

DIE WIRKUNG DER SCHALTUNG DER MASCHINENWICKLUNGEN AUF DIE PRIMÄRSTRÖME BEI DURCH EINE UNGESTEUERTE DREHSTROMBRÜCKE BELASTETEN DREIPHASIGEN ASYNCHRONMOTOREN MIT SCHLEIFRINGLÄUFER

Von

A. KÁRPÁTI, L. HERMANN und I. IPSITS

Lehrstuhl für Automatisierung, Technische Universität Budapest
Eingegangen am 26. April 1976
Vorgelegt von Prof. Dr. F. CSÁKI

1. Einführung

Bei der Drehzahlregelung von dreiphasigen Asynchronmaschinen mit Schleifringläufer wird der Eingriff oft nach der Gleichrichtung der Rotorspannung mit veränderlicher Frequenz und Amplitude vorgenommen. Typische Beispiele sind der rotorseitig angewandte Gleichstromsteller bzw. die untersynchrone Stromrichter-kaskade. Wegen der an den Rotor angeschlossenen Gleichrichterbrücke erscheinen im Rotorstrom Oberwellen, deren Frequenz eine ganzzahlige Vielfache der Rotorspannung ist. Um die Erregung der Rotorstromoberwellen auszugleichen, erscheinen auch im Statorstrom Oberwellen. Bei diesen ist von Interesse, daß ihre Frequenz schlupf-abhängig ist. Der Statorstrom ist keine periodische Funktion. Die Siebung solcher Oberwellen mit veränderlicher Frequenz kann eine schwierige Aufgabe sein. Im folgenden wird der Einfluß der Schaltung der Maschinenwicklungen auf den Statorstrom untersucht. Als Ergebnis der Untersuchungen erhält man Zusammenhänge, die in bestimmten Fällen eine auch für die Verminderung der Netzoberwellen geeignete Methode liefern.

Die angewandten Bezeichnungen

s	— Indexe der statorseitigen Größen, Schlupf
f	— Indexe der Wicklungsgrößen, Frequenz
r	— Indexe der rotorseitigen Größen
0	— Indexe der Leerlaufgrößen
m	— Indexe der gegenseitigen Induktionen
v	— Indexe der Liniengrößen
d	— Indexe der gleichstromseitigen Größen
z	— Indexe der Kurzschlußgrößen
M	— Indexe der Maximalwerte

g	—	Indexe der Generatorspannungen
l	—	Index der Netzfrequenz
U, u	—	Spannung
i, I	—	Strom
Ψ	—	Wicklungsfluß
L	—	Induktivität
R	—	Widerstand
ν	—	Ordnungszahl, Index der Oberwellengrößen
$X = w_1 \cdot L$	—	Reaktanz
w_1	—	Kreisfrequenz
w	—	Rotordrehzahl

2. Die Stator und Rotoroberwellenströme der Maschine in Y/Y-Schaltung. Grundlagen, angewandte Näherungen

Die Untersuchungen werden mit Hilfe der PARKSchen Vektoren durchgeführt [1]. Die von der Schaltung der Maschinenwicklungen unabhängigen Grundgleichungen werden auf Grund des in Abb. 1 angegebenen Bezugssystems geschrieben. Die Maschinengleichungen lauten in asynchronlaufendem Koordinatensystem wie folgt:

$$\begin{aligned}\bar{u}_{sf} &= \bar{i}_{sf} \cdot R_s + j\omega \Psi_{sf} + d\Psi_{sf}/dt \\ \bar{u}_{rf} &= \bar{i}_{rf} \cdot R_r + d\Psi_{rf}/dt\end{aligned}\quad (1)$$

$$\Psi_{sf} = L_s \bar{i}_{sf} + L_m \bar{i}_{rf}$$

$$\Psi_{rf} = L_m \bar{i}_{sf} + L_r \bar{i}_{rf}$$

Bei Vernachlässigung des Statorwiderstandes, (angenommen, daß zur Zeit $t=0$ die magnetischen Achsen des Stators und Rotors zusammenfallen) erhält man das in Abb. 2 angegebene Ersatzschaltbild. Die Elemente des Ersatzschaltbildes können folgenderweise berechnet werden:

$$\begin{aligned}\bar{u}_{rO} &= s \cdot U_{rOM} \cdot e^{j\omega t} \\ U_{rOM} &= L_m/L_s \cdot U_{gfM}\end{aligned}$$

$$L'_r = L_r - L_m^2/L_s \quad \text{und} \quad R_r = R_r$$

(Die Folgen der Vernachlässigungen s. [2]).

Nach ausführlicheren Untersuchungen können in der Arbeitsweise der Rotordrehstrombrücke mehrere Arbeitsbereiche unterschieden werden. In normalem Zustand sind von diesen die ersten zwei von Interesse. In diesen Bereichen können die Rotorstromoberwellen in der folgenden vereinfachten Form geschrieben werden (bei der Ableitung der Formel wurden auch die Rotorwiderstände vernachlässigt):

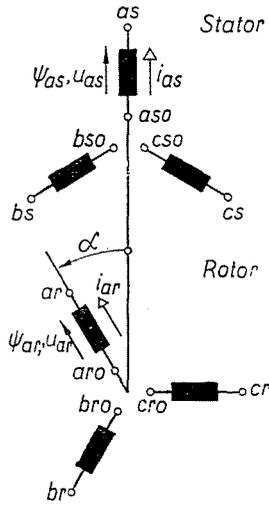


Abb. 1

Im ersten Arbeitsbereich (1AB):

$$\frac{\bar{i}_{rvr}}{I_{rvzM}} = \frac{3}{\pi} \frac{1}{v(1-v^2)} [1 - e^{-jv\mu} (\cos \mu + j \sin \mu)]$$

und

$$\cos \mu = 1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{I_d}{I_{rvzM}} \quad (2)$$

bzw. $I_{rvzM} = U_{rOM} / (w_1 L_r)$ und $v = 1 + 6k$; $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ Die Grenzen der Bereiche sind:

$$0 \leq \frac{I_d}{I_{rvzM}} \leq \sqrt{3}/4$$

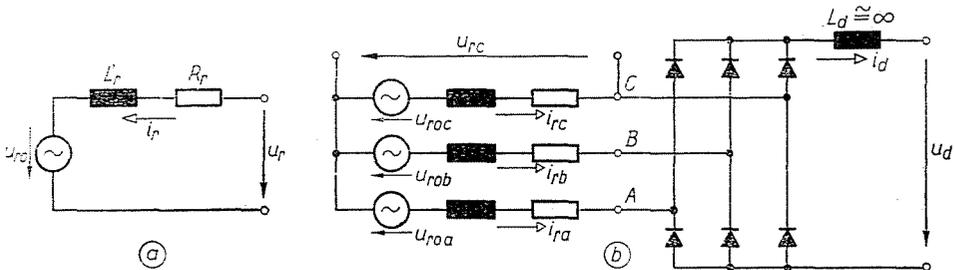


Abb. 2

Im zweiten Arbeitsbereich (2AB):

$$\frac{i_{rvv}}{I_{rvzM}} = j \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{(-1)^k}{v(1+v)} e^{-j(1+v)x}$$

wobei

$$v = 1 + 6k; \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3)$$

und

$$\cos(\alpha - 30^\circ) = \frac{1}{2} \left[\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{I_d}{I_{rvzM}} + \sqrt{3} \sqrt{1 - \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{I_d}{I_{rvzM}} \right)^2} \right]$$

und die Grenzen des Bereiches die folgenden sind:

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \leq \frac{I_d}{I_{rvzM}} \leq \frac{3}{4}$$

