

# BEITRAG ZUR THEORIE DES ASYNCHRONANLAUFS VON SYNCHRONMOTOR

Von

T. W. KUZORA

Lehrstuhl für Elektrische Maschinen, Technische Universität, Budapest

Eingegangen am 15. September, 1977

Vorgelegt von Prof. Dr. Gy. RETTER

## Einleitung

Synchronmotoren werden meistens zum Antrieb von Pumpen, Gebläsen und Kompressoren angewandt. Letztens wird auch versucht, diese Maschinen beim Antrieb anderer Einrichtungen einzusetzen, wie z. B. der Trommelöfen in Zementfabriken, deren Belastungscharakteristik von der der Pumpen, Gebläsen und Kompressoren bedeutend abweicht. In der Regel werden Synchronmotoren asynchron angelassen, wobei ihre Dämpferkäfige am meisten gefährdet sind. Deshalb ist für den zuverlässigen Anlauf die Kenntnis aller im Anlaufkäfig vorkommenden Prozesse von großer Bedeutung.

Beim Anlassen verhält sich der Synchronmotor mit Dämpferkäfig ähnlich wie der Kurzschlußmotor. Doch weicht er konstruktionsmäßig wesentlich von diesem ab, und so sind auch die beim Anlassen auftretenden Vorgänge anders. Durch fehlende Eisenstücke in Polücken ist der Rotor in Richtungen  $d$  und  $q$  asymmetrisch. Der in Pol in  $d$  — Richtung befindliche Dämpferkäfig bewirkt, daß der Rotor auch elektrisch in den obigen Richtungen asymmetrisch ist. Infolgedessen sind die Reaktanzen und andere Größen in Richtung der senkrecht zueinander stehenden Achsen  $d$  und  $q$  verschieden ( $x_d \neq x_q$ ,  $x'_d \neq x'_q$ ,  $x''_d \neq x''_q$  usw.).

Die Stromverteilung im Dämpferkäfig ist längs des Polumfangs ungleichmäßig und asymmetrisch zur Richtungsachse  $d$  (Abb. 1). Die Ungleichmäßigkeit ist vom Schlupf abhängig; die größte Ungleichmäßigkeit entsteht beim Schlupf  $s = 1$ . Eine derartige Stromverteilung im Dämpferkäfig beim Asynchronanlauf von Synchronmotoren ist für diese Maschinen als normal zu betrachten. Aus diesem Grunde sind die in der Anlaufzeit entstehenden Stabtemperaturen trotz gleicher Stabresistenzen verschieden hoch. Der steife Kurzschlußring begrenzt aber die Wärmedehnung dieser Stäbe. Dadurch entstehen in den Käfigstäben ziemlich große thermische Spannungen, die die Stäbe zerstören können.

Es wird versucht, im folgenden die Kräfte und thermischen Spannungen bei Asynchronanlauf von Synchronmotoren zu ermitteln.

