

# EINRICHTUNG ZUR AUFNAHME KOMPLEXER ÜBERTRAGUNGSFUNKTIONEN

Von

M. SZURMAY

Lehrstuhl für Meßtechnik und Instrumentenkunde  
Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 2. April, 1970)

Vorgelegt von Prof. Dr. L. SCHNELL

## 1. Allgemeine Probleme der Aufnahme einer Übertragungsfunktion

Die frequenzabhängigen Eigenschaften von linearen Netzwerken werden meistens mit Hilfe des Bode-Diagramms oder einer Ortskurve dargestellt. Diese klassischen Methoden wurden auch durch die Darstellung der Wurzelorte der Übertragungsfunktion in einer komplexen Frequenzebene nicht verdrängt.

Am häufigsten wird der Absolutwert der Spannungsübertragung des Netzes in Abhängigkeit von der Frequenz untersucht. Diese Messung läßt sich mit sehr einfachen Mitteln bewerkstelligen. Durch eine Messung, die auch über den Phasenwinkel der Übertragung Aufschluß gibt, werden jedoch wesentlich mehr Informationen geliefert. Nach der einen Methoden ist gleichzeitig mit der  $(A_u(f))$  Kurve auch  $\varphi(f)$  darzustellen, während die andere in der Aufnahme der Ortskurve besteht. Letzteres Verfahren ist in mancher Hinsicht günstiger, zwar wird seine Anwendung durch die lineare Skaleneinteilung in gewissen Fällen erschwert, wenn nicht unmöglich gemacht. Hier ist auch an eine selten angewandte Darstellungsart zu erinnern, durch die der erwähnte Nachteil der Darstellung durch die Ortskurve behoben werden soll, nämlich an die Darstellung aufgrund der Funktion  $\log(A_u(\varphi))$  in einem rechtwinkligen Koordinatensystem.

Wegen der Mehrinformation durch den Phasenwinkel der Verstärkung muß das Prüfgerät wesentlich komplizierter sein als die einfache Meßeinrichtung mit Wobbler.

Eine grundsätzliche Schwierigkeit besteht darin, daß in der Ortskurven-darstellung keine Frequenzachse vorhanden ist, daher ist für die Anzeige der Frequenz mit Hilfe von Markern zu sorgen. Das erfordert jedoch keine Anwendung von mehreren Stufen gegenüber dem traditionellen Verfahren, da auch bei den Wobblern wegen der Unsicherheit der bekannten Hochhub-Frequenz-modulationsmethoden bzw. der in diesen verwendeten Reaktanzen die Markierung der Frequenzachse notwendig ist.

Die erörterten Darstellungsverfahren lassen sich durch Messungen bei diskreten Frequenzen oder mit Hilfe einer sich stetig verändernden Meßfrequenz realisieren. Letzteres Verfahren ist offenbar wesentlich rascher, doch in der Regel weniger genau.

Bei einer sich stetig und automatisch verändernden Meßfrequenz stellt die Wahl der »Wobbelgeschwindigkeit«, die durch zwei Faktoren entscheidend einflußt wird, eine Schwierigkeit dar. Der erste beschränkende Faktor ist die obere Grenzfrequenz des Darstellungsgeräts (Oszilloskop, XY-Rekorder), der zweite die Bandbreite des zu messenden Netzes. Durch eine entsprechende Wahl des Darstellungsgeräts läßt sich gegebenenfalls der erste beschränkende Faktor beseitigen, durch die endliche Bandbreite des zu messenden Netzes wird jedoch die Wobbelgeschwindigkeit eindeutig beschränkt. Unter Anwendung einer Wobbelgeschwindigkeit über der zulässigen, würde nämlich die auf diese Weise aufgenommene Überfragnungskurve mit der nach dem statischen Verfahren aufgenommenen nicht übereinstimmen.

Die größte Wobbelgeschwindigkeit läßt sich zweckmäßig an einem Netz mit den in dieser Hinsicht ungünstigsten Eigenschaften und einfacher mathematischer Handhabung, an dem Schwingkreis von hoher Güte bestimmen. Um eine mit der statischen praktisch übereinstimmende Übertragungscharakteristik aufzunehmen, muß nämlich die »Aufenthaltszeit im Bande« des Prüfsignals lang genug sein, damit sich die Einschaltungs- und Abklingserscheinungen des Schwingkreises abspielen können.

