

# КВАДРУПОЛЬНАЯ ЛИНЗА С ПЛОСКИМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

Л. П. ОВСЯННИКОВА и М. СИЛАДИ

Физико-Технический Институт им. А. Ф. Иоффе Академии Наук СССР  
Кафедра Теоретических Основ Электротехники Будапештского Политехнического  
Университета

(Поступило 11. VII. 1969 г.)

Квадрупольные линзы (электрические и магнитные), имеющие плоскую форму электродов (полюсов) (см. рис. 1), обладают целым рядом достоинств. К ним нужно отнести простоту изготовления, а также возможность уменьшения внешних размеров линзы по сравнению, например, с линзами, электроды (полюса) которых имеют гиперболическую или цилиндрическую форму.

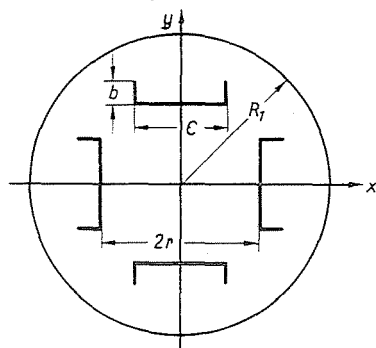


Рис. 1

Выражение для потенциала квадрупольной линзы с произвольной формой электродов (полюсов) в двумерном приближении можно записать следующим образом:

$$\Phi(x, y) = \frac{VK_2}{r^2} \left[ x^2 - y^2 + \frac{K_6}{K_2} \frac{1}{r^4} (x^2 - y^2) (x^4 + y^4 - 14x^2y^2) + \dots \right] \quad (1)$$

Здесь  $K_{4i+2}$  ( $i = 0, 1, 2 \dots$ )-коэффициенты, зависящие от формы электродов (полюсов). Линза обладает двумя плоскостями симметрии и двумя плоскостями антисимметрии. Изменение величины коэффициента  $K_2$  вызывает изменение условий фокусировки первого порядка. Подбором значения потенциала  $\pm V$  на электродах (полюсах) линзы при том же самом радиусе апертуры  $r$  можно скомпенсировать это изменение. Коэффициенты  $K_{4i+2}$  ( $i = 1, 2 \dots$ )

характеризуют скорость изменения градиента напряженности поля по радиусу. Их обычно называют коэффициентами нелинейности поля.

Аналитические выражения для распределения потенциала линзы с плоскими электродами были получены в работах [1] в предположении бесконечно малого зазора между электродами.

Поля линз с плоскими электродами (полюсами) можно рассчитать также с помощью метода конформных отображений, используя теорему Кристоффеля—Шварца [2]. Однако интегралы, определяющие преобразования, нельзя выразить в элементарных функциях и они вычисляются численно. В работах [3, 4] были рассчитаны и измерены поля магнитных линз с плоскими электродами в случае подавленной шестой гармоники поля ( $K_6 = 0$ ).

В статье [5] на примерах электростатической линзы с вогнутыми электродами и магнитной с полюсами в виде частей кругового цилиндра было

Таблица 1

№	$R_1/r$	$c/r$	$K_2$	$K_6$	$K_6/K_2$	№	$R_1/r$	$c/r$	$K_2$	$K_6$	$K_6/K_2$
1	3,5	1,6	1,089	-0,09	-0,08	4	1,59	1,45	1,092	-0,10	-0,09
		1,2	1,081	-0,08	-0,07			1,27	1,086	-0,09	-0,08
		0,8	1,034	-0,01	-0,01			1,08	1,076	-0,08	-0,07
		0,4	0,890	0,14	0,16			0,91	1,045	0,00	0,00
		0	0,512	0,19	0,37			0,73	1,000	0,05	0,05
2	2,34	1,87	1,093	-0,10	-0,09			0,55	0,926	0,14	0,15
		1,60	1,092	-0,10	-0,09			0,36	0,819	0,20	0,24
		1,33	1,088	-0,09	-0,08			0,18	0,663	0,21	0,32
		1,07	1,071	-0,06	-0,06			0	0,350	0,13	0,37
		0,80	1,029	0,00	0,00	5	1,46	1,17	1,077	-0,08	-0,07
		0,53	0,942	0,10	0,11			0,80	1,025	0,00	0,00
		0,27	0,781	0,20	0,26			0,67	0,973	0,08	0,08
		0	0,456	0,14	0,31			0,50	0,893	0,17	0,19
3	1,67	1,52	1,093	-0,11	-0,10			0,33	0,782	0,22	0,28
		1,39	1,086	-0,09	-0,08			0,17	0,624	0,23	0,37
		1,14	1,075	-0,07	-0,07			0	0,359	0,34	0,95
		0,95	1,051	-0,03	-0,03	6	1,25	0,71	0,958	0,11	0,12
		0,76	1,008	0,05	0,05			0,57	0,891	0,19	0,21
		0,57	0,942	0,11	0,12			0,43	0,802	0,25	0,31
		0,38	0,835	0,20	0,24			0,29	0,682	0,28	0,41
		0,19	0,679	0,21	0,31			0,14	0,529	0,25	0,47
		0	0,397	0,13	0,33			0	0,290	0,15	0,52

