METHODE ZUR DIGITALEN SIMULATION DER TRANSIENTEN VORGÄNGE VON ÜBER DREHSTROMSTELLER GESPEISTEN ASYNCHRONMASCHINEN

Von

A. KÁRPÁTI—I. IPSITS—I. HERMANN

Lerhstuhl für Automatisierung, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 20. Nov. 1972)
Vorgelegt von Prof. Dr. F. CSÁKI

1. Einführung

Die Untersuchung der transienten Vorgänge von Asynchronmaschinen ist an sich eine verwickelte Aufgabe. Das Problem ist noch schwieriger zu lösen, wenn die Maschine über einen Drehstromsteller gespeist ist, weil die Löschbedingungen der Thyristoren sehr kompliziert sind. Daher kann bei der Konstruktion ein Digitalsimulator sehr nützlich sein, mit dessen Hilfe die transienten Vorgänge der Maschine simuliert und die kritischen Betriebszustände ohne den Bau einer Versuchseinrichtung und ohne die Gefährdung von deren Elementen festgestellt werden können.

In den folgenden Ausführungen wird die rechentechnischorientierte Beschreibung der transienten Vorgänge einer über Drehstromsteller gespeisten Maschine mit Drehzahlregelung und untergeordneter Stromregelung behandelt. (Abb. 1.)

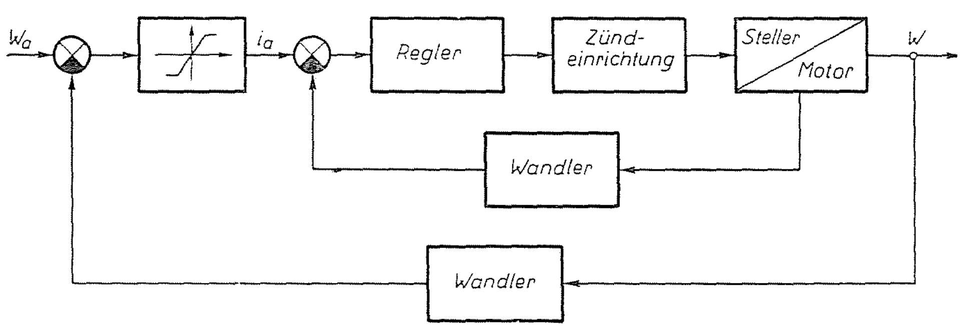

Abb. 1

2. Die allgemeine Problemstellung

Es wird angenommen, daß das System zwischen den Umschaltungen der Thyristoren linear ist. So dürfen die Parksche Maschinengleichungen angewandt werden. (Man kann mit konstanten Motorinduktivitäten rechnen.) Bei solchen Voraussetzungen können die Differentialgleichungen der Maschine in der folgenden allgemeinen Form geschrieben werden:

$$\mathbf{F}\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\varphi}(t, \mathbf{q}) \tag{1}$$

wobei q — der Vektor der Zustandsvariablen des Systems (im allgemeinen vom Maß n),

$\mathbf{F}$ — eine Matrix vom Maß (n, n) einige Elemente derselben sich ändern können,

$\boldsymbol{\varphi}(t, \mathbf{q})$ — auch ein, für das System kennzeichnender Vektor vom Maß n sind.

Die Gl. (1) kann z. B. nach dem Verfahren von Runge—Kutta leicht integriert werden, wenn sie auf die folgende Form gebracht wird:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\varphi}(t, \mathbf{q}) . \tag{2}$$

Wählt man als Zustandsvariablen die Stator- und Rotorstromkomponenten i_{sd}, i_{sq}, i_{rd}, i_{rq} der Parkschen Vektoren der Ströme und die Winkelgeschwindigkeit w, dann läßt sich in einem großen Teil der untersuchten Fälle (z. B. wenn der Regler keine D-Wirkung hat, die den Maschinenströmen proportional ist) die Matrix $\mathbf{F}$ in zwei unabhängige Teile zerlegen, d. h.

$$\begin{array}{l} n_1\{ \\ n_2\{ \end{array} \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{F}_1 & \mathbf{0} \\ \hline \underbrace{\mathbf{0}}_{n_1} & \underbrace{\mathbf{F}_2}_{n_2} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1 \\ \dot{\mathbf{q}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_1(t, \dot{\mathbf{q}}) \\ \boldsymbol{\varphi}_2(t, \dot{\mathbf{q}}) \end{bmatrix} \tag{3}$$

wobei sich einige Elemente von $\mathbf{F}_1$ in der Zeit ändern können, die Elemente von F_2 aber konstant sind.

