

# DIE SCHNELLE BESTIMMUNG DER STROMOBERWELLEN ÜBER DREHSTROMSTELLER GESPEISTER ASYNCHRONMASCHINEN

Von

P. MAGYAR und A. KÁRPÁTI

Lehrstuhl für Automatisierung, Technische Universität, Budapest

Eingegangen am 26 April 1976

Vorgelegt von Prof. Dr. F. Csáki

## 1. Einführung

Die Kenntnis der Stromoberwellen über Drehstromsteller gespeister Asynchronmaschinen ist eine grundsätzliche Bedingung für die Berechnung der Netzrückwirkungen (Netzspannungsverzerrung). Die genaue Berechnung erfordert großen Arbeitsaufwand, weil die Zeitfunktionen der Ströme durch ein transzendentes, von den Maschinenparametern und Arbeitspunktgrößen abhängiges Gleichungssystem bestimmt werden. Die Berechnung wird wesentlich einfacher, wenn als Ausgangspunkt der Stromführungszustand gewählt wird, und die Arbeitspunktgrößen mit dessen Hilfe berechnet werden [3]. In diesem Falle kann man aber die Analyse des gewünschten Arbeitspunktes eventuell nur durch mehrstufige Iterationen durchführen. Dadurch werden die Vorteile der expliziten Berechnung vermindert. Deshalb wurde das Ausarbeiten einer Berechnungsmethode zum Ziel gesetzt, mit deren Hilfe annähernde Ergebnisse hinreichender Genauigkeit schnell erhalten werden [4].

Das Wesentliche der vorgeschlagenen Methode ist, daß die Lösungen des die von Drehstromsteller gespeiste Maschine beschreibenden Gleichungssystems in Form einer vorausberechneten Kurvenschar angegeben werden.

Die Ausgangsdaten sind die Arbeitspunktgrößen (das Drehmoment und der Schlupf). Hilfsparameter sind die den Stromführungszustand angegebenden Daten. Als Ergebnis erhält man die Stromoberwellenkomponenten und die Verzerrungsfaktoren des Netzstromes und der Netzspannung. Zur Bestimmung der obenerwähnten Größen ist nur ein einfaches Zeigerdiagramm zu konstruieren.

Die Kurvenschar wird mit Annahme der Kenngrößen einer „Durchschnittsmaschine“ berechnet. Der Statorwiderstand, die Statorstreuinduktivität, die auf die Statorseite reduzierte Rotorwiderstand- und Rotorstreureaktanzwerte sind:

$$R_s = 3\%; \quad R'_r = 3 \div 25\%; \quad X_s = 10\%; \quad X'_r = 10\%. \quad (1)$$

Der Einfluß der Magnetisierungsreaktanz auf die Oberwellen wird vernachlässigt, d. h. es wurde eine unendlich große Magnetisierungsreaktanz angenommen.

Es wurde auch angenommen, daß die Verzerrung der Netzspannung infolge der drehstromstellergespeisten Maschine genügend klein ist, d. h. die Klemmen-

spannung der Drehstromstellers als sinusförmig betrachtet werden kann. Um die Verzerrung der Netzspannung relativ einfach zu berechnen, wurde angenommen, daß die Impedanz des speisenden Netzes rein induktiv ist ( $X_h$ ). Diese, in der Starkstromtechnik übliche Näherung liefert im unteren Frequenzbereich gute Ergebnisse.

Bei einer durch Drehstromsteller gespeisten Asynchronmaschine sind die folgenden Stromführungszustände möglich: periodische zweiphasig-dreiphasige Übergänge (2F-3F), rein zweiphasiger Zustand (2F), periodische zweiphasig-nullphasige Übergänge (2F-0F).

Die angegebenen Kurvenscharen sind für den 3F-2F-Bereich, bzw. für den 2F-Grenzbereich gültig. Der Bereich 2F-0F hat keine praktische Bedeutung, weil in diesem Falle das Drehmoment des Motors sehr klein ist. Um die allgemeine Anwendbarkeit zu sichern, wurden relative Größen benutzt. Die Bezugsgrößen sind die Nennphasenspannung  $U_N$ , der Nennphasenstrom  $I_N$ , der Nennwiderstand  $R_N = U_N/I_N$  und das Nennscheindrehmoment  $M_N = 3U_N I_N / \omega_1$ . Die Thyristoren des Drehstromstellers wurden als verlustlos angenommen.

## 2. Das Prinzip der Berechnung der Oberwellen

Die durch den Drehstromsteller gespeiste Maschine (s. Abb. 1) wurde nach [1, 2, 3] auf Grund des in Abb. 2 angegebenen Ersatzschaltbildes untersucht. Die komplexen Vektoren im Ersatzschaltbild sind Parksche Vektoren.