показано, что меняя геометрические характеристики линзы, а следовательно, величину коэффициентов нелинейности поля, можно уменьшить сферическую aberrацию линзы.

В связи с вышесказанным, в данной работе исследуются поля двумерных электростатических квадрупольных линз с плоскими электродами, у которых коэффициенты нелинейности поля  $K_6$  меняются в довольно широких пределах. Определяются геометрические характеристики линз с уменьшенной сферической aberrацией.

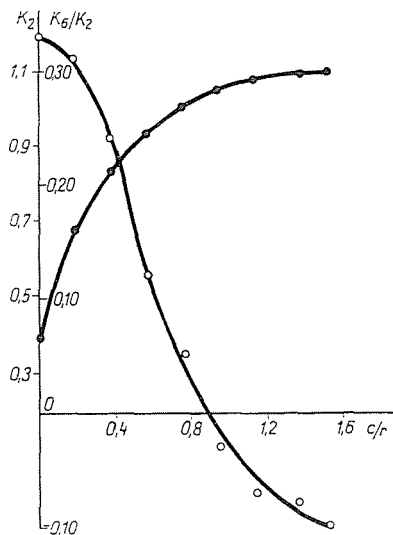


Рис. 2

Измерения проводились на двумерной сетке сопротивлений Кафедры Теоретических Основ Электротехники Будапештского Политехнического Университета. Описание сетки имеется в работах [6, 7]. Моделировалась половина системы, расположенная над осью  $x$ , поэтому сопротивления границы сетки, совмещённой с осью  $x$ , удваивались. Значения потенциала измерялись по осям  $x$  и  $y$ . На электроды были поданы потенциалы 1 и 0, при этом потенциал в центре равнялся 0,5 единицы. Для проверки симметрии системы измерялся потенциал вдоль прямой, расположенной под углом  $45^\circ$  к осям  $x$  и  $y$ . Он был равен с большой степенью точности потенциалу в центре линзы.

На поле внутри линзы влияют граничные условия за электродами. Это влияние становится существенным в случае больших расстояний между электродами. Практически, граничные условия определяются камерой, в которой находится линза. Поэтому граница моделировалась на сетке ступенчатой линией, близкой к окружности. На граничную окружность радиуса  $R_1$  подавался потенциал, равный его значению в центре линзы.

Таблица 2

$\frac{L}{r}$	$\frac{K_6}{K_2}$	$\frac{c}{r}$	$\frac{C_p}{L}$	$\frac{C_s}{L}$	$\frac{C_{p1}}{L}$	$\frac{C_{p2}}{L}$
4	0,152	0,52				
5	0,062	0,72	0,5	0,5	-0,375	-0,375
6	0,030	0,80				
8	0,010	0,86				
5	-0,001	0,88	0,5	0,5	-0,375	0,008
4	0,000	0,88	0,5	0,5	-0,375	0,000

Картина поля снималась для линз с различными величинами  $R_1/r$ . При этом отношение ширины полюса к радиусу апертуры  $c/r$  менялось от нуля до максимально возможного значения. Для всех линз  $b/c = 1/4$ .