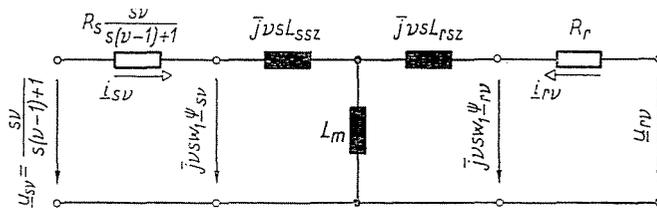


Abb. 3

Unter Berücksichtigung des Ersatzschaltbildes (s. Abb. 3) der Asynchronmaschine können bei der Annahme von rotorseitigen Stromgeneratoren die statorseitigen Oberwellenströme in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\bar{i}_{sf} = \bar{i}_{rf} \cdot \bar{f}_{sr}(X_m, R_s, X_s, v, s);$$

$$\bar{f}_{sr} = - \frac{jX'_m(1+6ks)}{jX'_s(1+6ks) + R_s};$$

wobei

$$\bar{i}_{sf} = \bar{I}_{sf} / I'_{rvzM}$$

ist, und durch den Akzent die auf Statorseite reduzierten Größen gekennzeichnet werden. Die Frequenz der Statorstromoberwellen ist:

$$f_s = f_1(1 + 6ks)$$

3. Die Bestimmung der Statorstromoberwellen bei beliebigen Wicklungsschaltungen (allgemeine Zusammenhänge)

Im weiteren wird die in Abb. 4 angegebene allgemeine Anordnung auf Grund des dort aufgenommenen Bezugssystems untersucht.

Die bisherigen Zusammenhänge, mit deren Hilfe die rotorseitigen Oberwellen berechnet werden können, sind bei Vernachlässigung der Stator- und Rotorwiderstände für das in Abb. 2 angegebene Ersatzschaltbild gültig. Bei einer Maschine mit Y/Y-Schaltung ergab sich das Ersatzschaltbild unmittelbar aus den aufgeschriebenen Gleichungen. In anderen Fällen ist es zweckmäßig, das gleichwertige rotorseitige Ersatzschaltbild in Abb. 4b zu bestimmen. Mit dessen Hilfe sind die angegebenen Formeln unmittelbar anwendbar.

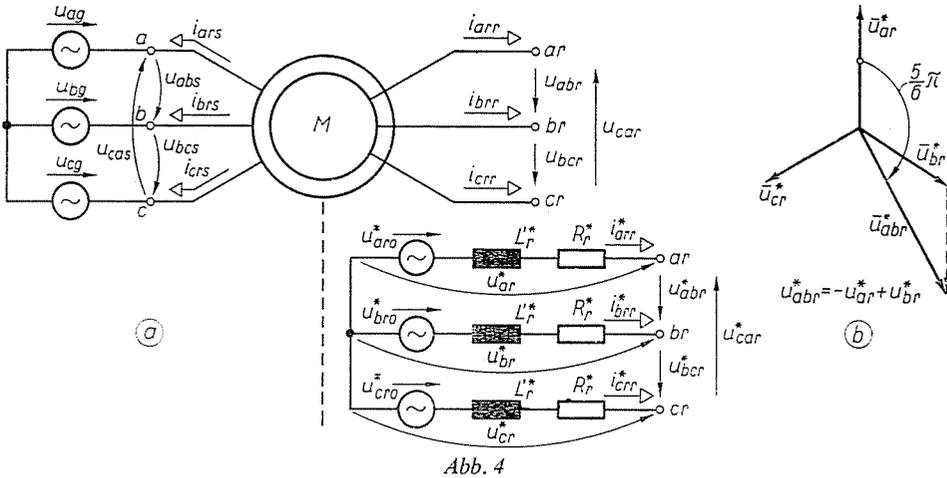


Abb. 4

Die Elemente des äquivalenten Ersatzschaltbildes können aus der Identität der Kettenspannungen und Linienströme der untersuchten Maschine und des Ersatzschaltbildes berechnet werden. Nach Durchführung der Berechnungen erhält man die Äquivalenzbedingungen in der folgenden Form:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{rfo} \cdot \bar{k}_{ur} &= \bar{u}_{rfo}^* \sqrt{3} e^{-j(5/6)\pi} \\ \frac{\bar{k}_{ur}}{\bar{k}_{ir}} R_r &= \sqrt{3} e^{-j(5/6)\pi} R_r^* \\ \frac{\bar{k}_{ur}}{\bar{k}_{ir}} L_r' &= \sqrt{3} e^{-j(5/6)\pi} L_r'^* \end{aligned} \quad (5)$$