Auf Grund der in der Einführung angegebenen Näherungen werden die Verhältnisse durch die untenstehenden Gleichungen beschrieben. Die fiktive Klemmspannung wird in der folgenden Form angegeben:

$$\bar{u} = U e^{j(\alpha - \pi/2)} \cdot e^{j\omega_1 t} \quad (2)$$

wobei  $\alpha$  der Zündwinkel, gemessen vom positiven Nulldurchgang der fiktiven Phasenspannung, ist. Den Strom erhält man auf Grund der Abb. 2 a in der folgenden Form

$$i = \frac{U}{Z} \left[ e^{j(\alpha - \pi/2 - \varphi)} e^{j\omega_1 t} + j \frac{\sin \tau}{e^{j\frac{\tau}{\varphi}} - \cos \tau} \sin(\alpha - \varphi) \right] \quad (3)$$

$$\text{wobei } \tau = 2\pi/6, \quad (4)$$

der Taktzeit entsprechender elektrische Winkel ist. Die Zeitdauer des 3F-Zustandes ist  $\delta$ , die des 2F-Zustandes

$$\varepsilon = \tau - \delta \quad (5)$$

ist.

Den Zusammenhang zwischen den für den Stromführungszustand kennzeichnenden

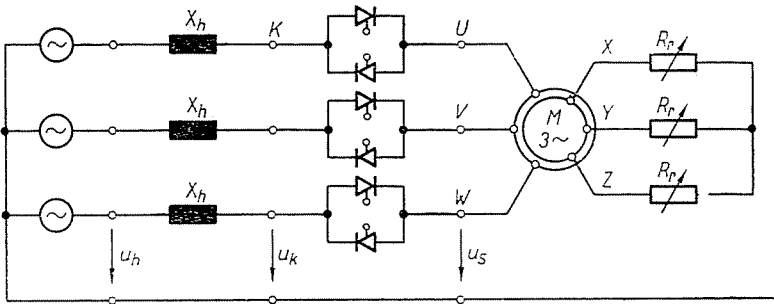


Abb. 1. Der Schaltkreis des untersuchten Systems

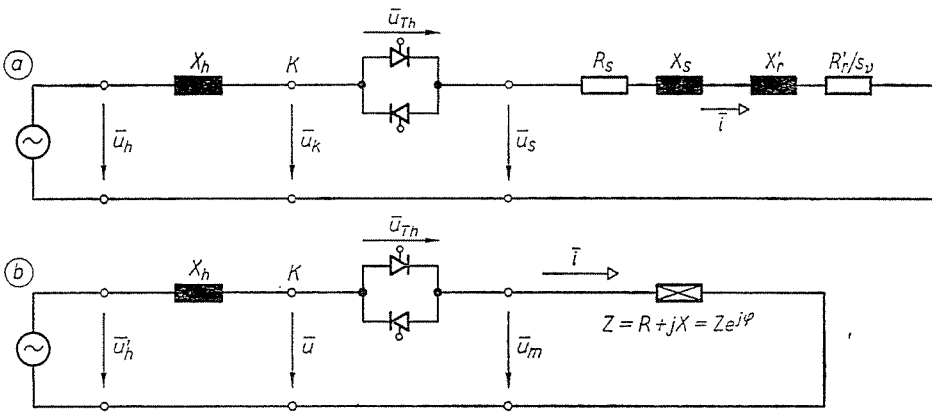


Abb. 2. Das Ersatzschaltbild zur Berechnung des Stromes

Winkeln gibt folgende Gleichung an:

$$\operatorname{tg}(\alpha - \varphi) = \frac{\sin(\varepsilon)}{\cos(\varepsilon) + e^{\frac{\delta}{\operatorname{tg} \varphi}} \left[ \frac{\sin^2(\tau)}{e^{\frac{\tau}{\operatorname{tg} \varphi}} - \cos \tau} - \cos \tau \right]} \quad (6)$$

Die Grundwelle der Maschinenspannung ergibt sich aus folgender Gleichung [3]:

$$\bar{u}_{m1} = U \left[ 1 - \frac{1}{2\tau} (e - e^{-j(2\alpha - \varepsilon)}) \cdot \sin \varepsilon \right] \quad (7)$$

Die komplexen Vektoren der 3F- bzw. 2F-Stromführungszustände werden durch die Gleichungen (8) und (9) angegeben.

$$\bar{i}_{3F} = \bar{i}, \quad 0 \leq t \leq \delta/w_1 \quad (8)$$

$$\bar{i}_{2F} = \operatorname{Re} \{ \bar{i} e^{j\pi/6} \} \cdot e^{-j\pi/6}, \quad \delta/w_1 < t \leq \tau/w_1 \quad (9)$$

