die dynamischen Eigenschaften weiterhin stark arbeitspunktabhängig sind. Konstante System eigenwerte können nur mit in Abhängigkeit von dem Stromführungsverhältnis des Stromrichters oder dem Sollwert des Stromregelkreises veränderter Kreisverstärkung erreicht werden. In diesem Fall werden sich die Eigenwerte in einem kleineren Bereich, als bei der Anwendung von bekannten Reglern mit konstanten Parametern, ändern.

Literatur

1. BUXBAUM, A.: Adaptive Antriebsregelungen. *Regelungstechnische Praxis* 18 (1976) 5. 117—123.
2. RÁCZ, I.: Matrizenberechnung über Thyristoren gespeister elektrischer Maschinen. 1. Konferenz für Leistungselektronik, Budapest 1970.
3. MAGYAR, P.—LAKATOS, L. (Red. CSÁKI, F.): Regelung von Stromrichtersystemen (Ung.: Áramirányítós rendszerek szabályozása). Tankönyvkiadó, Budapest 1978. J5—1300.

Dr. Péter MAGYAR, H-1521 Budapest