

# **DIE EINWIRKUNG DER STÄNDERWIRBELSTROMVERLUSTE AUF DIE BETRIEBSEIGENSCHAFTEN DER EINPHASIGEN SYNCHRONMASCHINE MIT DAUERMAGNET-ERREGUNG UND FÜR GROSSE DREHZAHLEN**

Von

**A. KÁRPÁTI**

Lehrstuhl für Automatisierung, Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 1. September 1969)

Vorgelegt von Prof. Dr. F. CSÁKI

## **1. Einführung**

Auf mehreren Gebieten der naturwissenschaftlichen und technischen Forschung werden Einrichtungen benutzt, die einen Rotor mit verhältnismäßig großer Masse (1—5 kg) haben, wobei die Drehzahl des Rotors sehr hoch ist (60—80 000 U/min) und zu seiner Drehung (zur Anlaufbeschleunigung) ein verhältnismäßig großes Drehmoment erforderlich ist (etwa 1000 pcm).

Das Problem kann auf verschiedenen Wegen gelöst werden. Eine mögliche Lösung ist die unmittelbare Drehung des Rotors durch einen mit dem Rotor unmittelbar gekoppelten Synchronmotor. Diese Lösung ist mechanisch sehr vorteilhaft, aber die große Drehzahl und die dementsprechend hohe Frequenz der Speisespannung erfordern, daß bei der Konstruktion der Synchronmaschine von dem Üblichen abweichende Prinzipien angewandt werden.

Die Betriebseigenschaften des Motors werden von den in verschiedenen Teilen des Motors auftretenden Wirbelströmen stark beeinflußt, weil ihre Größenordnung jene der Antriebsleitung erreichen kann.

In der vorliegenden Arbeit wird unter den vielen Verlusten nur die Einwirkung der in dem Ständereisenkern auftretenden Wirbelströme im Falle eines speziellen Modells untersucht. Die so erhaltenen Ergebnisse können später auch für kompliziertere Modelle verallgemeinert werden.

## **2. Die näherungsweise Berechnung des untersuchten Modells**

Die Anordnung ist in Abb. 1 gezeigt. Da in diesem Falle das Hauptziel die Bestimmung der qualitativen Zusammenhänge ist, wird angenommen, daß die magnetischen Induktionslinien im Eisen und im Luftspalt überall parallel verlaufen. Der die Bariumferritmagnete enthaltende Rotor wird durch eine Felderregung ersetzt, die sich am Umfang des Rotors sinusförmig verteilt, und sich mit dem Rotor zusammen dreht. Die magnetische Permeabilität

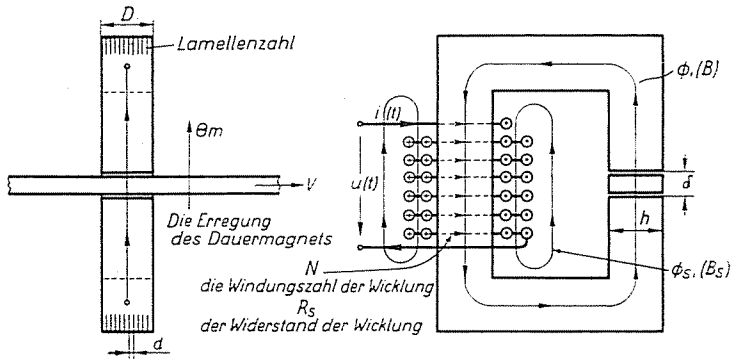


Abb. 1

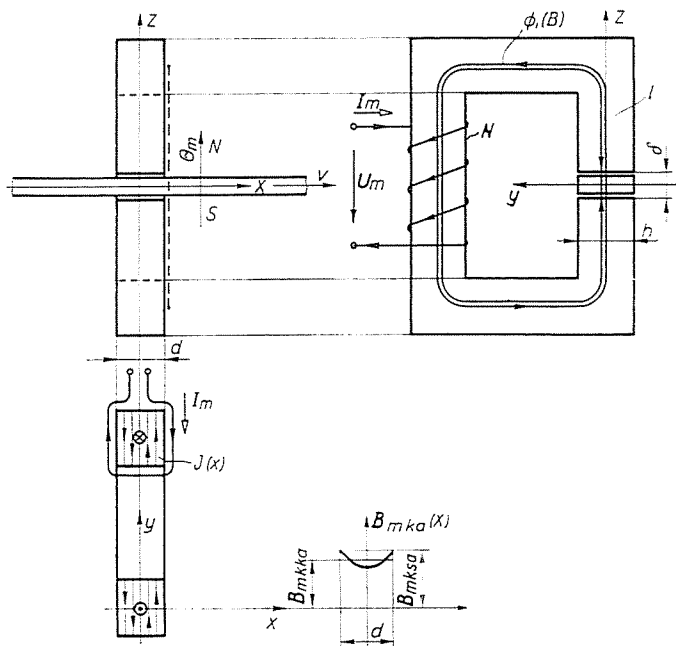


Abb. 2

der Bariumferritmagnete beträgt ungefähr  $\mu_0$  [2]. Wegen des verhältnismäßig großen Luftspaltes darf angenommen werden, daß die magnetische Permeabilität des Blechpakets unendlich groß ist. Bei den Berechnungen werden lineare Zusammenhänge vorausgesetzt.

Im folgenden wird aus dem Eisenkern des Ständers ein beliebiges Blech ausgewählt, und in diesem die Induktionsverteilung bestimmt (Abb. 2).

Da  $d \ll h$  ist, darf angenommen werden, daß die Wirbelströme nur in der  $y$ -Richtung Komponenten haben.

