

DIE THEORETISCHEN GRUNDLAGEN DER UNTERSUCHUNG EINER SYNCHRONMASCHINE MIT PERMANENTMAGNETEN FÜR GROSSE DREHZAHLEN

Von

A. KÁRPÁTI

Lehrstuhl für Automatisierung, Technische Universität Budapest
(Eingegangen am 4. Mai 1971)

Vorgelegt von Prof. Dr. F. CsÁKI

1. Einführung

Der untersuchte spezielle Motor für große Drehzahlen (60 000 U/Min) dreht einen Rotor (mit einer Masse von 3—4 kg) unmittelbar durch eine elastische Welle. Das axiale Magnetfeld des Rotors wird durch Permanentmagneten erzeugt. Die Permanentmagneten sind in eine spezielle Al-Legierung eingelegt. Die zwei ringförmigen Statoreisenkerne befinden sich auf den beiden Seiten des Rotors. Die Eisenkerne sind — ausgenommen die dem Rotor gegenüberstehenden Flächen — durch sogenannte innere Bronzemäntel eingehüllt. Diese Mäntel halten einerseits die aus Blechbändern gewickelten Eisenkerne zusammen, andererseits kühlen sie intensiv die in großem Maße überlasteten Wicklungen (20 A/mm²). Der Motor ist eine einphasige, vierpolige Synchronmaschine, deren Statorwicklungen die Eisenkerne und die innere Bronzemäntel solenoidartig umgeben. Die Abmessungen des Motors sind wegen der Unterbringung der optischen Systeme beschränkt. Der Motor muß jedoch bei diesen beschränkten Abmessungen ein relativ großes Antriebsmoment abgeben, um die Anlaufzeit innerhalb einer zulässigen Grenze (10 Minuten) zu halten. Deshalb war es notwendig, die Funktion des Motors eingehender zu analysieren.

Der Motor wird von einer Wechselrichterschaltung mit zwischen 0 und 2 kHz veränderlicher Frequenz gespeist. Der Wechselrichter wird durch die Optik zur Feststellung der Lage des Rotors im Motor und durch einen zugehörigen elektronischen Phasenschieberkern so gesteuert, daß der Motor bei allen Drehzahlen mit dem größten Antriebsmoment (Kippmoment) arbeitet. So kann eine minimale Anlaufzeit gesichert werden.

In der ersten Ausführung des Motors zeigten sich folgende ungünstige Wirkungen:

- 1) Die Anlaufzeit war zu lang (17 Minuten).
- 2) Bei kleinen Drehzahlen war die Beschleunigung des Rotors dem Statorstrom nicht proportional.
- 3) Bei größeren Drehzahlen nahm die Beschleunigung stark ab.
- 4) Die Vergrößerung des Statorstroms verursachte hier eine gefährliche Erwärmung des Motors und schließlich eine Abnahme der Beschleunigung.

Diese Wirkungen können durch mehrere Faktoren bzw. auch durch Wechselwirkungen derselben herbeigeführt werden.

So macht z. B. der Umstand Sorge, daß der aus starkstromtechnischen Rücksichten hochfrequente (2 kHz) und verhältnismäßig große (ungefähr $10 A_{eff}$) Strom einen sehr großen Verlust verursacht. In der Al-Scheibe des Rotors kommen ähnlich hohe Verluste zustande. Der Statoreisenkern hat natürlich auch Verluste. Die resultierende Größe dieser Verluste ist der Ordnungsgröße der Leistung des Motors gleich.

Deshalb wurde es notwendig, die mittelbaren und unmittelbaren Wirkungen der einzelnen Verluste zu untersuchen und Meßmethoden zu entwickeln, auf deren Grundlage aus den in stehendem Zustand durchgeführten Messungen auf das Verhalten in rotierendem Zustand gefolgert werden kann.

Der erste Schritt dieser Arbeit war die Ausarbeitung des elektrischen Ersatzschaltbildes des Motors.

2. Vereinfachende Voraussetzungen

Die exakte Untersuchung der Funktion des Motors wäre außerordentlich kompliziert, weil sämtliche Wirbelstromerscheinungen in diesem Falle allgemeine Raumprobleme sind.

Um trotzdem übersichtliche, aber auch der Wirklichkeit nahe Ergebnisse zu erhalten, werden folgende vereinfachende Voraussetzungen getroffen.

1) Der Motor wird bei abgewickelmtem mittlerem Durchmesser der Permanentmagneten untersucht (siehe Abb. 2—1).

2) Der Eisenverlust wird in eine den Eisenkern umgebende Hülse konzentriert, in der die Spannung nur durch die Änderung des magnetischen Flusses in Längsrichtung induziert wird. Der Eisenkern wird demnach als verlustlos betrachtet.

3) Der Verlust des Bronzemantels wird in einen Bronzestreifen konzentriert, der sich im Luftspalt δ_1 zwischen dem Eisenkern und einem verlustlosen Stoff mit unendlicher magnetischer Leitfähigkeit befindet.

4) Sowohl im Luftspalt δ_1 als auch im Luftspalt δ verlaufen die magnetischen Induktionslinien parallel in Richtung z .

