

DIE KENNLINIEN DER UNTERSYNCHRONEN STROMRICHTERKASKADE

Von

F. CSÖRGITS

Lehrstuhl für Elektrische Maschinen, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 2. April 1970)

Vorgelegt von Prof. Dr. I. RÁCZ

1. Einleitung

Mit Hilfe von Stromrichter Cascaden kann die Drehzahl der Asynchronmaschinen verlustlos und stetig verändert werden. Mit der Entwicklung der Halbleitertechnik wurde bei solchen Schaltungen die Stelle der rotierenden Umformer durch Siliziumgleichrichter eingenommen. Statt der Lösungen mit Hintermaschine bzw. mit steuerbarem Quecksilberdampfgleichrichter werden heute immer mehr steuerbare Halbleiterelemente verwendet.

Bei dieser in Abb. 1 angegebenen Schaltung besteht das Problem bezüglich des Motors in erster Linie darin, daß die Diodengleichrichterschaltung Oberwellen erzeugt, welche sowohl auf der Gleichstromseite als auch auf der Wechselstromseite auftreten. Das Problem wird durch die Überlappung noch komplizierter. Den Netztransformatoren der gewöhnlichen Gleichrichterschaltungen gegenüber, deren Streuinduktivitäten 3—4% betragen, verursacht die ungefähr 20% betragende Kurzschlußinduktivität des Motors eine große Überlappung. Gleichzeitig spielen die ohmschen Widerstände, besonders bei kleinen Schlüpfen, eine sehr beträchtliche Rolle, weil sich die Frequenz der den Gleichrichter speisenden Spannung verändert.

Das Problem ist ziemlich kompliziert, da sich der Motor in diesem Fall in »ständigem« transientem Zustand befindet. Die Dioden des Gleichrichters kommutieren nämlich sechsmal während einer Periode der Läuferspannung, d. h. es treten — wegen der Überlappung — sechsmal während einer Periode Ausschaltung bzw. Kurzschluß im Läufer auf.

Das Problem wird vereinfacht, wenn der ohmsche Widerstand des Ständers vernachlässigt wird. Die wegen der Schalterscheinungen im Läufer entstehenden Gleichströme (Freiströme) von gedämpftem Charakter erzeugen im Ständer Wechselströme mit fremder Frequenz. Es kann angenommen werden, daß für diese Wechselströme der Ständer kurzgeschlossen ist. Da in einer Kaskadenschaltung der Schlupf (s) aus anderen — in erster Linie Wirtschaftlichkeitsrücksichten meistens bis zu $s_{\max} = 0,2 \sim 0,3$ verändert wird, sind diese fremden Frequenzen verhältnismäßig groß. Deswegen verursacht die

Vernachlässigung des ohmschen Widerstands des Ständers seiner Kurzschlußreaktanz gegenüber, abgesehen von einigen besonderen Fällen, keinen zu großen Fehler.

Das Problem wird dadurch ebenfalls wesentlich vereinfacht, wenn angenommen wird, daß der gleichgerichtete Strom keine Oberwellen enthält, also die Induktivität der Drosselspule im Gleichstromkreis $L_g = \infty$ beträgt.

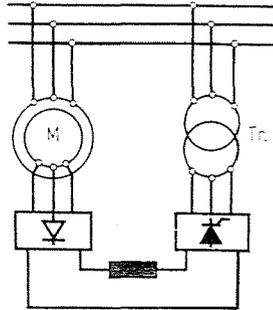


Abb. 1

2. Ersatzschaltbild. Betriebsarten

2.1. Ersatzschaltbild

Die Verwendung der Parkschen Vektoren stellt eine der zweckmäßigsten Methoden in der Untersuchung der transienten Vorgänge der Drehstrommaschinen dar [1].

Wird der ohmsche Widerstand des Ständers vernachlässigt, so kann die Spannungsgleichung des Ständers mit der folgenden Formel angegeben werden:

$$\bar{u}_s = \frac{d\bar{\Psi}_s}{dt}$$

damit ist der Fluß des Ständers

$$\bar{\Psi}_s = \frac{\hat{U}_s}{j\omega_1} e^{j\omega_1 t},$$

unabhängig davon, was im Läufer geschieht.

Hier und auch später werden die Momentanwerte der einzelnen Phasengrößen bzw. deren dreiphasige Vektoren mit kleinen Buchstaben und die

Scheitelwerte mit kegelförmigen Akzenten bezeichnet. So ist z. B. \bar{u}_s der Vektor der Ständerspannungen u_{sa} , u_{sb} , u_{sc} .

Die Spannungsgleichung des Läufers im Koordinatensystem, das sich mit dem Läufer zusammen dreht, lautet

$$s\bar{u}_{r0} = \bar{i}R_r + L'_r \frac{d\bar{i}}{dt} + \bar{u}_r, \quad (1)$$

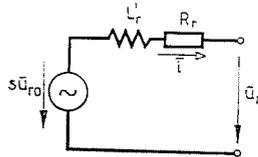


Abb. 2

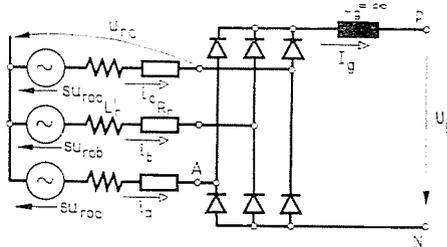


Abb. 3

wobei L'_r die Kurzschlußreaktanz (transiente Reaktanz) des Läufers und

$$s\bar{u}_{r0} = \frac{L_m}{L_s} s\hat{U}_s e^{jsw_1 t} = s\hat{U}_0 e^{jsw_1 t}, \quad (1,a)$$

der dreiphasige Vektor der in den Läuferphasen induzierten Spannung sind. In der Gleichung (1, a) bedeutet L_m die Induktivität des Hauptfeldes, L_s ist die gesamte Induktivität des Ständers und s ist der Schlupf. So ist \hat{U}_0 der Scheitelwert der Leerlaufphasenspannung, bei stehendem Läufer.

Im weiteren wird die Gleichung (1) als die Grundgleichung der Maschine benutzt. Sie hat den Vorteil, daß in ihr nur die Spannung \bar{u}_r und der Strom \bar{i} unbekannt sind, weil $\bar{\Psi}_s$ und damit \bar{u}_r bekannt sind.

