

# DIE UNTERSUCHUNG EINES SELBSTEINSTELLENDEN REGELKREISES MIT BEZUGSMODELL

Von

P. MAGYAR

Lehrstuhl für Automatisierung, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 10. Juli, 1973)

Vorgelegt von Prof. Dr. F. CsÁKI

Die verwendeten Formelzeichen:

|   |   |
|---|---|
| $a$   | Modellparameter   |
| $A_p, A_{PN}$                                     | Reglerverstärkung und deren Nennwert                      |
| $A_s$   | Übertragungskoeffizient der geregelten Strecke            |
| $b$   | Modellparameter   |
| $\mathbf{C} = [A_p, T_d/T]^T$                     | Vektor der Reglerparameter                                |
| $d$   | auf den Nennwert bezogene Vorhaltezeit des Reglers        |
| $\mathbf{d} = [s, s^2]^T$                         | Vektor der Differentialoperatoren                         |
| $e(t), \bar{E}(s)$                                | Anpassungsfehler  |
| $F_c(\mathbf{C}, s)$                              | Übertragungsfunktion des Reglers                          |
| $F_m(\mathbf{M}, s)$                              | Übertragungsfunktion des Modells                          |
| $F_s(\mathbf{S}, s)$                              | Übertragungsfunktion der Strecke                          |
| $G(s)$  | Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises       |
| $\mathbf{M} = [a, b]^T$                           | Vektor der Referenzmodellparameter                        |
| $M\{ \}$  | Erwartungswert  |
| $p$   | auf den Nennwert bezogener Wert der Reglerverstärkung     |
| $Q_1, Q_2$  | Fehlerfunktionale   |
| $r(t), R(s)$                                      | Referenzsignal des Modells                                |
| $s$   | LAPLACEScher Operator                                     |
| $\mathbf{S} = [A_s, T_s]^T$                       | Vektor der Streckenparameter                              |
| $t$   | Zeit  |
| $T$   | Verzögerungszeit des Reglers                              |
| $T_d, T_{DN}$                                     | Vorhaltezeit des Reglers und deren Nennwert               |
| $T_s$   | Zeitkonstante der geregelten Strecke                      |
| $x(t), X(s)$                                      | Regelgröße  |
| $w(t), W(s)$                                      | Führungsgröße   |
| $\Gamma = \text{diag} [\gamma_p, \gamma_d]$       | Matrix der Konvergenzkoeffizienten                        |
| $\nabla_x = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}$ | Vektor-Differentialoperator                               |
| $\alpha$  | Zeitnormierungsfaktor                                     |
| $\theta$  | Taktperiode des PRBS-Signals                              |
| *   | Konvolution; entspricht im Zeitbereich der Multiplikation |

## 1. Einleitung

Es sind mehrere Möglichkeiten zur Realisierung von selbsteinstellenden (adaptiven) Regelkreisen bekannt. Die Unterschiede liegen besonders in dem Algorithmus des Parametereinstellkreises [1], das heißt, in dem Aufbau des Empfindlichkeitsmodells. Durch dessen Kompliziertheit und die verwendeten

analogen Multiplikatoren wird der Preis einer gegebenen Variante hauptsächlich bestimmt. Unter Berücksichtigung des Gesagten werden im weiteren, ohne Anspruch auf Vollständigkeit und ohne auf Einzelheiten einzugehen, einige adaptive Regelkreise erörtert, um das hier beschriebene Adaptivsystem leichter einordnen zu können.

In dem von BELL [2] beschriebenen System ist die Regelstrecke mit veränderlichen Parametern ein Verzögerungsglied zweiter Ordnung, die Rückkopplung entspricht der reziproken Struktur der Strecke. So wird in der Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises die Summe der einander entsprechenden Regler- und Streckenparameter vorkommen. Damit läßt sich die Wirkung der veränderlichen Parameter der Strecke durch entsprechende Einstellung der Rückkopplungsparameter leicht kompensieren. Auf Grund dieser Methode ergibt sich ein einfaches System, es sind jedoch auch die zeitlichen Ableitungen der Regelgröße notwendig, die nur in Spezialfällen zur Verfügung stehen.

In dem von DYMCK [3] beschriebenen System wird die Wirkung der veränderlichen Streckenparameter mit dem im Vorwärtszweig liegenden Regler kompensiert. In dem Empfindlichkeitsmodell wird aber der aktuelle Wert des eingestellten Parameters verwendet, was den Aufwand erhöht.