wobei die Elemente des äquivalenten Ersatzschaltbildes mit einem Stern bezeichnet wurden. Die Faktoren \bar{k}_{ur} und \bar{k}_{ir} geben das Verhältnis der rotorseitigen Kettenspannungen bzw. der Linien- und Phasenströme an, d. h.:

$$\bar{i}_{rv} = \bar{k}_{ir} i_{rf} \quad \text{und} \quad \bar{u}_{rv} = \bar{k}_{ur} \bar{u}_{rf} \quad (6)$$

Mit Hilfe dieser Koeffizienten erhält man im Allgemeinfall aus den Gl. (2) und (3) die rotorseitigen Oberwellenlinienströme. Im Kenntnis derselben werden die rotorseitigen Wicklungsströme bestimmt, d. h.:

$$\bar{i}_{rj} = \bar{k}_{ir}^{-1} \cdot \bar{i}_{rv} \quad (7)$$

Die statorseitigen Wicklungsströme ergeben sich mit Hilfe der Gl. (4). Wendet man die Faktoren zur Berücksichtigung der Schaltung der Statorwicklungen an,

$$\bar{u}_{sf} = \bar{k}_{us} \bar{u}_{gf} \quad \text{und} \quad \bar{i}_{sv} = \bar{k}_{is} \bar{i}_{sf} \quad (8)$$

so können die statorseitigen Oberwellenströme in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\bar{i}_{sv} = \bar{k}_{is} \bar{k}_{ir}^{-1} \bar{f}_{sr} \cdot \bar{i}_{rv} \quad (9)$$

Mit Hilfe der Gl. (2) und (3)

$$\bar{i}_{rv} = I_{rvzM} \cdot \frac{\bar{i}_{rv}}{I_{rvzM}} = I_{rvzM} \bar{f}_1 \left(\frac{I_d}{I_{rvzM}} \right) \quad (10)$$

und endlich auf Grund der Gl. (9) erhält man die folgende Form:

$$\bar{i}_{sv} = \bar{k}_{is} \bar{k}_{ir}^{-1} \cdot \bar{f}_{sr} \cdot I_{rvzM} \cdot \bar{f}_1 \left(\frac{I_d}{I_{rvzM}} \right) \quad (11)$$

Die Formel (11) gibt die \bar{i}_{sv} -Werte unter der Bedingung an, daß zur Zeit $t=0$ die Spannung \bar{u}_{rf0}^* gerade mit der positiv reellen Achse zusammenfällt. Um die verschiedenen Schaltungen zu vergleichen, ist es zweckmäßig, die Oberwellenstromvektoren einheitlich so anzugeben, daß zur Zeit $t=0$ der Parksche Vektor der Generatorspannung mit der positiv reellen Achse zusammenfällt. Das bedeutet, daß die Ergebnisse in Gl. (11) um einen der Schaltungsgruppe der Maschine entsprechenden Winkel gedreht werden müssen. Der Drehwinkel ergibt sich aus dem Zusammenhang:

$$\bar{u}_{rf}^* = \underbrace{\frac{L_{m1}}{L_s} \cdot \bar{u}_{sj} \cdot s}_{1} \cdot e^{j\bar{s}\omega_1 t} \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \underbrace{\bar{k}_{us} \bar{k}_{ur}}_2 e^{j(5/6)\pi} \quad (12)$$

Die Winkeldrehung wird durch das zweite Glied der Formel verursacht. Demnach erhält man die \bar{i}_{sv} -Ströme bei den gewünschten Anfangsbedingungen, indem die Ergebnisse der Gl. (11) mit dem Drehwinkel aus Gl. (12) zurückgedreht werden. Hierbei ist nicht zu vergessen, daß die verschiedenen Oberwellen verschiedene Winkelgeschwindigkeiten haben.