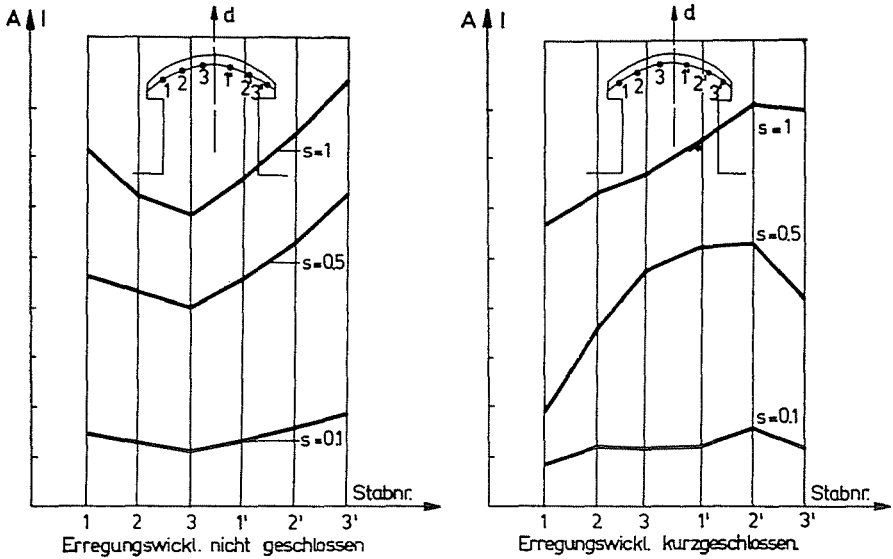


Abb. 1

### Bestimmung der Stabtemperaturen im Dämpferkäfig

Es ist schwer, die Temperatur genau zu ermitteln, die die Stäbe in der Anlaufzeit erreichen, und obgleich dieses Problem sehr wichtig ist, haben nur wenige Wissenschaftler dieses Thema behandelt. Danilewicz und Kulik [1] z. B. bestimmen die Stabtemperatur, indem sie ein adiabatisches Erwärmungsmodell des Stabes voraussetzen. Sie nehmen also an, daß die gesamte in der Anlaufzeit entstehende Wärme in den Stäben gespeichert wird. Überdies vernachlässigen sie den Stabstromeigenverlauf, der sich in der Anlaufzeit stark ändert, und führen den Ersatzstrom  $i_{cz}$  mit konstantem Wert ein.

$$i_{cz}^2 = k i_{s(s=1)}^2$$

wo:  $k = 0,620 - 0,720$  ein Koeffizient und  $i_{c(s=1)}$  der Stabstrom bei Schlupf  $s = 1$  ist.

Diese Methode ist sehr bequem, aber es scheint, daß sie nur bei kurzen Anlaufzeiten zu guten Ergebnissen führen kann. Beachtenswert ist die Arbeit von A. Kiszko [3], in der der Wärmeübergang an das Rotoreisen, an die Umgebung sowie der Einfluß der Verluste im Rotoreisen berücksichtigt werden. Der Verfasser stützt sich auf die in Abb. 2 dargestellte Erwärmungsersatzschaltung und unter der Voraussetzung konstanter Stabverluste ( $\Delta P_s = \text{const}$ ) erhält er folgende Temperaturverlaufgleichung:

$$\tau = A + B e^{\alpha t} + C e^{\beta t}$$

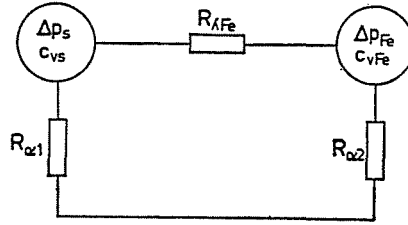


Abb. 2

w0:

$$A = \frac{cf + bn}{m}$$

$$B = \frac{\alpha f + Am}{\beta(\alpha - \beta)}$$

$$C = \frac{\beta f + Am}{\beta(\alpha - \beta)}$$

$$cf = \frac{\Delta P_s}{c_{vs} c_{vFe}} \cdot \frac{R_{\alpha 1} + R_{\lambda Fe}}{R_{\alpha 1} \cdot R_{\lambda Fe}}$$

$$bn = \frac{\Delta P_{Fe}}{c_{vs} c_{vFe} R_{\lambda Fe}}$$

$$\alpha f, \beta f = -\frac{\Delta P_s}{2c_{vs}} \left( r \mp \sqrt{(c_{vs} R_{\lambda Fe})^{-2} - 4m} \right)$$

$$r = \frac{R_{\alpha 2} + R_{\lambda Fe}}{c_{vFe} R_{\alpha 2} R_{\lambda Fe}} + \frac{R_{\alpha 1} + R_{\lambda Fe}}{c_{vs} R_{\alpha 1} R_{\lambda Fe}} - \alpha_T f$$

$$f = \frac{\Delta P_s}{c_{vs}}$$

$c_{vs}$  — Wärmekapazität des Stabes

$c_{vFe}$  — Wärmekapazität des Rotoreisens

$R_{\alpha 1}$  — Wärmewiderstand zwischen dem Stab und der Umgebung

$R_{\alpha 2}$  — Wärmewiderstand zwischen dem Rotoreisen und der Umgebung

$R_{\lambda Fe}$  — Wärmewiderstand zwischen dem Stab in der Nute und dem Rotoreisen