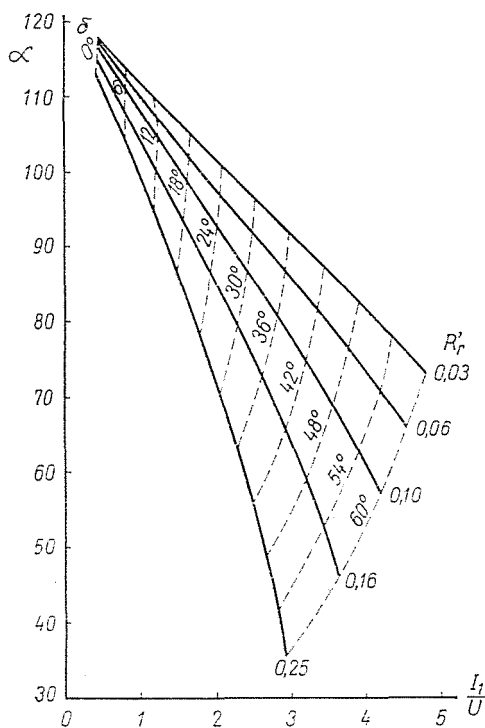


Abb. 3. Kurvenschar zur Bestimmung des fiktiven Zündwinkels  $\alpha$  in Abhängigkeit von  $I_1/U$  und  $R_r'$

Mit deren Hilfe lassen sich die Stromoberwellen in der folgenden Form schreiben:

$$\bar{i}_v = \frac{1}{\tau} \int_0^{\delta} \bar{i}_{3F} e^{-j^v w_1 t} dw_1 t + \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \bar{i}_{2F} e^{-j^v w_1 t} dw_1 t \quad (10)$$

$v \neq 1$

und

$$\bar{i}_1 = \bar{u}_{m1} / \bar{Z} \quad (11)$$

Führt man die Bezeichnung  $I_v = |\bar{i}_v|$  ein, so ergeben sich der Verzerrungsfaktor [5] des Stromes zu

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{\sum_v I_v^2}}{I_1}, \quad (v \neq 1) \quad (12)$$

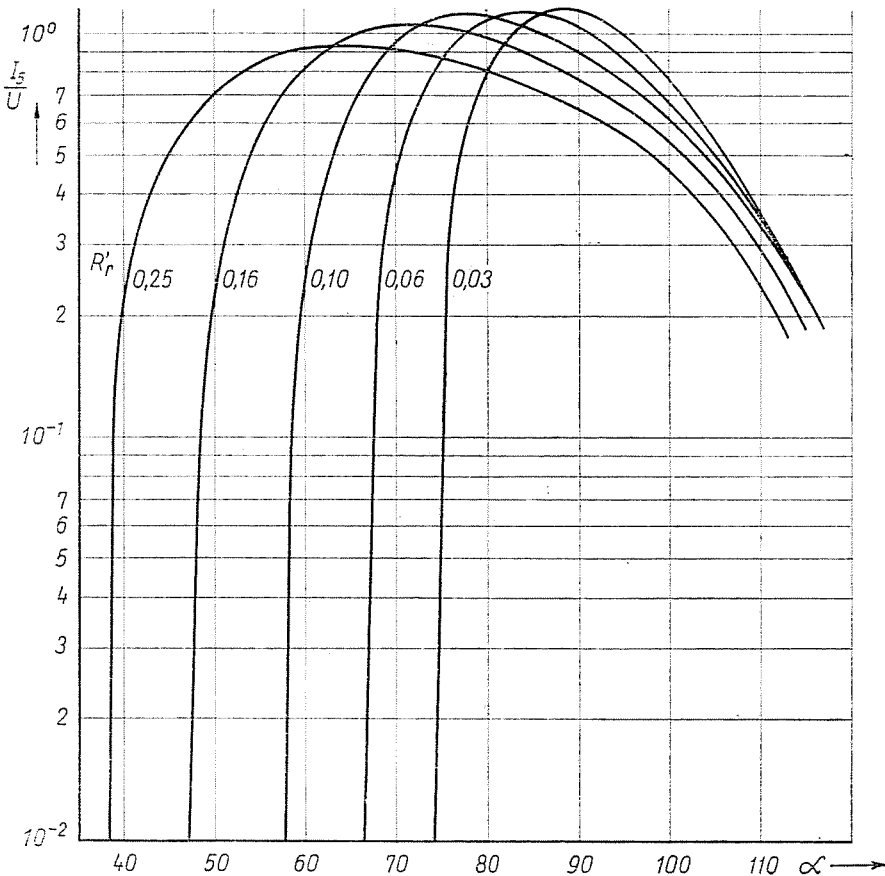


Abb. 4. Kurvenschar zur Bestimmung der fünften Stromoberwelle in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $R_r'$

