EINE ANSCHAULICHE ABLEITUNG DER GRUNDLEGENDEN RAUSCHFORMELN*

Von

I. P. Valkó

Lehrstuhl für Elektronenröhren und Halbleiter, Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 10. November 1970)

Der Begriff des Rauschens und die bezüglichen Rauschformeln sind seit einem halben Jahrhundert in die Elektronik eingeführt worden. Geschichtlich gesehen geschah dies in dem Augenblick, als die Erfindung und Weiterentwicklung der Elektronenröhre der Technik die Möglichkeit einer scheinbar unbegrenzten Signalverstärkung in die Hand lieferte. Es stellte sich heraus, daß der Empfindlichkeit der nachrichtentechnischen Geräte eine genau so natürliche Grenze gesetzt ist, wie etwa der Vergrößerung optischer Geräte laut der Abbeschen Theorie.

Aber genau so, wie die Weiterentwicklung der Technik seit Abbes Zeit — dank der Ultramikroskopie, der Elektronen- und jetzt der Ionenmikroskopie — die wirksame Vergrößerung um viele Größenordnungen verbessert hat, bedeutet die Theorie des Rauschens eine Herausforderung für die Elektronik, welche zu neuen Leistungen anspornt.

Leider ist die Theorie des Rauschens in der Didaktik der Elektronik ziemlich stiefmütterlich behandelt worden. Die Folge davon ist, daß die wichtigsten Beziehungen in der Praxis manchmal falsch interpretiert oder wenigstens mit etwas Unbehagen verwendet werden.

Im folgenden wird nun gezeigt, daß man die Rauschformeln didaktisch auf eine vereinfachte Weise behandeln kann, so daß die wichtigsten Zusammenhänge — mindestens qualitativ — durch einfache logische Überzeugungen gewonnen werden.

1. Schrotrauschen

In Gegensatz zur üblichen Reihenfolge ist es empfehlenswert, die Behandlung mit der einfachsten Rauscherscheinung zu beginnen.

Es handelt sich um das Schrotrauschen, welches schon durch den von Schottky so glücklich gewählten Namen anschaulich gemacht wird. Ganz allgemein gesprochen, tritt diese Erscheinung in jedem elektronischen Bauelement auf, in dem kein Gleichgewicht herrscht und infolge dessen ein Strom fließt. Als Rauschen bezeichnen wir die spontanen Schwankungen im Momen-

* Vortrag, gehalten am 18. September 1970 an der RWTH Aachen

tanwert des Stromes, die in Folge der quantenhaften Natur der Elektrizität entstehen.

Dieser letzte Anspruch muß aber weiter präzisiert werden. Ein absolut geregelter gleichmäßiger Fluß von Ladungsquanten würde nämlich keine, oder fast keine Schwankung besitzen. Es ist etwas ganz anderes, wenn 10 000 Fußgänger über eine Straße trollen als wenn 10 000 Soldaten hintereinander marschieren.

Die unmittelbare Ursache der Schwankung ist, daß das Passieren jedes einzelnen Ladungquantes ein zufälliges, von den anderen unabhängiges Ereignis ist.

Nun besagt eines der wichtigsten Gesetze der Statistik, daß in solchen Fällen zwischen dem Durchschnittswert $\bar{n}$ und mittlerem Streuungsquadrat die Beziehung besteht:

$$\overline{(n - \bar{n})^2} = \bar{n} . \tag{1}$$

Selbst wenn der Beweis dieses Satzes nicht allgemein bekannt ist, läßt er sich an Hand einiger Beispiele leicht verifizieren.

Obige Formel bildet die Grundlage der klassischen Ableitung, welche hier kurz wiederholt sei [1]. Wir beobachten den Strom durch Messung der übergangenen Ladungen ΔQ in kleinen Zeitstrecken Δt. (Die Messung kann prinzipiell elektrolytisch erfolgen.)