$\alpha_T$  — Temperaturkoeffizient der Stabresistenz

$\Delta P_s$  — die durch den Anlaßstrom herbeigeführten Stabverluste

$\Delta P_{Fe}$  — die in der Anlaufzeit entstehenden Rotoreisenverluste

Obige Gleichungen werden zur Ermittlung der Stabtemperaturen herangezogen. Kennt man den Stabstromverlauf als Funktion des Schlupfes  $i_s(s)$  [8] sowie die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit  $n(t)$ , so kann die Abhängigkeit des Stabstroms von der Zeit  $i_s(t)$  graphisch gemäß Abb. 3 ermittelt werden. Die

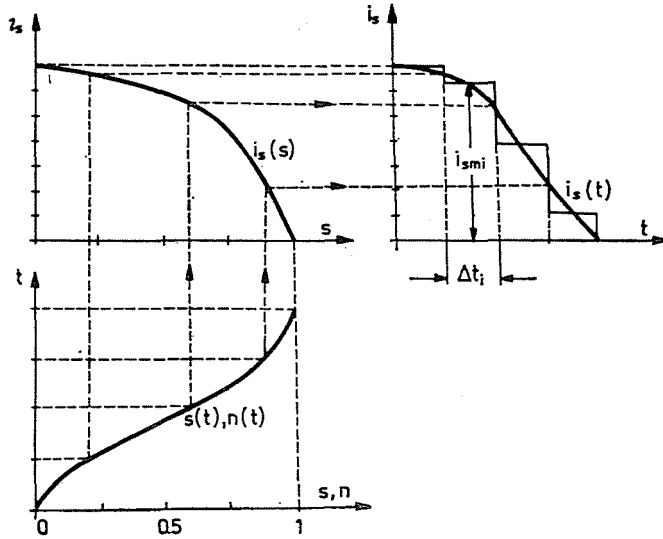


Abb. 3

Anlaufzeit wird in Zeitabstände  $\Delta t$  geteilt, in denen der Stabstrom  $i_s(t)$  durch den Mittelwert  $i_{sm}$ , der im gegebenen Zeitintervall  $\Delta t$  konstant ist, ersetzt wird.

Stabverluste im  $i$ -ten Zeitintervall können folgendermaßen ausgedrückt

$$\Delta P_{si} = i_{sm}^2 (1 + \alpha_T \tau_i) R_s \quad (1)$$

und in diesem Zeitabstand als konstant angesehen werden.

Der Temperaturverlauf im Zeitintervall  $\Delta t_i$  kann mit folgender Gleichung beschrieben werden:

$$\tau_i = A_i + B_i e^{\alpha_i \Delta t_i} - C_i e^{\beta_i \Delta t_i} \quad (2)$$

wo:

$$A_i = A(\Delta t_i); \quad B_i = B(\Delta t_i); \quad C_i = C(\Delta t_i)$$

$$\alpha_i = \alpha(\Delta t_i); \quad \beta_i = \beta(\Delta t_i)$$

$\tau_i$  — ist die Temperatur, welche der Stab in der Zeit  $\Delta t_i$  erreicht.  
Die Berechnungen werden bis zum Zeitpunkt  $t_r$  fortgesetzt, d. h. so lange bis

$$\sum_{i=1}^n \Delta t_i = t_r. \quad (3)$$

Werden die partiellen Temperaturverläufe mit einer Kurven angenähert, erhält man den näherungsweise Temperaturverlauf  $(t)$ , der umso genauer sein wird, je kleiner  $t$  ist.

### Kräfte und thermische Spannungen in den Stäben der Dämpferkäfige beim Asynchronanlauf des Synchronmotors

Im folgenden werden nur die Axialkräfte behandelt, die infolge der durch die Stäbe in der Anlaufzeit erreichten ungleichen Temperaturen auftreten.

