К ВОПРОСУ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

Я. КОЧИШ
Кафедра Автоматизации Будапештского политехнического университета
и
Г. АЛМАШИ
Исследовательский Институт Автоматизации ВАН

(Поступило в печать 4 сентября 1969 г.)
Представлено проф. Др. Ф. Чаки

С появлением современных цифровых вычислительных машин возникла возможность реализации таких сложных задач, как оптимизация автоматизированных промышленных процессов. Подобную задачу можно представить таким образом, что в ходе оптимизации ЦВМ непрерывно оценивает поступившее большое количество информации с целью идентификации объекта, и при помощи математической модели объекта, полученной в результате процесса идентификации, определяет вектор управляющих воздействий так, чтобы режим объекта всегда стремился к оптимуму. Под термином «идентификации» здесь подразумевается процесс текущего определения характеристик воздействий и управляемого объекта и их оценка в процессе нормальной работы.

В настоящей статье предлагается возможный практический метод идентификации, представляющий собой первый этап оптимизации промышленных объектов. Для практического осуществления предложенного подхода необходимо измерять величины параметров, характерных для процессов в объекте, но без того, чтобы при этом возникла необходимость вмешиваться в нормальную работу объекта. В результате идентификации получается динамическая модель объекта, и нам представится возможность обработки конкретной рекомендации для улучшения настройки различных параметров объекта.

Предложенный метод идентификации обработан в соответствии с требованиями, предъявляемыми к современным технологическим процессам. Таким образом, предложенный алгоритм кажется приемлемым для идентификации таких сложных, многомерных, в общем случае нелинейных, динамических промышленных объектов, которые следует оптимизировать по некоторому целесообразно избранному, экономическому показателю, по функции цели.

Математически для обработки алгоритма идентификации применяются метод стохастической апроксимации и метод наименьших квадратов.

Постановка задачи

Пусть задана иерархическая система, представленная на рис. 1. Здесь $\mathbf{u}$ обозначает вектор измеряемых и изменяемых параметров, $\mathbf{z}$ — вектор измеряемых, но из-за технологических требований зафиксированных параметров, $\mathbf{y}$ — вектор управляемых, измеряемых параметров в системе классических регуляторов, $\mathbf{c}$ — непосредственно или посредственно измеряемая функция цели, характеризующая экономичность работы объекта. Задача состоит в том, чтобы динамически идентифицировать объект в том случае, когда нам неизвестны статические и динамические свойства, характер не-

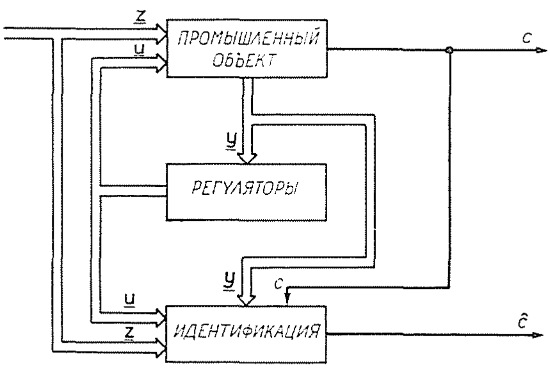

Рис. 1

линейностей воздействий, происходящих в отдельных частях объекта; далее, — если параметры системы измеряются с помехами с нулевым средним значением и с известной конечной дисперсией σ^2.

1. Статическая идентификация

Решение вышеуказанной задачи состоит из двух частей. Сначала определяются приближенные статические характеристики объекта, а затем — также приближенно — динамические свойства объекта.

Первая задача формулируется следующим образом:

Определим, как можно точнее, соотношение

$$c = c(\mathbf{x}) \tag{1}$$

между функцией цели и вектором параметров системы

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}[\mathbf{q}(\mathbf{u}, \mathbf{z}, \mathbf{y})] \tag{2}$$

в такой форме, на основе которой возможно в последующих этапах оптимизации направлять функцию цели c к оптимальной рабочей точке путем целесообразного изменения вектора управляющих воздействий $\mathbf{u}$ (рис. 2).