Das den dreiphasigen Vektoren entsprechende und in Abb. 2 dargestellte Ersatzschaltbild kann auf Grund der Gleichung (1) aufgezeichnet werden. Abb. 3 zeigt das äquivalente Ersatzschaltbild für die Phasengrößen.

2.2. Betriebsarten

Bei der Untersuchung der Betriebsarten soll der ohmsche Widerstand des Läufers der Einfachheit halber vernachlässigt werden. Wegen der später zu untersuchenden Probleme soll angenommen werden, daß sich statt Dioden steuerbare Gleichrichter, Thyristoren, an die Schleifringe anschließen.

Aus der Theorie der Stromrichter ist bekannt, daß die Größe des Gleichstroms bei gesteuerten Gleichrichtern in Drehstrom-Brückenschaltung mit dem folgenden Zusammenhang angegeben werden kann

$$I_g = \hat{I}_k \frac{\sqrt{3}}{2} [\cos \alpha_g - \cos (\alpha_g + \delta)], \quad (2)$$

wobei δ den Überlappungswinkel, α_g den von der Stelle des natürlichen Phasenschnittpunktes gemessenen Zündwinkel und \hat{I}_k den Scheitelwert des idealen Kurzschlußstromes bedeuten. In unserem Fall ist der Scheitelwert des idealen Kurzschlußstromes:

$$\hat{I}_k = \frac{\hat{U}_0}{w_1 L_r}. \quad (3)$$

In der Wirklichkeit schließen sich meistens Dioden an die Schleifringe an. In solchen Fällen ist, bis der Laststrom einen bestimmten Wert erreicht $\alpha_g = 0$, und mit der Änderung des Stromes ändert sich nur der Überlappungswinkel δ . Je größer der Strom ist, um so größere Spannungsflächen werden zu der Kommutierung benötigt, d. h. um so größer ist der Überlappungswinkel. Bei $I_g/I_k = \sqrt{3}/4$ beträgt $\delta = 60^\circ$. Dieser Zustand ist der Grenzfall des sogenannten *ersten Arbeitsbereichs* des DreiphasenBrückengleichrichters. In diesem Fall wird die Kommutierung auf der einen Brückenhälfte *gerade noch beendet*, bevor sie auf der anderen Brückenhälfte beginnt.

Überschreitet der Strom den oben angegebenen Grenzwert, so ist für die Kommutierung eine größere Spannungsfläche als vorher erforderlich. Wenn z. B. — mit den Bezeichnungen in Abb. 3 — auf der positiven Schiene (P) die Dioden der Phasen »a« und »b« kommutieren, kann »a« auf der anderen Schiene die Stromführung von »c« solange nicht übernehmen, bis auf der positiven Schiene die Überlappung andauert. Das Potential des Punktes A wird nämlich bis zum Ende der Überlappung durch das Potential der Schiene P bestimmt. Dieses ist zu dieser Zeit positiver als die Spannung der Phase »a«. Demzufolge kann die Kommutierung auf der negativen Schiene zwischen »c« und »a« nur nach Ende der Überlappung beginnen, wenn das Potential des Punktes A wieder durch die Spannung der Phase »a« bestimmt ist. In solchen Fällen kann also die Kommutierung auf der einen Brückenhälfte *nur dann beginnen*, wenn sie auf der anderen Brückenhälfte schon beendet ist. Der Überlappungs-

winkel bleibt innerhalb dieses sogenannten *zweiten Arbeitsbereichs* konstant, $\delta = 60^\circ$, und die automatische Zündverzögerung — genauer gesagt die Zwangsverzögerung der Zündung — kann vom Anfangswert $\alpha_g = 0$ bis zum Endwert $\alpha_g = 30^\circ$ anwachsen. Demnach sind die Verhältnisse im zweiten Arbeitsbereich des Gleichrichters ähnlich wie bei gesteuertem Gleichrichter im ersten Arbeitsbereich, falls $\delta = 60^\circ$ und $0 \leq \alpha_g \leq 30^\circ$ sind. Auf Grund der Gleichung (2) ist bei $\alpha_g = 30^\circ$ Zündverzug das Verhältnis $I_g/\hat{I}_K = 3/4$ und in diesem Fall nimmt das Potential in allen drei Phasen bei der Beendigung der Überlappung *gerade bis Null* ab.

Sind die Ströme größer als dieser Wert — im *dritten Arbeitsbereich* des Gleichrichters — so beginnt die Kommutierung auf der einen Brückenhälfte, obwohl sie auf der anderen noch nicht beendet ist. In diesem Fall leiten zeitweilig vier Dioden gleichzeitig, dabei sind alle drei Phasen kurzgeschlossen.

Unter normalen Umständen arbeitet der in Kaskadenschaltung in Betrieb gehaltene Asynchronmotor im allgemeinen im ersten und — hauptsächlich bei Überlastungen — im zweiten Arbeitsbereich. Im weiteren sollen die Probleme in diesen zwei Bereichen so untersucht werden, daß der ohmsche Widerstand des Ständers vernachlässigt, und angenommen wird, daß der Gleichstrom keine Oberschwingungen hat, der Läuferwiderstand wird aber berücksichtigt.

Wegen der sechsseitigen Symmetrie genügt es, die Berechnungen für ein Sechstel der Periode durchzuführen.

3. Der zeitliche Verlauf des Läuferstromes

Die Wirkung des ohmschen Widerstandes des Läufers zeigt sich vor allem darin, daß die Kommutierung im Vergleich zu der Stelle der natürlichen Kommutierung mit dem Vorzündwinkel α_r eher anfängt (Abb. 4, Punkt K'). Die Ursache dieser Erscheinung ist der ohmsche Spannungsabfall, der in der Phase der den Strom übergebenden Dioden zustande kommt. Da sich bei der Änderung des Stromes oder des Schlupfes auch α_r ändert, wird im weiteren mit dem von dem Nulldurchgang der Phasenspannung gemessenen Zündwinkel α gearbeitet. So werden unsere wichtigsten Zusammenhänge in beiden Arbeitsbereichen gültig sein, es müssen nur immer die der betreffenden Betriebsart entsprechenden δ - und α -Werte eingesetzt werden.