Auf Grund von Abb. 2 können die folgenden Gleichungen angeschrieben werden:

Das Durchflutungsgesetz:

$$H_e(x, t)l + H_\delta(x, t)\delta = i(t)N + \Theta_{m\alpha}(t) - l \int_x^{d/2} J(x, t) dx. \quad (2-1)$$

Nach der Einführung der Beziehungen  $H_e = B_e/\mu_e$  und  $H_\delta = B_\delta/\mu_0$  und nach entsprechenden Umordnungen erhält man die Gleichung

$$\frac{\partial B(x, t)}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu_e} + \frac{\delta}{l} \frac{1}{\mu_0} \right) = J(x, t), \quad (2-2)$$

wobei  $B_e = B_\delta = B$ .

Dem Induktionsgesetz gemäß:

$$u_i(x, t) = \frac{\partial}{\partial t} h \cdot \int_{-x}^{+x} B(x, t) dx. \quad (2-3)$$

Die Zusammenhänge  $J(x, t) = \gamma E(x, t)$  und  $E(x, t) = \frac{ui(x, t)}{2h}$  benutzend und nach Umordnungen erhält man die Gleichung

$$\frac{\partial J(x, t)}{\partial x} = \gamma \frac{\partial}{\partial t} B(x, t). \quad (2-4)$$

Angenommen, daß

$$B(x, t) = \mathbf{B}_m(x) e^{j\omega t} \quad \text{und} \quad J(x, t) = \mathbf{J}_m(x) e^{j\omega t},$$

und wiederum nach Umordnungen erhält man die Gleichung

$$\frac{d^2 \mathbf{B}_m(x)}{dx^2} = p^2 \mathbf{B}_m(x), \quad (2-5)$$

wobei

$$p^2 = j\omega\gamma \frac{1}{\frac{1}{\mu_e} + \frac{\delta}{l} \frac{1}{\mu_0}} \simeq \frac{j\omega\gamma_0}{\delta/l},$$

und  $p = (1 + j)k$ , wobei  $k \simeq \sqrt{\frac{\omega\gamma\mu_0}{2\delta/l}}$  ( $j$  ist der komplexe Einheitsvektor).

Die Spannung in der Ständerwicklung der Maschine wird von dem magnetischen Fluß induziert, der durch die rotierende Felderregung des Rotors und durch den in der Ständerwicklung fließenden Strom hervorgerufen wird. Wegen der Linearität der Zusammenhänge kann das Überlagerungsprinzip angewandt, d. h. die induzierte Spannung in zwei Teilen berechnet werden.

Die Wirkung des Rotors wird anhand von Abb. 3 berücksichtigt. Der zeitliche Ablauf der auf das Blech  $k$  wirkenden Durchflutung, welche den Dauermagnet ersetzt, wird in der folgenden Gleichung angegeben:

$$\Theta_{mak}(t) = \Theta_m \sin \left[ \Pi \left( k - \frac{1}{2} \right) \frac{d}{\tau} + \beta_0 - \omega t \right]. \quad (2-6)$$

Die Verteilung der Induktion im Blech  $k$  erhält man nach der Lösung der Gl. (2-5). Die Lösung ist schon aus der Literatur [1] bekannt, demzufolge gilt:

$$\mathbf{B}_{mka}(x) = A_{ka} \operatorname{ch} px.$$

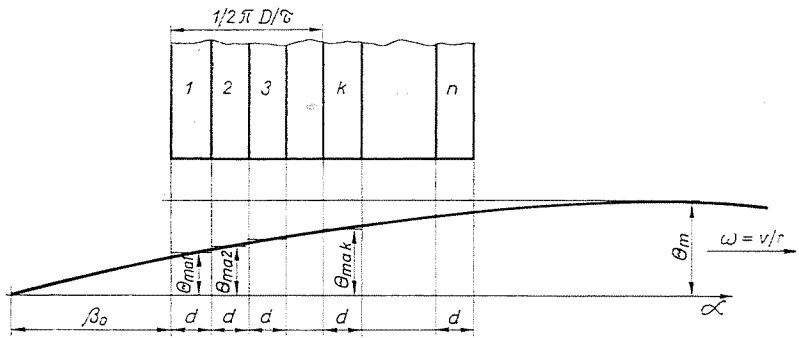


Abb. 3

Im weiterem werden die durch die Rotordurchflutung erzeugten Größen mit den Indizes  $a$  gekennzeichnet. Der Beiwert  $A_{ka}$  kann anhand der Abb. 2 unter Benutzung des Durchflutungsgesetzes bestimmt werden. Das Durchflutungsgesetz für den mit gestrichelter Linie angegebenen Kreis lautet:

$$\frac{B_{ksa}(t)}{\mu_e} l + \frac{B_{ksa}(t)}{\mu_0} \delta = \Theta_{mak}(t) \quad (2-7)$$

und nach Einführung von komplexen Vektoren

$$B_{ksa}(t) = \mathbf{B}_{mksa} e^{j\omega t} \quad \text{und} \quad \Theta_{mak}(t) = \Theta_{mak} e^{j\omega t}.$$

Der Maximalwert der Induktion am Rande des Bleches:

$$\mathbf{B}_{mksa} = \Theta_{mak} \frac{1}{l \left( \frac{1}{\mu_e} + \frac{\delta}{l} \frac{1}{\mu_0} \right)} \approx \Theta_{mak} \frac{\mu_0}{\delta}, \quad (2-8)$$

wobei nach der Gl. (2—6):

$$\Theta_{mak} = -\Theta_m e^{-j\left[\beta_0 + \pi \frac{d}{\tau} \left(k - \frac{1}{2}\right)\right]}. \quad (2-9)$$

Unter Berücksichtigung der Gl. (2—8) ist die Verteilung der Induktion in dem Blech  $k$ :

$$\mathbf{B}_{mka}(x) = \Theta_{mak} \frac{\mu_0}{\delta} \frac{chpx}{sh \frac{pd}{2}}. \quad (2-10)$$