Экспериментальные результаты обрабатывались с помощью метода наименьших квадратов на машине БЭСМ-4М. При этом для вычисления  $K_2$  выбирались значения потенциала в области от 0,2  $r$  до 0,7  $r$ , а для вычисления  $K_6$  в области от 0,3  $r$  до 0,8  $r$ . Полученные значения  $K_2$ ,  $K_6$  и  $K_6/K_2$  приведены в таблице 1. Из таблицы видно, что  $K_2$  при любых значениях  $R_1/r$  положительны для всех  $c/r$ . Когда  $c/r \geq 0,5$ , значения  $K_2$  мало меняются с изменением  $R_1/r$ . С уменьшением  $c/r$  это изменение становится более значительным. Оно максимально при  $c/r = 0$ . Величины  $K_6/K_2$  начинают отличаться уже при  $c/r \approx 0,9$ . Когда  $c/r \approx 0,80 - 0,90$ ,  $K_6/K_2$  меняет знак и при малых зазорах между электродами отношение  $K_6/K_2$  становится отрицательным. Если  $c/r$  равно максимально возможному значению, то зазор между электродами можно считать малым и значения  $K_2$  и  $K_6$  (см. таблицу 1) получаются близкими к значениям  $K_2 = 1,094$  и  $K_6 = -0,108$ , вычисленным по формулам работы [2]. Исключение составляют случаи, когда  $R_1/r = 1,46$  и 1,25, и максимально возможное значение  $c/r$  таково, что зазор между электродами нельзя считать малым.

При  $c/r = 0$  получаем значения  $K_2$ , которые хорошо совпадают с результатами работы [8] при  $2\varepsilon = 90^\circ$ . А именно: когда  $R_1/r = 3,5$ , мы имеем  $K_2 = 0,512$  (см. таблицу 1) и  $K_2 = 0,517$  (см. [8]); для  $R_1/r = 1,25$  имеем соответственно значения  $K_2$ , равные 0,290 и 0,286. Совпадения значений  $K_6/K_2$  оказывается несколько хуже: для  $R_1/r = 3,5$  имеем  $K_6/K_2$ , равные 0,37 (таблица 1) и 0,29 [8]; для  $R_1/r = 1,25$  они, соответственно, равны 0,52 и 0,49.

Возможность компенсации каких-либо из коэффициентов сферической аберрации пятого порядка рассмотрим на примере линзы с  $R_1/r = 1,67$ . На рис. 2 представлены зависимости  $K_2$  (точки) и  $K_6/K_2$  (кружки) от ширины электрода  $c/r$  для этого случая.

$\frac{C_{p1} + C_{p2}}{L}$	$\frac{C_{s1}}{L}$	$\frac{C_{s2}}{L}$	$\frac{C_{s1} + C_{s2}}{L}$	$\frac{C_{t1}}{L}$	$\frac{C_{t2}}{L}$	$\frac{C_{t1} + C_{t2}}{L}$
0	-0,75	-36,1	-36,9	-0,375	824,7	824
-0,383	-0,75	0,750	0	-0,375	-17,13	-17,51
-0,375	-0,75	-0,016	-0,766	-0,375	0,375	0

Из рис. 2 видно, что  $K_6/K_2 = 0$  для  $c/r = 0,9$ , при этом  $K_2 = 1,05$ .

Определим, при каких геометрических характеристиках этой линзы можно получить уменьшение сферической aberrации. Для этого воспользуемся результатами работы [5]. Выпишем значения  $K_6/K_2$ , при которых корректируется какой-либо из коэффициентов сферической aberrации пятого порядка, и используя данные рис. 2, получим необходимые значения геометрических характеристик. Результаты вычислений приведены в таблице 2. В таблице 2 через  $C_{p1}/L$ ,  $C_{s1}/L$  и  $C_{t1}/L$  обозначены коэффициенты сферической aberrации пятого порядка линзы со строго линейным полем, через  $C_{p2}/L$ ,  $C_{s2}/L$ ,  $C_{t2}/L$ -коэффициенты, связанные с нелинейностью поля. В этой же таблице для сравнения приведены коэффициенты сферической aberrации третьего порядка  $C_p/L$  и  $C_s/L$ . Параметр  $L$  равен расстоянию от предмета до изображения, которые находятся внутри линзы. Выражение для отклонения от параксиальной траектории траектории, вычисленной с точностью до членов пятого порядка малости, в месте расположения гауссова изображения ( $z = z_i$ ) запишется тогда в следующем виде

$$\Delta x(z_i) = C_p x_0'^3 + C_s x_0' y_0'^2 + (C_{p1} + C_{p2}) x_0'^5 + (C_{s1} + C_{s2}) x_0'^3 y_0'^2 + (C_{t1} + C_{t2}) x_0' y_0'^4. \quad (2)$$

Из таблицы 2 следует, что ни при каких значениях  $K_6/K_2$  одновременно обратить в нуль коэффициенты сферической aberrации невозможно. Причём, чем больше отношение  $L/r$ , тем при меньших значениях  $K_6/K_2$  происходит коррекция какого-либо коэффициента. Если  $C_{p1} + C_{p2} = 0$ , то величины остальных коэффициентов возрастают по сравнению с их величинами для строго линейного поля. Если  $C_{s1} + C_{s2} = 0$ , то возрастает значение коэффициента  $C_{t1} + C_{t2}$ , а aberrация в средней плоскости остается, практически, неизменной. При  $C_{t1} + C_{t2} = 0$  остальные aberrационные коэффициенты почти не изменяются по сравнению с их значениями для строго линейного поля. Это объясняется тем, что  $C_{t1} + C_{t2} = 0$  при значении  $K_6/K_2$ , близком к нулю.