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{nq}{\Delta t},$$

wobei q = Elementarladung.
Der durchschnittliche Strom ist

$$I_0 = \frac{\bar{n}q}{\Delta t} .$$

Wir definieren den Schwankungstrom

$$i = I - I_0 ,$$

also ist

$$\overline{i^2} = \overline{(n - \bar{n})^2} \frac{q^2}{\Delta t^2} = \frac{qI_0}{\Delta t} . \tag{2}$$

Es sollte betont werden, daß diese Formel tatsächlich das mittlere Quadrat des Rauschstromes beschreibt und alles enthält, was uns über den Rauschstrom bekannt ist. Besonders interessant ist, daß $\overline{i^2}$ mit abnehmendem Δt, also mit Verdichtung der Meßzeitpunkte zunimmt. Ferner ist zu bemerken, daß $\overline{i^2}$ außer I_0 — was ja einleuchtend ist — auch von der Größe des Ladungsquantums q bestimmt wird (Abb. 1).

Es ist nur eine Konvention und durchaus keine Notwendigkeit, welche die Umschreibung von Formel (2) in die übliche Fourier-Form erfordert. Die Fourier-Transformation ist aber hier weder einfach noch übersichtlich durchzuführen.

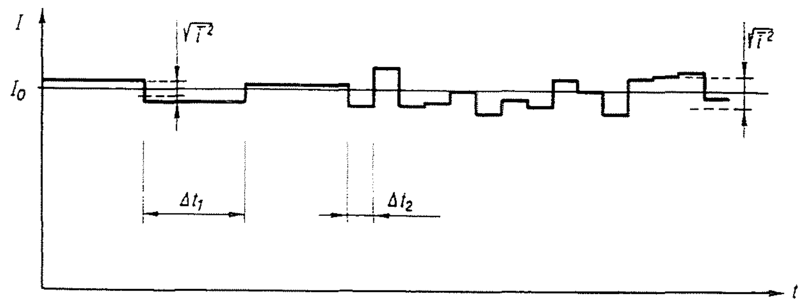

Fig. 1

Der lange Weg läßt sich nach unserem Vorschlag mit Hilfe des Abtasttheorems kurzschließen:

Es wird ja hier eigentlich die Funktion $\overline{i^2}$ periodisch in Zeitabständen Δt abgetastet. Das Abtastgesetz sagt nun aus, daß eine Zeitfunktion dadurch im Frequenzbereich $B = \frac{1}{2\Delta t}$ definiert wird. Die günstige Form der Gleichung (2) erlaubt es, diese Beziehung einfach als Substitution einzusetzen. Also ist

$$\overline{i^2} = 2q\, I_0\, B,$$

oder nach f differenziert:

$$\frac{d}{df}\, \overline{i^2} = S_i = 2qI_0\,, \tag{3}$$

die sogenannte spektrale Intensität [2].

Durch unseren Gedankengang leuchtet es ohne weiteres ein, daß Δt nicht beliebig kurz sein kann. Wird nämlich $\Delta t < \tau_0$, wo τ_0 die Laufzeit eines Elektrons ist, so wird die Menge der transportierten Ladung ΔQ in zwei nacheinander folgenden Zeitabständen Δt nicht mehr unabhängig voneinander sein, da zum Teil dieselben Elektronen zum Transport beitragen. So werden die Differenzen zwischen den ΔQ kleiner, als es aus (2) folgen würde;

$\overline{i^2}$ wächst also nicht mehr proportional der Bandbreite B, sobald deren obere Grenzfrequenz $f_0 > \frac{1}{2\tau}$ wird. Oberhalb f_0 wird also

$$S_i = 2q\, I_0\, F^2, \tag{4}$$

wo $F^2 < 1$ ist und mit wachsendem f abnimmt. Diese Erscheinung tritt zum Beispiel im hochfrequenten Rauschen gesättigter Elektronenröhren auf.

