

EINE EXPERIMENTELLE ENTSCHEIDUNGSMÖGLICHKEIT DER KONTROVERSEN ÜBER DIE DEUTUNG DES POYNTINGSCHEN VEKTORS

Von

K. SIMONYI

Lehrstuhl für Theoretische Elektrizitätslehre, Technische Universität, Budapest

(Eingegangen am 2. Oktober 1968.)

1. Einleitung

Die klassische Elektrodynamik ist eines der beständigsten Gebäude der klassischen Physik. Ihr Gültigkeitsbereich ist scharf abgegrenzt, ihre Grundlagen stehen fest. Dies bedeutet keineswegs, daß sie eine erstarnte oder sogar tote Wissenschaft sei. Für die Theorie gelten die Umdeutungsmöglichkeiten klassischer Sätze nach der Relativitätstheorie und Quantentheorie, die Klärung der Verknüpfungen mit den tieferen Grunddisziplinen als interessante Aufgaben, die Technik findet dagegen sehr viele neue praktische Aufgaben in der unendlichen Zahl der Detailprobleme. Mit der Herstellung spezieller Stoffe, wie giromagnetische oder aktive Stoffe strömt immer neues Leben in die klassische Elektrodynamik.

Nach dem Gesagten ist es überraschend, daß die Kontroversen über einen wichtigen und allgemeinen Begriff, über den Begriff der Energieströmung im elektromagnetischen Feld noch immer nicht aufgehört haben. Die Kontroversen der Fachzeitschriften spiegeln sich auch in den Lehrbüchern, wo noch heute einander widersprechende Behauptungen über dieses Thema zu finden sind.

Im weiteren sollen dieser Fragekreis — die Meinungen und Gegenmeinungen, ihre Kritik und die Möglichkeit einer experimentellen Entscheidung zu Gunsten der konsequentesten Deutung untersucht werden.

2. Tatsachen und Zweifel

Als allgemein anerkannte Tatsache gilt die aus den Maxwell-Gleichungen abgeleitete Energiegleichung:

$$-\int_V \left(\mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) dV = \int_V \frac{\mathbf{J}^2}{\gamma} dV - \int_V \mathbf{E}_G \mathbf{J} dV + \oint_A (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) d\mathbf{A} \quad (1)$$

Die folgende Deutung wird auch allgemein angenommen: auf der linken Seite steht die Veränderung der im Raumteil V — begrenzt durch die geschlossene Fläche A — aufgespeicherten elektromagnetischen Energie. Auf der rechten

Seite stehen sozusagen die »Ursachen« dieser Veränderung. Diese sind der Reihe nach: die Joule-Wärme in den Raumteilen mit einer endlichen Leitfähigkeit, die von den »eingepägten Kräften« geleistete oder aufgenommene Leistung und schließlich die Leistung, die als elektromagnetische Energie durch die geschlossene Fläche A fließt.

Auf die Volumeneinheit bezogen lautet diese Gleichung:

$$-\left(\mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right) = \frac{\mathbf{J}^2}{\gamma} - \mathbf{E}_G \mathbf{J} + \operatorname{div}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}). \quad (2)$$

Wenn wir von den fruchtlosen Bestrebungen absehen, die nicht einmal den Ausdruck für die räumliche elektromagnetische Energiedichte in dieser Form akzeptieren, sondern diese mit der Annahme des Ausdruckes für den Poynting'schen Vektor verknüpfen, so gilt noch immer, daß die oben angeführten Zusammenhänge den Vektor $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ der Energieströmung *nicht* eindeutig beschreiben. Es ist nämlich sofort ersichtlich, daß die Zufügung eines quellenfreien Vektors \mathbf{v} keine Änderung hervorruft. Warum können wir aber nicht bei dem einfachsten Ausdruck bleiben? Dabei entstehen folgende Schwierigkeiten.

Wird der Ausdruck $\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ als Energieströmungsvektor angenommen, so entsteht überall eine Leistungsströmung, wo \mathbf{E} und \mathbf{H} gleichzeitig von Null verschieden sind (und zufälligerweise nicht die gleiche Richtung haben.) So erhalten wir eine Leistungsströmung in der Umgebung einer (widerstandslosen) Gleichstromleitung, aber nicht in der Leitung selbst. In diesem Fall . . . *the energy flow at a point conflicts with what we expect from physical intuition* [10]. *Intuition would seem to tell us that the electrons get their energy from being pushed along the wire, so the energy should be flowing down (or up) along the wire* [7].

Ein anderes schwerwiegendes Bedenken: in einem superponierten, statischen elektrischen und statischen magnetischen Feld erhalten wir $\mathbf{E} \times \mathbf{H} \neq 0$, d. h. eine von Null verschiedene Energieströmung, obzwar die physikalische Intuition keine solche Strömung erwartet. In der Integralform, wenn also nur dem Ausdruck $\oint (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) d\mathbf{A}$ eine physikalische Bedeutung zugeschrieben wird, erhalten wir immer die richtigen und erwarteten Ergebnisse. Im statischen Feld ergibt sich immer Null, da $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ in solchen Fällen immer quellenfrei ist, was leicht zu beweisen ist.