Unter Anwendung der zweiten Methode von LJAPUNOV geben PARKS [4] sowie in allgemeiner Form WINSOR und ROY [5] einen Algorithmus für den Entwurf eines adaptiven Regelkreises. So ergibt sich ein verhältnismäßig einfaches System, aber in einigen Fällen ist die zeitliche Ableitung des Fehlers erforderlich.

Mit der Verwendung des von MARSIK [6] beschriebenen selbsteinstellenden Modells läßt sich nach dem Prinzip Parametererkennung — Parameterbestimmung — Parametereinstellung ein adaptiver Regelkreis aufbauen. Diese Systeme erfordern aber sehr viele analoge Multiplikatoren.

Im folgenden wird die adaptive Regelung eines Regelkreises — bestehend aus einem PD-Regler und einer Strecke ohne Ausgleich — beschrieben, der mit dem System von DYMCK [3] die größte Ähnlichkeit hat. Es wurde aber keine Rückkopplung auf den Parametereinstellkreis verwendet. Das System zeigte trotzdem eine befriedigende Arbeitsweise.

## 2. Die Beschreibung des Regelkreises

### 2.1 Regelalgorithmus

Die Regelstrecke ist ohne Ausgleich, von den Verzögerungsgliedern wird nur das dominante Glied in Betracht genommen. Es wird vorausgesetzt, daß sich die Parameter  $A_s$  und  $T_s$  ändern. In der Annahme, daß die LAPLACESche

Transformation verwendet werden kann [6], läßt sich die Übertragungsfunktion der Strecke mit der Formel

$$F_s(\mathbf{S}, s) = \frac{A_s}{s} \frac{1}{1 + sT_s}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} A_s \\ T_s \end{bmatrix} \quad (1)$$

ausdrücken.

Der Regler ist ein in dem Vorwärtszweig liegendes PD-Glied mit der Übertragungsfunktion:

$$F_c(\mathbf{C}, s) = A_p \frac{1 + sT_d}{1 + sT}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} A_p \\ T_d/T \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Die Reglerparameter  $A_p$  und  $T_d$  sind einstellbar, während  $T$  konstant bleibt.

Bei direkter Rückkopplung lautet die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises:

$$\begin{aligned} G(\mathbf{C}, \mathbf{S}, s) &= \frac{F_c(\mathbf{C}, s) F_s(\mathbf{S}, s)}{1 + F_c(\mathbf{C}, s) F_s(\mathbf{S}, s)} = \\ &= \frac{1 + sT_d}{1 + s \left( T_d + \frac{1}{A_p A_s} \right) + s^2 \frac{T + T_s}{A_p A_s} + s^3 \frac{TT_s}{A_p A_s}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Als Referenzmodell wird ein Verzögerungsglied zweiter Ordnung mit der Übertragungsfunktion

$$F_m(\mathbf{M}, s) = \frac{1}{1 + sa + s^2 b}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (4)$$

verwendet. Durch den Selbsteinstellkreis wird bei entsprechender Einstellung der Reglerparameter die Regelgröße  $x(t)$  an das Referenzsignal  $r(t)$  angepaßt. Die Bedingung der genauen Anpassung ist

$$G(\mathbf{C}, \mathbf{S}, s) = F_m(\mathbf{M}, s), \quad (5)$$

was sich nach Auflösen der Gleichung in der Form

$$\begin{aligned} A_p &= \frac{1}{aA_s} \\ T_d &= T_s \\ T &= b/a \end{aligned} \quad (6)$$

schreiben läßt.

Ein den obigen Bedingungen entsprechender Regelkreis läßt sich nach dem in Abb. 1 dargestellten System aufbauen. Als Anpassungskriterium zum Referenzmodell wird die Bedingung