Es ist schwierig diese Aufgabe genau zu lösen, deshalb werden notwendige Annahmen eingeführt, die jedoch keine allzu großen Fehler ergeben. Es wird angenommen, daß:

- die Temperatur die ganze Länge des Stabes entlang gleich ist.
- die Stäbe sich auf Wärmeeinwirkung frei ausdehnen können. Diese Annahme ist zwar nicht richtig, da die Stäbe fest in den Nuten sitzen sollen, doch wird dieser Umstand weiterhin berücksichtigt.
- der Kurzschlußring unendlich steif ist, ( $EI = \infty$ ), was sich aus dem großen Querschnitt (etwa  $0,5 \Sigma F_s$ ) ergibt. Außerdem bewirken Verbindungsstellen (Schweißpunkten) zusätzliche Versteifungen zwischen den Stäben und dem Kurzschlußring.

Der Krümmungsradius, auf dem die Stäbe im Pol angeordnet sind, so groß ist, daß der Anlaufkäfig als ein flaches Gebilde betrachtet werden kann.

Das unter obigen Voraussetzungen gebildete Festigkeitsmodell des Anlaufkäfigs wird in Abb. 4 gezeigt.

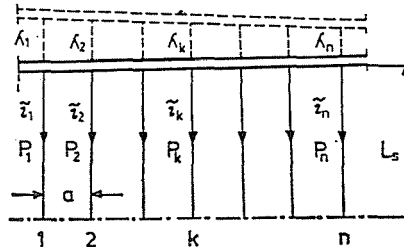


Abb. 4

wo:

$P_1, P_2, \dots, P_n$  — Axialkräfte in den einzelnen Stäben

$\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  — Stabtemperaturen

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  — Stabwärmdehnung

$a$  — Stababstände

$l_s$  — Stablänge

bedeuten.

Die Stabdehnungsgleichungen und die Gleichungen des statischen Gleichgewichts lauten:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{\mu} &= \alpha_{\lambda k} L_s \tau_k + \frac{L_s P_k}{E_k F_k} \\ \sum_{k=1}^n P_k &= 0 \\ \sum_{k=1}^n a_k(n-k) P_k &= 0 \\ \frac{\lambda_k - \lambda_{k-1}}{a_k} &= \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

wo:  $\alpha_{\lambda k}$  — Wärmdehnungsgrad des  $k$ -ten Stabes  
 $E_k$  — Gleitmodul des  $k$ -ten Stabes  
 $F_k$  — Querschnitt des  $k$ -ten Stabes

bedeuten. Der Anlaufkäfig (Stäbe und Kurzschlußbringe) besteht meistens aus dem gleichen Material, und deshalb gelten folgende Abhängigkeiten:

$$\begin{aligned} \alpha_{\lambda_1} &= \alpha_{\lambda_2} = \dots = \alpha_{\lambda_n} = \alpha_{\lambda} \\ F_1 &= F_2 = \dots = F_n = F \\ E_1 &= E_2 = \dots = E_n = E \end{aligned} \quad (4a)$$

Aus Gleichungen (4) und (4a) erhält man den folgenden Matrixzusammenhang

$$[W_p] [P] = \alpha_{\lambda} EF [W_{\tau}] [\tau] \quad (5)$$

wo  $[W_p]$  und  $[W_{\tau}]$  Koeffizientenmatrizen sind:

$$[w_{\tau}] = \begin{array}{c|cccccccc} & 1 & 2 & 3 & \dots & \dots & n-2 & n-1 & n \\ \hline 1 & 1 & -2 & 1 & & & & & \\ 2 & & \diagdown & \diagdown & \diagdown & & & & \\ 3 & & & \diagdown & \diagdown & \diagdown & & & \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ \vdots & & & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ n-2 & & & & & & 1 & -2 & 1 \\ n-1 & & & & & & & & \\ n & & & & & & & & \end{array}$$

$$[w_p] = \begin{array}{c|cccccccc} & 1 & 2 & 3 & \dots & \dots & n-2 & n-1 & n \\ \hline 1 & -1 & 2 & -1 & & & & & \\ 2 & & \diagdown & \diagdown & \diagdown & & & & \\ 3 & & & \diagdown & \diagdown & \diagdown & & & \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ \vdots & & & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ n-2 & & & & & & -1 & 2 & -1 \\ n-1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ n & n-1 & n-2 & n-3 & \dots & \dots & \dots & \dots & n-n \end{array}$$