Zur beiläufigen Ermittlung der erforderlichen Aufenthaltszeit im Band läßt sich der sich in einem mit der Kreisfrequenz  $\omega_0$  erregten, sodann in einem Zeitpunkt  $t = 0$  sich selbst überlassenen Schwingkreis abspielende Vorgang untersucht werden. Es ist bekannt, daß der Spannungsspitzenwert an den Polen eines abklingenden Schwingkreises bzw. die Umhüllungskurve der abklingenden Schwingung die Form

$$\hat{u}(t) = U_0 e^{-\delta t}$$

t.

Nach einer Zahl  $Q_0$  der Perioden ergibt sich der Spannungsspitzenwert durch Einsetzen von  $t = Q_0 T_0$  zu:

$$\hat{u}(t) = U_0 e^{-\delta Q_0 T_0} = U_0 e^{-\pi} = 0,0435 U_0$$

$$\delta Q_0 T_0 = \frac{R}{2L} \frac{\omega_0 L}{R} \frac{2\pi}{\omega_0} = \pi$$

t.

Nach  $Q_0$  Perioden sind also an den Polen des Schwingkreises etwa 4% der ursprünglichen Amplitude vorhanden. Aus dem vorstehenden läßt sich die Folgerung ziehen, daß, wenn die Aufenthaltszeit im Band länger ist als die

für den Ablauf von  $Q_0$  Perioden erforderliche Zeit, dann die nach dem dynamischen Verfahren aufgenommene Kurve von der statischen höchstens um 4% abweichen kann. Gegenüber den vorigen Annahmen und Annäherungen wird kein wesentlicher Fehler begangen, wenn man unter der Aufenthaltszeit im Band die Zeit versteht, die zwischen den Durchgängen durch zwei zur Dämpfung von 3 dB gehörende Punkte der Resonanzkurve des Schwingkreises vergeht.

Bei der Darstellungsart mit Hilfe der Ortskurve muß jedoch diese Zeit wegen des aus ähnlichen Gründen herrührenden Winkelfehlers wenigstens um eine Größenordnung größer sein als die im Vorstehenden festgestellte Minimalzeit.

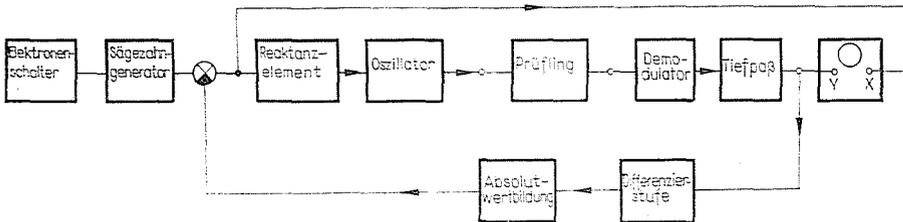


Abb 1

Es stellt sich die Frage, ob sich die Frequenz des Wobblers in der Zeit linear oder nach einer anderen Regel verändert. Aus dieser Sicht ist der — technisch am einfachsten realisierbare — in der Zeit linear veränderliche Frequenzverlauf der ungünstigste. Der logarithmische Frequenzverlauf ist bereits viel günstiger, läßt sich jedoch im Vergleich zum ersteren bedeutend schwieriger realisieren. Beide Lösungen haben den Nachteil, daß sie die Eigenschaften des gerade untersuchten Netzes nicht berücksichtigen, daher muß sich die »Wobbelgeschwindigkeit« nach den Eigenschaften des in dieser Hinsicht ungünstigsten Netzes richten.

Das Problem läßt sich mit Hilfe einer Abtastung mit veränderlicher Geschwindigkeit lösen, deren Betriebskizze in Abb. 1 gezeigt ist.