4. Die Auswertung der in Punkt 3 angegebenen allgemeinen Zusammenhänge

In den folgenden Untersuchungen werden Maschinen mit verschiedenen Wicklungsanordnungen, aber mit gleichem statorseitigem Kreisdiagramm angenommen. Es ist einzusehen daß in diesem Falle der Faktor \bar{f}_{s_r} in Gl. (11) — von den Wicklungsanordnungen — unabhängig konstant ist. Die Maschinen werden bei gleichen Lastmomenten verglichen. In diesem Falle ist es beweisbar, daß das Verhältnis I_d/I_{rvzm} , also auch der Koeffizient \bar{f}_1 , von der Maschinenwicklung unabhängig konstant ist.

In dieser Annahme können die Absolutwerte der statorseitigen Linienströme folgenderweise geschrieben werden:

$$\left| \bar{i}_{sv} = \bar{k}_{is} \cdot \bar{k}_{ir}^{-1} \cdot \frac{I_{rvzM}}{I_{rvzMY-Y}} \cdot \bar{f}_1(I_d/I_{rvzM}) \cdot I_{rvzMY-Y} \right| \quad (12a)$$

Nach den bisherigen Annahmen muß beim Vergleichen der Absolutwerte nur das Produkt

$$\left| \bar{k}_{is} \cdot \bar{k}_{ir}^{-1} \cdot \frac{I_{rvzM}}{I_{rvzMY-Y}} \right| \quad (13)$$

untersucht werden.

Schaltungs- variationen	①	②	③	④	⑤	⑥
$\bar{k}_{us} = \bar{u}_{st}/\bar{u}_{gf}$	$\sqrt{3} e^{j\pi/6}$	$\sqrt{3} e^{-j\pi/6}$	$\sqrt{3} e^{-j5\pi/6}$	$\sqrt{3} e^{j5\pi/6}$	1	$e^{-j\pi}$
$\bar{k}_{is} = \bar{i}_{sr}/\bar{i}_{sf}$	$\sqrt{3} e^{j\pi/6}$	$\sqrt{3} e^{-j\pi/6}$	$\sqrt{3} e^{-j7\pi/6}$	$\sqrt{3} e^{j5\pi/6}$	1	$e^{-j\pi}$
$\bar{k}_{us}\bar{k}_{is}$	3	3	3	3	1	1
$\bar{k}_{ur} = \bar{u}_{rr}/\bar{u}_{rf}$	$e^{-j4\pi/6}$	$e^{-j\pi}$	1	$e^{j2\pi/6}$	$\sqrt{3} e^{-j5\pi/6}$	$\sqrt{3} e^{j\pi/6}$
$\bar{k}_{ir} = \bar{i}_{rr}/\bar{i}_{rf}$	$\sqrt{3} e^{j\pi/6}$	$\sqrt{3} e^{-j\pi/6}$	$\sqrt{3} e^{-j7\pi/6}$	$\sqrt{3} e^{-j5\pi/6}$	1	$e^{-j\pi}$
$\bar{k}_{ir}^{-1} = \bar{i}_{rf}/\bar{i}_{rr}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} e^{-j\pi/6}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} e^{j\pi/6}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} e^{j7\pi/6}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} e^{j5\pi/6}$	1	$e^{j\pi}$
$\bar{k}_{ur}/\bar{k}_{ir}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} e^{-j5\pi/6}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} e^{-j5\pi/6}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} e^{-j5\pi/6}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} e^{-j5\pi/6}$	$\sqrt{3} e^{-j5\pi/6}$	$\sqrt{3} e^{-j5\pi/6}$