Der Mittelwert der Induktion  $\mathbf{B}_{mkka}$  im Blech  $k$  beträgt nach Literaturangaben [1]:

$$\mathbf{B}_{mkka} = \frac{\mu_0}{\delta} \Phi_{mak} \frac{2}{pd} \cdot th \frac{pd}{2} \quad (2-11)$$

und der magnetische Fluß ( $\bar{\Phi}_{mka}$ ) im Blech  $k$

$$\bar{\Phi}_{mka} = hd\mathbf{B}_{mkka}. \quad (2-12)$$

Die durch den Fluß  $\Phi_{mka}$  induzierte Spannung ist

$$\mathbf{U}_{mka} = j\omega N\bar{\Phi}_{mka} = j\omega N \frac{\mu_0}{\delta} hd \frac{2}{pd} th \frac{pd}{2} \Theta_{mak}. \quad (2-13)$$

Der durch den Ständerstrom hervorgerufene Fluß kann in dem Blech  $k$  in ähnlicher Weise berechnet werden (hier wird der Index  $b$  verwendet):

$$\Phi_{mkb} = hd \frac{\mu_0}{\delta} \frac{2}{pd} th \frac{pd}{2} \mathbf{I}_m N \quad (2-14)$$

und die durch den Fluß  $\Phi_{mkb}$  induzierte Spannung beträgt

$$\mathbf{U}_{mkb} = hd \frac{\mu_0}{\delta} \frac{2}{pd} th \frac{pd}{2} j\omega N \mathbf{I}_m N. \quad (2-15)$$

Die durch den Fluß  $\Phi_{mk}$  induzierte Spannung kann in einfacherer Form geschrieben werden, wenn man die Bezeichnung  $pd = (1 + \mathbf{j})kd = (1 + \mathbf{j})v$  einführt, und erkennt, daß

$$\mathbf{j} \frac{th(1 + \mathbf{j})v/2}{(1 + \mathbf{j})v/2} \cong v^2(6 + \mathbf{j}), \quad (2-16)$$

wenn  $v \ll 1$ , und  $L_{0k} = N^2 h d \mu_0 / \delta$  (der dem Blech  $k$  entsprechende Selbstinduktivitätskoeffizient).

$$U_{mk} = U_{mka} + U_{mkb} = j\omega L_{ok} (v^2/6 + j) \left( \frac{\Theta_{mak}}{N} + I_m \right),$$

dabei sei

$$\vartheta_{mk} = \Theta_{mak}/N. \quad (2-17)$$

Auf Grund der Gl. (2—17) kann das Blech  $k$  durch die die Ströme  $\vartheta_{mk}$  und  $I_m$  liefernden Stromgeneratoren ersetzt werden, welche eine Serienimpedanz speisen, wobei die Komponenten der Serienimpedanz  $L_{sk} = L_{ok}$  und  $R_{sk} = \omega L_{ok} v^2/6$  sind.

Dieses Ersatzschaltbild ist nicht vorteilhaft, weil der Widerstand frequenzabhängig ist.

Man erhält ein günstigeres Ersatzschaltbild, wenn die oben erwähnte Impedanz aus parallelgeschalteten Komponenten aufgebaut wird, unter Berücksichtigung des Umstands, daß wenn  $v < 1$ , dann  $R_{sk} \ll L_{ok}$  und  $R_{sk}^2 \ll \ll (\omega^2 L_{ok}^2)$ .

Das so erhaltene Ersatzschaltbild ist in Abb. 4a zu sehen. Die Größe der einzelnen Komponenten wird durch folgende Formeln angegeben:  $L_{pk} = L_{ok}$  und  $R_{pk} = 12N^2h/\gamma ld$ . Also sind beide frequenzunabhängig.

Beträgt die Anzahl der Lamellen des Eisenkernes  $n$ , so erhält man das Gesamtersatzschaltbild der Maschine durch Hintereinanderschaltung von mehreren solchen Ersatzschaltbildern, deren Anzahl der Lamellenzahl entspricht, weil sich die durch die einzelnen Teilflüsse induzierten Spannungen addieren (s. Abb. 4b). Dieses Ersatzschaltbild gibt die Energieverhältnisse der Maschine richtig an, d. h. die Leistung des Stromgenerators  $I_m$  ist gleich der aufgenommenen elektrischen Leistung, die Leistungsverluste der Widerstände  $R_{pk}$  sind gleich dem Wirbelstromverlust und die Summe der effektiven Leistungen der Stromgeneratoren  $\vartheta_{mk}$  ist gleich der mechanischen Leistung des Rotors.

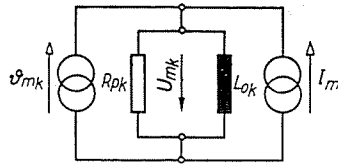
Das so erhaltene Ersatzschaltbild ist sehr kompliziert. Man gelangt zu einer einfachen Lösung, wenn der Gesamtfluß  $\Phi_m$  und die Resultante  $U_m$  der induzierten Spannungen  $U_{mk}$  bestimmt werden.