Bei der Entblockung des Elektronenschalters läuft der Sägezahn-generator an und liefert eine Spannung auf den Teil des Reaktanzelements, der die Frequenzmodulation durchführt. Ist die Übertragung des zu messenden Netzes in diesem Bereich annähernd gleich Null, gelangt die Spannung des Sägezahn-generators ganz auf das Element mit veränderlicher Reaktanz und durch den Oszillator wird dementsprechend eine Spannung mit zeitlich annähernd linear und rasch veränderlicher Frequenz gegeben. Ändert sich die Spannung am Ausgang des zu messenden Netzes, so wird nach Demodulation und Siebung beim Ausgang der differenzierenden Stufe eine Spannung erzeugt. Durch diese Spannung — aus der Sägezahnspannung in Abzug gebracht — wird die Abtast-

geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Steilheit der Ausgangsspannung des zu messenden Netzes vermindert. Es ist die Aufgabe der auf die differenzierende Stufe folgenden, den Absolutwert bildenden Stufe, zu sichern, daß sich die Abtastgeschwindigkeit nicht nur bei ansteigendem, sondern auch bei abnehmendem Ausgangssignal vermindert. Wie aus dem Vorstehenden ersichtlich, werden durch die angewandte Rückkopplung gleichzeitig auch für den Schreiber (in der Abbildung Oszilloskop) günstige Bedingungen geschaffen, weil auch die Schreibgeschwindigkeit auf einem annähernd ständigen Wert

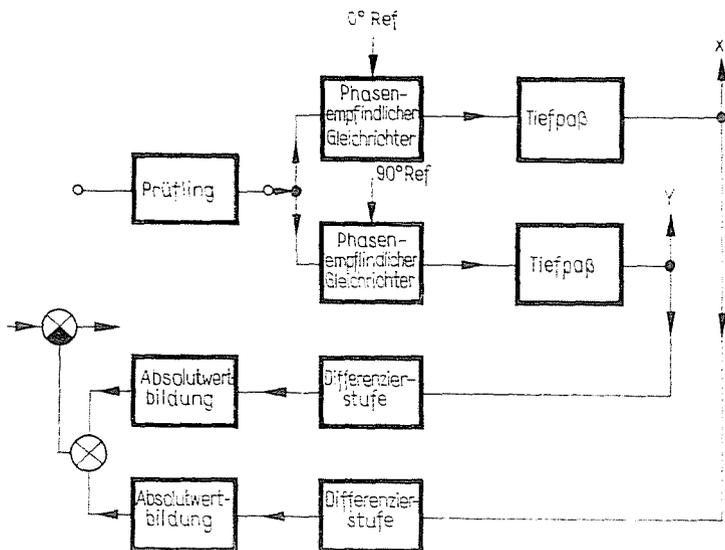


Abb. 2

gehalten wird. Das ergibt bei einer oszilloskopischen Schreibweise eine Linie mit annähernd ständiger Lichtstärke, während es im Falle eines Koordinatenschreibers eine optimale Ausnutzung der oberen Grenzfrequenz des Schreibers gestattet.

Die Abtastung mit veränderlicher Geschwindigkeit läßt sich auch bei der Aufnahme einer Ortskurve verwirklichen. In diesem Falle verändert sich die Rückkopplungskette des Blockschemas in Abb. 1 nach Abb. 2. Der Unterschied der ersten Lösung gegenüber besteht lediglich darin, daß im letzteren Falle die Rückkopplung für beide Kanäle gemeinsam erfolgt.

Neben dem komplizierteren Aufbau hat die Abtastung mit veränderlicher Geschwindigkeit den Nachteil, daß die gesamte Abtastzeit von den Eigenschaften des zu messenden Netzes abhängig ist, so wird sich bei ständiger Wiederholungsfrequenz die Wartezeit ändern oder wird die Wiederholungsfrequenz von den Eigenschaften des zu messenden Objekts abhängig sein.

Beide Lösungen sind von nachteiligen Folgen begleitet, daher läßt es sich lediglich im gegebenen Falle eindeutig entscheiden, welche vorteilhafter in der Anwendung ist.