5) Im die Al-Scheibe ersetzenden Streifen (δ) und im Bronzestreifen (δ_1) verlaufen die Wirbelstromlinien parallel in Richtung y .

6) Die Wicklung des Motors wird nach dem Sinusgesetz auf dem Umfang verteilt, d. h. es wird eine sinusförmig verteilte Durchflutung hervorgerufen.

7) Der Statorstrom ist rein sinusförmig.

8) Die Permanentmagneten im Rotor rufen eine konstante, sinusförmig verteilte Durchflutung hervor.

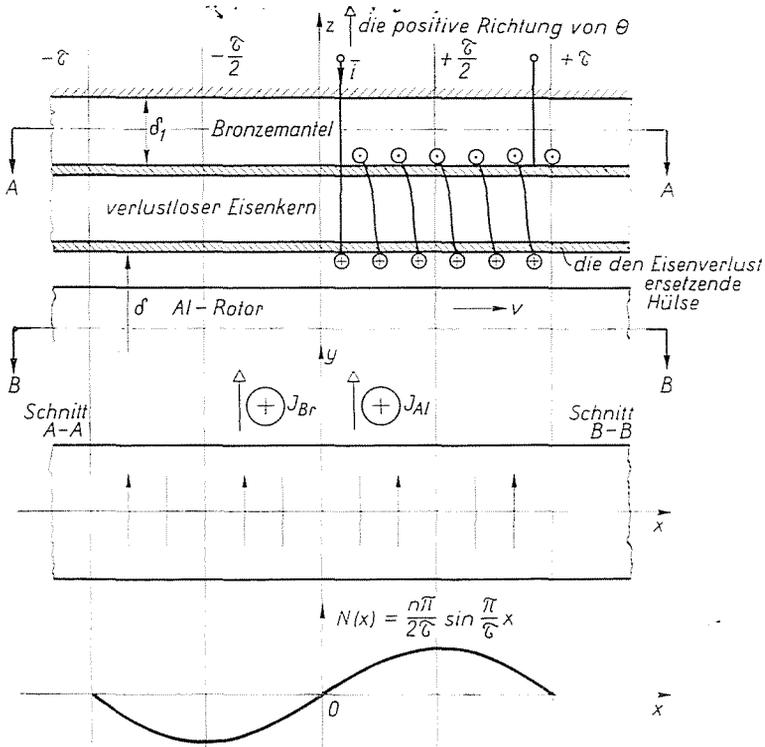


Abb. 2-1

9) Die magnetische Leitfähigkeit des Statoreisenkörpers ist unendlich groß ($\mu_e = \infty$).

10) Das ganze System ist linear.

3. Bezeichnungen

- i der Strom der Statorwicklung
- Θ die Durchflutung
- v die Geschwindigkeit der Durchflutungswelle
- J die Wirbelstromdichte
- τ Polteilung
- γ spezifische elektrische Leitfähigkeit
- δ Luftspalt
- Φ der Fluß des Eisenkörpers in Längsrichtung
- U die in der Statorwicklung induzierte Spannung
- L Induktivität
- n auf einen Pol der Statorwicklung entfallende Windungszahl
- h reduzierte radiale Breite des Motors
- p Anzahl der Polpaare

4. Bestimmung der Spannungsgleichung der Maschine

Der Strom i ruft im Luftspalt δ eine verteilte, pulsierende Durchflutung hervor, die folgendermaßen angeschrieben werden kann:

$$\Theta_{\delta i}(x, t) = \Theta_{\delta i m} \cos \frac{\pi}{\tau} x \sin (\omega t + \alpha) \quad (4-1)$$

wobei $\Theta_{\delta_{im}} = i_m n$ ist.

Diese Durchflutung kann in eine vorwärtsschreitende Durchflutungswelle

$$\Theta_{\delta_{iv}}(x, t) = -\frac{1}{2} \Theta_{\delta_{im}} \sin \left[\frac{\pi}{\tau} x - (\omega t + \alpha) \right] \quad (4-2)$$

mit der Geschwindigkeit

$$v_e = + \omega \frac{\tau}{\pi}$$

und in eine rückwärtsschreitende Durchflutungswelle

$$\Theta_{\delta_{ir}}(x, t) = \frac{1}{2} \Theta_{\delta_{im}} \sin \left[\frac{\pi}{\tau} x + (\omega t + \alpha) \right] \quad (4-3)$$

mit der Geschwindigkeit

$$v_r = - \omega \frac{\tau}{\pi}$$

unterteilt werden.