Der Gesamtfluß der Maschine ist:

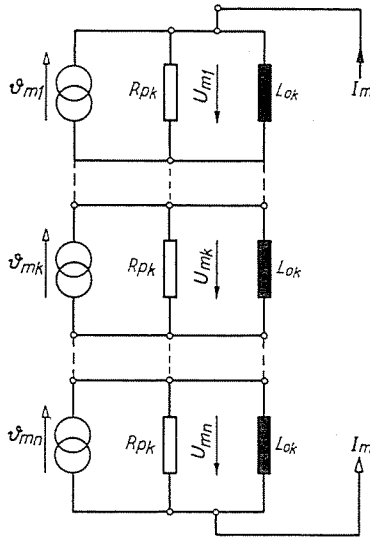
$$\Phi_{ma} = \sum_{k=1}^n \Phi_{mka} = \frac{\mu_0 2}{\delta pd} hd th \frac{pd}{2} \sum_{k=1}^n \Theta_{mak}. \quad (2-18)$$

Die Summierung durchgeführt, erhält man

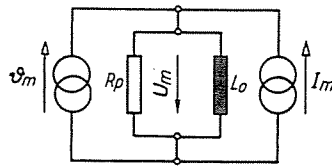
$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \Theta_{mak} &= -\Theta_m \sum_{k=1}^n e^{-j\left[\beta_0 + \pi \frac{d}{\tau} \left(k - \frac{1}{2}\right)\right]} = \\ &= -\Theta_m e^{-j\left(\beta_0 + \pi \frac{d}{\tau} \frac{n}{2}\right)} \cdot \frac{\sin \frac{\pi d}{\tau} \frac{n}{2}}{\sin \frac{\pi d}{\tau} \frac{1}{2}} = \Theta_{ma}. \end{aligned} \quad (2-19)$$



a)



b)



c)

Abb. 4

also

$$\Phi_{ma} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{2h}{p} th pd/2 \Theta_{ma} \quad (2-20)$$

und

$$\Phi_{mb} = n\Phi_{mkb} = \frac{\mu_0}{\delta} \frac{2h}{p} th pd/2 n I_m N. \quad (2-21)$$

Die Spannung  $U_m$  läßt sich in einfacherer Form schreiben, wenn die erwähnte Vereinfachung benutzt und die Bezeichnung  $L_{\sigma} = N^2 h n d \mu_0 / \delta$  eingeführt wird:

$$\mathbf{U}_m = L_0(v^2/6 + \mathbf{j})(\vartheta_m + I_m), \quad (2-22)$$

wobei

$$\vartheta_m = \Theta_{malnN}.$$

Nach wiederholten Umordnungen erhält man das in Abb. 4c angegebene Ersatzschaltbild.

Die Frage, bis zu welcher oberen Frequenzgrenze das erhaltene Ersatzschaltbild gültig ist, kann mit einer einfachen Berechnung beantwortet werden.

Wenn nämlich  $v = 0,3$  gilt, dann können in dem Ausdruck (2—16) die weiteren Glieder der unendlichen Reihe schon ruhig vernachlässigt werden. Demnach, wenn  $v = 0,3$  und  $d = 0,5 \cdot 10^{-3}$  m ist, so gilt

$$k = v/d = 0,6 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$$

Da

$$k = \sqrt{\frac{\omega\gamma\mu}{2\delta/l}} = 0,6 \cdot 10^{+3} \text{ m}^{-1}.$$

ist, erhält man für die Grenzfrequenz

$$f_g = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0,36 \cdot 10^6}{2\pi\gamma\mu_0} \cdot \frac{\delta}{l},$$

angenommen, daß  $\delta/l = 1,5$ ;  $\mu_0 = 4 \Pi 10^{-7}$  Vsec/Am;

$$\gamma = 8,33 \cdot 10^6 \text{ S/m}.$$

$f_g = 2,2$  kHz stimmt, also ungefähr mit der Frequenz der Speisespannung einer vierpoligen Maschine überein.

Das Verhältnis des Maximalwertes der Induktion ( $\mathbf{B}_{mksa}$ ) zu dem Mittelwert der Induktion ( $\mathbf{B}_{mkka}$ ) in dem Blech  $k$  ist (nach Angaben der Literatur [1])

$$\frac{\mathbf{B}_{mksa}}{\mathbf{B}_{mkka}} = \frac{1}{\frac{th pd/2}{pd/2}} \cong \frac{1}{1 - \mathbf{j}v^2/6} = \frac{1}{1 - \mathbf{j}0,015} \text{ also } \cong 1.$$

Dies bedeutet, daß die ursprüngliche Annahme, daß die magnetischen Induktionslinien trotz der Wirbelströme parallel bleiben, richtig war.

### 3. Folgerungen

Als Ergebnis der Berechnungen erhält man zwei mit Stromgeneratoren aufgebaute Ersatzschaltbilder. Das erste gibt auch die Energieverhältnisse der Maschine richtig an. Mit Hilfe des zweiten Ersatzschaltbildes kann nur



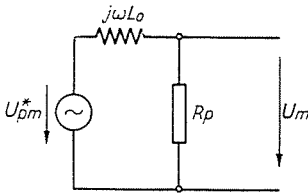
die von der Maschine aufgenommene elektrische Leistung richtig berechnet werden, die Energieverteilung in der Maschine jedoch nicht.

Die Summe der effektiven Leistungen der Generatoren  $\vartheta_{mk}$  ist (auf Grund von Abb. 4b):

$$P_m = \frac{1}{4} \left[ Z_p I_m \vartheta_m^* + Z_p^* I_m^* \vartheta_m + \sum_{k=1}^n \vartheta_{mk}^2 (Z_p + Z_p^*) / n \right] \quad (3-1)$$

Die effektive Leistungen  $P'_m$  des Generators  $\vartheta_m$  ist (auf Grund von Abb. 4c):

$$P'_m = \frac{1}{4} \left[ Z_p I_m \vartheta_m^* + Z_p^* I_m^* \vartheta_m + (Z_p + Z_p^*) \vartheta_m^2 \right]. \quad (3-2)$$



$$U_{pm}^* = (\vartheta_m \cdot Z_p) - \omega L_0$$

Abb. 5

Die Differenz der zwei Leistungen beträgt:

$$P_m - P'_m = \frac{1}{4} (Z_p + Z_p^*) \left( \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \vartheta_{mk}^2 = \vartheta_m^2 \right) = dP_m. \quad (3-3)$$