Es soll z. B. der Fall untersucht werden, wenn die Dioden der Phasen »a« und »b« auf der positiven Schiene kommutieren. Werden die positiven Richtungen und Bezeichnungen in Abb. 3 angewendet, gelten im Zeitpunkt $t = 0$, wie es auch aus Abb. 4 ersichtlich ist, die folgenden Zusammenhänge:

$$i_a = I_g, \quad i_b = 0, \quad i_c = -I_g.$$

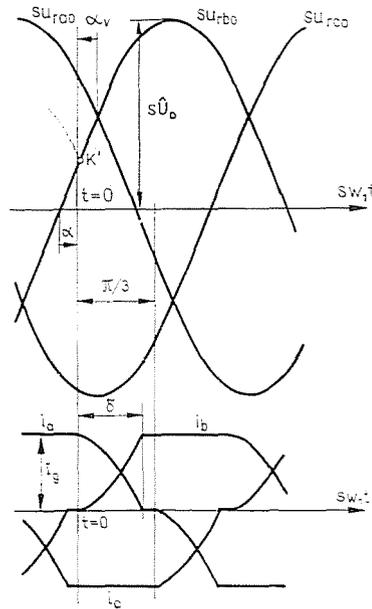


Abb. 4

Bei der Beendigung der Kommutierung — nach einer Zeit δ/sw_1 — gelten für die Ströme

$$i_a = 0, i_b = I_g,$$

wobei i_c unverändert bleibt. Dementsprechend ist zu erkennen, daß sich der Vektor \underline{i} der Phasenströme i_a, i_b, i_c auf einer sechseckigen Bahn bewegt — wie

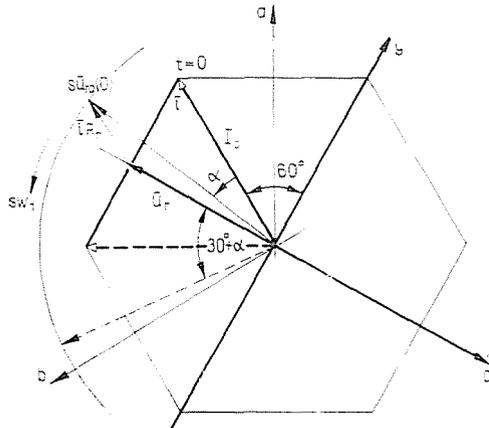


Abb. 5

es in Abb. 5 angegeben ist — und daß der Absolutwert von \mathbf{i} im Zeitpunkt $t = 0$

$$\mathbf{I}_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \mathbf{I}_g \quad (4)$$

beträgt.

In Abb. 5 wurden auch die Vektoren der Spannungen aufgezeichnet. Der mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit — sw_1 — rotierende Vektor $\bar{\mathbf{u}}_{r0}$ kann im Zeitpunkt $t = 0$ in Abhängigkeit α verschiedene Lagen einnehmen, während sich $\bar{\mathbf{u}}_r$ im untersuchten Falle während der Überlappung nur in Richtung der Phasenachse »c« ändern kann.

So wird nämlich die Gleichung $\mathbf{u}_{ra} = \mathbf{u}_{rb}$, die die Bedingungen des gleichzeitigen Brennens erfüllt, bis zur Beendigung der Überlappung gelten.

Es soll ein Koordinatensystem wie in Abb. 5 angenommen werden.

Dann ist der Realteil des Stromvektors $\bar{\mathbf{i}} = \mathbf{i}_x + \mathbf{j}\mathbf{i}_y$ während der Überlappung konstant:

$$\mathbf{i}_x = \mathbf{i}_c = -\mathbf{I}_g, \quad (5)$$

während der Imaginärteil im Zeitpunkt $t = 0$

$$\mathbf{i}_y(0) = \frac{1}{\sqrt{3}} \mathbf{I}_g \quad (6)$$

und bei der Beendigung der Überlappung

$$\mathbf{i}_y(\delta/sw_1) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \mathbf{I}_g \quad (7)$$

beträgt.

Da während der Überlappung $\mathbf{i}_x = \text{konstant}$ ist, muß nur $\mathbf{i}_y(t)$ bestimmt werden. Auf Grund der Gleichung (1) und mit Rücksicht darauf, daß im gewählten Koordinatensystem $\mathbf{u}_{ry} = 0$ ist, ergibt sich für die Komponenten in Richtung y die folgende Differentialgleichung:

$$\mathbf{u}_{ry} = \mathbf{i}_y \mathbf{R}_r + \mathbf{L}_r' \frac{d\mathbf{i}_y}{dt}. \quad (8)$$

Ihre Lösung mit der Anfangsbedingung (6) ist

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_y = & \left[\hat{\mathbf{I}}_k \sin \varphi \sin (\alpha - \varphi - 30^\circ) + \frac{1}{\sqrt{3}} \mathbf{I}_g \right] e^{-\frac{sw_1 t}{\sigma}} - \\ & - \hat{\mathbf{I}}_k \sin \varphi \sin (sw_1 t + \alpha - \varphi - 30^\circ). \end{aligned} \quad (9)$$

Hier bedeutet

$$\sigma = \operatorname{tg} \varphi = \frac{s w_1 L'_r}{R_r} \quad (10)$$

bzw.

$$\sigma = \frac{s}{s_k}, \quad (11)$$

wobei s_k der Kippschlupf des Motors ist.

Aus Gl. (9) ist unter Berücksichtigung von Gl. (7)

$$\frac{I_g}{\hat{I}_k} = \sqrt[3]{\frac{\sin \varphi}{1 + e^{-\delta/\sigma}}} [\sin(\delta + \alpha - \varphi - 30^\circ) - e^{-\delta/\sigma} \sin(\alpha - \varphi - 30^\circ)]. \quad (12)$$

Für den Fall $R_r = 0$ erhalten wir die Gleichung (2), wenn in die obige Gleichung die Werte $\sigma = \infty$ und $\alpha = \alpha_g + 30^\circ$ eingesetzt werden.

Der Zündwinkel α kann im ersten Arbeitsbereich mit Hilfe der Formel

$$\sin(30^\circ - \alpha) = \frac{I_g R_r}{s \hat{U}_e} \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \frac{I_g}{\hat{I}_k} \quad (13)$$

berechnet werden. Die Formel wird auf Grund der Abb. 5 aufgeschrieben.