In komplexer Schreibweise können die Formeln folgendermaßen geschrieben werden:

$$\Theta_{\delta_i}(x, t) = \Theta_{\delta_{im}} \cos \frac{\pi}{\tau} x e^{jz} e^{j\omega t} = \bar{\Theta}_{\delta_{im}} \cos \frac{\pi}{\tau} x e^{j\omega t}$$

Also:

$$\bar{\Theta}_{\delta_i}(x) = \bar{\Theta}_{\delta_{im}} \cos \frac{\pi}{\tau} x \quad (4-4)$$

Die vorwärtsschreitende Welle ist

$$\bar{\Theta}_{\delta_{iv}}(x) = \bar{\Theta}_{\delta_{im}} \left(\cos \frac{\pi}{\tau} x - j \sin \frac{\pi}{\tau} x \right) \quad (4-5)$$

Die rückwärtsschreitende Welle ist:

$$\bar{\Theta}_{\delta_{ir}}(x) = \bar{\Theta}_{\delta_{im}} \left(\cos \frac{\pi}{\tau} x + j \sin \frac{\pi}{\tau} x \right) \quad (4-6)$$

wobei

$$\bar{\Theta}_{\delta_{irm}} = \bar{\Theta}_{\delta_{irm}} = \frac{1}{2} \Theta_{\delta_{im}} e^{jz}$$

ist.

Der Strom i ruft auch im Luftspalt δ_1 Durchflutungen hervor. Diese lauten:

$$\bar{\Theta}_{\delta_{1i}}(x) = \bar{\Theta}_{\delta_{1im}} \cos \frac{\pi}{\tau} x$$

wobei

$$\bar{\Theta}_{\delta_1 i m} = \Theta_{\delta_1 i m} e^{jz} = -\frac{1}{2} i_m \cdot \frac{n}{2} e^{jz}$$

ist,

d. h.

$$\bar{\Theta}_{\delta_1 i r}(x) = \bar{\Theta}_{\delta_1 i r m} \left(\cos \frac{\pi}{\tau} x - j \sin \frac{\pi}{\tau} x \right) \quad (4-7)$$

$$\bar{\Theta}_{\delta_1 i r}(x) = \bar{\Theta}_{\delta_1 i r m} \left(\cos \frac{\pi}{\tau} x + j \sin \frac{\pi}{\tau} x \right) \quad (4-8)$$

wobei

$$\bar{\Theta}_{\delta_1 i r m} = \bar{\Theta}_{\delta_1 i r m} = \frac{1}{2} \Theta_{\delta_1 i r m} e^{jz}$$

ist.

In den Luftspalten δ_1 und δ wirken resultierende Durchflutungen. Diese lauten im allgemeinen:

$$\bar{\Theta}_{\delta_1 v}(x) = \bar{\Theta}_{\delta_1 v m} \left(\cos \frac{\pi}{\tau} x - j \sin \frac{\pi}{\tau} x \right)$$

$$\bar{\Theta}_{\delta_1 r}(x) = \bar{\Theta}_{\delta_1 r m} \left(\cos \frac{\pi}{\tau} x + j \sin \frac{\pi}{\tau} x \right)$$

$$\bar{\Theta}_{\delta v}(x) = \bar{\Theta}_{\delta v m} \left(\cos \frac{\pi}{\tau} x - j \sin \frac{\pi}{\tau} x \right)$$

$$\bar{\Theta}_{\delta r}(x) = \bar{\Theta}_{\delta r m} \left(\cos \frac{\pi}{\tau} x + j \sin \frac{\pi}{\tau} x \right) \quad (4-9)$$

Die magnetischen Induktionen, die durch die in den Luftspalten δ^1 wirkenden resultierenden Durchflutungen hervorgerufen werden, verursachen in den Bronzemänteln Wirbelströme. Diese können in folgender Weise geschrieben werden, wobei auf die Berechnungen verzichtet wird:

$$\bar{J}_{Brv}(x) = + \omega \frac{\tau}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta_1} \gamma_{Br} \cdot \bar{\Theta}_{\delta_1 v}(x) \quad (4-10)$$

und

$$\bar{J}_{Brr}(x) = - \omega \frac{\tau}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta_1} \gamma_{Br} \cdot \bar{\Theta}_{\delta_1 r}(x)$$

Auch diese Wirbelströme rufen eine Durchflutung hervor. Diese können unter Weglassung der Berechnungen wie folgt angeschrieben werden:

$$\bar{\Theta}_{Brv}(x) = - \delta_1 \int_0^x \bar{J}_{Brv}(x) dx$$

und

$$\bar{\Theta}_{Br r}(x) = -\delta_1 \int_0^x \bar{J}_{Br r}(x) dx$$

d. h.

$$\begin{aligned} \bar{\Theta}_{Br r}(x) &= -\omega \mu_0 \gamma_{Br} \frac{\tau^2}{\pi^2} \bar{\Theta}_{\delta 1 r m} \left(\sin \frac{\pi}{\tau} x + j \cos \frac{\pi}{\tau} x \right) \\ \bar{\Theta}_{Br r}(x) &= +\omega \mu_0 \gamma_{Br} \frac{\tau^2}{\pi^2} \bar{\Theta}_{\delta 1 r m} \left(\sin \frac{\pi}{\tau} x - j \cos \frac{\pi}{\tau} x \right) \end{aligned} \quad (4-11)$$