3. Lösungen und deren Kritik

Die einfachste Lösung besteht darin, daß nur der Integralform eine physikalische Bedeutung zugeschrieben wird, d. h.: die Lokalisierbarkeit der Energieströmung wird abgelehnt: *The question as to whether electromagnetic energy can in*

fact be defined in a manner which justifies the belief that it is a physically localizable quantity is answered in the negativ by Mason and Weaver, but it is traditionally taken for granted by many physicist and engineers [4]. Es lohnt sich nachzuforschen, welche interessante, doch wenig überzeugende Argumente die oben zitierte Arbeit heranzieht: . . . the present authors are not able to ascribe any significance whatever to the phrase "localized energy". They do not believe that "Where" is a fair or sensible question to ask concerning energy. Energy is a function of configuration, just as the beauty of a certain black-and white design is a function of configuration. The authors see no more reason or excuse for speaking of a spatial energy density than they would for saying in the case of a design, that its beauty was distributed over it with a certain density . . . Calculations which depend essentially on the concept of spatially distributed density may be retained tentatively" [11].

Eine andere ähnliche Meinung: . . . While the idea of a continuous power-flow in coaxial circles does not lead us into any serious physical difficulty, neither does it represent an event which may be sensibly interpreted, much less measured. Therefore, on such occasions, we leave \mathbf{N} to the philosopher and satisfy ourselves with the interpretation of $\oint \mathbf{N} d\mathbf{A}$ as the power leaving the volume V [9].

Jetzt ließe sich aber folgenderweise argumentieren: Unsere physikalische Intuition erfordert die räumliche Lokalisierbarkeit der Energie und der Energieströmung, da diese dem Geist der sich so fruchtbar erwiesenen Nahwirkungsauffassung entspricht; außerdem hat die Verteilung der Energieströmung in Strahlungsfeldern eine große praktische Bedeutung; diese wird nämlich durch die Strahlungscharakteristik beschrieben, die eine meßbare Realität besitzt. Allgemeiner formuliert: Die Energieverteilung und die Strömungsverteilung sind in der Relativitätstheorie mit der Massenverteilung bzw. mit der Impulsverteilung identisch und als solche für die Gravitationseffekte verantwortlich und für die Erhaltungssätze maßgebend.

Ein interessantes Bestreben, die Rolle der Leitung in der Förderung der elektrischen Energie wiederherzustellen, und damit der physikalischen Intuition (einiger Forscher) Genüge zu leisten, stammt von SLEPIAN. Wird nämlich zum Vektor $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ der offensichtlich quellenfreie Vektor

$$\mathbf{v} = \text{rot } q \mathbf{H} = q \text{ rot } \mathbf{H} + \text{grad } q \times \mathbf{H}$$

hinzu gefügt, so läßt sich der veränderte Poyntingsche Vektor wie folgt schreiben

$$\mathbf{P}' = \mathbf{E} \times \mathbf{H} + \mathbf{v} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} + q \text{ rot } \mathbf{H} + \text{grad } q \times \mathbf{H} = q \mathbf{J}.$$

Eine Energieströmung wird also dort erhalten, wo das Potential und die Stromdichte von Null verschieden sind, also im Inneren der Leitung, wie es unsere (veraltete) Intuition verlangt.

Diese Auffassung macht schon einen Schritt vorwärts, da sie dem Poyntingschen Vektor eine physikalische Bedeutung zuschreibt, d. h. die Lokali-

sierbarkeit der Energieströmung annimmt. Es können aber zwei Einwände erhoben werden. Der erste ist in erster Linie gefühlsmäßig. Heute wird schon in der Mittelschule die Feldseite der elektromagnetischen Erscheinungen betont, und als die natürlichste Fortpflanzungsform der elektromagnetischen Energie werden die Radiowellen betrachtet, oder wenigstens nicht als etwas »intuitionswidriges« aufgefaßt. Die physikalische Intuition verschiebt sich also in dieser Richtung. Man nimmt als natürlich an, daß die Leiter nur eine richtungsanzeigende Rolle haben, wie ein Reflektor oder die Wände einer Hohlleitung für die ultrakurzen oder die Erde für die langen Wellen. Wir sind ebenso wenig geneigt, der Leitung eine ausschließliche Rolle in der Förderung der elektromagnetischen Energie zuzuschreiben, wie den Erdströmen in der Nähe einer Antenne.

Der andere Einwand ist konkreter und wichtiger. Im Ausdruck $\varphi \mathbf{J}$ ist φ nur bis zu einer additiven Konstante bestimmt. Die Größe der Energieströmung hängt also von dem Bezugspunkt des Potentials, also von einer physikalisch irrelevanten Größe ab. Ein wenig allgemeiner: der Ausdruck für die Energieströmung muß die Forderung der Eichinvarianz befriedigen. Die Slepiansche Lösung widerspricht also der heutigen physikalischen Intuition und entspricht nicht der Forderung der Eichinvarianz.