und der Verzerrungsfaktor der Netzspannung zu

$$\sigma_u = X_h \sqrt{\sum_v v^2 I_v^2}, \quad (v \neq 1) \quad (13)$$

Auf Grund der angegebenen Gleichungen können die notwendigen (13) Daten am einfachsten mit Hilfe eines Digitalrechners berechnet werden. Werden die  $\alpha$ - und  $\delta$ -Werte angesetzt, können die gesuchten Größen unmittelbar, ohne Iterationen berechnet werden. Die Ergebnisse der Berechnungen wurden in den Abb. 3—8 angegeben. Um die Kurven zu benutzen, sind die  $I_1$ - und  $U$ -Werte erforderlich. Mit deren Hilfe kann der Stromführungszustand ( $\alpha$ ,  $\delta$ ) zum angegebenen  $R_r'$  bestimmt werden. Die Eingangsgröße der Ergebniskurven ist der fiktive Zündwinkel  $\alpha$ , der Parameter ist der Rotorwiderstand. Die abgelesenen Ergebnisse müssen der fiktiven  $U$ -Spannung entsprechend korrigiert werden. Die zwei Schlüsselgrößen zur Benutzung der Kurvenschar können aus den Arbeitspunktdaten bestimmt werden.

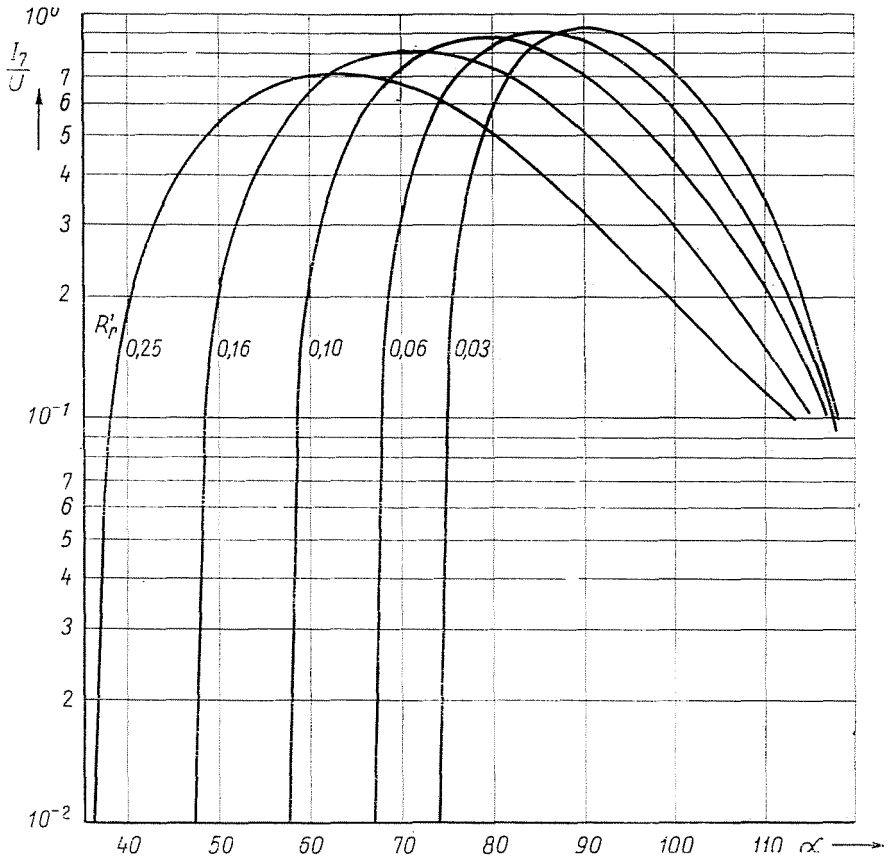


Abb. 5. Kurvenschar zur Bestimmung der siebenten Stromoberwelle in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $R'_r$

### 3. Die Verbindung mit den Arbeitspunktgrößen

Auf Grund der Abb. 2 lassen sich die Grundwelle der Motorspannung und das Motordrehmoment in der folgenden Form schreiben:

$$I_1 = \frac{U_{s1}}{\sqrt{(X_s + X'_r)^2 + (R_s + R'_r/s)^2}} \quad (14)$$

und

$$M = U_{s1}^2 \frac{R'_r/s}{(X_s + X'_r)^2 + (R_s + R'_r/s)^2} \quad (15)$$

und daher

$$M = I_1^2 \cdot R'_r/s. \quad (16)$$

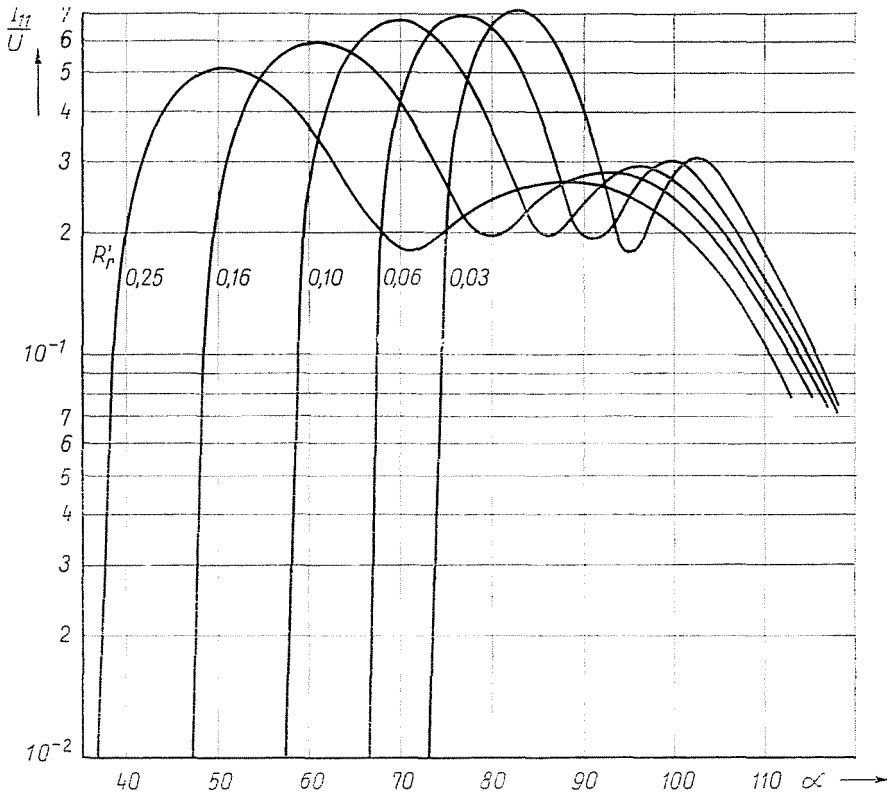


Abb. 6. Kurvenschar zur Bestimmung der elften Stromoberwelle in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $R'$

D. h. die Funktion  $M(s)$  ist eine Hyperbelschar, mit dem Parameter  $I_1^2 R'$ . (Abb. 9). In der Abb. wurden auch die natürlichen Drehmomentkurven für  $U_{s1} = 1$  angegeben. Zeichnet man in dieser Kurvenschar die Kennlinien von beliebigen Belastungen (z. B. einer Pumpe) ein, so kann man zu allen Arbeitspunkten die  $I_1^2 R'$  — Werte ablesen.

Dadurch erhält man bei gegebenem  $R'$  den Grundwellenstrom  $I_1$ .

Um die Nomogramme benutzen zu können, braucht man noch den Wert  $U$ , der auf Grund des Zeigerbildes für die Grundwellen (Abb. 10) bestimmt werden kann.

Das Zeigerdiagramm wurde auf Grund von Abb. 2 bei Berücksichtigung des in Anhang abgeleiteten Zusammenhanges

$$\bar{u}'_r = \bar{i}_1 R' (1 - s_1) / s_1 \quad (17)$$

gezeichnet. Den gesuchten Spannungsvektor erhält man also aus der folgenden Gleichung:

$$\bar{u} = \bar{u}_k - \bar{u}'_r = \bar{u}_k - \bar{i}_1 \cdot R' (1 - s_1) / s_1 \quad (18)$$