In der Al-Scheibe werden Wirbelströme nur durch die rückwärtsschreitende Komponente der im Luftspalt δ wirkenden resultierenden Durchflutung hervorgerufen. Diese werden im mit dem Rotor mitlaufenden Koordinatensystem folgendermaßen angeschrieben:

$$\bar{J}_{Al r}(x_r, t) = -2\omega \frac{\tau}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta} \gamma_{Al} \Theta_{\delta r m} \sin \left(2\omega t + \alpha_{\delta r} + \frac{\pi}{\tau} x_r \right)$$

Nach Integration und Rücktransformation kann die resultierende Durchflutung der Ströme $J_{Al r}(x_r, t)$ im stehenden Koordinatensystem geschrieben werden:

$$\bar{\Theta}_{Al r}(x) = -2\omega \mu_0 \gamma_{Al} \frac{\tau^2}{\pi^2} \bar{\Theta}_{\delta r m} \left(-\sin \frac{\pi}{\tau} x + j \cos \frac{\pi}{\tau} x \right)$$

und

$$\bar{\Theta}_{Al r}(x) p \equiv 0 \quad (4-12)$$

Die durch die Magnetpole hervorgerufene Durchflutung wird wie folgt angeschrieben:

$$\bar{\Theta}_p(x) = \bar{\Theta}_{pm} \left(\cos \frac{\pi}{\tau} x - j \sin \frac{\pi}{\tau} x \right)$$

wobei

$$\bar{\Theta}_{pm} = -\Theta_{pm} e^{-jB_0} \frac{\pi}{\tau}$$

ist, und $B_0 \pi/\tau$ die Lage des Rotors im Verhältnis zum Ständer bedeutet.

Die Wirbelstromverluste des Ständereisenkörpers werden nach der Voraussetzung durch den längsgerichteten magnetischen Fluß $\Phi(x, t)$ bzw. $\bar{\Phi}(x)$ des Eisenkörpers hervorgerufen. Der Fluß wird von den Durchflutungs- wellen der Luftspalte δ und δ_1 erzeugt.

Statt der langwierigen Berechnung soll nur das Endergebnis angegeben werden:

$$\begin{aligned}\bar{\Phi}_{\delta v}(x) &= h \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\tau}{\pi} \bar{\Theta}_{\delta r m} \left(\sin \frac{\pi}{\tau} x + j \cos \frac{\pi}{\tau} x \right) \\ \bar{\Phi}_{\delta r}(x) &= h \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\tau}{\pi} \bar{\Theta}_{\delta r m} \left(\sin \frac{\pi}{\tau} x - j \cos \frac{\pi}{\tau} x \right) \\ \bar{\Phi}_{\delta 1 v}(x) &= -h \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\tau}{\pi} \bar{\Theta}_{\delta 1 r m} \left(\sin \frac{\pi}{\tau} x + j \cos \frac{\pi}{\tau} x \right) \\ \bar{\Phi}_{\delta 1 r}(x) &= -h \frac{\mu_0}{\delta_1} \frac{\tau}{\pi} \bar{\Theta}_{\delta 1 r m} \left(\sin \frac{\pi}{\tau} x - j \cos \frac{\pi}{\tau} x \right)\end{aligned}$$

und

$$\bar{\Phi}(x) = \bar{\Phi}_{\delta v}(x) + \bar{\Phi}_{\delta r}(x) + \bar{\Phi}_{\delta 1 v}(x) + \bar{\Phi}_{\delta 1 r}(x) \quad (4-13)$$

Mit Hilfe der Gl. (4—13) können die Wirbelströme in der den Eisenverlust ersetzenden Hülse folgendermaßen bestimmt werden:

$$\bar{J}_{F_e}(x) = j\omega G_{F_e} \bar{\Phi}(x) \quad (4-13a)$$

Die durch die Wirbelströme \bar{J}_{F_e} im Luftspalt δ hervorgerufenen Durchflutungen werden in folgender Weise angeschrieben:

$$\begin{aligned}\bar{\Theta}_{\delta F_{ev}}(x) &= 2j\omega G_{F_e} h \mu_0 \frac{\tau^2}{\pi^2} \left(\frac{\bar{\Theta}_{\delta r m}}{\delta} - \frac{\bar{\Theta}_{\delta 1 r m}}{\delta_1} \right) \left(\cos \frac{\pi}{\tau} x + j \sin \frac{\pi}{\tau} x \right); \\ \bar{\Theta}_{\delta F_{er}}(x) &= -2j\omega G_{F_e} h \mu_0 \frac{\tau^2}{\pi^2} \left(\frac{\bar{\Theta}_{\delta r m}}{\delta} - \frac{\bar{\Theta}_{\delta 1 r m}}{\delta_1} \right) \left(\cos \frac{\pi}{\tau} x + j \sin \frac{\pi}{\tau} x \right)\end{aligned} \quad (4-14)$$

Die Durchflutungen im Luftspalt δ_1 sind:

$$\bar{\Theta}_{\delta 1 F_{ev}}(x) = -\frac{1}{2} \bar{\Theta}_{\delta F_{ev}}(x) \quad (4-15)$$

und

$$\bar{\Theta}_{\delta 1 F_{er}}(x) = -\frac{1}{2} \bar{\Theta}_{\delta F_{er}}(x)$$