## 2. Eine Möglichkeit zur Aufnahme der Ortskurve

Die Ortskurve kann mit Hilfe von direkt oder nach dem Transponierungsprinzip aufgebauten Geräten aufgenommen werden. Auch innerhalb dieser Gruppe sind mehrere Teillösungen bekannt, von denen hier nur eine beschrieben wird. Ein auf dieser Grundlage aufgebautes Gerät wurde am Lehrstuhl für Meßtechnik und Instrumentenkunde an der Technischen Universität Budapest für den Gegenstand Elektronische Stromkreise, zur Illustrierung des vorgetragenen Lehrstoffes gebaut.

Mit Hilfe des Geräts können die Ortskurven der Spannungsverstärkung von Vierpolen im 1—200 kHz-Band aufgenommen werden. Das angewandte Transponierungssystem hat — neben einigen Nachteilen — anderen Ausführungen gegenüber zahlreiche Vorteile. Der Aufbau des Geräts ist in Abb. 3 dargestellt.

Das Signal des Oszillators 1 mit Vormagnetisierung veränderlicher Frequenz gelangt zum Frequenzverdoppler 2, sodann — nach der regelbaren Verstärkerstufe 3 — auf den Bandfilter 4. Durch diese Ausführung wird bei veränderlichem Ausgangspegel eine gute Frequenzstabilität des Oszillators und ein geringer Oberwellengehalt des Ausgangssignals gewährleistet. Durch die Abtrennstufen 5 und 6 wird verhindert, daß die Oszillatoren 7 und 9 über die Mischer 8 und 10 aufeinander wirken.

Das Signal in Punkt A:  $u_A \sin \omega_A t$  (das mit dem Ausgangssignal von Stufe 6 übereinstimmt) vermischt sich im Mischer 8 mit dem Ausgangssignal B der Stufe 7: mit  $u_B \sin (\omega_B t + \varphi_B)$ .

So erscheint in Punkt C das Signal:

$$\begin{aligned} u_C &= A_8 U_A U_B \sin \omega_A t \cdot \sin(\omega_B t + \varphi_B) = \\ &= \frac{A_8 U_A U_B}{2} \{ \cos [(\omega_A - \omega_B)t - \varphi_B] - \cos [(\omega_A + \omega_B)t + \varphi_B] \}. \end{aligned}$$

Von diesem Signal verbleibt am Ausgang D des Filters 11 bzw. des Impedanztransformators 13

$$u_D = \frac{A_8 U_A U_B}{2} \cos [(\omega_A - \omega_B)t - \varphi_B].$$

Dem gleichen Gedankengang folgend ist das in Punkt G erscheinende Signal:

$$u_G = \frac{A_{10} U_A U_E}{2} \cos [(\omega_A - \omega_E)t - \varphi_E].$$

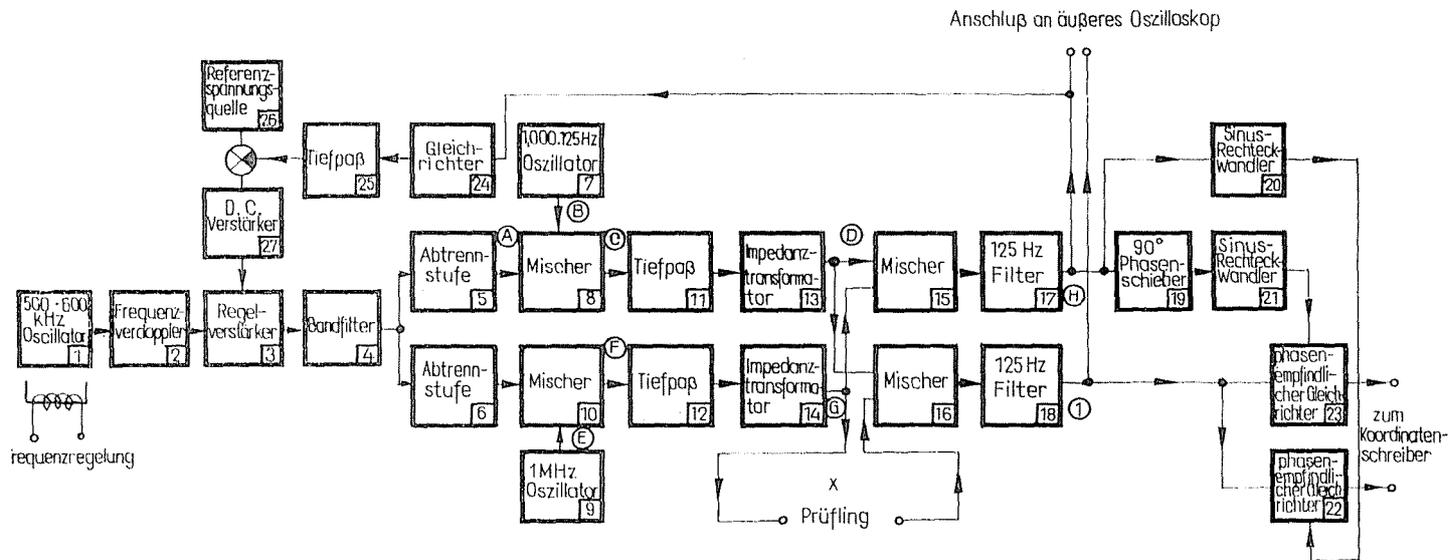


Abb. 3

Zufolge des symmetrischen Aufbaues sind die Stufen 5 und 6 bzw. 8 und 10 identisch, ferner gilt  $U_E = U_B$ . Daraus ist das Signal in Punkt G:

$$u_G = \frac{A_s U_A U_B}{2} \cos [(\omega_A - \omega_E)t - \varphi_E]$$

Im Mischer 15 vermischen sich die in den Punkten G und D erscheinenden Spannungen:

$$\begin{aligned} A_{15} &= \frac{A_s U_A U_B}{2} \cos [(\omega_A - \omega_E)t - \varphi_E] \frac{A_s U_A U_B}{2} \cos [(\omega_A - \omega_B)t - \varphi_B] = \\ &= \frac{A_{15}}{2} \left( \frac{A_s U_A U_B}{2} \right)^2 \{ \cos [(2\omega_A - \omega_E - \omega_B)t - \varphi_E - \varphi_B] + \\ &\quad + \cos [(\omega_B - \omega_E)t + \varphi_B - \varphi_E] \}. \end{aligned}$$

Bei einer zweckmäßigen Wahl der einzelnen Frequenzen ist der  $\omega_E - \omega_B$ -Wert klein und konstant (125 Hz), was durch die entsprechende Wahl der beiden Quarzoszillatoren (7 und 9) sichergestellt wird. Daher ist das Signal am Ausgang des Filters 17 (Punkt H):

$$\begin{aligned} u_H &= \frac{A_{15} (A_s U_A U_B)^2}{8} \cos [(\omega_B - \omega_E)t + (\varphi_B - \varphi_E)] = \\ &= K \cos [(\omega_B - \omega_E)t + (\varphi_B - \varphi_E)]. \end{aligned}$$

Das Signal in Punkt G gelangt zum Eingang des Prüflings X. Das Signal am Ausgang des Prüflings lautet:

$$A_x \frac{A_s U_A U_B}{2} \cos [(\omega_A - \omega_E)t - \varphi_E - \varphi_x]$$

wo  $A_x$  der Absolutwert der Spannungsverstärkung des Prüflings,  $\varphi_x$  die Phasenverschiebung bei der Frequenz  $\omega_A - \omega_E$  bedeuten. Das Signal am Ausgang des Mischers 16 ist:

$$\begin{aligned} A_{16} A_x \frac{A_s U_A U_B}{2} \cos [(\omega_A - \omega_E)t - \varphi_E - \varphi_x] \frac{A_s U_A U_B}{2} \cos [(\omega_A - \omega_B)t - \varphi_B] = \\ = A_x \frac{A_{16} (A_s U_A U_B)^2}{2 \cdot 4} \{ \cos [(2\omega_A - \omega_B - \omega_E)t - \varphi_B - \varphi_E - \varphi_x] + \\ + \cos [(\omega_B - \omega_E)t + \varphi_B - \varphi_E - \varphi_x] \}. \end{aligned}$$

Davon wird durch den Filter 18 die Spannung nach Funktion

$$u_I = A_x \frac{A_{16} (A_s U_A U_B)^2}{8} \cos [(\omega_B - \omega_E) t + (\varphi_B - \varphi_E) - \varphi_x]$$

durchgelassen. Da die Stufen 15 und 16 gleich sind, gilt

$$u_I = A_x K \cos [(\omega_B - \omega_E) t + (\varphi_B - \varphi_E) - \varphi_x].$$

Es ist zu erkennen, daß sich die Spannung  $u_I$  von  $u_H$  lediglich in der auf die Frequenz  $\omega_A - \omega_E$  bezogenen Verstärkung und Phasenverschiebung des Prüflings unterscheidet.