Wird an der Grenze des ersten und zweiten Arbeitsbereichs der von dem Nulldurchgang gerechnete Zündwinkel durch α_{12} bezeichnet, erhält man unter Berücksichtigung der Gleichungen (12) und (13) und den Wert $\delta = 60^\circ$ eingesetzt:

$$\operatorname{tg} \alpha_{12} = \frac{\sigma \epsilon}{\epsilon + \sqrt[3]{3} (1 + \sigma^2)}. \quad (14)$$

wobei

$$\epsilon = \sigma + \sqrt[3]{3} \operatorname{th} \frac{\pi}{6\sigma} \quad (15)$$

ist.

Das Ende des zweiten Arbeitsbereichs wird dadurch charakterisiert, daß bei Beendigung der Überlappung alle drei Phasenspannungen gerade bis auf Null abnehmen (wie auch schon im Falle $R_r = 0$ ersichtlich war), also gilt

$$u_{ra} = u_{rb} = u_{rc} = 0.$$

Aus dem als Beispiel gewählten Fall ist zu erkennen, daß da der Strom der Phase »c«, die sich an die negative Schiene anschließt, bei der Beendigung

der Kommutierung der Phasen »a« und »b« noch gerade $-\mathbf{I}_g$ beträgt, die obige Bedingung dann erfüllt wird, wenn

$$\mathbf{u}_{rc} = \mathbf{u}_{roc} + \mathbf{I}_g \mathbf{R}_r = 0$$

ist bzw. auf Grund der Abb. 5

$$s\hat{\mathbf{U}}_0 \cos(30^\circ + \alpha) = \mathbf{I}_g \mathbf{R}_r.$$

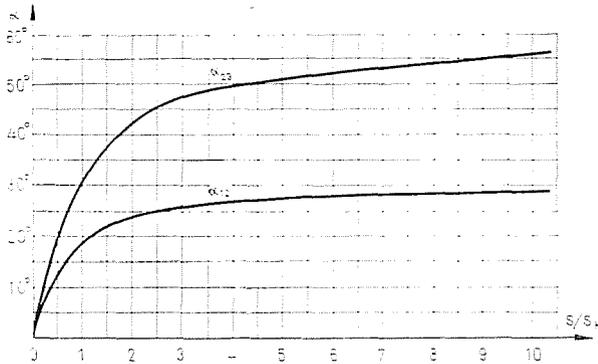


Abb. 6

Wird der Zündwinkel an dieser Grenze mit α_{23} bezeichnet, so kann die folgende Gleichung angeschrieben werden:

$$\cos(30^\circ + \alpha_{23}) = \frac{1}{\sigma} \frac{\mathbf{I}_g}{\hat{\mathbf{I}}_k} \quad (16)$$

and unter Berücksichtigung der Gl. (12) bzw. (15) erhält man die Gleichung

$$\operatorname{tg} \alpha_{23} = \frac{\sigma \epsilon}{\epsilon + \frac{1 + \sigma^2}{\sqrt{3}}}. \quad (17)$$

Die Werte α_{12} und α_{23} wurden in Abb. 6 in Abhängigkeit von $\sigma = s/s_k$ dargestellt. Aus der Abbildung ist ersichtlich, daß der vom Nulldurchgang gemessene Zündwinkel im ersten Arbeitsbereich von $\alpha = 30^\circ$ bis auf $\alpha = \alpha_{12}$ abnimmt, und dann bis zum Ende des zweiten Arbeitsbereiches vom α_{12} bis α_{23} zunimmt. Hier wurde angenommen, daß $\sigma =$ konstant ist und der Laststrom zunimmt.

Auf Grund der Gl. (5) und (9) kann die Funktion $\bar{i}(t)$ angeschrieben werden. Da die Phasenachse »c« als reale Achse gewählt wurde, kann die folgende Gleichung geschrieben werden

$$\bar{i} = \frac{2}{3} (\mathbf{i}_c + \bar{\mathbf{a}}\mathbf{i}_a + \bar{\mathbf{a}}^2\mathbf{i}_b),$$

und so beträgt z. B. der Strom der Phase »b«, die die Stromführung übernimmt,

$$\mathbf{i}_b = \operatorname{Re} \{ \bar{\mathbf{a}} \bar{\mathbf{i}} \}. \quad (18)$$

Hier bedeuten $\bar{\mathbf{a}}$ und $\bar{\mathbf{a}}^2$ komplexe Einheitsvektoren, welche in die Richtungen der Phasenachsen »a« und »b« zeigen.

4. Die Berechnung der Grundwelle des Läuferstromes

Der Vektor der Phasenströme kann auch in der folgenden Form geschrieben werden

$$\bar{\mathbf{i}}(\xi) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} \bar{\mathbf{I}}_r e^{jr\xi}.$$

wo $\xi = sw_1 t$ ist, $\bar{\mathbf{I}}_r$ die Amplitude der r -sten Oberschwingungskomponente und r die Ordnungszahl bedeuten. Aus dieser Formel läßt sich die Grundwelle mit Hilfe des folgenden Zusammenhangs berechnen [2]:

$$\bar{\mathbf{I}}_1 = \frac{3}{\pi} \int_0^{2\pi/3} \bar{\mathbf{i}}(\xi) e^{-j\xi} d\xi.$$

Wird zuerst die Grundwelle der Spannung $\bar{\mathbf{u}}_r$ bestimmt, so werden die Gleichungen einfacher und leichter zu behandeln sein.

Ist die Grundwelle der Spannung $\bar{\mathbf{u}}_r$ bekannt, kann der Scheitelwert der Grundschwingung des Stromes mit der folgenden Formel errechnet werden:

$$\bar{\mathbf{I}}_1 = \frac{\mathbf{s}\hat{\mathbf{U}}_0 - \bar{\mathbf{U}}_{r1}}{\mathbf{R}_r + j\mathbf{sX}'_r}. \quad (19)$$

Es soll der früher als Beispiel gewählte Fall untersucht werden, das heißt auf der positiven Schiene kommutieren die Phasen »a« und »b«, während $\mathbf{i}_c = -\mathbf{I}_g$ ist. Es wird wieder die Phasenachse »c« als real gewählt und von hier wird der Winkel $sw_1 t = \xi$ gemessen (Abb. 7).