Из всего сказанного следует, что выбор  $K_6/K_2$  необходимо связать с формой пучка. Если  $x_0' = y_0'$ , то лучше выбирать те значения  $K_6/K_2$ , при которых корректируются коэффициенты  $C_{s1}$  и  $C_{t1}$ , так как  $(C_{s1} + C_{s2})$  и  $(C_{t1} + C_{t2})$  по величине превосходят  $(C_{p1} + C_{p2})$ . Однако, в этом случае необходимо иметь в виду, что значения  $x_0'$  и  $y_0'$  будут малы (траектории в рассеивающей плоскости линзы сильно отклоняются от оси и, следовательно, в образовании изображения принимают участие траектории с малыми  $y_0'$ ). Поэтому aberrации пятого порядка будут вносить небольшой вклад в общую сумму искажений по сравнению с aberrациями третьего порядка.

Если используется пучок с одинаковыми максимальными отклонениями от оси в плоскостях  $xoz$  и  $yoz$ , то  $x_0' = y_0' sh 1/\tau$ , то есть  $y_0' \ll x_0'$ . В таком случае лучше выбирать те значения  $K_6/K_2$ , при которых корректируется коэффициент  $C_{p1}$ . Тот же вывод, очевидно, можно сделать и для плоского пучка с  $y_0' = 0$ . В работе [5] было показано также, что при некоторых отрицательных значениях  $K_6/K_2$  можно уменьшить суммарную величину сферической aberrации третьего и пятого порядков и в плоскости гауссова изображения по сравнению с aberrациями линзы со строго линейным полем ( $K_6 = 0$ ), и для определенных углов на входе в линзу обратить её в нуль. Так, например, в случае пучка заряженных частиц с  $x_0' = y_0'$  при  $K_6/K_2 = -0,070$  суммарная величина сферической aberrации третьего и пятого порядков в плоскости гауссова изображения меньше, чем её значение для линзы со строго линейным полем при  $c/r = 1,14$  и  $L/r = 4$ . Для  $x' = 3^\circ$  величина суммарной aberrации обращается в нуль.

\*

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить С. Я. Явор за постоянное внимание к работе и Я. Г. Любчика за помощь в расчётах.

### Резюме

В работе исследуются поля двумерных электростатических квадрупольных линз с плоскими электродами, у которых коэффициенты нелинейности поля  $K_6$  меняются в довольно широких пределах. Определяются геометрические характеристики линз с уменьшенной сферической aberrацией.

### Литература

1. Bernard, M. Y.: *Annales de Physique*, **9**, 633 (1954)  
Лебедев, Н. Н., Скальская, И. П., Уфлянд, Я. С.: Сборник задач по математической физике. М., Гостехиздат, 1955
2. Лаврентьев, М. А., Шабаш, Б. В.: Методы теории функций комплексного переменного. М. Физматиздат, 1958
3. Плотников, В. К.: Приборы и техника эксперимента, **2**, 29 (1962); **1**, 32 (1966)
4. Данильцев, Е. Н., Плотников, В. К.: Приборы и техника эксперимента, **3**, 20 (1963)
5. Овсянникова, Л. П., Чечулин, В. Н., Явор, С. Я.: Изв. АН СССР сер. физ., **32**, 6 (1968)
6. Фишкова, Т. Я., Силади, М., Явор, С. Я.: Радиотехника и Электроника, **12**, 1311 (1967)
7. Fiszkova, T. Ya., Szpak, E. V., Szilágyi, M., Yavor, S. Ya.: *Periodica Polytechnica, Electrical Engineering* **12**, 301 (1968)
8. Силади, М., Шпак, Е. В., Явор, С. Я.: Радиотехника и Электроника, **13**, 1, 185 (1968)

Л. П. Овсянникова, Ленинград К-21, Политехническая ул. 26., СССР.  
Dr. Miklós SZILÁGYI, Budapest XI., Egrý József u. 18—20, Hungary