Mit Hilfe des erörterten Verfahrens lassen sich also der Amplituden- und der Phasenverlauf des zu messenden Vierpoles in einem ziemlich breiten Frequenzbereich auf eine kleine und ständige Frequenz transponieren. Zur Lösung ist es nicht erforderlich, ein von der Meßfrequenz unabhängiges Signal von  $90^\circ$  herzustellen, und die phasempfindlichen Gleichrichter können sehr einfach in der Ausführung sein. Die Einheiten 24, 25, 26, 27 und 3 sorgen für eine ständige Amplitude des Referenzsignals und sichern damit trotz der zufälligen Schwankung der Übertragungsfaktoren der Filter (11 und 12) sowie der Frequenzabhängigkeit der Oszillationsamplitude eine befriedigende Meßgenauigkeit.

Mit Hilfe des Geräts können die Ortskurven von Vierpolen im Band zwischen 1 kHz und 200 kHz aufgenommen werden. Wegen der angewandten niedrigen (125 Hz) Mittelfrequenz sind die dynamischen Eigenschaften ziemlich beschränkt.

Ein Ausgang des Geräts wird an den Koordinatenschreiber, der andere an das Oszilloskop für etwaige Kontrolle angeschlossen.

Die mit dem in der beschriebenen Ausführung hergestellten Gerät gemachten Erfahrungen beweisen, daß transponierende Systeme vor allem im Videofrequenzbereich gerechtfertigt sind. Im Schallfrequenzbereich verfügen die auf das Prinzip einer direkten Betätigung aufgebauten Einrichtungen über einen entscheidenden Vorteil den Transponierungssystemen gegenüber.

### Zusammenfassung

Die Frequenzabhängigkeit der Übertragungskennwerte von Vierpolen kann mit Hilfe von verschiedenen Diagrammen dargestellt werden. Mit Hilfe eines Wobblers und eines geeigneten Darstellungsgäräts lassen sich diese Diagramme automatisch aufzeichnen. Für eine formtreue Aufnahme hat die Kenntnis der höchstzulässigen Abtastgeschwindigkeit eine entscheidende Wichtigkeit. Die zur Verfügung stehende Zeit wird am besten bei einer Abtastung mit veränderlicher Geschwindigkeit ausgenutzt.

Bei dem vorgeführten Gerät wird das Prinzip der Frequenztransponierung benutzt, somit muß die phasempfindliche Gleichrichtung lediglich bei einer einzigen Frequenz realisiert werden und es erübrigt sich, ein von der Meßfrequenz unabhängiges  $90^\circ$ -Referenzsignal zu erstellen. Diese Lösung gestattet, in einem breiten Frequenzbereich Untersuchungen durchzuführen.

### Literatur

- VAN SCHAGEN, M. J.: Apparatur zur Sichtbarmachung von komplexen Diagrammen bei variierender Frequenz. Philips Technische Rundschau **19**, 11–14 (1957/58).
- LACY, I. G.: A Current-switching phase-sensitive detector and its application to a resolved components voltmeter. Electronic Engineering 148–151, March, 1967.
- GILBERT, B.: An X–Y plotter stabilising adaptor for use with sampling oscilloscopes. Electronic Applications **25**, 1–19.
- FAULKNER, E. A.—STANNETT, H. O.: A General-purpose phase-sensitive detector. Electronic Engineering 159–161, March 1964.
- SZURMAY, M.: Modellprüfeinrichtung elektronischer Stromkreise. Vortrag an der Wissenschaftlichen Tagung der Technischen Universität Budapest 1967.

Mihály SZURMAY, Budapest XI., Műegyetem rkp. 3. Ungarn