Die Spannung \bar{u}_r kann sich im untersuchten Falle während der Zeit der Überlappung — im Bereich $\xi_0 \leq \xi \leq \xi_1$ — nur in Richtung »c« verändern, also ist

$$\bar{u}_r = u_{rc} = u_{r0c} + I_g R_r, \tag{20}$$

wo

$$u_{r0c} = s \bar{U}_0 \cos \xi \tag{21}$$

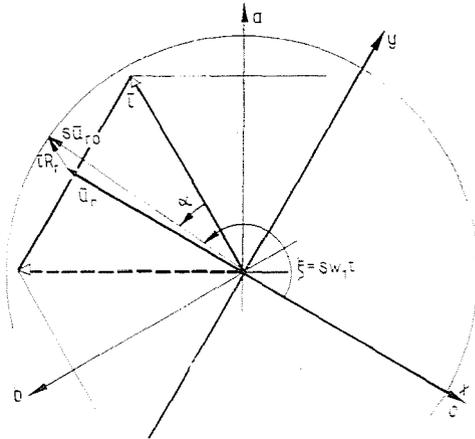


Abb. 7

ist und die Grenzen der Bereiche

$$\xi_0 = 5\pi/6 + \alpha; \quad \xi_1 = \xi_0 + \delta \tag{22}$$

sind.

Ist $\delta < 60^\circ$ (erster Arbeitsbereich), dann gilt bis zu der folgenden Kommutierung zwischen den Grenzen $\xi_1 \leq \xi \leq \xi_2$ die Gl. (23), das heißt

$$\bar{u}_r = s\bar{u}_{r0} - \bar{i}R_r, \tag{23}$$

wobei jetzt

$$\bar{i} = -I_0 e^{j\pi/6} \tag{24}$$

und

$$\xi_2 = \xi_0 + \pi/3 \tag{25}$$

betragen.

Die Grundwelle der Spannung \bar{u}_r kann — unter Berücksichtigung der Gl. (20) und (25) — folgenderweise berechnet werden:

$$\bar{U}_{r1} = \frac{3}{\pi} \int_{\xi_0}^{\xi_2} \bar{U}_r(\xi) e^{-j\xi} d\xi. \quad (26)$$

Durch die Verwendung der Gl. (26) ergibt sich für die Grundwelle des Läuferstromes die Formel (27), d. h.

$$\begin{aligned} \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_k} = \frac{3}{\pi} (1 - e^{-j2\varphi}) j \left\{ -\frac{\delta}{4} + \frac{\sin \delta}{4} e^{-j(\delta+2\alpha-60^\circ)} \left[\sqrt{3} \sin \frac{\delta}{2} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \sin \left(30^\circ - \frac{\delta}{2} \right) \right] \right\} \frac{1}{3\sigma} \frac{\bar{I}_g}{\bar{I}_k} e^{-j\left(\frac{\delta}{2} + \alpha - 30^\circ\right)}. \end{aligned} \quad (27)$$

Diese Formel gilt für beide Arbeitsbereiche, wenn für δ und α entsprechende Werte eingesetzt werden, und durch ihre Verwendung kann auch die Formel für den Fall $R_r = 0$ aufgeschrieben werden. Obwohl sich der letztere Fall nur bei $\sigma = \infty$ realisieren würde, ist er trotzdem notwendig, weil er einen Grenzfall darstellt. Der Arbeitspunkt des Asynchronmotors in Kaskadenschaltung befindet sich nämlich bestimmt zwischen den Ortskurven des Läuferstromes \bar{I}_1 , die sich auf den normalen und auf den Fall $\sigma = \infty$ beziehen.

Es ist zweckmäßig, eine Ortskurvenschar mit dem Parameter σ aufzuzeichnen, von der die Daten beliebiger Arbeitspunkte abgelesen werden können [3, 4]. Ehe diese Kurvenschar aufgezeichnet würde, soll noch der Zusammenhang (27) für die einzelne Arbeitsbereiche untersucht werden.

4.1. Der Grenzfall $\sigma = \infty$

Im ersten Arbeitsbereich gibt es keinen Zündverzug, also ist bis zum Ende des Bereichs $\alpha = 30^\circ = \text{konstant}$. Den Wert $\varphi = 90^\circ$ angewendet ergibt sich aus der Gleichung (27) der folgende Zusammenhang:

$$\bar{I}'_1 = \frac{3}{4\pi} (1 - j 2\delta - e^{-j2\delta}), \quad (28)$$

wo durch \bar{I}'_1 das Verhältnis \bar{I}_1/\bar{I}_k bezeichnet wird. Wird die Gleichung (28) in reale und imaginäre Teile zerlegt, d. h.

$$x = \frac{3}{4\pi} (1 - \cos 2\delta)$$

$$y = -\frac{3}{4\pi} (2\delta - \sin 2\delta),$$

dann ergibt sich das parametrische Gleichungssystem einer Zykloide. Diese Kurve ist die Bahn eines bestimmten Umkreispunktes des Kreises mit dem Halbmesser $3/4 \pi$, der auf der negativen imaginären Achse abrollt.

Im zweiten Arbeitsbereich ergibt sich aus der Gleichung (27) durch die Einsetzung der Werte $\varphi = 90^\circ$ und $\delta = 60^\circ$ für die Grundschiwingung des Stromes der folgende Zusammenhang

$$\bar{I}'_1 = -j \frac{1}{2} + j \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} e^{-j2z}. \quad (29)$$

In diesem Fall bewegt sich also der Endpunkt des Stromvektors — wie es bekannt ist — auf einem zu dem Zentriwinkel von 60° gehörenden Abschnitt des Umfanges eines Kreises mit dem Halbmesser $3\sqrt{3}/4 \pi$, weil sich jetzt der Zündwinkel zwischen $30^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ ändern kann.

Die Wirkkomponente des Stromes (Realteil) hat einen Maximalwert beim Zündwinkel $\alpha = 45^\circ$.

4.2. Ortskurven für $R_r \neq 0$ ($\sigma < \infty$)

Bei den Werten $0^\circ < \delta \leq 60^\circ$ gilt für den ersten Arbeitsbereich der Zusammenhang (27). Die zu den verschiedenen Überlappungswinkeln gehörenden Zündwinkel können mit Hilfe der Formeln (12) und (13) bestimmt werden.