Die Matrizen  $[P]$  und  $[\tau]$  sind Säulenmatrizen mit den Elementen:

$$\begin{aligned} P_1, P_2, P_3, \dots, P_n \\ \tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_n \end{aligned}$$

Aus dem Zusammenhang (5) ermittelt man die Kräfte in den einzelnen Stäben:

$$[P] = \alpha_{\lambda} EF [W_p]^{-1} [W_{\tau}] [\tau] \quad (7)$$

Der Ausdruck

$$[W_p]^{-1}[W_\tau] [\tau] = [\tau_z] \tag{8}$$

bedeutet die Ersatztemperatur, die von der Eigentemperatur der einzelnen Stäbe abhängt. Schließlich erhält man:

$$[P] = \alpha_\lambda EF[\tau_z] \tag{9}$$

Hieraus folgt, daß die Stabkraft nicht von der Eigentemperatur  $\tau$  des Stabes, sondern von der Ersatztemperatur  $\tau_z$  abhängig ist. Die im  $k$ -ten Stab entstehende thermische Spannung ist

$$\sigma_k = \alpha_\lambda E \tau_{zk} \tag{10}$$

und darf den für ein gegebenes Material zulässigen Wert  $\sigma_d$  nicht überschreiten. Aus diesem Grund muß der Wert der Ersatztemperatur begrenzt werden, und der zulässige Temperaturwert wird durch die Formel (11) ausgedrückt.

$$\tau_{zd} \leq \frac{\sigma_d}{\alpha_\lambda E} \tag{11}$$

Der obengenannte Zusammenhang kann als Kriterium für die zuverlässige Arbeit des Anlaufkäfigs in Bezug auf thermische, beim Asynchronanlauf des Synchronmotors entstehende Stabspannungen betrachtet werden.

In Abb. 5 ist der Ersatztemperaturverlauf  $\tau_z(t)$  für die Käfigstäbe des Versuchsmotors angegeben. Kennt man die zulässige Ersatztemperatur  $\tau_{zd}$ ,