Abb. 5

Schaltungs- gruppe	γ/λ	Δ/Δ	Δ/λ	γ/Δ
$ \bar{k}_{is} $	1	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	1
$ \bar{k}_{ir}^{-1} $	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$ \bar{i}_{rrv}/\bar{i}_{rrvy-y} $	1	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$
$\frac{3}{1} \bar{i}_{Spalte} \doteq \bar{i}_{sry} $	1	1	1	1

Abb. 6

Die möglichen Schaltungsvariationen wurden mit den für die weiteren Untersuchungen notwendigen Koeffizienten in Abb. 5 angegeben. Die Auswertung der Gl. (13) bei Berücksichtigung dieser Werte liefert die Ergebnisse in der Abb. 6. Die untere Zeile der Tafel hat überall den Wert 1, also sind die Absolutwerte der Netzoberwellenströme immer gleich.

Nun sollen auch die Phasenlagen der Ströme untersucht werden. In den Berechnungen müssen jetzt die mit den Gl. (11) und (12) angegebenen resultierenden Winkeldrehungen berücksichtigt werden. Die möglichen Schaltungsvariationen wurden auf Grund der in Abb. 5 angegebenen Kodeziffern in Abb. 7 zusammengefaßt.

Abb. 8a und Abb. 8b enthalten die den Gl. (12) und (11) entsprechenden Winkeldrehungen. Aus beiden Tafeln ist zu sehen, dass, die Drehwinkel mit den für die Wicklungsschaltung kennzeichnenden Stundenzahl k_0 einfach ausgedrückt werden können. (Bei der Bestimmung der Stundenzahl muß die Phasendrehung der stehenden Asynchronmaschine als Drehfeldtransformator berücksichtigt werden, indem

		Schaltung der Rotorwicklungen						
		1	2	3	4	5	6	
Schaltung der Statorwicklungen	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	}
	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	
	3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	
	4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	
	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	}
	6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	
		Δ			Y			

Abb. 7

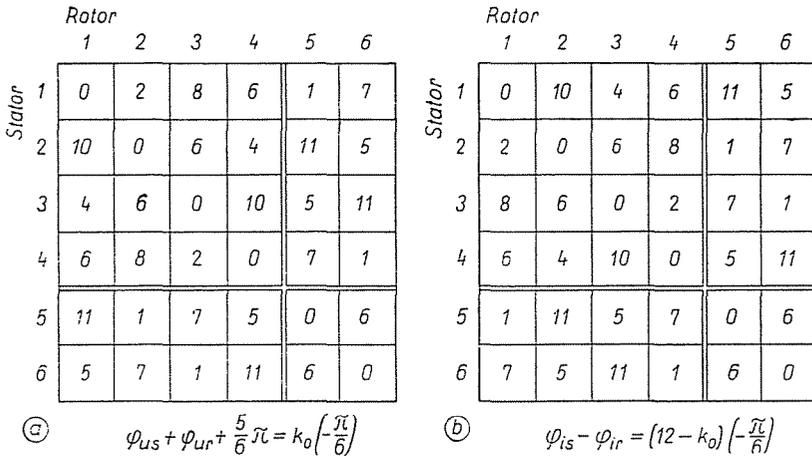


Abb. 8

angenommen wird, daß die magnetischen Achsen der einander entsprechenden Stator- und Rotorwicklungen die gleiche Richtung haben.)

Unter Berücksichtigung des Gesagten kann der zusätzliche Drehwinkel der Statorstromoberwellen in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\varphi_t = -k_0 \cdot \frac{\pi}{6} v_r - (12 - k_0) \frac{\pi}{6} \tag{14}$$

Wendet man den Zusammenhang $v_r = 1 + 6k$; $k=0, \dots, 1, \dots, 2, \dots$ an, so läßt sich Gl. (4) weiter vereinfachen, d. h.:

$$\varphi_t = -k_0 \pi k \tag{15}$$

Ist $k_0 = 2l$, d. h. ist die Stundenzahl eine gerade Zahl, dann ist der zusätzliche Drehwinkel immer gleich 0.