$$\mathbf{q}_1 = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \text{ und } n_1 = 4.$$

So gelten

$$\dot{\mathbf{q}}_1 = \mathbf{F}_1^{-1}\, \boldsymbol{\varphi}_1(t, \mathbf{q})$$
$$\dot{\mathbf{q}}_2 = \mathbf{F}_2^{-1}\, \boldsymbol{\varphi}_2(t, \mathbf{q})$$

und man erhält die für die Integration notwendige Ableitung des Zustandsvektors durch die Zusammensetzung der Teilvektoren $\dot{\mathbf{q}}_1$ und $\dot{\mathbf{q}}_2$.

Diese Zerlegung ist vorteilhaft, weil die Matrixinversion sehr zeitaufwendig ist, und die notwendige Zeit mit der Größe der Matrix sehr stark zunimmt.

Die Matrix $\mathbf{F}_2$ kann nach einer der üblichen Methoden der Regelungstechnik bestimmt werden (s. verschiedene regelungstechnische Simulatoren). Im folgenden wird eine Methode gezeigt, mit deren Hilfe die Matrix $\mathbf{F}_1$ und der Teilvektor $\boldsymbol{\varphi}_1(t, \mathbf{q})$, die die transienten Vorgänge der Asynchronmaschine beschreiben und die Thyristoreigenschaften enthalten, bestimmt werden können.

3. Die gemeinsame Berücksichtigung der Thyristoren und der Asynchronmaschine

Die antiparalellen Thyristoren werden gemäß Abb. 2. durch die veränderlichen Induktivitäten l_{tA}, l_{tB}, l_{tC} ersetzt, wobei $l_{ti} = 0$ ist, wenn eines der Thyristorpaare des i-ten Zweiges Strom führt, und l_{ti} = unendlich gilt, wenn dies nicht der Fall ist.

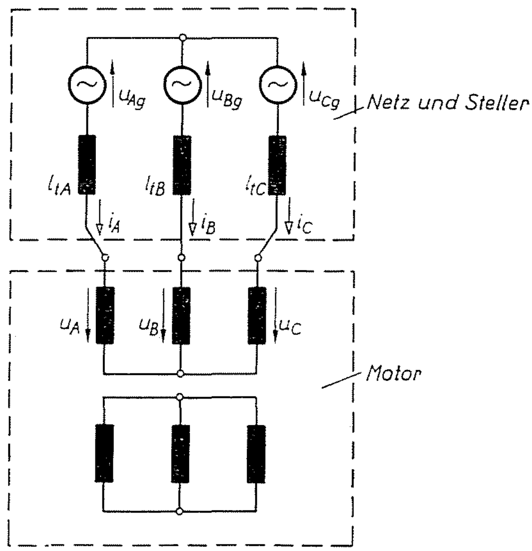

Abb. 2

Die für den Motor gültigen Gleichungen können in einem ruhenden Koor dinatensystem folgenderweise geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \bar{u}_s &= \bar{i}_s R_s + \dot{\bar{\psi}}_s \\ \bar{0} &= \bar{i}_r R_r + \dot{\bar{\psi}}_r - jw\bar{\psi}_r \\ \bar{\psi}_s &= L_s \bar{i}_s + L_m \bar{i}_r \\ \bar{\psi}_r &= L_m \bar{i}_s + L_r \bar{i}_r . \end{aligned} \tag{4}$$

Die eingeführten relativen Einheiten sind:

$$L^* = Lw_n I_n / U_n;\ i^* = i/I_n;\ w^* = w/w_n;\ \psi^* = \psi w_n / U_n;\ t^* = tw_n;$$
$$R^* = RI_n/U_n.$$

Die Bezeichnung * wird im folgenden weggelassen und wir rechnen in relativen Einheiten.