Eine ebenso einfache Überlegung bezieht sich auf Fälle, wo der Übergang mehrerer Elektronen nicht unabhängig voneinander, sondern irgendwie miteinander gekoppelt vorgeht, was auch der physikalische Grund im betreffenden Falle sein mag. Nun müßte man sagen, daß jetzt das elementare Ladungsquantum selbst nicht q sondern etwa Mq beträgt, wo $M > 1$ ist. (M kann selbst ein Durchschnittswert sein, was aber belanglos ist.) Die Formel für das Schrotrauschen muß dann jedoch lauten:

$$S_i = 2MqI_0. \tag{5}$$

Dieses größere Rauschen ist aber gerade das, was man Flickerrauschen nennt. Es tritt zum Beispiel in Elektronenröhren mit Oxydkathoden und in Halbleiterbauelementen auf. Typisch für jede Form des Flickerrauschens ist seine Frequenzabhängigkeit, die spektrale Intensität nimmt mit abnehmender Frequenz zu. Das kann wieder dadurch erklärt werden, daß jeder Zug von gekoppelten Elektronenübergängen eine gewisse Zeit τ beansprucht. τ ist aber nicht unedlich kurz, sondern besitzt eine Verteilung, wobei Zeiten von sehr langer bis kurzer Dauer vorkommen: es handelt sich also um Stromstöße verschiedener Länge. Nun haben wir soeben gesehen, daß die spektrale Intensität abzunehmen beginnt, sobald die Frequenz $f > \frac{1}{2\tau_0}$ die reziproke Zeit des elementaren Stromstoßes ist. Da aber τ hier verschiedene Werte annimmt, entsteht aus der Überlagerung ein verschmierter Frequenzgang, in dem die Abnahme schon bei ganz tiefen Frequenzen beginnt.

Gäbe es eine Grenzfrequenz f_u, von der ab nach unten die spektrale Intensität konstant wäre, würde das gemäß dem Obigen bedeuten, daß die Stromwerte, die während sehr langen Zeitstrecken $\Delta t_u > \frac{1}{2f_u}$ bestimmt werden, schon der Beziehung (1) folgen, also auch die längsten Stromstöße kürzer als Δt_u sind. Im Gegensatz zum gewöhnlichen Flickerrauschen ist das der Fall speziell bei einer Flächendiode im Übergangszustand zum Lawinendurchbruch (Avalanche). Dieser Zustand ist durch zahlreiche sehr kurzzeitige kleine Durchbruchstromstöße gekennzeichnet, wodurch ein hohes, im niedrigen Frequenzbereich gleichmäßiges Rauschen entsteht.

Es gibt ein weiteres wichtiges Beispiel, wo die Grundformel des Schrotrauschens scheinbar nicht gültig ist: den Fall der Röhre mit Raumladung. Laut Erfahrung ist hier die Stromschwankung wesentlich kleiner als in (3), also gilt wieder

$$\overline{I^2} = 2qI_0BF^2 \quad \text{mit} \quad F^2 < 1, \tag{6}$$

wobei aber F^2 unabhängig von der Frequenz ist.

Unsere einfache Erklärung ist die folgende: der Strom soll hier als Bewegung des gesamten Raumladungskontinuums zwischen Kathode und Anode vorgestellt werden. Jedes aus der Kathode emittierte Elektron ändert dank der eigenen Ladung das Raumpotential und beeinflußt dadurch die Bewegung der gesamten Raumladung. Das entspricht einer negativen Rückkopplung, welche mit sich bringt, daß die gesamte übergehende Ladung nicht um den vollen Wert q, sondern um einen Bruchteil desselben — also um F^2q — vermehrt wird. Somit tritt in die Gleichung als Einzelquantum F^2q ein.

2. Thermisches Rauschen in Spezialfällen

In Röhren, Dioden, Transistoren ist der Übergang der Ladung eine wohldefinierte Erscheinung. Wie steht es aber mit einem homogenen Körper, etwa mit einem metallischen oder Halbleiterwiderstand? Es ist bekannt, daß hier auch in thermischem Gleichgewicht ein Rauschen vorhanden ist, was zuerst von Nyquist beschrieben wurde.