Wird in der Gleichung (27) das Verhältnis I_g/I_k mit Rücksicht darauf, daß im zweiten Arbeitsbereich $\delta = 60^\circ = \text{konstant}$ ist, durch die Formel (12) ersetzt, so kann die Gleichung (27) folgenderweise geschrieben werden:

$$\bar{I}'_1 = \bar{I}'_{10}(\sigma) + jR(\sigma) e^{-j2z}. \quad (30)$$

Hier bedeutet

$$R(\sigma) = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} \frac{\sigma\epsilon}{1 + \sigma^2}, \quad (31)$$

wo ϵ aus der Gleichung (15) bestimmt werden kann und für den Wert \bar{I}'_{10} gilt

$$\bar{I}'_{10} = \frac{1 - j\sigma}{1 + \sigma^2} \left\{ \sigma \left[\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} - R(\sigma) \right] - jR(\sigma) \right\}. \quad (32)$$

Aus den Gleichungen (30)—(32) ist ersichtlich, daß sich bei $\sigma = \text{konstant}$ der Endpunkt von \bar{I}'_1 ebenso auf einem Kreisbogen bewegt, wie im Grenzfall $\sigma = \infty$.

Auf den zu den verschiedenen σ -Werten gehörenden Kreisen werden die Kreisbögen, die den gültigen Abschnitt der Ortskurve für den zweiten Arbeits-

bereich ergeben, durch die zu den entsprechenden Zündwinkeln $\alpha = \alpha_{12}$ und $\alpha = \alpha_{23}$ gehörenden Punkte begrenzt.

Aus den Gleichungen (30) und (31) ist auch ersichtlich, daß im Falle von $\alpha_{23} \geq 45^\circ$ die Wirkkomponente an der zum betreffenden σ -Wert gehörenden Ortskurve ihren Maximalwert im zweiten Arbeitsbereich hat, und zwar genauso bei $\alpha = 45^\circ$ wie bei $\sigma = \infty$.

Aus Abb. 6 kann annähernd abgelesen werden, doch wurde es auch genauer bestimmt, daß der Winkel α_{23} bei $\sigma = 2,414$ gerade 45° beträgt, das

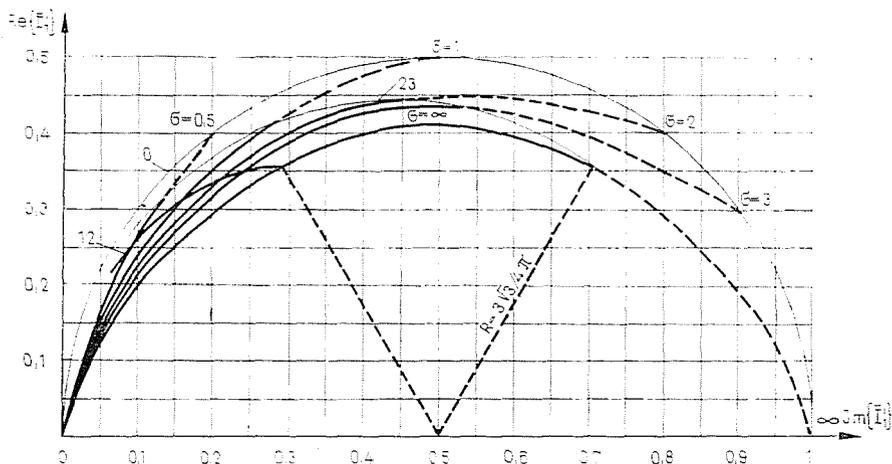


Abb. 8

Maximum befindet sich also in diesem Fall gerade an der Grenze zwischen dem zweiten und dem dritten Arbeitsbereich. Ist $\sigma > 2,414$, so ist $\alpha_{23} > 45^\circ$, das Maximum der Ortskurven befindet sich also sicher im zweiten Arbeitsbereich.

Die Grundwellen des Läuferstromes wurden für einige σ -Werte in Abb. 8 angegeben. Hier stellt der mit Null bezeichnete Kreis das Kreisdiagramm für den natürlichen Zustand des Motors dar.

Die Wirkkomponente der Stromgrundwelle ist dem Mittelwert des Moments proportional, genauer

$$\operatorname{Re} \{ \bar{I}_1 \} = \frac{M}{2M_K}, \quad (33)$$

wo M_K das ideale Kippmoment bedeutet. Mit Hilfe der Gleichung wurden die Momentenkurven in Abb. 9 gezeichnet.

Die Kurven geben die zum natürlichen Zustand (0) sowie zu den Grenzen der Arbeitsbereiche (12, 13) gehörenden Momente in Abhängigkeit von σ an.