Die Gleichungen können in Matrixform folgenderweise geschrieben werden:

$$\mathbf{u}_p = \mathbf{R}_p \mathbf{i}_p + \mathbf{L}_p \dot{\mathbf{i}}_p + \mathbf{M}\mathbf{L}_p \mathbf{i}_p$$

wobei

$$\mathbf{u}_p = \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ u_{rd} \\ u_{rq} \end{bmatrix} \mathbf{i}_p = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \mathbf{R}_p = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_p = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -w \end{bmatrix} \tag{5}$$

sind und durch p die Parkschen Einheiten bezeichnet werden. Die Beziehung zwischen den Phasen- und den Parkschen Strömen lautet der Regel der Park-Transformation gemäß:

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{Re}\,\{i_s\} \\ \mathrm{Re}\,\{\overline{a}^2\, i_s\} \\ \mathrm{Re}\,\{\overline{a}\, i_s\} \end{bmatrix} \tag{6}$$

die in Matrixform folgenderweise geschrieben werden kann:

$$\mathbf{i} = \mathbf{Re}\,\mathbf{i}_p \tag{7}$$

wobei

$$\mathbf{Re} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Die Beziehung zwischen »Netzteil« und »Motorteil« in Abb. 2 wird folgenderweise bestimmt. Der Motor wird durch die Spannungen u_A, u_B, u_C ersetzt und es wird angenommen, daß die Ströme i_A, i_B, i_C bekannt sind (Abb. 3). Im so erhaltenen Stromkreis befinden sich zwei unabhängige Schleifen, so läßt sich die Inzidenzmatrix wie es folgt zu schreiben:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{C}^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Das positive Richtungssystem nach Abb. 4 und die Bezeichnungen

$$\mathbf{L}_t = \begin{bmatrix} l_{tA} & 0 & 0 \\ 0 & l_{tB} & 0 \\ 0 & 0 & l_{tC} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_g = \begin{bmatrix} u_{Ag} \\ u_{Bg} \\ u_{Cg} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_{lt} = \begin{bmatrix} u_{ltA} \\ u_{ltB} \\ u_{ltC} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} \tag{9}$$

eingeführt, können die Schleifengleichungen den Sätzen der Stromkreisberechnung entsprechend folgenderweise geschrieben werden:

$$\mathbf{C}^T(\mathbf{u}_g - \mathbf{L}_t \dot{\mathbf{i}} - \mathbf{u}) = \mathbf{0}\,. \tag{10}$$

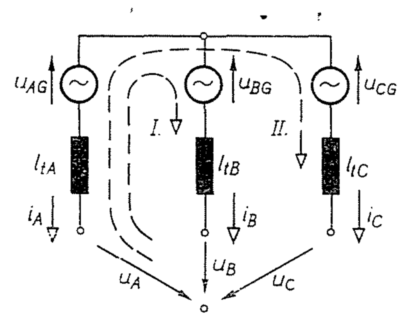

Abb. 3

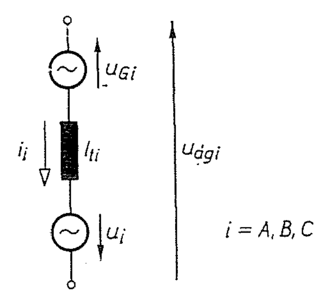

Abb. 4

Nach der Durchführung der Teilberechnungen wird die Lösung in der Form geschrieben:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_A + \mathbf{C}^{T*}\,\mathbf{u}_g - \mathbf{C}^{T*}\,\mathbf{L}_t \dot{\mathbf{i}} \tag{11}$$

wobei

$$\mathbf{u}_A = \begin{bmatrix} u_A \\ u_A \\ u_A \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{C}^{T*} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Der Parksche Vektor der Statorspannung wird in der Form

$$\overline{u}_s = \overline{\mathbf{p}}^T \mathbf{u} \tag{12}$$

hergestellt, wobei

$$\overline{\mathbf{p}}^T = \frac{2}{3} [1 \; \overline{a} \; \overline{a}^2]$$

ist.

Gl. (11) von links mit $\overline{\mathbf{p}}^T$ multipliziert und entsprechende Vereinfachungen durchgeführt erhält man die Form:

$$\overline{u}_s = \overline{u}_g - \overline{\mathbf{p}}^T \mathbf{C}^{T*} \mathbf{L}_t \dot{\mathbf{i}} \tag{13}$$

wobei $\overline{u}_g = \overline{\mathbf{p}}^T \mathbf{C}^{T*} \mathbf{u}_g$ der Parksche Vektor der Generatorspannung ist. (In den Formeln bezeichnet der Strich oben immer einen komplexen Vektor.)