Die dem Durchflutungsgleichgewicht entsprechenden Gleichungen lauten:

$$\begin{aligned}\bar{\Theta}_{\delta v}(x) &= \bar{\Theta}_{\delta 1 v}(x) + \bar{\Theta}_{\delta 1 r}(x) + \bar{\Theta}_{\delta F_{ev}}(x) + \bar{\Theta}_{\rho}(x) \\ \bar{\Theta}_{\delta 1 v} &= \bar{\Theta}_{\delta 1 i v} + \bar{\Theta}_{\delta 1 B r v} + \bar{\Theta}_{\delta 1 F_{ev}} \\ \bar{\Theta}_{\delta r} &= \bar{\Theta}_{\delta 1 r} + \bar{\Theta}_{\delta A l r} + \bar{\Theta}_{\delta F_{er}} \\ \bar{\Theta}_{\delta 1 r} &= \bar{\Theta}_{\delta 1 i r} + \bar{\Theta}_{\delta 1 B r r} + \bar{\Theta}_{\delta 1 F_{er}}\end{aligned} \quad (4-16)$$

Nach Einsetzen der entsprechenden Ausdrücke und nach Durchführung von Vereinfachungen erhält man das Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\bar{\Theta}_{\delta vm} \left(1 + j2\omega G_{Fe} h \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\tau^2}{\pi^2} \right)}_D - \underbrace{j2\omega G_{Fe} h \frac{\mu_0}{\delta_1} \frac{\tau^2}{\pi^2} \bar{\Theta}_{\delta 1 vm}}_B = \bar{\Theta}_{\delta im} + \bar{\Theta}_{pm} \\
 & \underbrace{-j\omega G_{Fe} h \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\tau^2}{\pi^2} \bar{\Theta}_{\delta vm}}_C + \underbrace{\left[1 + j\omega \mu_0 \frac{\tau^2}{\pi^2} \left(\gamma_{Br} + G_{Fe} \frac{h}{\delta_1} \right) \right]}_A \bar{\Theta}_{\delta 1 vm} = \bar{\Theta}_{\delta 1 im} \\
 & \bar{\Theta}_{\delta rm} \underbrace{\left[1 + 2j\omega \mu_0 \frac{\tau^2}{\pi^2} \left(\gamma_{Al} + G_{Fe} \frac{h}{\delta} \right) \right]}_E - \underbrace{2j\omega G_{Fe} h \frac{\mu_0}{\delta_1} \frac{\tau^2}{\pi^2} \bar{\Theta}_{\delta 1 rm}}_B = \bar{\Theta}_{\delta irm} \\
 & \bar{\Theta}_{\delta 1 rm} \underbrace{\left[1 + j\omega \mu_0 \frac{\tau^2}{\pi^2} \left(\gamma_{Br} + G_{Fe} \frac{h}{\delta_1} \right) \right]}_A - \underbrace{j\omega G_{Fe} h \frac{\mu_0}{\delta} \frac{\tau^2}{\pi^2} \bar{\Theta}_{\delta rm}}_C = \bar{\Theta}_{\delta 1 irm}
 \end{aligned}$$

Nach Lösung des Gl.-Systems (4-17) erhält man die einzelnen resultierenden Durchflutungen in der Form:

$$\begin{aligned}
 \bar{\Theta}_{\delta vm} &= \frac{A(\bar{\Theta}_{\delta im} + \bar{\Theta}_{pm}) + B\bar{\Theta}_{\delta 1 im}}{AD - BC} \\
 \bar{\Theta}_{\delta 1 vm} &= \frac{C(\bar{\Theta}_{\delta im} + \bar{\Theta}_{pm}) + D\bar{\Theta}_{\delta 1 im}}{AD - BC} \\
 \bar{\Theta}_{\delta rm} &= \frac{A(\bar{\Theta}_{\delta irm} + B\bar{\Theta}_{\delta 1 irm})}{AE - BC} \\
 \bar{\Theta}_{\delta 1 rm} &= \frac{C\bar{\Theta}_{\delta irm} + E\bar{\Theta}_{\delta 1 irm}}{AE - BC} \quad (4-18)
 \end{aligned}$$

Die durch die einzelnen Durchflutungswellen in der Statorwicklung induzierten Spannungen werden folgendermaßen berechnet:

$$\begin{aligned}
 \bar{U}_{\delta vm} &= j\omega \frac{L_\delta}{2} \bar{\Theta}_{\delta vm} \frac{2}{n} \\
 \bar{U}_{\delta 1 vm} &= j\omega \frac{L_\delta}{2} \bar{\Theta}_{\delta 1 vm} \frac{2}{n} \\
 \bar{U}_{\delta rm} &= -j\omega L_{\delta 1} \bar{\Theta}_{\delta 1 rm} \frac{2}{n} \\
 \bar{U}_{\delta 1 rm} &= -j\omega L_{\delta 1} \bar{\Theta}_{\delta 1 rm} \frac{2}{n} \quad (4-19)
 \end{aligned}$$

und

$$\bar{U}_m = \bar{U}_{\delta vm} + \bar{U}_{\delta rm} + \bar{U}_{\delta_1 vm} + \bar{U}_{\delta_1 rm}$$

wobei

$$\frac{L_\delta}{2} = \frac{h}{\delta} \mu_0 \cdot \frac{N^2 2p \cdot \tau}{16} \cdot \frac{1}{p^2}$$

und

$$\frac{L_{\delta_1}}{2} = \frac{h}{\delta_1} \mu_0 \cdot \frac{N^2 \cdot 2p\tau}{32} \cdot \frac{1}{p^2} \quad (4-20)$$

sind.