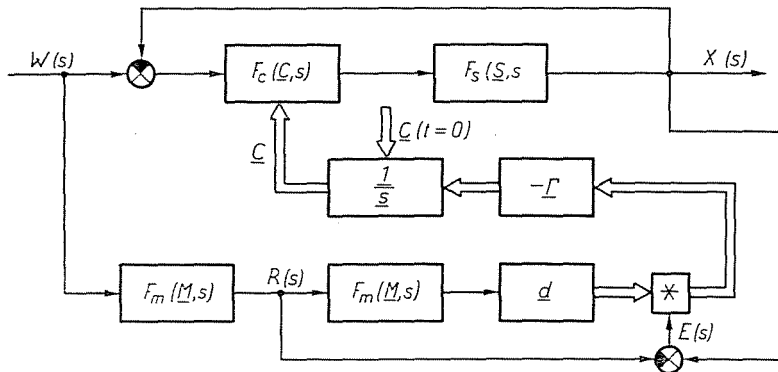


Abb. 1. Der prinzipielle Aufbau des selbststellenden Regelkreises

$$M\{Q_1[e(w, \mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{S})]\} = M\left\{\frac{e^2}{2}\right\} = \min \quad (7)$$

gewählt. Die Reglerparameter lassen sich im Frequenzbereich in der Form

$$\mathbf{C} = -\frac{1}{s} \mathbf{\Gamma}_{\nabla_{\mathbf{C}}} Q_1[E(W, \mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{S})] = -\frac{1}{s} \mathbf{\Gamma} \frac{dQ_1}{dE} * \frac{\partial E}{\partial \mathbf{C}} \quad (8)$$

angeben. Um eine Rückkopplung der gesuchten Parameter zu vermeiden und ein einfacheres System zu erhalten, wird die Ableitung nach  $\mathbf{C}$  durch die Ableitung nach  $\mathbf{M}$  ersetzt. Nach der Gleichung (6) sind

$$\frac{\partial}{\partial A_p} \cong -\frac{\partial}{\partial a} \quad \text{und} \quad \frac{\partial}{\partial \frac{T_d}{T}} \cong -\frac{\partial}{\partial b},$$

folglich

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{C}} \cong -\frac{\partial}{\partial \mathbf{M}} \quad (9)$$

Weil die Ableitungen des Fehlers

$$E(\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{S}, s) = X(\mathbf{C}, \mathbf{S}, s) - R(\mathbf{M}, s) \quad (10)$$

nach  $\mathbf{C}$  bzw.  $\mathbf{M}$  verschiedene Vorzeichen haben, läßt sich die Gleichung (9) in der Form

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{C}} \cong \frac{\partial E}{\partial \mathbf{M}} \quad (11)$$

schreiben. Wird berücksichtigt, daß

$$\frac{dQ_1}{dE} = 1 \quad (12)$$

und

$$\frac{dE}{d\mathbf{M}} = -W \frac{\partial F_m(\mathbf{M}, s)}{\partial \mathbf{M}} = W F_m^2(\mathbf{M}, s) d \quad (13)$$

sind, ergibt sich aus (8) für  $\mathbf{C}$  die Gleichung:

$$\mathbf{C}(s) = -\frac{1}{s} \mathbf{I} E(s) * W(s) F_m^2(\mathbf{M}, s) d. \quad (14)$$

Diese Gleichung wird in Abb. 1 gezeigt.

## 2.2 Die Einstellung und die Arbeitsweise des Systems

Das System nach den Gleichungen (1)–(4), (14) wurde an einem mit dem Digitalrechner simulierten Modell nach Abb. 2 untersucht. Als Referenzmodell wurde ein ITAE-Normpolynom mit dem Zeitnormierungsfaktor  $\alpha = 0.318$  [7] gewählt; damit gelten:

$$F_m(s) = \frac{1}{1 + s \cdot 0.474 + s^2 \cdot 0.1} \quad \begin{array}{l} a = 0.474 \text{ sec} \\ b = 0.1 \text{ sec}^2. \end{array} \quad (15)$$

Die Streckenparameter ändern sich im Zeitpunkt  $t = 0$  von verschiedenen Anfangswerten sprunghaft auf die Werte

$$\begin{array}{l} A_s = 5 \text{ sec}^{-1} \\ T_s = 0.5 \text{ sec}. \end{array} \quad (16)$$

Damit kann man aus den Gleichungen (6) die Nennwerte der Reglerparameter bestimmen, mit denen relative Reglerparameter eingeführt werden:

$$p = \frac{A_p}{A_{PN}}; \quad A_{PN} = \frac{1}{a A_s} = 0.422 \quad (17)$$

$$d = \frac{T_d/T}{T_{DN}/T}; \quad \frac{T_{DN}}{T} = \frac{a}{b} T_s = 2.37. \quad (18)$$



verwendet. Der Parametereinstellkreis wurde zu Beginn der zweiten Halbperiode eingeschaltet.