So erhält man aus Gl. (7) die Formel:

$$\overline{u}_s = \overline{u}_g - \overline{\mathbf{p}}^T \mathbf{C}^{T*} \mathbf{L}_t \mathbf{Re} \, \dot{\mathbf{i}}_p \tag{14}$$

die, um die allgemeine Matrizenschreibweise zu benutzen, folgenderweise geschrieben wird:

$$\mathbf{u}_p = \mathbf{u}_g^* - \mathbf{P}\mathbf{C}^{T*} \mathbf{L}_t \mathbf{Re} \, \dot{\mathbf{i}}_p \tag{15}$$

wobei

$$\mathbf{u}_g^* = \begin{bmatrix} u_{gd} \\ u_{gq} \\ u_{0d} \\ u_{0q} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

sind.

Auf Grund der Gl. (15) und (5) erhält man den Zusammenhang:

$$\mathbf{P}\mathbf{C}^{T*} \mathbf{L}_t \mathbf{Re} + \mathbf{L}_p) \, \dot{\mathbf{i}}_p = \mathbf{u}_g^* - (\mathbf{R}_p + \mathbf{M} \mathbf{L}_p) \, \mathbf{i}_p \, . \tag{16}$$

Unter den Ausdrücken von Gl. (16) sind

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_p &\equiv \mathbf{q}_1, \\ (\mathbf{P}\mathbf{C}^{T*} \mathbf{L}_t \mathbf{Re} + \mathbf{L}_p) &\equiv \mathbf{F}_1, \\ \mathbf{u}_g^* - (\mathbf{R}_p + \mathbf{M} \, \mathbf{L}_p) \, \mathbf{i}_p &\equiv \varphi_1(t, \mathbf{q}) \, . \end{aligned} \tag{17}$$

So können die Motorgleichungen im Falle von $w =$ konstant und wenn keine Regelung erfolgt schon integriert werden. Ist $w \neq$ konstant und wird der Motor auch weiter ohne Regelung untersucht, dann ist auch die Bewegungsgleichung des Motors notwendig.

Die Bewegungsgleichung lautet:

$$\dot{w} \, w_n \, T_n = m - m_t \tag{18}$$

wo $m = m/M_n = \bar{\psi}x\bar{i}/\bar{\psi}_n x\bar{i}_n$

m_t das Belastungsmoment

w_n die Nenngeschwindigkeit (elektrisch) und

$T_n = w_{mn}\Theta/M_n$ sind, wobei w_{mn} die Nenngeschwindigkeit des Motors (synchron) bedeutet.

In diesem Falle gelten die Zusammenhänge:

$$\mathbf{F}_2 = w_n T_n \quad \text{und} \quad \varphi_2(t, \mathbf{q}) = m - m_t\,. \tag{19}$$

In einem allgemeinen Falle ist auch der Regler angeschloßen. Dann werden die Abmessungen von $\mathbf{F}_2$ und φ_2 der Kompliziertheit des Reglers entsprechend weiter zunehmen.

4. Der Aufbau des Programmes

Die in den vorigen Abschnitten angegebenen Zusammenhänge lassen sich leicht algorithmisieren. Das Programm muß aber durch einem Algorithmus ergänzt werden, der die Zündbedingungen der Thyristoren einstellt, ihre Stromführung kontrolliert und die Elemente der Matrix dem Verhalten des Thyristors entsprechend ändert. Dieser »Kontroll«-Algorithmus kontrolliert den Zündbereich, die Ströme und Spannungen der Thyristoren. Der erstere wird durch die Steuerung bzw. Regelung eingestellt, die beide anderen werden mit Hilfe der folgenden Formel einfach berechnet:

$$\mathrm{i} = \mathbf{Re}\,\mathbf{i}_p \tag{20}$$

und

$$\mathbf{u}_{lt} = \mathbf{L}_t \mathring{\mathrm{i}}\,. \tag{21}$$

Ändern sich die Elemente der Matrix $\mathbf{L}_t$, dann muß natürlich die inverse Matrix von $\mathbf{F}_1$ neu bestimmt werden.