При решении этой задачи предполагается, что действительную зависимость функции цели от вектора параметров системы можно приближать

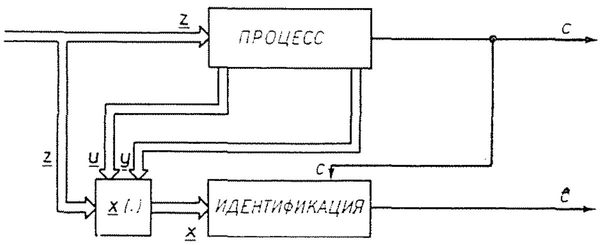

Рис. 2

полной квадратичной формой [1]. В таком случае приближенная функция цели имеет следующий вид:

$$\hat{c} = \mathbf{b}^T \mathbf{x}[\mathbf{q}(\mathbf{u}, \mathbf{z}, \mathbf{y})] = \sum_{i=0}^{K} b_i x_i [\mathbf{q}(\mathbf{u}, \mathbf{z}, \mathbf{y})], \tag{3}$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{q}) = \{1, q_1, q_2, \dots, q_L, \\ q_1^2, q_1, q_2, \dots, q_1 q_L, \\ q_2^2, \dots, q_2 q_L, \\ \text{— — — — — —} \\ q_L^2\}, \end{aligned} \tag{4}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_K \end{bmatrix}; \ \mathbf{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ u \\ z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ q_1 \\ \vdots \\ q_L \end{bmatrix}; \ \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix}; \mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_M \end{bmatrix}; \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_P \end{bmatrix}; \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_K \end{bmatrix}, \tag{5}$$

$$L = N + M + P; \quad K = \frac{(L+1)(L+2)}{2} - 1, \tag{6}$$

а вектор $\mathbf{b}$ представляет собой $(K+1)$-мерный столбцовый вектор неизвестных параметров.

Математически задача формулируется следующим образом:

На основе выбора квадратичного критерия качества следует определить вектор неизвестных параметров $\mathbf{b}$ таким образом, чтобы обеспечивать при этом выполнение следующего условия:

$$J(\mathbf{b}) = M\left\{(c - \mathbf{b}^T \mathbf{x})^2\right\} = \min_{\mathbf{b}}, \tag{7}$$

т. е. необходимо найти корень следующего уравнения регрессии, полученного из функционала (7) путем дифференцирования по вектору $\mathbf{b}$:

$$\frac{dJ(\mathbf{b})}{d\mathbf{b}} = -2M\left\{(c - \mathbf{b}^T \mathbf{x})\,\mathbf{x}\right\} = 0 \tag{8}$$

(здесь M обозначает математическое ожидание, а T—транспонирование столбцовых векторов).

Для решения такого типа задачи известны разные подходы. Для приближенного определения корня неизвестного уравнения регрессии Роббинса—Монро [2] предлагался метод стохастической апроксимации. Для обобщенного алгоритма идентификации впервые Цыпкиным [3] был предложен метод стохастической апроксимации. Предложенный в [3] обобщенный алгоритм для решения нашей конкретной задачи имеет следующий вид:

$$\mathbf{b}[n] = \mathbf{b}[n-1] + \mathbf{R}[n](c[n] - \hat{c}[n]\,\mathbf{x}[n]. \tag{9}$$

Такой процесс сходится с вероятностью, равной единице, если выполняются следующие условия:

а) $$r_{ij}[n] > 0; \; \sum_{m=1}^{\infty} r_{ij}[m] = \infty; \; \sum_{m=1}^{\infty} r_{ij}^2[m] < \infty, \tag{10}$$
$$(i=0, 1, \ldots, K; \;\; j=0, 1, \ldots, K),$$

б) $$\inf_{\varepsilon < \|\mathbf{b}-\mathbf{b}^*\| < 1/\varepsilon} M\left\{(\mathbf{b} - \mathbf{b}^*)^T (c - \hat{c})\,\mathbf{x}\right\} \underset{(\varepsilon > 0)}{<} 0, \tag{11}$$

в) $$M\left\{(c - \hat{c})^2\, \mathbf{x}^T \mathbf{x}\right\} \le d(1 + \mathbf{b}^T \mathbf{b}). \tag{12}$$
$$(d > 0)$$

Здесь: r_{ij} обозначает элемент матрицы $\mathbf{R}$ с размерами $(K+1)\times(K+1)$ в i-том ряду, в j-той колонне, а вектор $\mathbf{b}^*$ есть решение уравнения регрессии (8).