Auch dies läßt sich nach unserem alten Gedankengang bestimmen. Die Überlegung ist wohlbekannt und wird hier nur kurz wiederholt [3].

Im thermischen Gleichgewicht gleichen sich die regellosen Bewegungen der Elektronen statistisch aus. Denken wir uns einen Körper von Länge L und Querschnitt A, so entstehen durch die Geschwindigkeitskomponenten in Richtung von L zwei Gleichströme in entgegengesetzter Richtung, die sich makroskopisch kompensieren, aber selbstverständlich Schwankungen besitzen. Ist N die Konzentration der freien Elektronen, v die durchschnittliche Geschwindigkeitskomponente, so würde man zuerst meinen, je ein Gleichstromanteil wäre $\frac{I_0}{2} = \frac{ANvq}{2}$ und somit ergäbe sich das Stromrauschen in Kurzschlußfall zu

$$\overline{i^2} = \frac{2qI_0/2}{\Delta t} = \frac{q^2AN_v}{\Delta t}.$$

(Der Kurzschluß wäre z. B. in einem kreisgebogenen Körper verwirklicht.) Nun läuft aber ein Elektron nicht etwa die gesamte Länge L ungestört durch, sondern erleidet zahlreiche Zusammenstöße, wobei sich sein Moment jedesmal ändert. Eine Bahn der Länge L besteht aus kleinen Strecken der durchschnittlichen Länge $\Delta l = \tau v$, wobei τ jetzt die durchschnittliche Zeit zwischen zwei Stößen bezeichnet. Als unabhängiges Elementarereignis ist hier also der Ladungstransport entlang Δl aufzufassen. In der Zeit Δt kommen durchschnittlich $\frac{ALN\,\Delta t}{\tau}$ solche kleine Stromstöße vor und davon je $\frac{L}{\Delta l}$ ergänzen sich zum vollständigen Kreistransport einer Ladung q. Somit kann der Strom als

$$I = \underbrace{ALN\,\Delta t/\tau}_{n}\, qv\tau/L\,\frac{1}{\Delta t} \tag{7}$$

angegeben werden. Hier läßt sich wieder der Satz $\overline{(n - \overline{n})^2} = \overline{n}$ anwenden, aber das mittlere Laufzeitquadrat zwischen zwei Stößen wird durch die Theorie nicht als τ^2 sondern als $2\tau^2$ angegeben. (Die Erklärung liegt in der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Laufzeiten.) Somit wird das mittlere Schwankungsquadrat:

$$\overline{i^2} = \frac{2\tau^2 q^2 v^2 \frac{A}{\tau L} N}{\Delta t} = \frac{2v^2 q^2 \frac{A}{L} N\tau}{\Delta t} \tag{8}$$

oder in der Fourier-Form mit $B = \frac{1}{2\Delta t}$

$$\overline{i^2} = 4v^2q^2\,\frac{A}{L}\,N\tau\,B\,. \tag{9}$$

Die anschauliche elementare Theorie der elektronischen Leitung gibt an:

$$G = \frac{A}{L}\,\sigma = \frac{A}{L}\,N\,q^2\,\frac{\tau}{m}$$

(m = Elektronenmasse)
und für die durchschnittliche Geschwindigkeitskomponente v gilt laut dem Äquipartitionstheorem der Thermodynamik:

$$\frac{m\overline{v^2}}{2} = \frac{1}{2}\,kT\,.$$

Somit wird die spektrale Intensität des Rauschstromes

$$S_i = 4\,\frac{KT}{m}\,\frac{A}{L}\,Nq^2\tau = 4\,kTG\,. \tag{10}$$

Man kann übrigens diesen Körper als Generator mit dem inneren Widerstand $R = \frac{1}{G}$ auffassen, wodurch sich auch die mittlere quadratische Spannungsschwankung an den Klemmen im Leerlauf angeben läßt:

$$S_u = 4kTR\,. \tag{11}$$

Heute wird allerdings die metallische Leitung auf Grund der Quantentheorie behandelt. Wenn man aber N als die Anzahl der tatsächlich frei beweglichen Elektronen, m als effektive Masse, τ und Δl als entsprechend gemittelte Werte interpretiert, wird am Ende wieder dieselbe Formel erhalten [4].