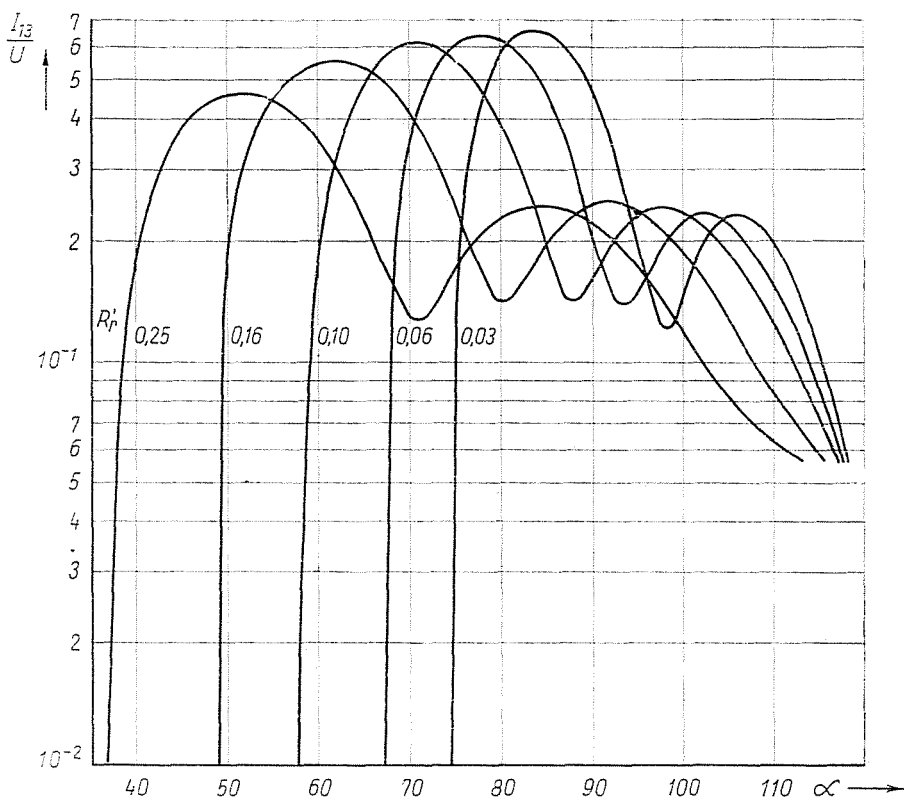


Abb. 7. Kurvenschar zur Bestimmung der dreizehnten Stromoberwelle in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $R_r'$

Den Absolutwert von  $\bar{u}$  könnte man mit Hilfe der in Abschnitt 2 angegebenen Zusammenhänge berechnen. So würde sich eine Kurvenschar  $U = |\bar{u}| = f(\alpha)$  mit zwei Parametern ( $R_r'$  und  $s$ ) ergeben, deren Anwendung aber wegen der notwendigen Iterationen umständlich ist. Man kommt schneller zum Ziel, wenn man das Zeigerbild für die Grundwellen zeichnet und aus diesem den Wert  $U$  abliest.

Bei der Konstruktion des Zeigerdiagramms fängt man zweckmäßig mit den Vektoren  $I_1 R_r' (1 - s_1) / s_1$  und  $I_1 Z e^{j\psi}$  an. Im Endpunkt des resultierenden Vektors wird auf die Richtung von  $\bar{i}_1$  eine Senkrechte gestellt. So erhält man die Richtung der Thyristorgrundwellenspannung. Es folgt daraus, daß die Thyristoren verlustlos sind. Die so erhaltene Richtung schneidet man durch einen Kreis mit dem Radius  $U_k$ . So erhält man den Vektor  $\bar{u}_k$ . Der gesuchte Vektor ergibt sich durch die Konstruktion von  $\bar{u}_k - \bar{u}'_{r1}$ .