Das Gl.-system (4—19) gibt die gesuchte Spannungsgleichung der Maschine an. Im Gleichungssystem (4—19) bedeuten

$\bar{U}_{\delta vm}$ den komplexen Spitzenwert der Spannung, die in der Statorwicklung durch die im Luftspalt δ vorwärtsschreitende Durchflutungswelle induziert wird usw.

L_δ die Induktivität, die dem Fluß entspricht, der von der Statorwicklung im Luftspalt δ hervorgerufen wird usw.

5. Das Ersatzschaltbild der Maschine

In Abb. 5—1 ist ein Ersatzschaltbild zu sehen, das der Spannungsgleichung der Maschine entspricht. Seine Richtigkeit kann durch entsprechende Umformung der Gl. (4—19) mit ziemlich zeitraubender Rechenarbeit bewiesen werden.

Die in Abb. 5—1 benutzten neuen Bezeichnungen:

$$\bar{\vartheta}_{pm} = \frac{2\bar{\Theta}_{pm}}{n} \quad (5-1)$$

Es bedeuten $\bar{\vartheta}_{pm}$ den Strom des die Dauermagneten des Rotors ersetzenden Stromgenerators:

$$\frac{R_{Br}}{2} = \frac{h}{\delta_1} \cdot \frac{N^2 \pi^2}{2p\tau 8} \cdot \frac{1}{\gamma_{Br}} \quad (5-2)$$

$R_{Br}/2$ den Widerstand, der die Wirbelstromverluste des Bronzemantels ersetzt;

$$\frac{R_{Al}}{2} = \frac{h}{\delta} \cdot \frac{N^2 \pi^2}{2p\tau 8} \cdot \frac{1}{\gamma_{Al}} \quad (5-3)$$

$R_{Al}/2$ den Widerstand, der die Wirbelstromverluste der Al-Scheibe ersetzt;

$$\frac{R_{Fe}}{2} = \frac{N^2 \pi^2}{2p\tau 8} \cdot \frac{1}{G_{Fe}} \quad (5-4)$$

$R_{Fe}/2$ den Widerstand, der die Wirbelstromverluste des Eisenkernes ersetzt.

Da das Ersatzschaltbild auf Grund der Klemmenspannungsgleichung der Maschine aufgestellt wurde, gibt es den aufgenommenen Strom, die Klemmenspannung und die aufgenommene Leistung richtig an. Es wurde aber bisher noch nicht bewiesen, daß auch die innere Leistungsbilanz der Maschine richtig sei. Es muß also geprüft werden, ob die Verluste der Wider-

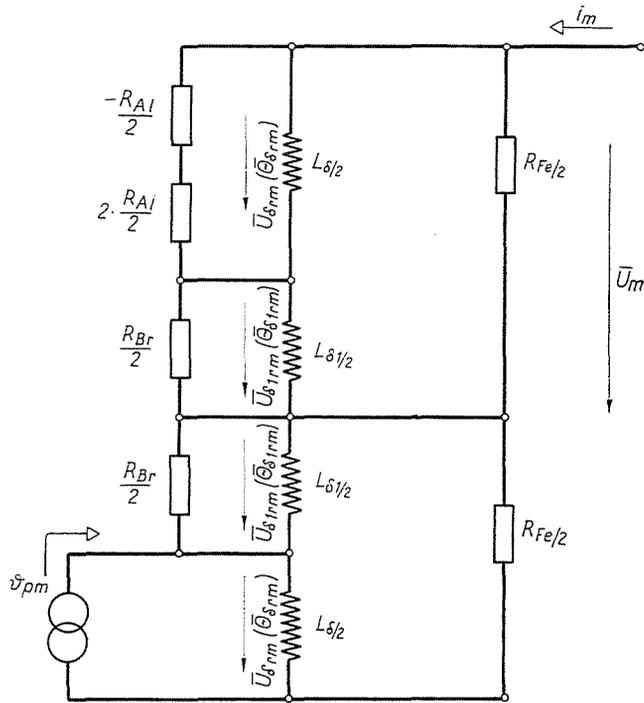


Abb. 5-1

stände $R_{Fe}/2$, $R_{Br}/2$ und $2R_{Al}/2$ dem Eisenverlust, den Verlusten der Bronzemäntel und dem Verlust der Al-Scheibe gleich sind.

Diese Vermutungen können durch eine verhältnismäßig einfache, jedoch weitläufige Berechnung nachgewiesen werden.

