

# EINE THEORETISCHE BETRACHTUNG DES ENTSTEHENS DER FANGENTLADUNG\*

Von

T. HORVÁTH

Lehrstuhl für Hochspannungstechnik und elektrische Apparate,  
Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 10. November 1970)

Bei Gewittern entsteht infolge der Wirkung von auf der Erdoberfläche auftretenden großen Feldstärken an hochragenden Objekten eine Koronaentladung. Falls sich die Vorentladung eines Blitzes der Erde nähert, steigt auch der Koronastrom zufolge der zunehmenden Feldstärke an. Befindet sich der Kopf der Vorentladung schon in Erdnähe, wandelt sich die Koronaentladung an einigen Stellen in eine Kanalentladung um, die nach oben hin anwächst. Dies ist die Fangentladung, deren Entstehung mit den Erscheinungen des Koronastromes und der durch die Blitzvorentladung hervorgerufenen Feldstärke zusammenhängt.

## Abhängigkeit des Koronastromes von der Feldstärke

Die unterhalb der Gewitterwolke auftretende Feldstärke läßt sich vom Gesichtspunkt der Koronaentladung als konstant betrachten, man kann sie also im Laboratorium mit einer Gleichspannung nachbilden. Die durch die Vorentladung oder die Ladung der Wolke in der Nähe der Erde erzeugte Feldstärke wäre über einer ebenen Erdoberfläche beinahe gleichmäßig, läßt sich also durch ein homogenes Feld ersetzen. Deshalb untersuchten wir die Koronaentladung in einem zwischen zwei ebenen Flächen von  $2 \times 2$  m zustande kommenden homogenen Feld. Der Abstand zwischen den beiden Flächen betrug 1 m und in der Mitte der unteren geerdeten Platte befand sich eine 30 cm hohe Stabelektrode. Die Stabdurchmesser betragen 3 mm, 8 mm und 15 mm, ihre Spitzen waren halbkugelförmig, aber wir unternahmen auch Messungen mit einem spitzigen Stab von 3 mm Durchmesser. Der Stab war nur durch das Strommeßgerät geerdet und somit konnte der an seiner Spitze auftretende Koronastrom unmittelbar gemessen werden. Die gemessenen Stromwerte sind in Abb. 1 mit zweierlei Polaritäten veranschaulicht. Daraus ist zu ersehen, daß durch die Elektrodenform lediglich die Anfangsspannung (bzw. Feldstärke) geändert wird, bei großen Feldstärken und großen Koronaströmen

\* Bericht von der 10. Internationalen Blitzschutzkonferenz, Budapest, 1969

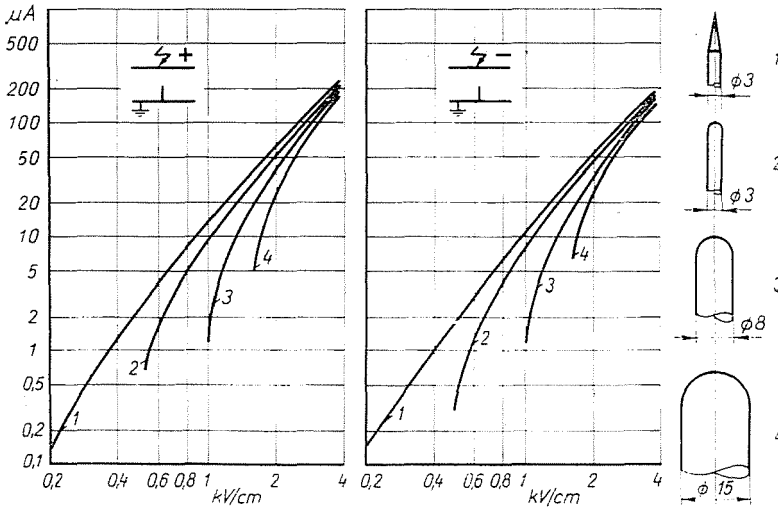


Abb. 1. Die Stromstärke der Koronaentladung an verschiedenen Spitzen in Abhängigkeit von der homogenen Feldstärke