Ist $k_0 = 2l + 1$, ist also die Stundenzahl ungerade, dann kann φ_t in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\varphi_t = -k \cdot \pi \cdot 2 \cdot l - k \cdot \pi \tag{16}$$

d. h. die zusätzliche Winkeldrehung der Oberwellenströme ist in Abhängigkeit von ihrer Ordnung entweder gleich 0 oder gleich 180°.

5. Schlußfolgerungen

Sind die Stator- und Rotorwicklungen so angeordnet, daß beim Zusammenfallen der magnetischen Achsen der einander entsprechenden Phasenwicklungen der erhaltene Drehfeldtransformator eine gerade Stundenzahl hat, dann sind im Zeitpunkt

$t=0$ die Phasenwinkel der Rotor- und Statorlinienströme — abgesehen von der zusätzlichen Drehung des $\bar{f}_{s,r}$ -Gliedes — gleich. Im Gegensatz zu dem Zusammenhang zwischen den Primär- und Sekunderströmen der Stromrichtertransformatoren bedeutet diese Tatsache jetzt nicht, daß die Form der Primär- und Sekunderströme gleich ist. Es folgt daraus, daß die stator- rotorseitigen Oberwellenfrequenzen voneinander abweichen. Ist die sich aus der Schaltung der Stator- und Rotorwicklungen ergebende Stundenzahl ungerade, dann ist dem vorigen Fall entgegengesetzt die Phasenverschiebung gleich 0 oder gleich 180° .

Daraus folgt, daß sich bei Parallelbetrieb von Maschinen mit gerader bzw. ungerader Stundenzahl gewisse Oberwellen auslöschen können. Natürlich müssen in diesem Falle unseren Untersuchungen für die Absolutwerte entsprechend die Belastungen die Schlupfe, die Winkellagen der Rotoren und auch die statorseitigen natürlichen Kreisdiagramme der Maschinen gleich sein. Leider ist die Bedingung der Schlupf- und Winkellagelgleichheit besonders schwierig zu erfüllen. Eine geringe Schlupfabweichung verursacht bereits das Abweichen der Statorfrequenzen, was zu Schwebungserscheinungen führt. Das macht sich in der Praxis durch eine Schwankung der Amplitude der Oberwellen zwischen 0 und dem zweifachen Wert geltend. Solche Schwebungen können nur vermieden werden, wenn die entsprechenden Oberwellenfrequenzen vollkommen gleich sind. Das wird z. B. dadurch gewährleistet, daß die Wellen der zwei Asynchronmaschinen miteinander starr verbunden sind. Ist eine Verminderung der Oberwellenströme notwendig, lohnt es sich eventuell diese Lösung anzuwenden.

Zusammenfassung

Der Beitrag beschäftigt sich mit der Bestimmung der statorseitigen Linienoberwellenströme von dreiphasigen Asynchronmaschinen mit Schleifringläufer, bei rotorseitiger Drehstrombrückenbelastung und bei beliebigen Schaltungen der Maschinenwicklungen. Als Ergebnis der Untersuchungen wird eine mögliche Methode zur Verminderung des statorseitigen resultierenden Oberwellengehalts angegeben.

Literatur

1. RÁCZ, I.: Oszillographische Aufnahme und harmonische Analyse von Dreiphasen-Vektoren. Periodica Polytechnica. Electrical Engineering. 1964.
2. CSÖRGITS, F.: Die Kennlinien der untersynchronen Stromrichter-kaskade. Periodica Polytechnica. Electrical Engineering. Vol. 14. No. 4. 1970. pp. 399—417.

Dr Attila KÁRPÁTI	} H—1521 Budapest
Imre HERMANN	
Imre IPSITS	