В связи с выбором коэффициентов возможны следующие варианты:

а) *Постоянный коэффициент сходимости:* $\mathbf{R}[n] = \mathrm{const}$

В таком случае устойчивость процесса идентификации не обеспечивается; в общем случае компоненты вектора параметров $\mathbf{b}$ колеблятся вокруг оптимальной величины вектора $\mathbf{b}^*$, представляющей собой корень уравнения регрессии (8).

б) *Гармоничный коэффициент сходимости*

В таком случае коэффициент сходимости имеет следующий вид:

$$\mathbf{R}[n] = \mathbf{D}(\mathbf{r}[n]) = \begin{bmatrix} r_0[n] & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r_1[n] & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & r_K[n] \end{bmatrix}, \tag{13}$$

где

$$r_i[n] = \frac{A_i}{n^\alpha + B_i}; \quad A_i = \text{const}; \ B_i = \text{const}; \tag{14}$$
$$0,5 \leq \alpha \leq 1; \quad (i=0, 1, \dots, K).$$

В случае выбора коэффициента сходимости по ур. (13), алгоритм идентификации имеет весьма простой вид даже при большом числе параметров системы. Сходимость алгоритма (9) на такой случай представлена в работе [3]. Трудностью практического применения является необходимость определения неизвестных постоянных в соотношениях (14).

в) *Рекуррентное определение коэффициента сходимости*

Используя метод наименьших квадратов по [4], получается рекуррентное соотношение для определения коэффициента сходимости $\mathbf{R}$, точное математическое доказательство которого представлено в работе [5]. Для решения вышеуказанной задачи рекуррентное соотношение, предложенное в [5], имеет следующий вид:

$$\mathbf{R}[n] = \begin{cases} \dfrac{\mathbf{A}[n-1]}{\mathbf{x}[n]^T \mathbf{A}[n-1] x[n]}, & \text{если } \mathbf{x}[n] \text{ не является линейной} \\ & \text{комбинацией векторов } \mathbf{x}[1], \dots, \mathbf{x}[n-1], \\ \dfrac{\mathbf{B}[n-1]}{1+\mathbf{x}[n]^T \mathbf{B}[n-1]\, \mathbf{x}[n]} & \text{во всех остальных случаях,} \end{cases} \tag{15}$$

где матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ могут быть определены также рекуррентным путем:

$$\mathbf{B}[n] = \begin{cases} \mathbf{B}[n-1] - \dfrac{(\mathbf{B}[n-1]\mathbf{x}[n])(\mathbf{A}[n-1]\mathbf{x}[n])^T + (\mathbf{A}[n-1]\mathbf{x}[n])(\mathbf{B}[n-1]\mathbf{x}[n]^T}{\mathbf{x}[n]^T \mathbf{A}[n-1]\, \mathbf{x}[n]} + \\ \quad + \dfrac{1+\mathbf{x}[n]^T \mathbf{B}[n-1]\, \mathbf{x}[n]}{(\mathbf{x}[n]^T \mathbf{A}[n-1]\, \mathbf{x}[n])^2} (\mathbf{A}[n-1]\, \mathbf{x}[n])\, (\mathbf{A}[n-1]\, \mathbf{x}[n])^T, \\ \quad \text{если } \mathbf{x}[n] \text{ не является линейной комбинацией} \\ \quad \text{векторов } \mathbf{x}[1], \dots, \mathbf{x}(n-1), \\ \mathbf{B}[n-1] - \dfrac{\mathbf{B}[n-1]\, \mathbf{x}[n])\, (\mathbf{B}[n-1]\, \mathbf{x}[n])^T}{\mathbf{x}[n]^T \mathbf{B}[n-1]\, \mathbf{x}[n]+1} \end{cases} \tag{16}$$

во всех остальных случаях, далее:

$$\mathbf{A}[n]=\begin{cases}\mathbf{A}[n-1]-\dfrac{(\mathbf{A}[n-1]\,\mathbf{x}[n])(\mathbf{A}[n-1]\,\mathbf{x}[n])^T}{\mathbf{x}[n]^T\,\mathbf{A}[n-1]\,\mathbf{x}[n]}, & \text{если } \mathbf{x}[n] \text{ не является линейной комбинацией векторов } \mathbf{x}[1],\ldots,\mathbf{x}[n-1],\\ \mathbf{A}[n-1] & \text{во всех остальных случаях}\end{cases} \tag{17}$$

$\mathbf{A}[0]$ — $K\times K$ единичная матрица; $\mathbf{B}[0]$ — $K\times K$ нулевая матрица.