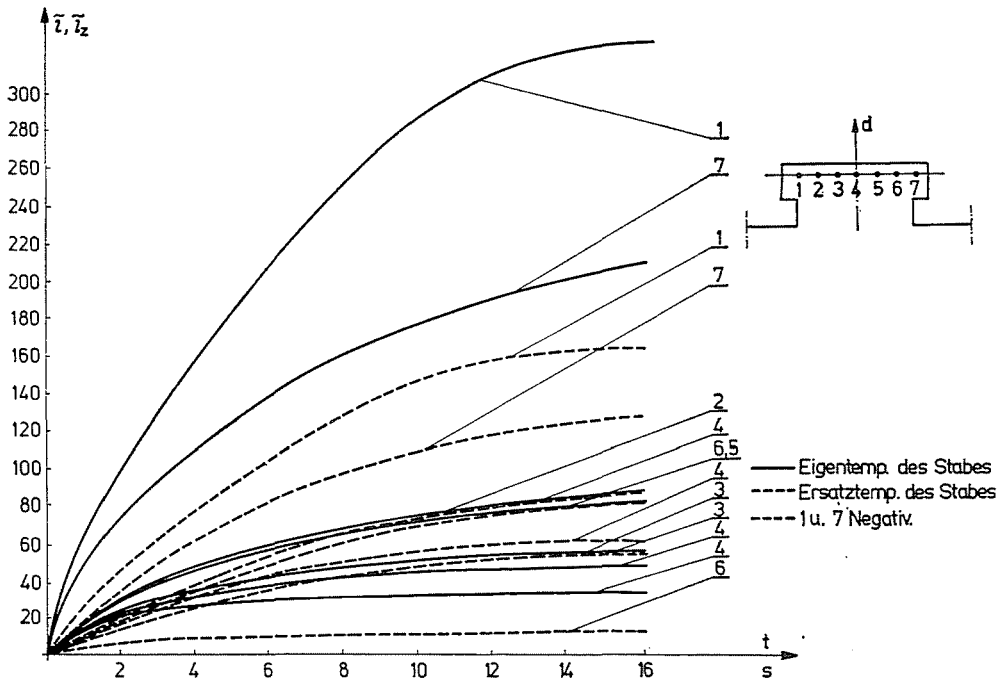


Abb. 5





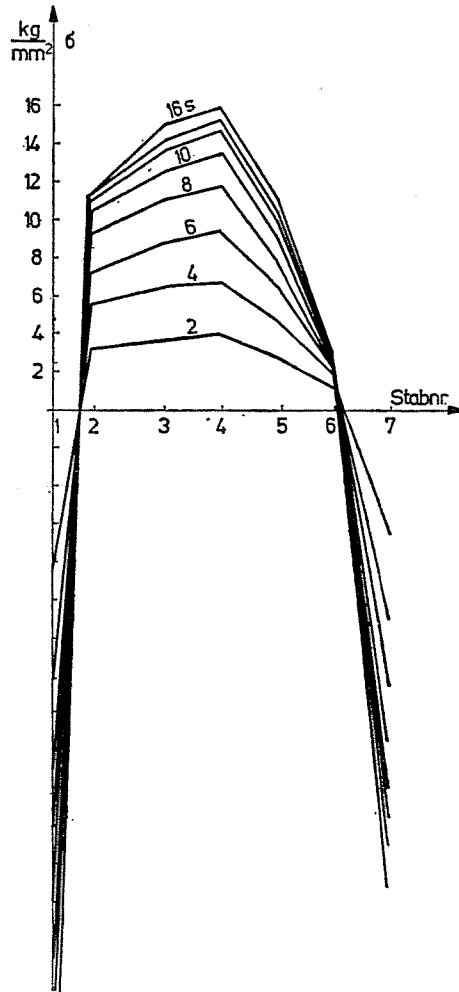


Abb. 6

### Schlußfolgerungen

Infolge unsymmetrischer Stromverteilung im Dämpferkäfig entstehen beim Asynchronanlauf von Synchronmotoren thermische Stabspannungen. In den am Rand befindlichen Stäben wirken Druckspannungen und in den sich in der Nähe der Polmitte (an der  $d$ -Achse) befindenden Zugspannungen. Damit Dämpferkäfigstörungen vermieden werden können, muß die Anlaufzeit in bestimmten Grenzen gehalten werden. Am meisten sind die Randstäbe und die Stäbe an der  $d$ -Achse gefährdet. Außerdem erreichen die Randstäbe die höchsten Temperaturen, was ihre mechanische Festigkeit verringert.

Die Käfigstäbe sollten in den Nuten möglichst festgedrängt sitzen. Hätten sie auf Temperatureinwirkung keine linearen Dehnungsmöglichkeiten an den Berührungspunkten längs des Rotoreisens, so würden die oben errechneten Spannungen nicht verkommen. In diesem Fall könnte als Begrenzungsfaktor nur die Temperatur der Randstäbe berücksichtigt werden (der Kontaktpunkt Stab-Kurzschlußring darf nicht schmelzen). Aus den Störungsanalysen geht aber hervor, daß der Kontaktpunkt nicht immer schmilzt, sondern daß der Stab vom Kurzschlußring abgerissen werden kann, was auf Krafteinwirkung deutet. Dieser Störungsvorgang wird durch die am Versuchsmotor mit locker in den Nuten sitzenden Stäben durchgeführten Laboruntersuchungen bewiesen.

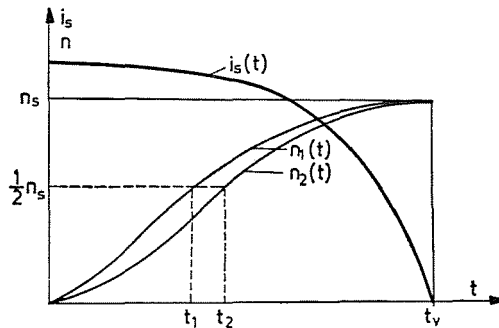


Abb. 7

Als Grundlage für die richtige Ermittlung der Anlaufzeit  $t_r$  müßte also neben der thermischen (schmelzen des Kontaktpunktes) auch die mechanische Störung in Betracht kommen.