Da die Differenz bei einer gegebenen Frequenz konstant ist, kann man das einfache Ersatzschaltbild benutzen, aber die erhaltenen mechanischen Leistungen müssen um  $dP_m$  korrigiert werden. Das Ersatzschaltbild der Maschine kann in üblicher Weise auch mit Spannungsgeneratoren aufgebaut werden, wenn man die Gl. (2—22) umordnet (Abb. 5). Die Korrektur der mechanischen Leistung  $P'_m$  ist wieder durchzuführen. Die zwei Ersatzschaltbilder (s. Abb. 4c und 5) sind mathematisch gleichwertig. In der vorliegenden Arbeit wird trotzdem das Ersatzschaltbild mit Stromgeneratoren bevorzugt. Die physikalischen Vorgänge in der Maschine werden nämlich bei Benutzung dieses Ersatzschaltbildes unmittelbar gezeigt. Dieses Ersatzschaltbild zeigt z. B. unmittelbar, daß der Fluß im Ständer durch die Resultante der Ständer- und Rotordurchflutungen hervorgerufen wird. Hier wird sehr gut veranschaulicht, daß durch einen Teil der Resultante der Durchflutungen die Entmagnetisierungswirkung der Wirbelströme kompensiert wird.

Die Vorteile dieser Konzeption zeigen sich auch beim Leerlauf. Die vom Rotor induzierte Leerlaufspannung nimmt mit wachsender Drehzahl (Frequenz) nicht proportional zu. Der Vektor der vom Rotor induzierten Spannung zeigt wegen dieser Wirkung nicht unmittelbar die Lage des Rotors. Die Phasenverschiebung zwischen der Lage des Rotors und dem Vektor der induzierten Spannung nimmt mit wachsender Drehzahl zu. Diese Tatsachen werden durch das Ersatzschaltbild mit Stromgeneratoren sehr gut veranschaulicht. Bei Benutzung des Ersatzschaltbildes mit Spannungsgeneratoren bleiben diese Erscheinungen in den mathematischen Formeln verborgen.

#### 4. Die Zeigerdiagramme der Synchronmaschine

Die Zeigerdiagramme werden immer für die vereinfachte Maschine gezeigt. Die erhaltenen  $P'_m$  Leistungen müssen deshalb der Wirklichkeit entsprechend um  $dP_m$  korrigiert werden.

Benutzt man das Ersatzschaltbild mit Stromgeneratoren, so wird die Synchronmaschine durch von den üblichen abweichende Zeigerdiagramme gekennzeichnet. Bei der Untersuchung der Synchronmaschine sind mehrere Fragen zu beantworten. Im allgemeinen ist die Frage von Interesse, wie die Maschine an ein starres Netz geschaltet arbeitet. Die umgekehrte Frage kann auch interessieren, nämlich, wie groß das Antriebsmoment des Motors ist, wenn der Absolutwert seines Ständerstromes konstant gehalten wird. Bei dem Ersatzschaltbild mit Stromgeneratoren stellen die Ströme die Grundgrößen dar. In den Zeigerdiagrammen wurde von dem Üblichen abweichend der Stromzeiger festgesetzt. Die Zeigerdiagramme wurden zuerst für die in Abb. 4c gezeigte Synchronmaschine angegeben. Die Spannungsgleichung der Maschine lautet:

$$\mathbf{U}_m = (\vartheta_m + \mathbf{I}_m) \omega L_0 e^{j\nu} \quad (4-1)$$

angenommen, daß  $Z_p = \omega L_0 e^{j\nu}$  ist. (Das ist eine sehr gute Näherung bis zu der schon vorher angegebenen Frequenzgrenze). Das Zeigerdiagramm der mit konstantem Strom gespeisten Maschine ist in Abb. 6 zu sehen. In der Abbildung sind der die verlustlose Maschine ( $R_p = \infty$ ) kennzeichnende Klemmspannungskreis und die Drehmomentenkurve der verlustlosen Maschine gestrichelt gezeichnet. Wird die Maschine von einem starren Netz gespeist, so wird der Strom  $I_m$  folgenderweise bestimmt:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_m &= U_m e^{j\nu} e^{j\alpha} \vartheta_i \\ \mathbf{I}_m &= -\vartheta_m + \frac{U_m}{\omega L_0} e^{j\alpha} \vartheta_i \end{aligned} \quad (4-2)$$

d. h. der Endpunkt des Stromzeigers bewegt sich auf einem Kreis (Abb. 7).

Mit einer langwierigen, aber grundsätzlich nicht schweren Berechnung können die Kurven bestimmt werden, die die einzelnen Betriebszustände der Maschine auf der  $U_m$ -Ebene begrenzen. Als Ergebnis dieser Berechnung erhält man die Gl. (4-3):

$$U_m = \frac{1}{2} \frac{\vartheta_m \omega L_0}{\sin \psi - \operatorname{tg} \varphi \cos \psi} [(j - \operatorname{tg} \varphi) - (j + \operatorname{tg} \varphi) e^{j2(\alpha\vartheta_i + \psi)}]. \quad (4-3)$$