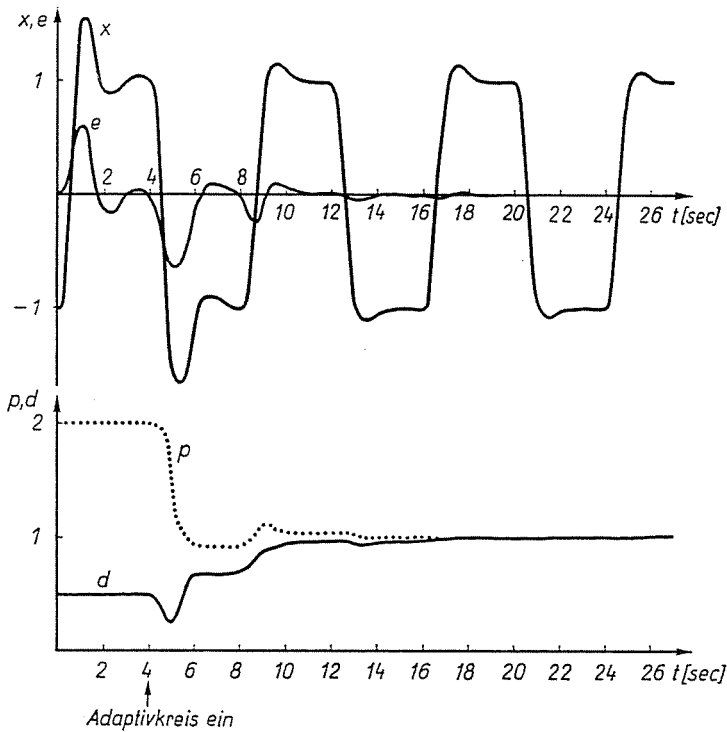


Abb. 3. Parametersuchvorgang bei symmetrischer Rechteckwelle als Führungsgröße

### 2.3 Störempfindlichkeit

Die Störempfindlichkeit des Systems wurde durch die Modellierung von Meßstörungen und der auf den Regelkreis wirkenden Störgröße geprüft. Als Störsignal wurde ein PRBS-Signal mit dem Mittelwert Null und einer Taktfrequenz von 20 Hz ( $\vartheta = 0.05$  sec) verwendet.

Im ersten Fall wurde der Anpassungsfehler  $e(t)$  mit einem PRBS-Signal mit dem Amplitudenverhältnis von Stör- zu Führungsgröße 0.1 überlagert, was bei den Reglerparametern eine Abweichung von etwa 3% verursachte.

Abb. 4 zeigt als anderes Beispiel den Fall, wo die Störgröße und die Führungsgröße von gleicher Amplitude sind und die Störung auf den Regelkreis zwischen den Gliedern  $I$  und  $P$  der Strecke wirkt. Die Reglerparameter schwankten um den Nennwert; die maximale Abweichung des Parameters  $d$  betrug 12%, die des Parameters  $p$  6%.

### 2.4 Die Anwendung des Absolutwertkriteriums

Wird als Optimierungskriterium anstatt (7) das Minimum von

$$M\{Q_2\} = M\{abs(e)\} \quad (22)$$

gewählt, kann festgestellt werden, daß das System langsamer konvergiert. Die Ursache liegt darin, daß in diesem Falle infolge der Signumfunktion die Suchgeschwindigkeit von den Abweichungen unabhängig ist, sich daher die Schwingungsfähigkeit des Systems erhöht.