laufen aber die Kurven zusammen. Berücksichtigt man die zusammenfallenden Abschnitte, so läßt sich feststellen, daß der Strom der Korona von der Feldstärke abhängig ist, u. zw. gemäß dem annähernden Ausdruck

$$i = i_0 \left( \frac{E}{E_0} \right)^n, \quad (1)$$

worin  $i$  und  $E$  den einander zugeordneten Strom bzw. die Feldstärke;  $E_0$  die Grenzfeldstärke der anlaufenden Koronaentladung,  $i_0$  den hierbei auftretenden Strom bedeuten. Der Exponent  $n$  ergab sich für den Fall, daß die obere flache Elektrode positiv war, zu  $n_+ = 2,05$ ; wenn sie aber negativ war, zu  $n_- = 2,3$ .

Ähnliche Messungen wurden auch von MÜLLER-HILLEBRAND [4] vorgenommen; nach seinen Messungen ergab sich der Exponent zu  $n = 2,3$ . Der Anfangstrom der Koronaentladung betrug:  $i_0 = 2 \cdot 10^{-8}$  A, die diesem Wert zugeordnete Feldstärke belief sich mit der empirischen Formel von CHALMERS [1] übereinstimmend auf

$$E_0 = E_b \left( \frac{M}{M_b} \right)^{0,7}, \quad (2)$$

wobei die Feldstärke  $E_b = 35$  V/cm eine zur Basishöhe von  $M_b = 100$  cm gehörige Größe darstellt.

Mit diesen Zusammenhängen ist der Koronastrom von der Stabhöhe  $M$  abhängig. Die nach diesen ermittelbaren Werte stimmen mit den von MÜLLER-HILLEBRAND [4] an 10...30 m hohen Masten im Freien gemessenen Resultaten gut überein, daher können die im Laboratorium erhaltenen Ergebnisse auch auf Türme und Schornsteine extrapoliert werden.

### Die Umwandlung der Koronaentladung in Kanalentladung

Mit dem Stab in einem homogenen Feld konnten wir höchstens eine Stromstärke von 0,5 mA erreichen, weil zur anderen, verhältnismäßig nahe liegenden Elektrode ein Durchschlag erfolgte. In der Natur gibt es keine in der Nähe befindliche Elektrode, daher kann der Koronastrom beim Nahen der Vorentladung auch einen noch höheren Wert als diesen annehmen. Gemäß den physikalischen Untersuchungen der Gasentladungen wandelt sich die Koronaentladung im Bereich von 10...50 mA in eine Kanalentladung um [2, 8]. Infolge dieser Umwandlung verändern sich auch die Eigenschaften der Entladung, doch ist vom Gesichtspunkt des Blitzeinschlags am wichtigsten, daß die bis dahin diffuse Korona in eine linienmäßige Fangentladung übergeht.

Nachdem aufgrund der Laboruntersuchungen die an den Spitzen auftretende Stromstärke von der Elektrodenform unabhängig ist, wird auch die Auslösung der Fangentladung nicht hiedurch bestimmt. Der vom Gesichtspunkt des Entstehens der Fangentladung maßgebende Koronastrom ist von der in der Umgebung der Spitze vorhandenen homogenen Feldstärke und der Gesamthöhe von Stab oder Turm abhängig.

### Die durch die Vorentladung erzeugte Feldstärke

Aufgrund der vorstehenden Ausführungen soll die Feldstärke bestimmt werden, die an der Spitze eines Stabes oder Turms durch die Ladungen der Vorentladung und der Wolken erzeugt wird.

Die Ladung des Vorentladungskanals ist in der Nähe des Kopfes am größten und nimmt schnell auf einen nach oben als konstant auffaßbaren Wert ab. WAGNER [6, 7] näherte in einem konkreten Falle die Ladung des Kanals mit einer stufenförmigen Ladungsverteilung an (Abb. 2). Statt dieser kann die nachstehende sich exponential verändernde Ladungsverteilung angenommen werden:

$$q_z = q_\infty [1 + 2,4 e^{-\beta(z-z_0)} + 0,55 e^{-\gamma(z-z_0)}], \quad (3)$$

worin  $q_z$  die auf die Höhe  $z$  bezogene,  $q_\infty$  hingegen die in großer Höhe konstant werdende Ladung in As/cm bedeuten;  $\beta = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-1}$  und  $\gamma = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$