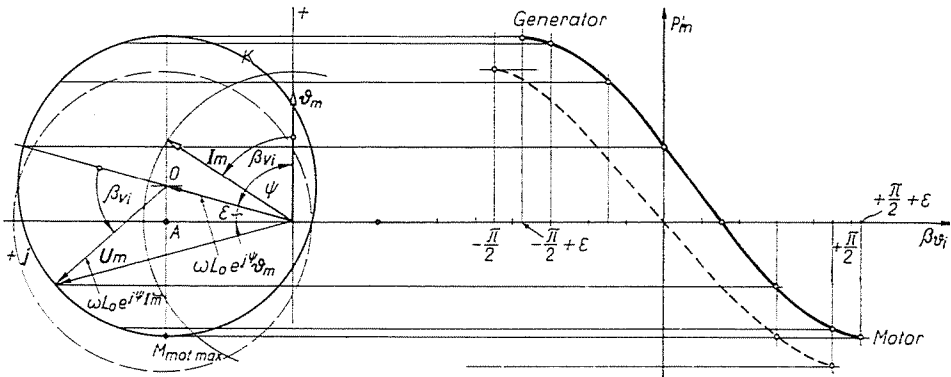


Abb. 6

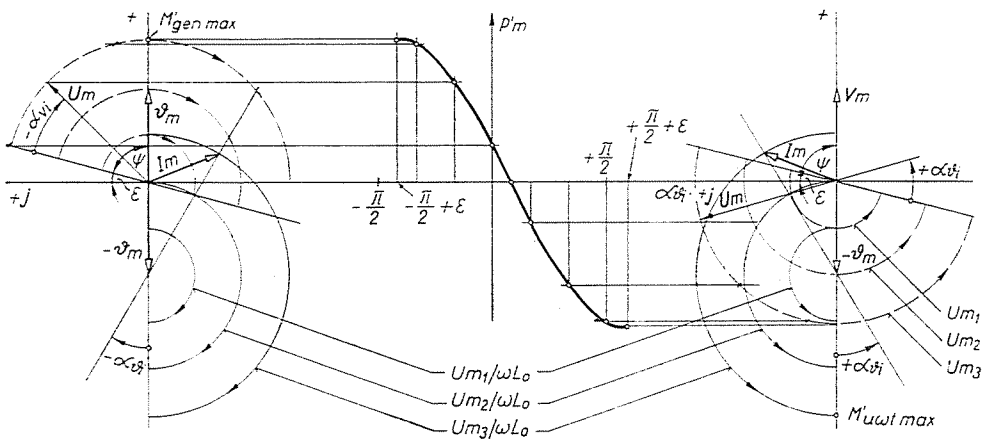


Abb. 7

Auf Grund der Gl. (4-3) wurde die Abb. 8 gezeichnet, wo die erwähnten Betriebszustände zu sehen sind. Zum besseren Verständnis der Abb. 8 wurden die verschiedenen Betriebszustände der Synchronmaschine in Abb. 9 zusammengefaßt.

Es wird eine bessere Näherung erhalten, wenn auch der innere Widerstand der Ständerwicklung und die dem Streuungsfluß, der keinen Verlust verursacht, entsprechende Streuungsinduktivität berücksichtigt werden. Diese

können außerhalb der Maschine angenommen, und mit der in Abb. 4c angegebenen Maschine in Reihe geschaltet werden (Abb. 10).

Wird die Maschine mit konstantem Strom gespeist, so nimmt nur die Spannung  $U_m$  zu, die Antriebsmomentenverhältnisse bleiben unverändert.

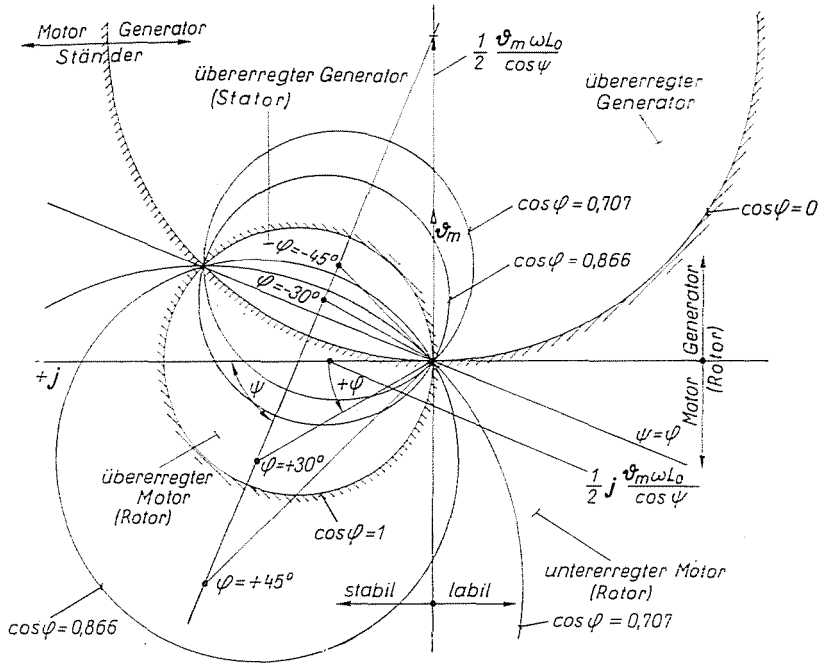


Abb. 8

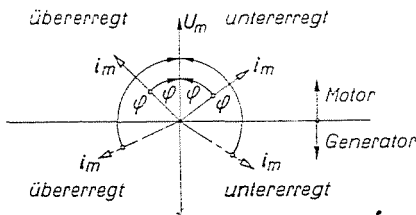


Abb. 9

	untererregt	übererregt
Motor	$0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$	$0 > \varphi > -\frac{\pi}{2}$
Generator	$\frac{\pi}{2} < \varphi < \pi$	$-\frac{\pi}{2} > \varphi > -\pi$

Die mit konstanter Spannung  $U_m$  gespeiste Synchronmaschine muß hingegen eingehender untersucht werden. Die Spannungsgleichung der Maschine lautet:

$$U_m = \vartheta_m \omega L_0 e^{j\psi} + I_m (\omega L_0 e^{j\psi} + Z_s e^{j\psi}). \quad (4-4)$$