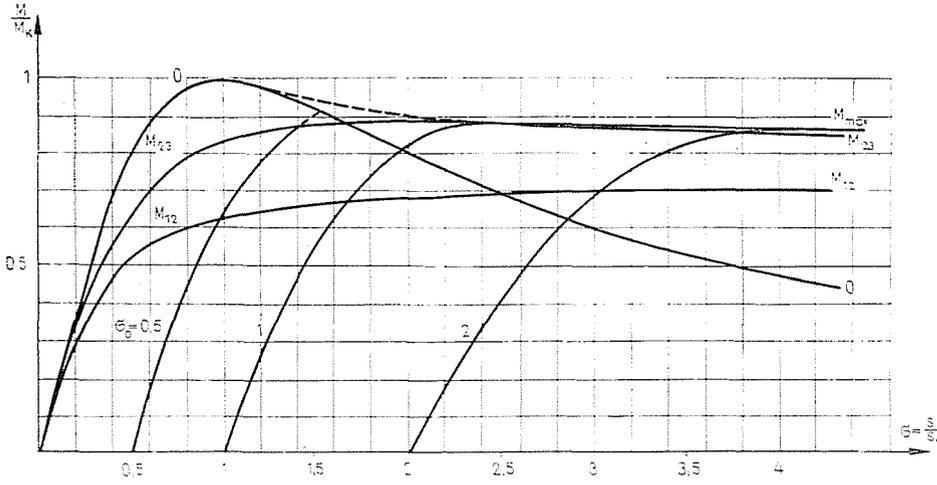


Abb. 9

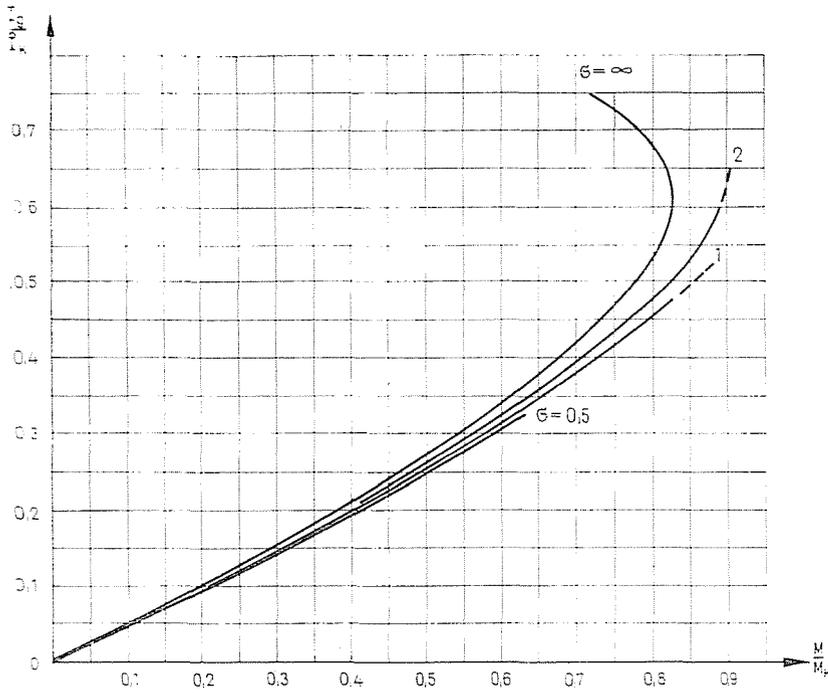


Abb. 10

In Abb. 9 zeigt die Kurve M_{\max} im zweiten und — mit gestrichelter Linie — im dritten Arbeitsbereich die Maximalwerte des Moments.

In Abb. 10 wurde das Verhältnis I_g/\hat{I}_K in Abhängigkeit vom Moment für einige σ -Werte dargestellt. Da das Nennmoment M_N bei normal ausgelegten Maschinen mit dem Kurzschlußstrom $4 I_N \leq I_K \leq 6 I_N$ ungefähr zwischen die Grenzwerte $0,3 M_K < M_N \leq 0,5 M_K$ fällt, ist zu erkennen, daß beim Nennmoment die Abweichungen der zu den verschiedenen σ -Werten gehörenden Gleichströme nicht wesentlich sind. Im allgemeinen ist ein Überlastbarkeitsfaktor 1,2—1,5 erforderlich. In diesem Fall ist die Abweichung schon bedeutender, was z. B. bei der Auswahl der Halbleiter berücksichtigt werden könnte. Da die Induktivität L_g in der Wirklichkeit endlich groß, und die Gleichspannung des Wechselrichters wellig ist, treten im Gleichstromkreis — gerade bei kleineren Schlüpfen — nachteilige Kreisströme auf, durch die die Belastung der Halbleiter vergrößert wird. Da bei einer richtig gewählten Drosselspule der Wert der Kreisströme nicht mehr als 10% beträgt, kann zu der Bemessung der Halbleiter als Ausgangspunkt die Kurve für den Fall $\sigma = \infty$ benutzt werden.

5. Die gleichgerichtete Spannung des Läufers

Beim Entwerfen des Regelkreises müssen die $M(s)$ -Kennlinien des in Kaskadenschaltung arbeitenden Motors angegeben werden. Da die gleichgerichtete Spannung U_g des Motors dem Schlupf ungefähr proportional ist, können die Kennlinien am einfachsten so bestimmt werden, daß für verschiedene $s/s_k = \sigma$ Parameterwerte die Spannung U_g als Funktion des Moments bestimmt wird.

Bei den Berechnungen sollen der Einfachheit halber die Spannungsabfälle des Gleichstromzwischenkreises und der Halbleiter sowie jener des Netztransformators des Wechselrichters vernachlässigt werden. Diese können auch durch die in der Theorie der Stromrichter üblichen Annäherungen mit ausreichender Genauigkeit von Fall zu Fall berücksichtigt werden.

Mit der vorstehenden Vernachlässigung erhält man im Leerlauf die Gleichung

$$s_0 U_{g\max} = - U_{w\max} \cos \alpha_w.$$

wo s_0 den Leerlaufschlupf, $U_{g\max}$ und $U_{w\max}$ die maximalen Gleichspannungen des Läufergleichrichters und des Wechselrichters und α_w den Zündwinkel des Wechselrichters bedeuten. Mit Hilfe dieser Gleichung kann die Kennlinie $M(s)$ bei einem beliebigen Leerlaufschlupf (oder α_w) aus der für die Spannungen U_g gezeichneten Kennlinienschar folgendermaßen bestimmt werden: Es sind bei der zu dem entsprechenden Schlupf s_0 gehörenden Gleichspannung die zuzugehörigen σ - und M -Werte auszusuchen.

Es wird vorausgesetzt, daß die Kommutierung mit dem Überlappungswinkel δ beim von Nulldurchgang gemessenen Zündwinkel α beginnt. Gäbe es keine Überlappung, so könnte der Mittelwert der gleichgerichteten Spannung des Läufers nach folgender Formel berechnet werden:

$$U_{g0} = \frac{3}{\pi} \sqrt{3} s \hat{U}_0 \cos(\alpha - 30^\circ).$$

Der Mittelwert der Gleichspannung, die sich wegen der Überlappung verändert, kann mit Hilfe des in Abb. 11 angegebenen Spannungablaufs einfach

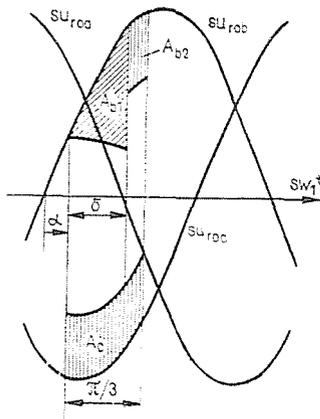


Abb. 11

bestimmt werden. U_{g0} verringert sich mit dem für 1/6 Periode errechneten Mittelwert der in der Abb. 11 angegebenen Spannungsflächen, d. h.