Konstanten sind. Nach einigen Verfassern [3, 4, 6, 7] ist die gleichmäßig verteilte Ladungskomponente:

$$q_z = \frac{I}{v} = \frac{1}{c} \sqrt{I^2 + AI}. \quad (4)$$

Hier sind:  $I$  der Scheitelwert der Stromstärke und  $v$  die Vorwärtsgeschwindigkeit der Hauptentladung des Blitzes;  $c$  die Lichtgeschwindigkeit;  $A = 3 \cdot 10^5$  Ampere eine Konstante.

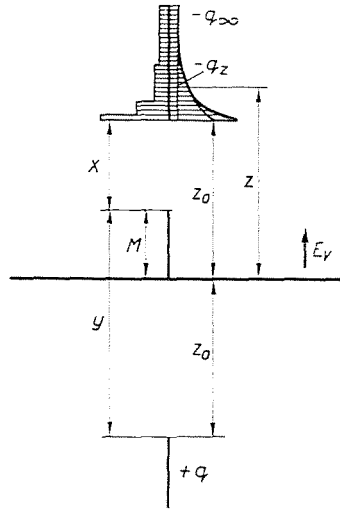


Abb. 2

Mit den Bezeichnungen in Abb. 2 kann man für die in Höhe  $M$  durch die Ladung von der vorherigen Verteilung (3) erzeugte Feldstärke anschreiben:

$$E_V = \frac{q_\infty}{4\pi\epsilon_0 x} [3,95 + 2,4\beta x e^{\beta x} \text{Ei}(-\beta x) + 0,55\gamma x e^{\gamma x} \text{Ei}(-\gamma x)] + \\ - \frac{q_\infty}{4\pi\epsilon_0 y} [3,95 + 2,4\gamma y e^{\gamma y} \text{Ei}(-\gamma y) - 0,55\beta y e^{\beta y} \text{Ei}(-\beta y)]. \quad (5)$$

Durch den ersten Satz der Formel wird die Ladung der Vorentladung, durch den zweiten hingegen die durch ihr Spiegelbild erzeugte Feldstärke geliefert. In der Formel (5) bezeichnet  $\text{Ei}(-t)$  die integral-exponentielle Funktion. Wird der von der Veränderlichen  $x = z_0 - M$  abhängige Polynomausdruck mit  $f(x)$  und der von  $y = z_0 + M$  abhängige mit  $f(y)$  bezeichnet und auf ein logarithmisches Papier aufgetragen, so erhält man eine Gerade, die durch die Potenzfunktion

$$f(x) = 2,14 \left( \frac{x}{100} \right)^{-0,19} \quad (6)$$

gut angenähert werden kann. In diesem Ausdruck ist der Wert  $x$  (oder  $y$ ) in Metern einzusetzen.

Aus Abb. 2 geht hervor, daß  $y = x + 2M = x \left(1 + \frac{2}{u}\right)$ , falls die Verhältniszahl  $u = \frac{x}{M}$  eingeführt wird. Werden diese Werte in den Ausdruck der Feldstärke eingeführt, und wird der Wert von  $x$  hervorgehoben, so gilt:

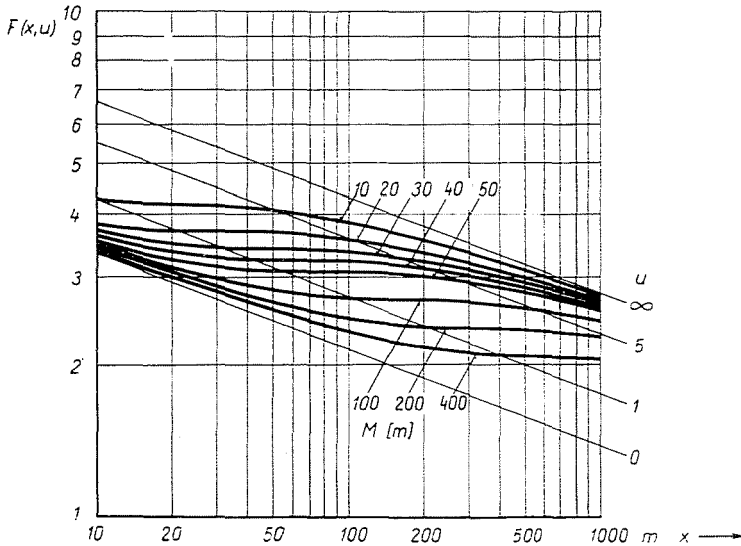


Abb. 3

$$E_V = \frac{q_z}{4\pi\epsilon_0 x} 2,14 \left(\frac{x}{100}\right)^{-0,19} \left[1 + \left(1 + \frac{2}{u}\right)^{-1,19}\right] = \frac{q_z}{4\pi\epsilon_0 x} F(x, u). \quad (7)$$

Aus Abb. 3 ist zu erkennen, daß bei konstantem  $M$  die Funktion  $F(x, u)$  zwischen den Grenzen  $1 < u < 5$  von  $x$ , aber somit auch von  $u$  fast unabhängig ist. In der Praxis ist eben dieser Abschnitt maßgebend, daher können wir diese Ausdrücke zu

$$E_V(x, M) = \frac{q_z}{4\pi\epsilon_0 x} 2,7 \left(\frac{M}{100}\right)^{-0,19} \quad (8)$$

vereinfachen, worin die Höhe  $M$  des Turms oder Stabes in Metern einzusetzen ist.

### Die durch die Wolkenladungen erzeugte Feldstärke

Neben der Vorentladung des Blitzes wird auch von den Wolkenladungen eine Feldstärke erzeugt, welche die vorherige erhöht. Gemäß Abb. 4 besteht das SIMPSON—ROBINSONSche [5] Wolkenmodell aus zwei Dipolen. Wird die aufwärts zeigende Feldstärke als positiv angesehen, dann wird durch die positiven Ladungen der Wolke eine negative Feldstärke erzeugt, daher gilt:

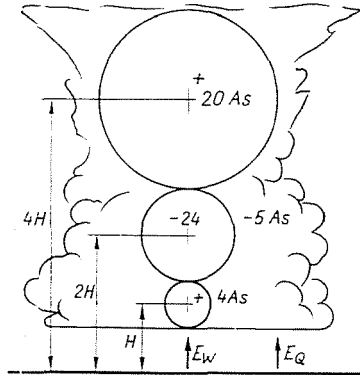


Abb. 4. Die Ladungen des Wolkenmodells nach Simpson und Robinson

$$E_W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{-4 \text{ As}}{(H-M)^2} + \frac{-24 \text{ As}}{(2H-M)^2} + \frac{-20 \text{ As}}{(4H-M)^2} - \frac{+4 \text{ As}}{(H-M)^2} + \frac{+24 \text{ As}}{(2H-M)^2} + \frac{+20 \text{ As}}{(4H-M)^2} \right] \quad (9)$$

Diese Feldstärke ist bei kleineren  $M$ -Werten positiv, sie steigert also die Feldstärke  $E_V$  der Vorentladung. In größerer Höhe würde die Richtung der Feldstärke durch die untere positive Wolkenladung umgekehrt werden, doch besitzt dann das Wolkenmodell schon keinen reellen Sinn, weil aus einem positiv geladenen Teil der Wolke keine negative Vorentladung hervorgehen würde.

Die Dipole beziehen sich auf ein Wolkenmodell mit ausgeglichener Ladung, das offensichtlich nicht besteht. Daher setzen wir voraus, daß im mittleren Wolkenzentrum eine der durch einen Blitzschlag gelieferten Ladung entsprechende negative Ladung unausgeglichen vorhanden ist (Abb. 4). Diese ist gesondert in Betracht zu ziehen mit einer Komponente

$$E_Q = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{(2H-M)^2} - \frac{1}{(2H+M)^2} \right], \quad (10)$$

wobei berücksichtigt wurde, daß sich die konzentrierte Ladung gemäß Abb. 4 in der Höhe von  $2H$  befindet.