Wird die Bezeichnung  $\omega L_0 e^{j\psi} + Z_s e^{j\psi} = Z_1 e^{j\varrho}$  eingeführt, und die Klemmspannung in der Form

$$U_m = U_m e^{j\psi} e^{jz\delta}; \tag{4-5}$$

geschrieben, erhält man die Gl. (4-6):

$$I_m = -\vartheta_m \frac{\omega L_0}{Z_1} e^{j(\psi-\varrho)} + \frac{U_m}{Z_1} e^{j(\psi-\varrho)} e^{jz\delta}. \tag{4-6}$$

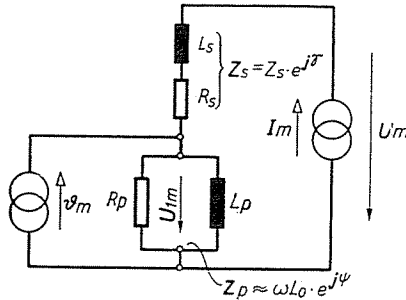


Abb. 10

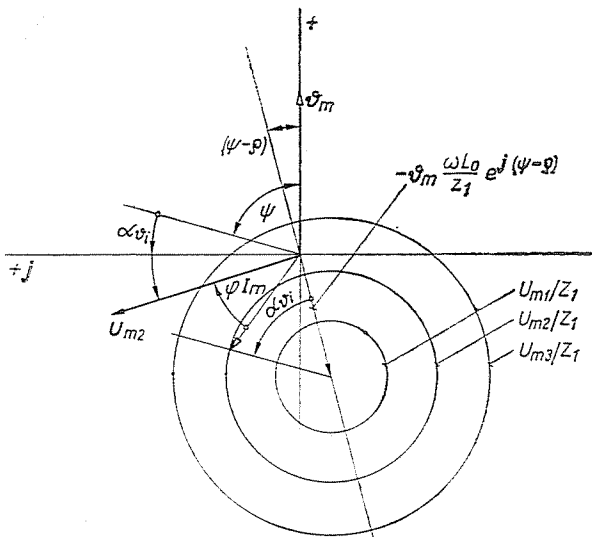


Abb. 11

Das der Gl. (4-6) entsprechende Zeigerdiagramm ist in Abb. 11 aufgezichnet.

Im vorigen Falle konnte die mechanische Leistung  $P'_m$  der Maschine sehr einfach bestimmt werden, weil sie von dem bekannten Strom  $\vartheta_m$  und von der bekannten Spannung  $U_m$  hervorgerufen wird. Berücksichtigt man aber den Innenwiderstand und den Streuungsfluß, gestaltet sich die Lage bei der Speisung der Maschine mit konstanter Spannung  $U_m$  etwas komplizierter,

weil die mechanische Leistung des Rotors ( $P'_m$ ) von dem Strom  $\vartheta_m$  und von der Spannung  $U_{1m}$  abhängt.

Auf Grund der Abb. 11 kann die Spannung  $U_{1m}$  als Funktion von  $U_m$  leicht bestimmt werden. Demnach gilt:

$$U_{1m} = \omega L_0 e^{j\varphi} \vartheta_m \left[ 1 - \frac{\omega L_0}{Z_1} e^{j(\varphi-\varrho)} \right] + \frac{U_m}{Z_1} \omega L_0 e^{j(2\varphi-\varrho)} e^{j\alpha} e^{j\delta} \quad (4-7)$$

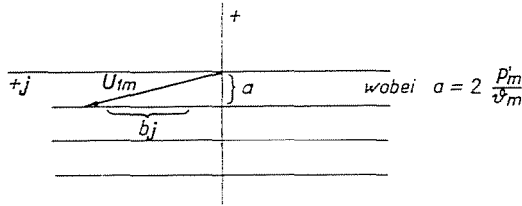


Abb. 12

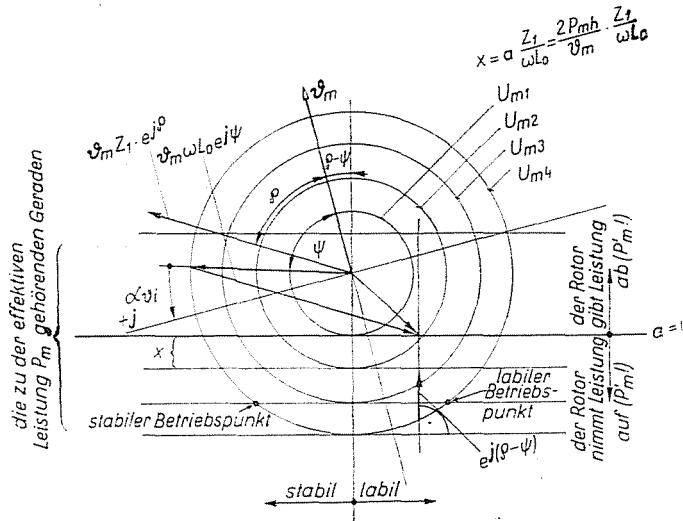


Abb. 13

Ist  $P_m$  konstant, so müssen sich die Endpunkte der Zeiger  $U_{1m}$  auf mit der imaginären Achse parallel verlaufenden Geraden bewegen (Abb. 12). Bildet man diese Geraden mit Hilfe der mit Umordnung der Gl. (4-7) erhaltenen komplexen Funktion (4-8), d. h.

$$\bar{U}_m = \vartheta_m (\omega L_0 e^{j\varphi} - Z_1 e^{j\varrho}) + a \frac{Z_1}{\omega L_0} e^{j(\varrho-\varphi)} + j b \frac{Z_1}{\omega L_0} e^{j(\varrho-\varphi)} \quad (4-8)$$

auf die  $U_m$ -Ebene ab, so erhält man die Kurven, entlang deren die  $P'_m$  konstant ist (s. Abb. 13). Auf Grund der Abb. 13 lassen sich der zu beliebiger Belastung gehörende Belastungswinkel und der Strom  $I_m$  schon leicht bestimmen. Durch die Begrenzung der einzelnen Betriebszustände der Maschine in der  $U_m$ -Ebene wird wieder die Benutzung der Zeigerdiagramme sehr erleichtert.