Wäre der Motor für den Antrieb von Maschinen mit den gleichen Mechanischen Kennlinien vorgesehen, so könnte die zulässige Anlaufzeit z. B. schon vom Hersteller bestimmt werden. Sollte jedoch der Motor mit einer früher nicht vorgesehenen Belastung angelassen werden, ist es zweckmässig, die dargestellten Berechnungen durchzuführen. Dies wird in Abb. 7 klargelegt. Da der Stabstrom in Schlupfbereich vom 1 bis 0,5 praktisch konstant ist und danach schnell abnimmt, wird die grösste Wärmemenge in dem Zeitabschnitt entwickelt, wo die Geschwindigkeit den Wert  $n = 0,5 n_s$  erreicht. Also gilt die früher bestimmte Anlaufzeit nur für die vorgeschlagene Belastungscharakteristik.

### Zusammenfassung

Der Beitrag behandelt die Berechnung der mechanischen Stabspannungen im Dämpferkäfig von Synchronmotoren durch ungleichmäßige Stromverteilung beim Asynchronanlauf. Anhand von Literaturangaben werden nach näherungsweise Ansätzen die Stabtemperaturen berechnet, sodann werden die mechanischen Beziehungen auf Grund des statischen Gleichgewichts in Matrixform geordnet. Durch die Einführung zweier Koeffizientenmatrizen werden die in den einzelnen Stäben auftretenden Zug- bzw. Druckspannungen ermittelt.

### Literatur

1. R. BRÜDERLING: Die Stromverteilung in den Dämpferstäben von Synchronmaschinen beim Abdämpfen nichtsynchrone Drehfelder. Siemens-Z. Nr. 16 1936 s. 133
2. Ja. DANILEWICZ, Ju. KULIK: Teoria i rastschot demfernyh obmotok sinhronnyh maschin. Akademia Nauk SSSR, Moskwa—Leningrad 1962
3. A. KISZKO: Wyznaczenie temperatur w pretach wirników klatkowych silników indukcyjnych. Diss. T. H. Warszawa 1968
4. H. KLEINRATH: Die Synchronmaschine in asynchronem Betrieb, betrachtet als Doppelkäfigmotor aus dem Blickwinkel der Zweiachstheorie. Archiv f. Elektr. H. 4 1963 s. 263
5. K. P. KOVACS, I. RACZ: Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen. Bd. I Akadémiai Kiadó, Budapest 1959
6. Ju. KULIK: Metodik rastscheta tokow uspokoiitelnoi obmotki sinhronnyh maschin. Elektritschestwo Nr. 9. 1960 s. 53
7. T. W. KUZORA: Sily i naprezenia w pretach klatki rozruchowej silnika synchronicznego w czasie asynchronicznego rozruchu. (pölnisch) Przegląd Elektrotechniczny Nr. 6. 1976 s. 252
8. T. W. KUZORA: Badanie laboratoryjne rozplywu prądów klatki rozruchowej silnika synchronicznego. (pölnisch) Zeszyty Naukowe P. Ś. Nr. 2. 1977
9. T. W. KUZORA: Analiza prądów w pretach klatki rozruchowej silnika synchronicznego zasilanego napięciem niesymetrycznym. Zeszyty Naukowe P. Ś. Nr. 3. 1977
10. H. W. LORENZEN, H. JORDAN: Asynchroner Anlauf von Schenkelpolsynchronmaschinen mit geblechten Läufern. Archiv f. Elektr. H. 6. 1966 s. 372
11. F. NOTELET: Le demarrage des machines synchrones. Revue Generale d'Electricité Nr. 12. 1975 s. 960
12. G. PASQUALINI: Le demarrage des machines synchrones. Revue Generale d'Electricité Nr. 12. 1975 s. 954
13. L. PAWLAK, S. BEDNAREK: Rozruch i stany asynchroniczne silników synchronicznych. WNT Warszawa 1968
14. O. E. PÖLLOT: Die Stromverteilung in Dämpferkäfig von Synchronmaschinen mit Einzel-pölen beim asynchronen Anlauf. Archiv f. Elektr. Nr. 11. 1942 s. 652

Dr. Tadeusz W. KUZORA K-R Wyzsza Szkoła Inzynierska w Kielcach,  
Kielce ul. Karczowkowska 10-m 26 Polen