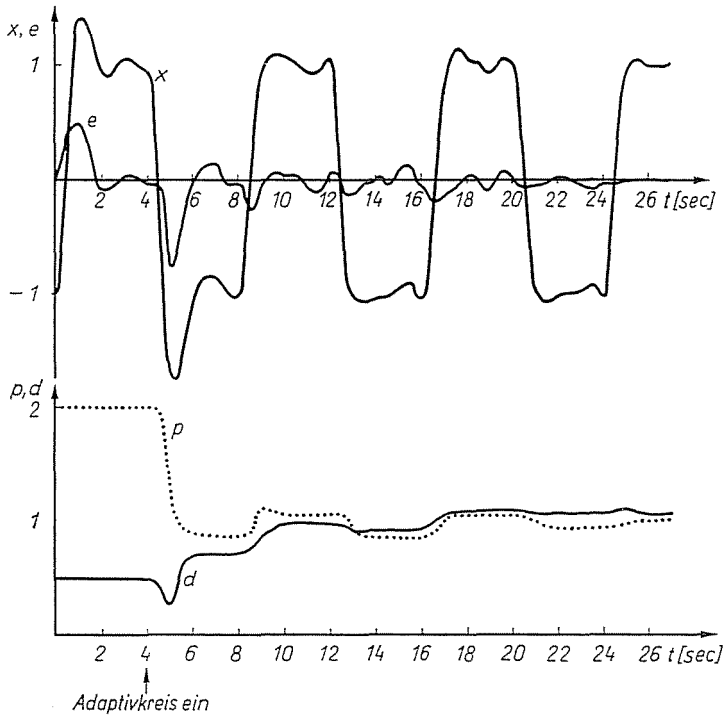


Abb. 4. Parametersuchvorgang bei symmetrischer Rechteckwelle als Führungsgröße und PRBS-Signal als Störgröße

### 2.5 Die Wirkung der nicht dominanten Zeitkonstante der Regelstrecke

Es kommt oft vor, daß die nicht dominanten Zeitkonstanten der Regelstrecke bei der Einstellung des Reglers vernachlässigt werden. Zur Untersuchung der Wirkung dieses Umstandes wurde in die Strecke noch ein Verzögerungsglied erster Ordnung mit der Zeitkonstante

$$T_s/10 = 0.05 \text{ sec} \quad (23)$$



zusätzlich eingebaut, was bei dem Algorithmus nach 2.1 und bei den Einstellbedingungen nach 2.2 vernachlässigt wurde. Abb. 5 zeigt den Regelvorgang unter solchen Bedingungen. Das dynamische Verhalten des Parametereinstellkreises ändert sich fast gar nicht, und es werden die Werte

$$d = 1.22 \quad p = 0.92 \quad (24)$$

gesucht und eingestellt. Der maximale dynamische Fehler von  $e(t)$  beträgt 4%

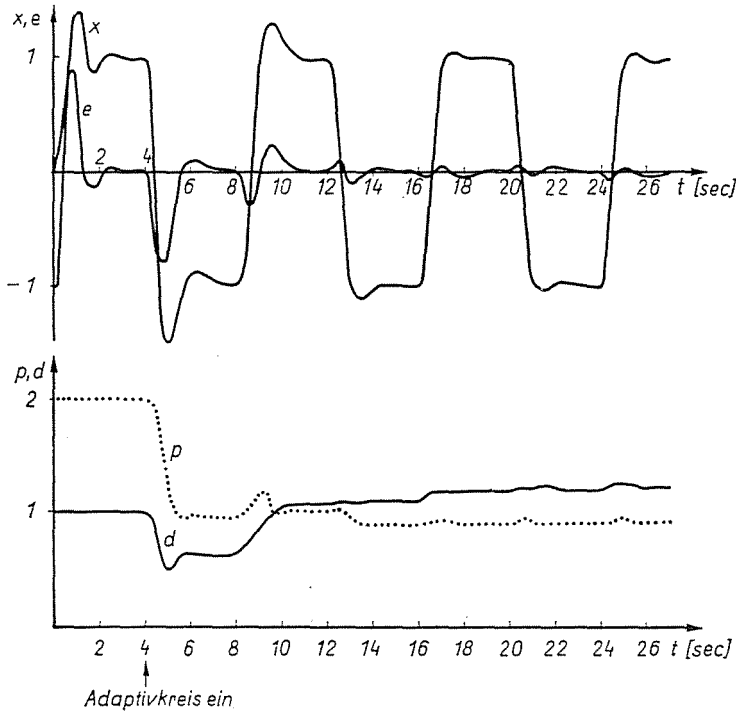


Abb. 5. Die Wirkung der Vernachlässigung eines nicht dominanten Pols der Regelstrecke

### 3. Die Stabilität des Systems

Der Stabilitätsbereich des aus dem Regler und der Regelstrecke bestehenden linearen, autonomen Systems läßt sich aus dem charakteristischen Polynom

$$K(s) = s^3 T T_s + s^2 (dT_{DN} + T) + s(1 + dpA_{PN}A_s T_{DN}) + pA_{PN}A_s \quad (25)$$

auf Grund der HURWITZschen Determinanten in der Form

$$\begin{aligned} D_1 &= dT_{DN} + T > 0 \\ D_2 &= (dT_{DN} + T)(1 + dpA_{PN}A_s T_{DN}) - TT_s pA_{PN}A_s > 0 \\ D_3 &= pA_{PN}A_s D_2 > 0 \end{aligned} \quad (26)$$

schreiben. Unter Berücksichtigung der Einstellvorschriften in 2.2 läßt sich der Stabilitätsbereich mit den Gleichungen

$$d > -\frac{T}{T_{DN}} = -0.422$$

$$d > \frac{1}{1 + T_{DN}/T} - \frac{a}{pT_s} = 0.297 - \frac{0.948}{p} \quad (27)$$

$$p > 0$$

beschreiben (Abb. 6).