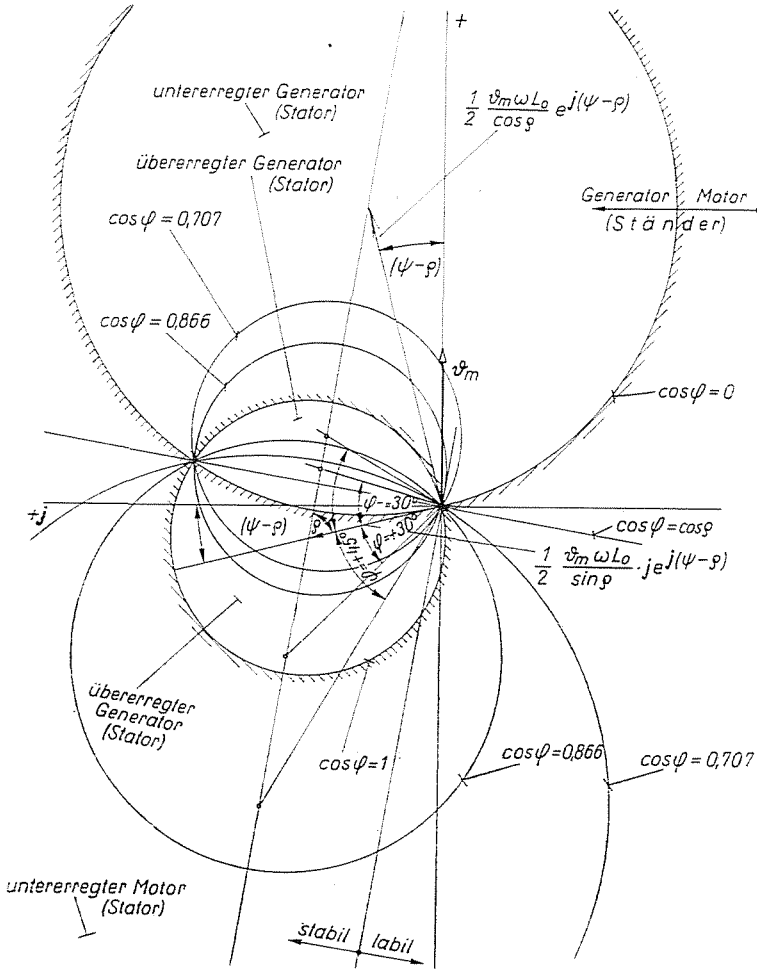


Abb. 14

Die Gleichung der die einzelnen Bereiche begrenzenden Kurven lautet:

$$U_m = \frac{1}{2} \frac{\vartheta_m \omega L_0}{\sin \varrho - \operatorname{tg} \varphi \cos \varrho} [-e^{j(2\alpha\vartheta_i + \varrho + \psi)}(\mathbf{j} + \operatorname{tg} \varphi) + e^{j(\psi - \varrho)}(\mathbf{j} - \operatorname{tg} \varphi)] \quad (4-9)$$

Der Zusammenhang ist in Abb. 14 dargestellt.

## 5. Schlussfolgerungen

a) Das sehr komplizierte Ersatzschaltbild der untersuchten Synchronmaschine kann vereinfacht werden, aber die mechanische Leistung der Maschine, die auf Grund dieses einfachen Ersatzschaltbildes berechnet wird, muß korrigiert werden. Die vom elektrischen Netz aufgenommene Leistung bleibt unverändert.

b) Das Ersatzschaltbild mit Stromgeneratoren und das Ersatzschaltbild mit Spannungsgeneratoren sind mathematisch gleichwertig. Trotzdem scheint das erstere vorteilhafter zu sein, weil es auch die physikalischen Vorgänge in der Maschine unmittelbar zeigt.

c) Bei einer mit konstantem Strom gespeisten Synchronmaschine ist die Abnahme des Kippmomentes (bis zu der Grenzfrequenz) dem Wirbelstrombremsmoment der leerlaufenden Maschine gleich (Abb. 6, Strecke OA). Bei noch höheren Frequenzen ist dies nicht mehr gültig, weil der Absolutwert der Impedanz  $Z_p$  mit der weiteren Erhöhung der Frequenz abnimmt, die ursprüngliche Annahme, d. h.  $Z_p = \omega L_c e^{j\nu}$  also ihre Gültigkeit verliert.

d) Die Betriebseigenschaften der auf konstante Spannung geschalteten Synchronmaschine können auf Grund der Abbildungen (10—14) untersucht werden.

## Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Einwirkung der Ständerwirbelstromverluste auf die Betriebseigenschaften der einphasigen Synchronmaschine mit Dauermagneterregung und für sehr hohe Drehzahlen. Der Verfasser vergleicht das mit Stromgeneratoren aufgebaute Ersatzschaltbild der Maschine mit dem Ersatzschaltbild, das mit Spannungsgeneratoren aufgebaut wird, und gibt die Zeigerdiagramme der Maschine auf Grund des Ersatzschaltbildes mit Stromgeneratoren an.

## Literatur

1. SIMONYI, K.: Elméleti villamosságatan. Tankönyvkiadó, Budapest, 1967 (ungarisch).
2. VOLKRODT, W.: Eigenschaften eines neuartigen Synchronmotors mit Erregung durch Bariumferritmagneten. Dissertation, TH Braunschweig, 1960.
3. НЕКК, К.: Magnetische Werkstoffe und ihre technische Anwendung. Dr. Alfred Hüthig Verlag, Heidelberg.

Attila KÁRPÁTI, Budapest XI, Egry József u. 18. Ungarn