Man kann nun fragen, ob im Nichtgleichgewichtsfall, wenn also durch den Widerstand ein gerichteter Strom fließt, etwa ein zusätzliches Rauschen auftreten müsse. Erfahrungsgemäß ist dies nicht der Fall. Die Erklärung dafür ist einfach die, daß ein elektrisches Feld normaler Größe nicht fähig ist, die Größe der thermischen Geschwindigkeit wesentlich zu ändern. Zwar tritt jetzt eine dauernde Differenz in den Werten der entgegenfließenden zwei Stromkomponenten auf (was eben als makroskopisch nachweisbarer Strom erscheint), doch bleibt die quadratische Summe etwa dieselbe wie ohne ein äußeres Feld.

Nyquists Formel beschränkt sich aber nicht auf metallische Widerstände, sondern bezieht sich auf jeden Zweipol im thermischen Gleichgewicht, unabhängig vom physikalischen Aufbau desselben.

Für gewisse weitere Spezialfälle läßt sich die Formel einfach ableiten. Z. B. ist der Strom einer idealen PN Halbleiterdiode $I = I_0(e^{U/U_T} - 1)$, dieser setzt sich also aus zwei unabhängigen Komponenten zusammen. Dabei bedeutet I_0 = Sperrstrom, $U_T = kT/q$ und U äußere Spannung. Im thermischen Gleichgewicht ist $U = 0$ und beide Stromkomponenten sind gleich groß und entgegengesetzt. Die quadratischen Schwankungen addieren sich zu:

$$\overline{i^2} = (2qI_0 + 2qI_0)\,B = 4qI_0B\,.$$

Bekanntlich ist aber der innere Leitwert der Diode

$$G_i = \frac{dI}{dU} = \frac{I + I_0}{U_T}\,,$$

hier also

$$G_i = \frac{I_0}{U_T} = \frac{qI_0}{kT}\,,$$

und damit gilt $\overline{i^2} = 4kTG_i\,B$.

Ebenfalls läßt sich die Formel für den Strahlungswiderstand einer Antenne ableiten [5]. Hier geht man von den Strahlungsgesetzen aus und bestimmt den Energieaustausch zwischen einem strahlenden schwarzen Körper und einem umgebenden Raum gleicher Temperatur. Die Einzelheiten der Berechnung sollen übergangen werden. Sehr interessant ist dagegen, daß das Endergebnis der Planckschen Quantentheorie Recht trägt. Für den Körper mit dem Strahlungswiderstand R_s ergibt sich nämlich für die spektrale Intensität der Spannung:

$$S_u = 4hf\left(\exp\frac{hf}{kT} - 1\right)^{-1} R_s\,. \tag{12}$$

Eine bekannte Näherungsformel ergibt aber für jene Frequenzen, für die

$$hf \ll kT$$

ist, wieder die Formel

$$S_u = 4kT\,R_s\,.$$

(In der Nachrichtentechnik besteht obige Bedingung fast ausnahmslos.) Es läßt sich aber nachweisen, daß die korrekte Form der Gleichung von Nyquist immer die h enthaltende Formel (12) ist. Die praktisch benutzte Näherungsformel enthält insofern einen Widerspruch, daß die Integralformel eine unendlich große Spannung, Strom oder — im angepaßten Falle — eine unendlich große Leistung ergibt.