In der Abb. 5 wurde eine mögliche Variante des Algorithmus angegeben, der die Elemente von $\mathbf{L}_t$ ändert. Die Bedeutung der bisher noch nicht definierten Elemente im Algorithmus ist wie folgt:

ap, an logische Vektoren, die die in + und — Richtung geschalteten Thyristoren kennzeichnen, wobei der Wert *true* bedeutet, daß der betreffende Thyristor gerade einen Zündimpuls erhält.

remp, remn die für die Thyristoren kennzeichnenden Vektoren, um festzustellen, ob die Thyristoren vor dem Zeitpunkt der Kontrolle gezündet waren.

contr logische Veränderliche, die zeigt, ob im betreffenden Rechenzyklus schon eine Iteration durchgeführt wurde. Die Iteration ist notwendig, um den Nulldurchgang der Ströme genau festzustellen.

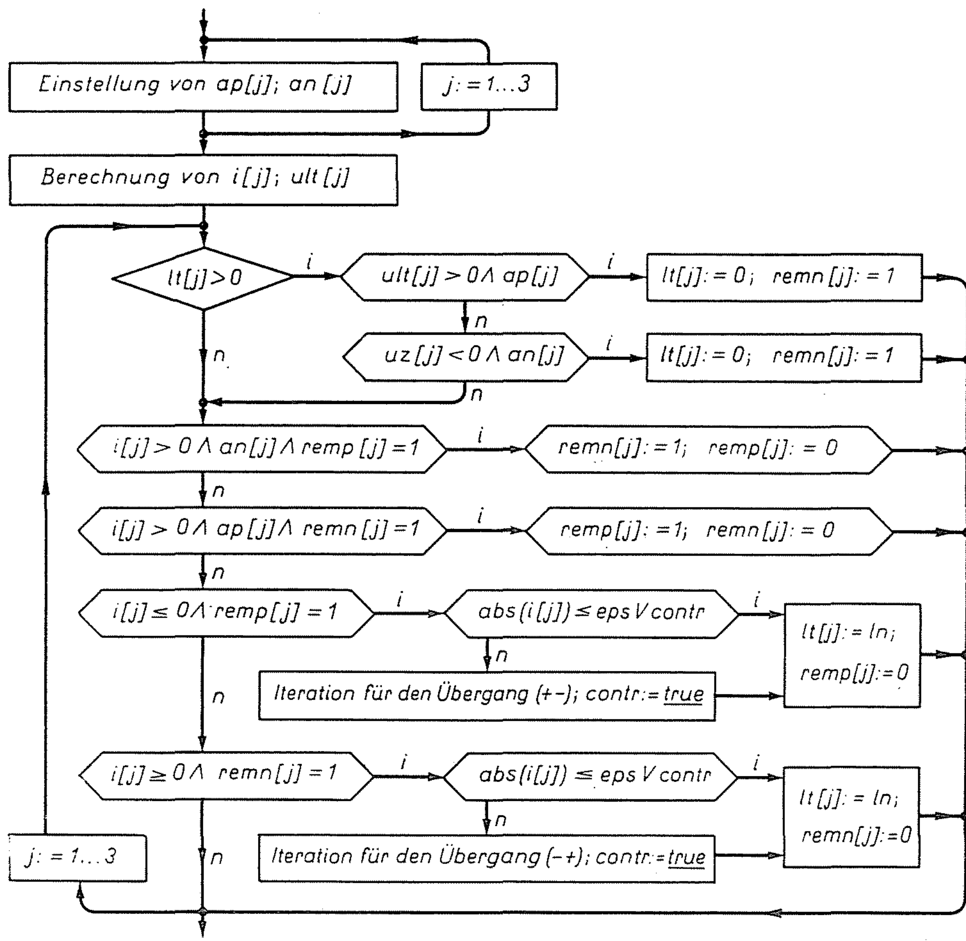

Abb. 5

5. Schlußfolgerungen

Werden die Thyristoren durch veränderliche Induktivitäten ersetzt, erhält man für die Simulation der transienten Vorgänge einen ziemlich einfachen Algorithmus. Das Programm kann für die Bestimmung der transienten Spannungs- und Strombeanspruchungen der Thyristoren und auch für eventuelle Reglereinstellung angewendet werden. Es hat den Vorteil der Flexibilität und es lassen sich mit seiner Hilfe verschiedene Variationen ausprobieren. Der einzige Nachteil ist, daß bei Rechnern geringer Leistung die Rechenzeit ziemlich lang ist. Das Programm wurde in der Maschinensprache ODRA-Algol geschrieben und durchgerechnet. Der Zeitbedarf der Simulation eines vollen Motoranlaufes betrug etwa 10 Min.