Der Verlust der Al-Scheibe wird auf Grund des Ersatzschaltbildes folgendermaßen berechnet:

$$P_{Al} = \frac{|\bar{U}_{\delta rm}|^2}{R_{Al}} \cdot 2 = \frac{2}{R_{Al}} (\omega L/2)^2 \cdot \frac{4}{n^2} \Theta_{\delta rm}^2 =$$

$$p\gamma_{Al}\tau \left(2\omega \frac{\tau}{\pi} \mu_0 \right)^2 \frac{h}{\delta} \Theta_{\delta rm}^2 \quad (5-5)$$

Auf Grund des Modells rechnet man wie folgt:

Der Augenblickswert des Leistungsverlustes der Al-Scheibe an irgendeiner Stelle X_r (in dem mit dem Rotor mitlaufenden Koordinatensystem) lautet:

$$p_{Al}(x_r, t) = \frac{1}{\gamma_{Al}} J_{Al}^2(x_r, t)$$

Der Augenblickswert des Leistungsverlustes auf der Polteilung τ ist folgendermaßen zu berechnen:

$$h\delta \int_0^\tau p(x_r, t) dx_r = \frac{1}{\gamma_{Al}} \left(2\omega \frac{\tau}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta} \gamma_{Al} \Theta_{\delta rm} \right)^2 h\delta \times \\ \times \int_0^\tau \sin^2 \left(2\omega t + \alpha_{\delta r} + \frac{\pi}{\tau} x_r \right) dx_r$$

Nach Durchführung der Integration ist zu sehen, daß der Mittelwert des Ergebnisses dem durch die Formel (5-5) angegebenen Wert gleich ist.

In ähnlicher Weise läßt sich beweisen, daß das Ersatzschaltbild auch die Verluste der Bronzemäntel richtig angibt.

Auf Grund des Ersatzschaltbildes berechnet man den erwähnten Verlust folgendermaßen:

$$P_{Br} = \frac{1}{2} \left(\frac{U_{\delta 1rm}^2}{R_{Br/2}} + \frac{U_{\delta 1vm}^2}{R_{Br/2}} \right) = 2p\gamma_{Br}\tau \frac{h}{\delta_1} \left(\omega \frac{\tau}{\pi} \mu_0 \right)^2 (\Theta_{\delta 1vm}^2 + \Theta_{\delta 1rm}^2) \quad (5-6)$$

Mit dem Modell wird wie folgt gerechnet:

Die resultierende Wirbelstromverteilung ist:

$$\bar{J}_{Brres}(x) = \bar{J}_{Brv}(x) + \bar{J}_{Brr}(x) \quad (5-7)$$

Der Mittelwert des Leistungsverlustes ist:

$$P_{Br}(x) = \frac{1}{2} \frac{\bar{J}_{Brres} \bar{J}_{Brres}^*}{\gamma_{Br}} \quad (5-8)$$

Wird die Integration nach x unter Berücksichtigung der Gl. (5-3), (4-9) und (4-10) durchgeführt, zeigt es sich, daß der so berechnete resultierende Verlust der Bronzemäntel dem nach der Formel (5-6) berechneten Wert gleich ist.

Der Eisenverlust beträgt auf Grund des Ersatzschaltbildes:

$$P_{Fe} = \frac{1}{2} \left[\frac{|\bar{U}_{\delta 1rm} + \bar{U}_{\delta rm}|^2}{R_{Fe/2}} + \frac{|\bar{U}_{\delta 1vm} + \bar{U}_{\delta vm}|^2}{R_{Fe/2}} \right] \quad (5-9)$$

Unter Anwendung der Formeln (4—19), (4—20) und (5—4) kann der Ausdruck (5—9) in folgender Form geschrieben werden:

$$P_{Fe} = 2pG_{Fe}\tau \left(\omega h \mu_0 \frac{\tau}{\pi} \right)^2 \times \left(\frac{\bar{\Theta}_{\delta rm}}{\delta} - \frac{\bar{\Theta}_{\delta 1vm}}{\delta_1} \right) \times \left(\frac{\bar{\Theta}_{\delta vm}^*}{\delta} - \frac{\bar{\Theta}_{\delta 1vm}^*}{\delta_1} \right) + \\ + \left(\frac{\bar{\Theta}_{\delta rm}}{\delta} - \frac{\bar{\Theta}_{\delta 1rm}}{\delta_1} \right) \times \left(\frac{\bar{\Theta}_{\delta rm}^*}{\delta} - \frac{\bar{\Theta}_{\delta 1rm}^*}{\delta_1} \right) \quad (5-10)$$

Berechnung auf Grund des Modells:

Der Mittelwert des Leistungsverlustes in der den Eisenverlust ersetzenden Hülse beträgt:

$$p_{Fe}(x) = \frac{1}{2} \frac{J_{Fe} \bar{J}_{Fe}^*}{G_{Fe}} \quad (5-11)$$

Wird die Integration nach x unter Berücksichtigung der Gl. (4—13), (4—13a) und (4—14) sowie (4—15) durchgeführt, ergibt sich, daß der so berechnete Verlust des Eisenkerns dem nach der Formel (5—10) berechneten Wert gleich ist.