### Die kritische Höhe der Vorentladung

Die Höhe, in der sich der Kopf der Vorentladung beim Einsetzen der Fangentladung befindet, kann vom Gesichtspunkt der Einschlagstelle als kritische Höhe angesehen werden. In dieser Lage müssen die durch die Ladungen von Vorentladung und Wolke erzeugte Feldstärke und die zum Auslösen der Fangentladung eben notwendige Feldstärke, die aus der Formel (1) ausgedrückt werden kann, einander gleich sein. Zur Vereinheitlichung der Ausdrücke soll in Formel (2)  $M_0 = 100$  m angenommen werden, und somit läßt sich die kritische Feldstärke in Abhängigkeit vom Koronastrom mit der Formel

$$E_{kr} = 1,4 \left( \frac{i_{kr}}{i_0} \right)^{\frac{1}{2,3}} \left( \frac{M}{100} \right)^{-0,7} \text{ V/cm} \quad (11)$$

ausdrücken, worin  $i_{kr}$  den Strom, bei dem sich die Koronaentladung in die Kanalentladung umwandelt, und  $M$  die Objekthöhe in Metern bedeuten.

Schreibt man die Gleichung

$$E_{kr} = E_V - E_W + E_Q \quad (12)$$

an, so wird die kritische Höhe der Wert  $x$  in Ausdruck (8) sein. Ohne auf die von der Höhe  $M$  kaum abhängigen Komponenten  $E_W$  und  $E_Q$  näher einzugehen, kann die nachstehende Gleichung angeschrieben werden:

$$I^2 - AI = x \cdot 1,73 \cdot 10^{-2} \left( \frac{i_{kr}}{i_0} \right)^{\frac{1}{2,3}} \left( \frac{M}{100} \right)^{-0,51} - (E_W - E_Q) \left( \frac{M}{100} \right)^{0,19} = x \cdot K. \quad (13)$$

d. h. man erhält einen Zusammenhang zwischen dem Scheitelwert des Blitzstromes und der gesuchten kritischen Höhe. Die linke Seite der Gleichung läßt sich durch eine Potenzfunktion mit guter Annäherung ersetzen, somit gilt

$$7 \cdot 10^4 \left( \frac{I}{I_m} \right)^{0,54} = x \cdot K. \quad (14)$$

falls die Konstante  $7 \cdot 10^4$  in Amperen zu verstehen ist; die Dimension von  $x$  ist cm;  $K$  [A/cm] zeigt den Ausdruck der rechten Seite der Gleichung (13);

$I_m$  stellt die zur Wahrscheinlichkeit von 50% gehörende Stromstärke, den sogenannten Medianwert dar.

Eine zweckmäßigere Formel wird erhalten, wenn auch der diesem Strom beigeordnete Medianwert  $x_m$  eingeführt wird, damit ergibt sich die kritische Höhe zu:

$$x = x_m \left( \frac{I}{I_m} \right)^{0,53} \quad (15)$$

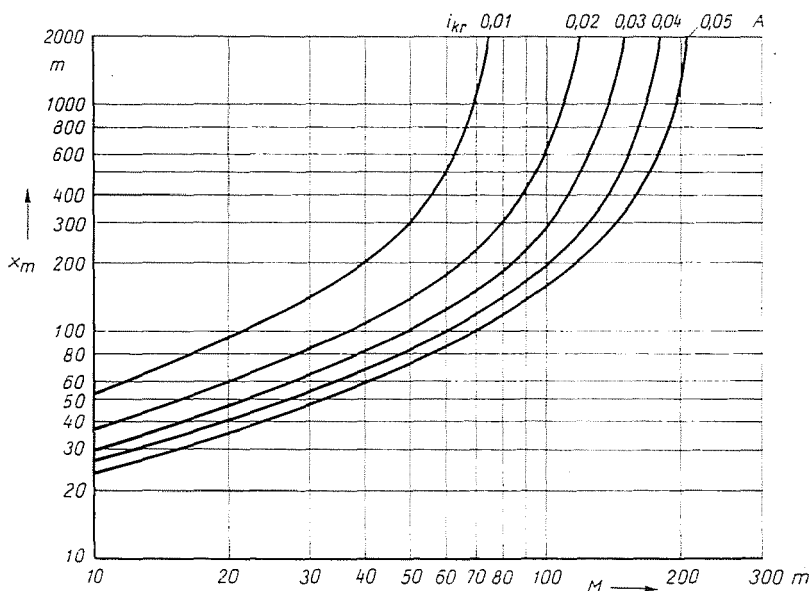


Abb. 5. Der Medianwert der kritischen Höhe der Vorentladung als Funktion der Objekthöhe  $M$  und der kritischen Stromstärke des Entstehens der Fangentladung  $i_{kr}$