Die Abb. 6 zeigt das Blockschaltbild eines Thyristorschalter-Asynchronmaschinensystems, das mit Zündwinkelsteilheitsbegrenzung versehen ist. In Abb. 7 sind als Beispiel die Drehzahl- und Statorstromkurven des simulierten transienten Vorganges während des ersten 25 msec und die gesteuerten Zündimpulse zu sehen.

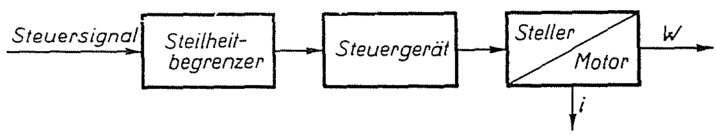

Abb. 6

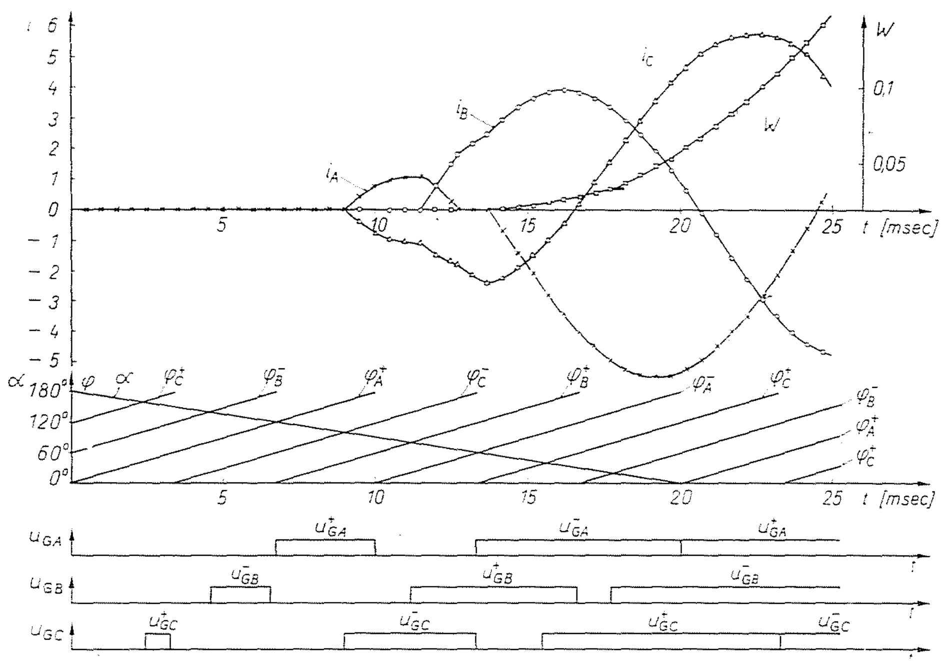

Abb. 7

Zusammenfassung

Der Beitrag zeigt eine mögliche Methode zur transienten Simulation von einfachen (Käfigläufer- Schleifringläufer-) Asynchronmaschinen. Die Thyristoren werden durch veränderliche Induktivitäten ersetzt, die Asynchronmaschine wird mit Parkschen Vektoren beschrieben. Die Anwendung des auf Grund des mitgeteilten Algorithmus geschriebenen Programmes wird an einem Beispiel gezeigt.

Literatur

1. CSÁKI, F.: Korszerű szabályozáselmélet, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1970.
2. RÁCZ, I.: Betrachtung zu Oberwellenproblemen an Asynchronmotoren bei Umrichterspeisung. Periodica Polytechnica El. **11**, 29–57 (1967).
3. MACFARLANE, A. G. J.: Analyse technischer Systeme, Bibliographisches Institut, Mannheim, 1967.
4. WEISS, A.: Einführung in die Matrizenrechnung zur Anwendung in der Elektrotechnik Verlag Oldenbourg, München, 1961.

Attila KÁRPÁTI, 1502 Budapest, Postfach 91. Ungarn

Imre IPSITS
Imre HERMANN } 1502 Budapest, Postfach 91. Ungarn