6. Schlußfolgerungen

Durch die Berechnungen in Teil 5 wurde nachgewiesen, daß das Ersatzschaltbild in Abb. 5—1 die Spannungs- und Leistungsverhältnisse des Modells in Abb. 2—1 richtig wiedergibt. Die Spannungsunterschiede zwischen den entsprechenden Punkten des Ersatzschaltbildes sind den in den Luftspalten des Modellmotors wirkenden Durchflutungskomponenten proportional. Die Verluste der Widerstände mit positiven Wert ($P_{Fe/2}$, $P_{Br/2}$, $P_{Al/2}$) sind gleich den Wirbelstromverlusten, die in den Eisen-, Aluminium-, und Bronzeteilen des Motors auftreten. Der Widerstand ($-R_{Al/2}$) in der Schaltung bedeutet, daß die über die Statorklemmen aufgenommene Energie nur die Hälfte der Rotorwirbelstromverluste unmittelbar deckt, die andere Hälfte des Verlustes wird durch den Leistungsunterschied gedeckt, der aus der Drehmomentabnahme der Maschine stammt. Die Wellenleistung des Motors ist also gleich dem Unterschied zwischen der Leistung des Stromgenerators $\bar{\vartheta}_{pm}$ und der Leistung des Widerstands ($-R_{Al/2}$). Die Reibungsverluste werden hier nicht berücksichtigt.

In diesem Abschnitt wird absichtlich immer von Modellmotor und von einem dem Modell entsprechenden Ersatzschaltbild gesprochen. Die Betriebs-

verhältnisse der wirklichen Maschine lassen sich nämlich wegen des räumlichen Charakters der Wirbelstromerscheinungen nur sehr kompliziert beschreiben.

Die Frage, in welchem Maße das erhaltene Ersatzschaltbild für die Analyse des Betriebsverhaltens der wirklichen Maschine geeignet sei, kann nur auf Grund von Messungen genau beantwortet werden.

Auf alle Fälle können einige in der Einführung erwähnte Effekte auf Grund von Abb. 5—1 qualitativ erklärt werden.

So wächst z. B. das Antriebsmoment des Motors nicht dem Ständerstrom proportional. Das folgt auch aus Abb. 5—1. Mit der Zunahme des Stromes i wächst die Leistung des Stromgenerators $\bar{\vartheta}_{pm}$ proportional, die abzuziehende Leistung des Widerstandes ($-R_{A1}/2$) aber quadratisch. Es existiert also ein Grenzstrom, nach dessen Erreichen das Moment des Motors abnimmt, wenn der Ständerstrom weiter erhöht wird. In der Wirklichkeit ist dieser Effekt komplizierter, weil man die Erwärmung des Rotors und die dementsprechende Entmagnetisierung der Permanentmagneten nicht außer acht lassen darf. Durch die Entmagnetisierung wird der genannte Effekt beschleunigt.

Das Modell ist auch in anderer Hinsicht nützlich. Aus Abb. 5—1 kann festgestellt werden, daß der im Bronzemantel entstehende große Wirbelstromverlust bei der Arbeit mit konstantem Strom (Erwärmung) das Drehmoment des Motors nicht wesentlich beeinflußt. Die Wechselwirkung zwischen den zwei Größen wird nur durch den Eisenverlust verursacht. Bei einem Eisenkern guter Qualität ist aber ihr Wert verhältnismäßig klein. Das ist eine wichtige Feststellung, weil der Bronzemantel wegen der intensiven Kühlung (Wasser) notwendig ist.

Auf Grund des Gesagten darf festgestellt werden, daß sich der Betrieb des Motors mit Hilfe des angegebenen Ersatzschaltbildes qualitativ gut erklären läßt. Die genaueren quantitativen Zusammenhänge sowie die Übereinstimmung zwischen den Meßergebnissen und den auf Grund des Ersatzschaltbildes gezogenen Folgerungen sollen in einer späteren Arbeit behandelt werden.

Zusammenfassung

Die Arbeit beschäftigt sich mit der theoretischen Untersuchung eines Dauermagnetmotors mit hoher Drehzahl (60 000 U/Min). Es wird das annähernde Ersatzschaltbild des Motors angegeben und die auf Grund des Ersatzschaltbildes erhaltenen Informationen werden kurz erörtert.

Literatur

1. SIMONYI, K.: Elméleti Villamosságtan. Tankönyvkiadó, Budapest, 1967.
2. VOLKRODT, W.: Eigenschaften eines neuartigen Synchronmotors mit Erregung durch Bariumferritmagneten. Dissertation, TH. Braunschweig, 1960.
3. LISKA, J.: Villamos gépek. III. Szinkron gépek. Tankönyvkiadó, Budapest, 1965.
4. KOVÁCS, P.—RÁCZ, I.: Váltakozóáramú gépek tranziens folyamatai. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1954.

Attila KÁRPÁTI, Budapest XI., Garami E. tér 3., Ungarn