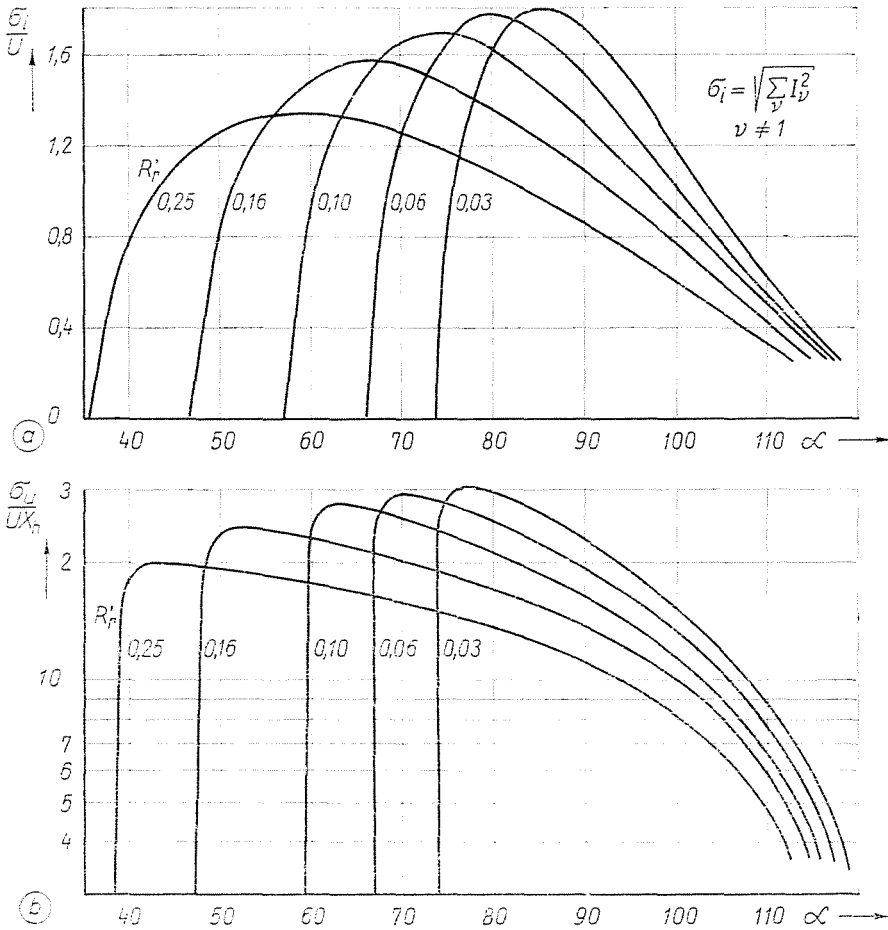


Abb. 8. Kurvenscharen zur Bestimmung des Verzerrungsfaktors des Stromes  $\sigma_i$  und der Klemmenspannung  $\sigma_n$  in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $R'_r$

#### 4. Beispiel

Es sind die wichtigeren Stromoberwellen und die Verzerrungsfaktoren des durch Drehstromsteller gespeisten „Durchschnittsmotors“ im Arbeitspunkt  $M=50\%$  und  $s_1=30\%$  zu bestimmen, wenn  $R'_r=25\%$ ,  $X_n=3\%$  und die Klemmspannung  $110\%$  ( $U_k=1,1$ ) sind.

Aus der Abb. 9 ergibt sich  $I_1^2 R'_r$  zu 0,15. Dementsprechend ist  $I_1=0,775$ . Die zur Konstruktion des Zeigerdiagramms notwendigen Daten sind:

$$I_1^2 \cdot R'_r \cdot (1-s_1)/s_1=0,452; \quad Z=0,344; \quad I_1 Z=0,267; \quad \varphi=35,5^\circ;$$

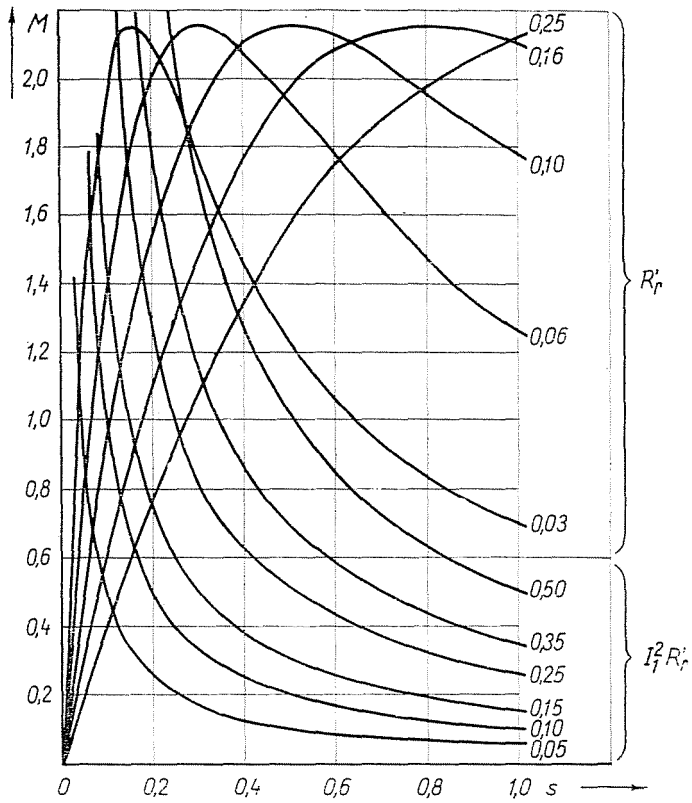


Abb. 9. Abhängigkeit des Drehmomentes der „Durchschnittsmaschine“ von dem Schlupf  $s$ , dem Rotorwiderstand  $R'_r$  und der Leistung  $I_1^2 R'_r$ .

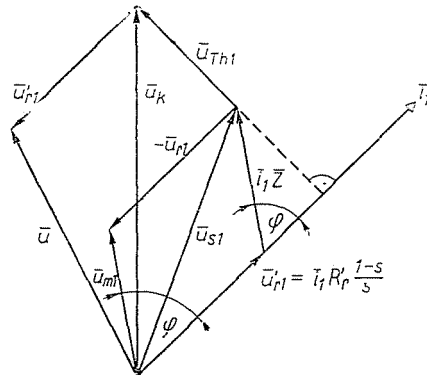


Abb. 10. Zeigerdiagramm zur Bestimmung der fiktiven Klemmenspannung  $\bar{u}$

Aus dem Zeigerdiagramm ergibt sich der folgende Wert:  $|\bar{u}| = U = 0,855$ . Aus der Abb. 3 erhält man zu den Werten  $I_1/U = 0,9$  und  $R'_r = 0,25 \alpha$  zu  $101^\circ$ . Mit Hilfe der berechneter Werte erhält man schließlich für die Stromharmonischen:

$$I_1 = 66,3\%; I_3 = 37,6\%; I_7 = 15,4\%; I_{11} = 17,1\%; I_{13} = 9,4\%; \sigma_i = 47,9\% \text{ und} \\ \sigma_u = 1,95\%.$$