$$\begin{aligned} &\lim_{B\to\infty} \overline{u^2} = \infty \\ &\lim_{B\to\infty} \overline{i^2} = \infty\,. \end{aligned} \tag{13}$$

wenn die Bandbreite B über alle Grenzen wächst. Das hat aber nur eine theoretische Bedeutung. Selbstverständlich hat kein Gerät der Elektronik eine unendlich große Bandbreite, wie auch — in der Zeitdomäne — keine Messungen in unendlich kleinen Zeitabständen $\Delta t \to 0$ nacheinander ausgeführt werden können. Übrigens wurde oben die Rauschformel aus den Stromstößen der Elektronenbewegung im Metallwiderstand abgeleitet, woraus folgt, daß die spektrale Intensität des Rauschens für Frequenzen $f > \dfrac{1}{2\tau}$ abnehmen muß — auch ohne Berücksichtigung der Quantentheorie.

Die oben zitierte phänomenologische Beschreibung der Strahlungserscheinungen beruft sich bekanntlich nicht direkt auf die Existenz der Elementarladung der Elektrizität, sondern nur auf das Äquipartitionstheorem.

Es ist zu bedenken, daß letzteres nicht nur für Elektronen, Molekel usw., sondern für jedes System, welches Energie besitzen kann, gültig ist. Man denke an die Brownsche Bewegung. Ein Staubkörnchen in der Luft, welches sich ziemlich langsam regellos bewegt, steht in Energiegleichgewicht mit den Molekeln der Luft: somit wird seine Bewegung dadurch gekennzeichnet, daß sein Massenmittelpunkt die kinetische Energie $\frac{1}{2}kT$ pro Freiheitsgrad besitzt. (Wohlgemerkt, unabhängig davon, welcher Art die materielle Beschaffenheit des Körnchens sei.)

Wesentlich ist nun, daß das Äquipartitionstheorem nicht nur für die kinetische Energie, sondern für jede Form der Energie gilt. So besitzt auch eine Kapazität die durchschnittliche freie elektrische Energie $kT/2$, woraus sich das Quadrat der durchschnittlichen Spannungsschwankung an den Klemmen zu

$$\overline{u^2} = \frac{kT}{C} \tag{14}$$

ergibt.

Bekanntlich besitzt jeder Widerstand eine parallel liegende parasitäre Kapazität C. Eine elementare Rechnung gibt nun an, wie die Spannung an den Klemmen eines solchen Zweipols aussieht, falls dieser eine ideale Spannungsquelle mit der Generatorspannung u_g besitzt:

$$u^2 = \frac{u_g^2}{1 + 4\pi^2 f^2 R^2 C^2}\,. \tag{15}$$

Wenn wir jetzt von der Nyquistschen Formel ausgehen, und die quadratische Klemmenspannung in einer unendlich großen Bandbreite integrieren, so erhalten wir:

$$u^2 = \int_0^\infty \frac{4\,kTRdf}{1 + 4\pi^2 f^2 R^2 C^2} = 4kTR\,\frac{\pi}{4\pi RC}\,,$$

was den aus dem Äquipartitionstheorem gewonnenen Ausdruck (14) bestätigt (Abb. 2).

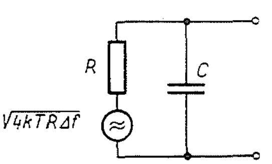

Fig. 2

3. Thermisches Rauschen im Allgemeinfall

Daß der Ausdruck für das thermische Rauschen von der physikalischen Beschaffenheit des Zweipols nicht abhängen kann, läßt sich einfach zeigen. Nehmen wir an, daß einem Zweipol, dessen Impedanz bekannt ist, ein weiterer Zweipol angeschlossen ist, der der Bedingung der Leistungsanpassung genügt. Es bestehe thermisches Gleichgewicht und die beiden Zweipole seien sonst von der Umwelt vollständig isoliert. Es ist nun ganz klar, daß dieselbe Rauschleistung, welche vom ersten Zweipol auf den zweiten übergeht, auch vom zweiten zu dem ersten zurückfließen muß. Sonst wäre nämlich das Gleichgewicht gestört und der eine Körper würde sich auf Kosten des anderen erwärmen, was dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik widersprechen würde. Nachdem also die Rauschformel bereits für einen speziellen Zweipol vom inneren Widerstand R bewiesen worden ist, muß sie auch allgemein gelten.