2. Идентификация динамических характеристик

Для идентификации динамических характеристик объекта пробы снимаются настолько часто, чтобы имела место теорема Котельникова. Для реализации идентификации предполагается также, как и в предыдущем разделе, что статическая характеристика объекта с достаточной точностью приближается полной квадратичной формой. В ходе идентификации динамических характеристик объекта определяется динамическая зависимость функции цели c от вектора входных параметров.

Динамическая зависимость функции цели от компонентов вектора параметров системы предполагается такой, чтобы ее можно было приближать характеристикой колебательного звена. Передаточная функция простого колебательного звена имеет следующий вид:

$$W(s)=\frac{X_{\text{вых}}(s)}{X_{bx}(s)}=\frac{A}{1+2\xi Ts+s^2T^2}. \tag{18}$$

Если такое предположение имеет место, то — переходя с мнимой области переменной s преобразования Лапласа на дискретную временную область, т. е. на разностные уравнения (см. например в [6]), далее если в ур. (18) записать функцию цели вместо выходного сигнала, а i-тую компоненту вектора x — вместо входного сигнала, то путем простых линейных преобразований получится следующая формула

$$\begin{aligned}\hat{c}_i[n]=\frac{A_i}{T_i^2}[n-1]\sum_{m=0}^{n}(m+1)\,x_i[n-m]-\\ -\frac{1}{T_i^2}[n-1]\sum_{m=0}^{n}(m+1)\,c[n-m]-\frac{2\xi_i}{T_i}[n-1]\sum_{m=0}^{n}c[m].\end{aligned} \tag{19}$$

Уравнение (19) можно представить в упрощенном виде:

$$\hat{c}_i[n] = d_i^T[n-1]\,\varphi_i[n] = \sum_{j=1}^{3} d_{ji}[n-1]\,\varphi_j(x_i[n]) \tag{20}$$
$$(i=0, 1, \ldots, K),$$

где введены следующие обозначения:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1(x_i[n]) &= \sum_{m=0}^{n} (m+1)\,x_i[n-m]; \quad d_{1i}[n-1] = \frac{A_i}{T_i^2}[n-1] \\ \varphi_2(x_i[n]) &= \sum_{m=0}^{n} (m+1)c[n-m]; \quad d_{2i}[n-1] = -\frac{1}{T_i^2}[n-1] \\ \varphi_3(x_i[n]) &= \sum_{m=0}^{n} c[m] \qquad\qquad ; \quad d_{3i}[n-1] = -\frac{2\xi_i}{T_i}[n-1] \end{aligned}\right\}. \tag{21}$$

Тогда уже можно применять вышеуказанный подход, на основе метода стохастической апроксимации. Значит, если выбрать снова квадратичный критерий качества, то целью динамической идентификации является минимизация следующего функционала:

$$J(\mathbf{d}_i) = M\left\{(c-\hat{c}_i)^2\right\} = \min_{\mathbf{d}_i} \tag{22}$$
$$(i=0, 1, \ldots, K).$$

А наша задача состоит в определении корня уравнения регрессии, полученного из ур. (22) путем дифференцирования по вектору неизвестных динамических параметров $\mathbf{d}_i$:

$$\frac{dJ(\mathbf{d}_i)}{d\mathbf{d}_i} = -2M\left\{(c-\mathbf{d}_i^T\varphi_i)\,\varphi_i\right\} = 0. \tag{23}$$

Для решения настоящей задачи применяется также беспоисковый метод многомерной, дискретной стохастической апроксимации:

$$\mathbf{d}_i[n] = \mathbf{d}_i[n-1] + \mathbf{Q}_i[n]\left\{c[n] - \mathbf{d}_i^T[n-1]\,\varphi_i(x_i[n])\right\}\varphi_i(x_i[n]). \tag{24}$$