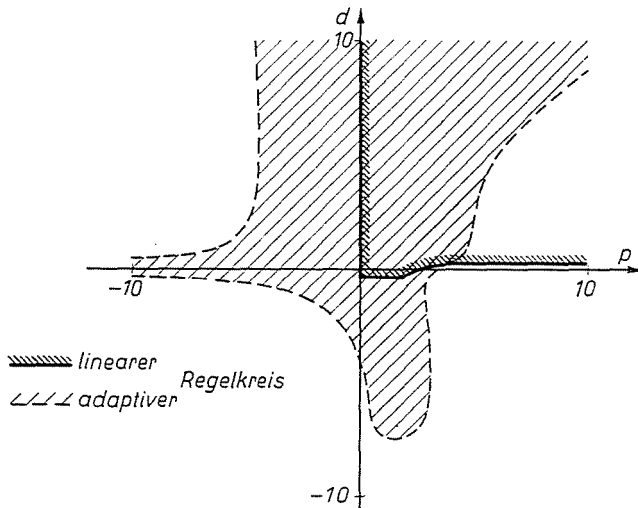


Abb. 6. Der Stabilitätsbereich des linearen und des adaptiven Regelkreises in der Parameter Ebene  $p$ - $d$

Der Stabilitätsbereich des mit dem Selbsteinstellkreis ergänzten Systems stimmt mit diesem nicht überein. Den Stabilitätsbereich analytisch zu bestimmen wäre im gegebenen Falle recht kompliziert (Gleichung neunten Grades), darum wurde, um ein qualitatives Bild zu gewinnen, das simulierte Modell mit verschiedenen Anfangswerten untersucht. Auf Grund der Ergebnisse läßt sich feststellen, daß der Stabilitätsbereich bei großen positiven Verstärkungsfaktoren ( $p$ ) kleiner, aber bei negativen Werten von  $p$  und  $d$  größer wird (Abb. 6). Natürlich hängt der Stabilitätsbereich des Systems wegen seines nichtlinearen Charakters auch von den Konvergenzkoeffizienten und von der Amplitude der Führungsgröße ab.

## Zusammenfassung

Es wurde ein selbstinstellender Regelkreis mit Bezugsmodell beschrieben. Für einen geringeren Aufwand wurde keine Rückkopplung von den gesuchten Parametern auf das Empfindlichkeitsmodell angewandt. Unter diesen Bedingungen wurden die Arbeitsweise des Systems bei verschiedenen Anfangsbedingungen erläutert und der gemessene Stabilitätsbereich und das Störverhalten angegeben.

## Literatur

1. CSÁKI, F.: Korszerű szabályozásmélet. Nemlineáris, optimális és adaptív rendszerek. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1970.
2. BELL, D.: Stability Analysis of an Adaptive Aircraft-Control System. Part 1. CONTROL (1967) 3, pp. 125–127.
3. DYMCK, A. J.—MEREDITH, J. F.—HALL, A.—WHITE, K. M.: Analysis of a Type of Model Reference — Adaptive Control System. Proc. IEE, 112 (1965) 4, pp. 743–753.
4. PARKS, P. C.: Liapunov Redesign of Model Reference Adaptive Control Systems. IEEE Trans. on A.C. 11 (1965) July, pp. 362–367.
5. WINSOR, C. A.—ROY, R. J.: Design of Model Reference Adaptive Control Systems by Liapunov's Second Method. IEEE Trans. on A.C. 13 (1968) April, p. 204.
6. MARSIK, J.: Versuche mit einem selbstinstellenden Modell zur automatischen Kennwertmittlung von Regelstrecken. msr 9 (1966) 6, pp. 210–213.
7. PLESSMANN, K. W.: Normpolynome für integrale Gütemaße. Regelungstechnik und Prozeß-Datenverarbeitung 19 (1971) 10, pp. 435–439.

Péter MAGYAR, H-1521 Budapest