## 5. Anhang

Der reduzierte schlupfabhängige Rotorkreiswiderstand in Abb. 2 a kann in zwei Teile getrennt werden, d. h.:

$$\frac{R'_r}{s_r} = R'_r + R'_r(1 - s_r)/s_r \quad (20)$$

Der Schlupf für die  $\nu - t$  Oberwelle ergibt sich auf Grund der G1. (21)

$$s_r = \frac{\nu w_0 - w}{\nu w_0} = 1 - (1 - s_1)/\nu \quad (21)$$

in der folgenden Form:

$$s_r \cong 1, \quad (22)$$

wenn die Bedingungen in (23) oder (24) erfüllt sind d. h.:

$$s_1 = (w_0 - w)/w_0 \ll 1 \quad (23)$$

oder

$$|\nu| \gg 1 \quad (24)$$

Die durch G1. (24) angegebene Bedingung wird für alle Oberwellen erfüllt, weil die Ordnungszahlen der Oberwellen  $\nu = 6k + 1$ ,  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  sind. Die kleinste Ordnungszahl ergibt sich somit zu  $-5$ , wodurch die angegebene Näherung auch bei kleinen Schlupfwerten annehmbar ist. So hat der Rotorwiderstand für die Oberwellen den folgenden Wert:

$$\frac{R'_r}{s_r} \cong R'_r \quad (25)$$

Für die Grundwelle ist aber sein Wert:

$$\frac{R'_r}{s_1} = R'_r + R'_r(1 - s_1)/s_1 \quad (26)$$

Das Ergebnis kann auch so gedeutet werden, daß die Spannung am Widerstand  $R'_r(1-s_1)/s_1$  nur durch die Grundwelle hervorgerufen wird. So kann bei gegebenem Strom dieser Widerstand durch einen Grundwellenspannungsgenerator mit einer Spannung

$$\vec{u}'_{r1} = i_1 R'_r (1-s_1)/s_1 \quad (27)$$

ersetzt werden.

Das Ersatzschaltbild in Abb. 2b ergab sich unter Anwendung der folgenden Bezeichnungen:

$$\vec{u}'_h = \vec{u}_h - \vec{u}'_{r1}, \quad \vec{u} = \vec{u}_k - \vec{u}'_{r1}, \quad \vec{u}_m = \vec{u}_s - \vec{u}'_{r1}, \quad R = R_s + R'_r \quad \text{und} \quad X = X_s + X'_r.$$

Die Oberwellenanalyse kann also durch die Analyse eines passiven R, L-Stromkreises durchgeführt werden, wenn  $\vec{u}$  aus den Arbeitspunktkenngrößen bestimmt wird.

### Zusammenfassung

Der Beitrag gibt eine Kurvenschar an, die mit den Kenndaten eines „Durchschnittsmotors“ berechnet wurden. Mit deren Hilfe erhält man bei Drehstromstellerspeisung ohne Iteration die wichtigsten Stromoberwellen, außerdem die Verzerrungsfaktoren des Statorstromes und der Klemmspannung mit hinreichender Genauigkeit. Die Berücksichtigung der Netzspannungsschwankungen und der Netzreaktanzen ist möglich. Als Ausgangspunkt der Berechnung dient die  $M(s)$ -Kennlinie des Motors.

### Literatur

1. RÁCZ, I.: Oszillographische Aufnahme und harmonische Analyse von Dreiphasen-Vektoren. *Periodica Polytechnica El. Eng.* 8 (1964) 4. 325—363.
2. RÁCZ, I.: Betrachtungen zu Oberwellenproblemen an Asynchronmotoren bei Stromrichterspeisung. *Periodica Polytechnica El. Eng.* 11 (1967) 1. 29—57.
3. HUNYÁR, M.: Mit antiparallelen Thyristorpaaren gesteuerter Asynchronmotor. 1. Konferenz über Leistungselektronik, Budapest 1970.
4. BME Aut. Tsz. Munkaközössége: A tirisztoros hajtásszabályozások villamos üzemviszonyai. Zárójelentés II. Budapest, 1975.
5. CSÁKI, F. (ed): *Power electronics*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1975.

Dr. Attila KÁRPÁTI }  
 Dr. Péter MAGYAR } H-1521 Budapest