В специальной литературе [3] на обобщенный случай предлагается коэффициент сходимости, который в нашей задаче принимает следующий вид:

$$\mathbf{Q}_i[n] = Q_i[n] = \frac{1}{2\,\|\varphi_i(x_i[n])\|}, \tag{25}$$

где

$$\|\varphi_i(x_i[n])\| = \sum_{j=1}^{3} \varphi_j^2(x_i[n]). \tag{26}$$

Динамическая модель объекта

Статические коэффициенты, определенные на основе алгоритма (9), определяют начальные значения статических коэффициентов динамической модели. Но для того, чтобы построить динамическую модель объекта, необходимо ввести вектор состояний модели $\mathbf{v}$, связанный с параметрами системы по следующему соотношению:

$$v_i[n] = \sum_{m=1}^{n} w_i[m]\, x_i[n-m], \tag{27}$$

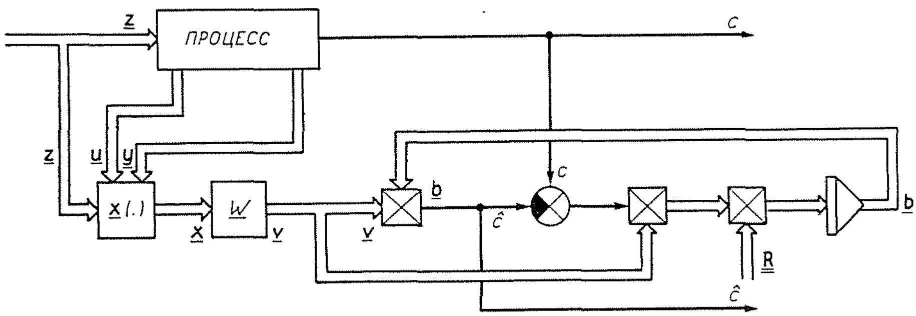

Рис. 3

где w_i представляет собой нормированную, дискретную весовую функцию, определенную алгоритмом (24). Итак, несколько изменится и алгоритм (9): вместо вектора параметров $\mathbf{x}$ следует записать вектор состояний $\mathbf{v}$:

$$\mathbf{b}[n] = \mathbf{b}[n-1] + \mathbf{R}[n]\,(c[n] - \mathbf{b}^T[n-1]\,\mathbf{v}[n])\,\mathbf{v}[n]. \tag{28}$$

Блок-схема режима динамической модели объекта, построенной на основе алгоритма (28), представлена на рис. 3.

Выводы

Представлены алгоритмы динамической идентификации многомерного нелинейного объекта. Предложенный подход применяется в том случае, если в окружности статической рабочей точки режим объекта можно приближать режимом квадратичной регрессионной модели объекта, далее, если динамические свойства объекта можно охарактеризовать поведением колебательных звеньев. Данный подход идентификации обеспечивает инженеру возможность для приближенного анализа исследования сложных промышленных объектов. Исследование можно проводить на универсальной цифровой вычислительной машине среднего объема оперативной памяти.

Преимуществом предложенного метода является то, что в результате идентификации получится наглядное динамическое описание промышленного объекта и полученную динамическую модель возможно применять для динамической оптимизации объекта.

Резюме

В статье предложен практический метод идентификации, представляющий собой первый этап оптимизации промышленных объектов. В целях реализации предложенного подхода необходимо измерять величины параметров, характерных для процессов в объекте. В результате идентификации получена динамическая модель объекта, что обеспечивает возможность обработки конкретной рекомендации для улучшения настройки различных параметров объекта. Математически алгоритм идентификации обоснован применением метода стохастической апроксимации и метода наименьших квадратов.

Литература

1. Almásy, G.—Romhányi, M.—Pallai, J.: Static optimization by adaptive "forgetting" method. Acta Technica Acad. Sci., Hung. **59**, 357—364 (1967).
2. Robbins, H.—Monro, S.: A stochastic approximation method. Annals of Mathematical Statistics, **22**, No. 1 (1951).
3. Цыпкин, Я. З.: Адаптация и обучение в автоматических системах. Издательство «Наука», 1968.
4. Lee, R. C. K.: Optimal estimation, identification and control. MTI Press, Cambridge, Massachusetts, 1964.
5. Albert, A.—Sittler, R. W.: A method for computing least squares estimators that keep up with the data. J. SIAM Control Ser. A., **3**, 384—417 (1966).
6. Цыпкин, Я. З.: Теория линейных импульсных систем. Физматгиз, М., 1963.

Янош Кочиш, Будапешт XI, Эгри Йожеф 16, Венгрия.
Гедеон Алмаши, Будапешт XI, Кенде у. 13—17, Венгрия.