$$U_g = U_{g0} - \frac{3}{\pi} (A_{b1} + A_{b2} + A_c).$$

Wird der Strom i_b nach der Gleichung (18) berechnet, erhält man die folgenden Ausdrücke:

$$A_{b1} = \int_0^\delta \left(i_b R_r + sw_1 L_r' \frac{di_b}{d\xi} \right) d\xi,$$

bzw.

$$A_{b2} = \int_\delta^{\pi/3-\delta} I_g R_r d\xi \quad \text{und} \quad A_c = \int_0^{\pi/3} I_g R_r d\xi.$$

Nach Integration und Reduktion erhält man, bezüglich $s_k \cdot \hat{U}_0$, für die gleichgerichtete Spannung die Formel

$$\frac{U_g}{s_k \hat{U}_0} = \frac{3}{\pi} \left[\sqrt{3} \sigma \cos \frac{\delta}{2} \cos \left(\frac{\delta}{2} + \alpha - 30^\circ \right) - \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\delta}{2} \right) \frac{I_g}{I_k} \right]. \quad (34)$$

Diese Formel ist wieder in beiden Bereichen gültig, es müssen nur entsprechende δ - und α -Werte eingesetzt werden.

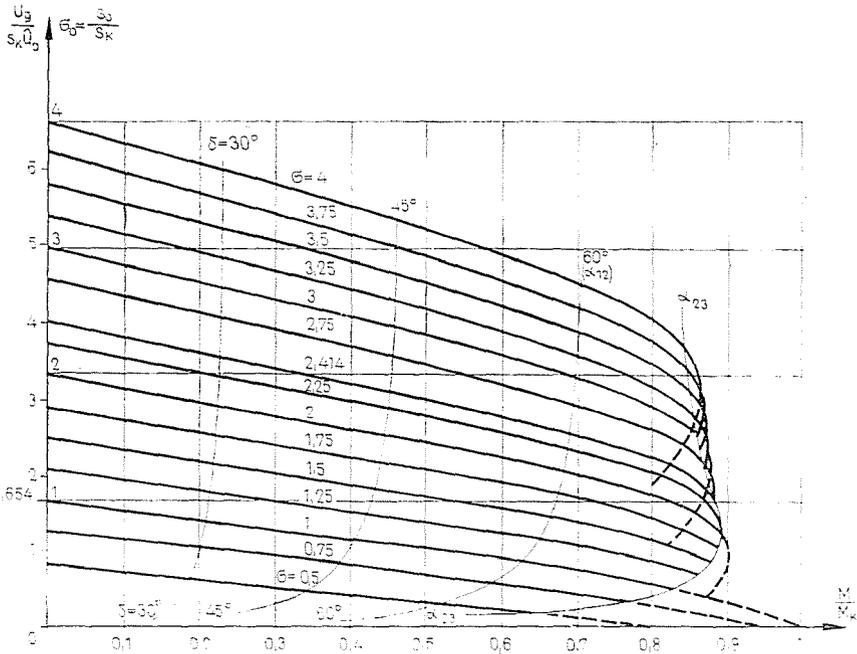


Abb. 12

Mit den verschiedenen σ -Parametern wurde die in Abb. 12 angegebene Kurvenschar für das Verhältnis $U_g/s_k \hat{U}_0$ aufgezichnet. Im Leerlauf gilt

$$\frac{U_g}{s_k \hat{U}_0} = \frac{3}{\pi} \sqrt{3} \frac{s_0 \hat{U}_0}{s_k \hat{U}_0} = 1,654 \sigma_0. \quad (35)$$

Die zusammengehörigen M - und σ -Werte werden durch die Schnittpunkte bestimmt, die entstehen, wenn die Kurvenschar durch eine zur Momentenachse parallele Linie in der Höhe des mit der obigen Formel berechneten $U_g/s_k \hat{U}_0$ -Wertes geschnitten wird.

Für die Fälle $\sigma_0 = 0,5; 1; 2$ wurden die $\mathbf{M}(\sigma)$ Kennlinien in der Abb. 9 aufgezeichnet. Aus den aufgezeichneten Fällen ist ersichtlich, daß die Kennlinien bei zunehmendem Leerlaufschlupf (σ_0) immer weicher werden, die Steilheit $\partial\mathbf{M}/\partial s$ der Moment-Schlupf – Kennlinie immer mehr abnimmt. In der Wirklichkeit verringert sich die Steilheit wegen der hier vernachlässigten Spannungsabfälle noch stärker. Es ist zu erkennen, daß bereits bei der zum Wert $\sigma_0 = 1$ gehörenden Kennlinie $\mathbf{M}_{\max} < 0,9 \mathbf{M}_k$ ist.

*

Zum Schluß spreche ich auch hier Herrn Prof. I. RÁCZ meinen Dank für die bei meiner Arbeit geleistete wertvolle Hilfe aus.

Zusammenfassung

Es wurden die Strom- und Momenteverhältnisse des Asynchronmotors der untersynchronen Stromrichter-kaskade bei Benutzung von Dreiphasen-Vektoren untersucht. Im ersten und zweiten Arbeitsbereich des Diodengleichrichters wurde — unter Berücksichtigung des ohmschen Widerstands des Läufers — der zeitliche Ablauf des Läuferstromes untersucht. Es wurden die Grundwelle des Stromes und das erreichbare größte Moment (das Kippmoment) berechnet. Die gleichgerichtete Spannung des Läufers wurde durch eine Kurvenschar angegeben.

Literatur

1. KOVÁCS, K. P.—RÁCZ, I.: Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen. Bd. I. II. Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest, 1959.
2. RÁCZ, I.: Oszillographische Aufnahme und harmonische Analyse von Dreiphasen-Vektoren. *Periodica Politechnica*, El. 8, (1964).
3. MEYER, M.: Über die untersynchrone Stromrichter-kaskade. *ETZ-A* 82. 19, 589—596 (1961).
4. MIKULASCHKE, F.: Die Ortskurven der untersynchronen Stromrichter-kaskade. *AFG-Mitt.* 52, 210—219 (1962).

Ferenc CSÖRGITS, Budapest XI., Egry József u. 18—20., Ungarn