Dieser von Nyquist stammende Gedankengang ist zwar korrekt, gibt aber keine allgemeine Erklärung für das Phänomen des Rauschens. Eine solche allgemeine Erklärung wurde von ihm ebenfalls angegeben, doch wirkt diese allzu abstrakt und indirekt [6].

Wir versuchen nun eine anschauliche Erklärung zu geben. Fassen wir Nyquists Satz als eine Umschreibung des Äquipartitionstheorems auf. Ein Zweipol, welcher von der Umwelt in jeder Hinsicht isoliert, aber durch eine Leitung einer angepaßten Impedanz angeschlossen ist, besitzt einen einzigen Freiheitsgrad der elektrischen Energie. Stellen wir uns vor, daß wir den Energiegehalt des Zweipols durch Messung bestimmen können. Wenn wir die Messung beliebig oft wiederholen, werden wir im gemessenen Wert eine Schwankung finden, die — gemäß dem Äquipartitionstheorem — durchschnittlich $\frac{1}{2}kT$ beträgt. Wenn die Messungen in Zeitabständen Δt ausgeführt werden, gibt die Energie pro Zeit die in der Leitung hin und her strömende mittlere Leistung an [2]:

$$\frac{\overline{\Delta w}}{\Delta t} = \bar{P} = \frac{\frac{1}{2}kT}{\Delta t}. \tag{16}$$

Das ist aber im wesentlichen der Ausdruck von Nyquist, welcher sich durch Anwendung des Abtasttheorems in die übliche Form:

$$\bar{P} = kTB$$

umschreiben läßt. Das ist die Leistung eines angepaßten Generators vom inneren Widerstand R. Sie entspricht einer quadratischen Leerlaufspannung

$$\overline{u^2} = 4kTRB$$

oder einem quadratischen Kurzschlußstrom

$$\overline{i^2} = \frac{4kT}{R} B.$$

Ohne strenge Beweisführung ist es qualitativ auch einzusehen, daß (16) nur bestehen kann, solange für die durch Planck definierte »Wirkung« $\int_{\Delta t} W dt$ im statistischen Mittel

$$\frac{1}{2} kT \Delta t \gg h \text{ gilt.}$$

Zusammenfassung

Die Einführung der Rauschbegriffe stößt im Unterricht auf didaktische Schwierigkeiten. Diese stammen zum Teil daher, daß sich die mittlere quadratische Schwankung einer fluktuierenden Größe als Zeitfunktion anschaulich ausdrücken läßt, die Fourier-Transformation jedoch unübersichtlich ist. Der Verfasser schlägt als neuen Weg vor, das Abtasttheorem zu verwenden, welches eine übersichtliche, einfache Ableitung der Rauschformeln erlaubt. Ein weiterer Gedankengang liefert einen einfachen, allgemeinen Beweis für den Ausdruck des thermischen Rauschens und läßt diesen einfach als eine Umschreibung des Äquipartitionstheorems erscheinen.

Literatur

1. Schottky: Ann. Physik **68**, 157 (1932).
2. Valkó, I. P.: Elektronröhren und Halbleiter. Budapest 1963. S. 463.
3. Bernamont, T.: Ann. Physik. **7**, 71 (1937).
4. Strutt: Scientia Electrica 1.
5. Burgess, R.: Proc. Phys. Soc. **53**, 293 (1941).
6. Nyquist, H.: Phys. Rev. **32**, 110 (1928).

Prof. Dr. Iván Péter Valkó, Budapest XI., Sztoczek u. 2, Ungarn