Nachdem für die Häufigkeitsverteilung der Blitzströme viele Meßwerte vorhanden sind, können wir hieraus auch die Häufigkeit der zu erwartenden kritischen Höhen  $x$  ermitteln. Der Medianwert  $x_m$  hängt in erster Linie von der Höhe  $M$  des irdischen Objekts und der Wolkenladung ab. Unter Voraussetzung des Simpson—Robinsonschen Wolkenmodells und einer konzentrierten Ladung von 5 As zeigt Abb. 5 für verschiedene Stromwerte  $i_{kr}$  die Medianwerte des kritischen Abstandes in Abhängigkeit von der Objekthöhe  $M$ . Wie daraus ersichtlich ist, erreicht der Wert von  $x_m$  bei einige hundert m hohen Objekten sogar die Wolkenhöhe, der kritische Punkt liegt also mit großer Wahrscheinlichkeit in der Wolke. Dies bedeutet aber physikalisch, daß beim Einsetzen der Fangentladung die Vorentladung noch keinesfalls zu sehen ist.



d. h. der Blitz wird von einer sich aufwärts fortbewegenden Vorentladung eingeleitet. Das Entstehen eines sogenannten Aufwärtsblitzes ist bei Objekthöhen von einigen 10 m nur selten, bei höheren Objekten von 100 oder mehreren hundert Metern kann sich jedoch eine Wahrscheinlichkeit von 80...90% ergeben, wie aus den Beobachtungen hervorgeht [4, 9, 10].

### Zusammenfassung

Aufgrund der Arbeit von Wagner wird ein Modell für die Ladungsverteilung des Vorentladungskanals angenommen. Die Feldstärke in einer bestimmten Höhe unter dem Ladungskanal kann berechnet, und der Einfluß der Wolkenladung ermittelt werden. Der Koronastrom an einer Spitze wird durch die Feldstärke bestimmt, und dadurch kann ein Zusammenhang zwischen der Umwandlung der Koronaentladung in Kanalentladung und dem Scheitelwert des Blitzstromes aufgestellt werden. Unter Anwendung der Häufigkeitsverteilung der Blitzstromstärke ist es möglich, die Häufigkeit der kritischen Höhe der Vorentladung zu ermitteln.

### Literatur

1. CHALMERS, J. A.: Atmospheric electricity. Clarendon Press. Oxford, 1949.
2. COBINE, J. D.: Gaseous conductors. Dover Publ., New York, 1958.
3. LUNDHOLM, R.: Overvoltage in a direct lightning stroke to transmission-line tower. CIGRÉ 1958. Rep. 333.
4. MÜLLER-HILLEBRAND, D.: Zur Physik der Blitzentladung. ETZ-A **82**, 232—249 (1961).
5. SIMPSON, G.—ROBINSON, G. D.: The distribution of electricity in thunderclouds. Proc. Roy. Soc. **177-A**, 281—329 (1941).
6. WAGNER, C. F.: Der Blitz und sein Einfluß auf das Verhalten von Freileitungen. ETZ-A **84**, 517—530 (1963).
7. WAGNER, C. F.—HILEMAN, A. R.: The lightning stroke II. Trans. AIEE **80/III**, 622—642 (1961).
8. ZALESSKI, A. M.: Der elektrische Lichtbogen (in russischer Sprache). Gosenergoizdat, Moskau—Leningrad.
9. BERGER, K.: Novel observations on lightning discharges: Results of research on Mount San Salvatore. Journ. Franklin Inst., **283**, 478—525 (1967).
10. GOLDE, R. H.: The lightning conductor. Journ. Franklin Inst., **283**, 451—477 (1967).

Dr. Tibor HORVÁTH Budapest, XI., Egry József u. 18. Ungarn