Aus dem Gesagten folgt, daß Zweifel in erster Linie in Verbindung mit den statischen und stationären Feldern auftreten. Nach einer ziemlich verbreiteten Meinung soll dem Poyntingschen Vektor nur in zeitlich rasch veränderlichen Feldern eine Bedeutung beigemessen werden. Dieser Standpunkt wird durch BRON [6] folgenderweise formuliert:

«Отсутствие потоков энергии в статическом поле подкрепляется еще следующими соображениями. Основой для выводов Пойнтинга послужили оба уравнения Максвелла. Только их совместное применение позволило прийти к результатам, выраженным соотношением $\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$. Отсюда следует, что вектор Пойнтинга применим только к таким электрическим и магнитным полям, которые связаны взаимным превращением на основе законов электромагнитной и магнитоэлектрической индукции.»

Wird wieder — wie schon öfters — auf die physikalische Intuition Bezug genommen, so ist festzustellen, daß dieser die Forderung widerspricht, daß die Gültigkeit eines so allgemeinen Satzes, wie der Energiesatz bzw. seine Anwendbarkeit auf ein konkretes Problem nur nachträglich entschieden werden kann, wenn schon die zeitabhängigen und zeitunabhängigen Teile des elektromagnetischen Feldes sorgfältig abgesondert wurden. Formal ist es offensichtlich, daß wir bei der Ableitung der Energiegleichung keine einschränkenden Bedingungen vorgeschrieben haben. Wenn die Gleichungen

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad ; \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0$$

für stationäre bzw. statische Felder aufgeschrieben werden, erhalten wir natürlich auch dann eine richtige Gleichung, wenn die erste Gleichung mit \mathbf{E} , die zweite mit \mathbf{H} multipliziert wird und dann beide addiert werden. Von der physikalischen Seite gesehen kann behauptet werden, daß jeder statische oder stationäre Zustand als Endzustand dynamischer Vorgänge aufgefaßt werden kann. Wird dem Poyntingschen Vektor in dynamischen Vorgängen eine eindeutige Bedeutung zugeschrieben, ist es nicht konsequent eine solche Deutung im Endzustand nicht zuzulassen. Wo beginnt seine Geltung aufzuhören? Denken wir an den Fall der Energieförderung durch ein ideales Leitungspaar. Das magnetische Feld und das elektrische Feld in der Umgebung der Leitungen sind nicht zwangsläufig verknüpft. Die Größe des einen Feldes kann unabhängig von der Größe des anderen vorgegeben bzw. realisiert werden. In einer zum Leitungspaar senkrechten Ebene wird der Poyntingsche Vektor durch \mathbf{E} und \mathbf{H} bestimmt, wobei die Größe von \mathbf{E} durch die Flächenladungsdichte, die Größe von \mathbf{H} aber durch die sich im Leitungsinnern bewegendenden Ladungen bestimmt wird, und keine vorbestimmte Verknüpfung zwischen Flächenladungsdichte und Stromdichte bestehen muß. Es ist aber bekannt, daß dieser Endzustand als eine Superposition von hin und her laufenden Wellen entsteht, die selbst eine strenge Verknüpfung zwischen \mathbf{E} und \mathbf{H} erfordern.

Bei statischen Feldern besteht noch das Bedenken, wie eine physikalische Erscheinung, nämlich die der Größe $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ entsprechende Energieströmung, zustande kommen kann, wenn diese Felder voneinander völlig unabhängig sind. Wie sind diese verknüpft, um einen gemeinsamen Effekt hervorzurufen? Es ist klar, daß auch hier die transienten Vorgänge eine Rolle spielen. Ein Solenoid wird durch ganz andere transiente Vorgänge in den stationären Endzustand übergeführt, wenn sich im Inneren des Solenoids ein aufgeladener Kondensator befindet, als wenn es leer ist. In diesem Fall erfolgt nämlich eine Kraftwirkung auf die dort aufgespeicherten Ladungen durch das induzierte Feld. Die Zusammenwirkung hängt also von dem schon vorhandenen statischen elektrischen Feld und von dem Endzustand des magnetischen Feldes ab; es kann also eine gegenseitige Wirkung zustande kommen.

Die Einschränkung der Deutung des Poyntingschen Vektors auf dynamische Vorgänge ist also weder formal noch physikalisch begründet.

4. Die einfachste Lösung

Die einfachste und natürlichste Lösung besteht darin, daß die Größe $\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ im jedem Raum- und Zeitpunkt, in Wellenfeldern und auch in statischen Feldern als der Vektor der Energieströmung angenommen wird. Untersuchen wir jetzt ein wenig ausführlicher wie die in Abb. 1 dargestellte Situation von diesem Standpunkt aus gedeutet werden kann. Wenn ein auf-

geladener Zylinderkondensator mit zur Feldrichtung paralleler Achse in ein homogenes statisches magnetisches Feld eingebracht wird, so erhalten wir für die Vektorlinien des Poyntingschen Vektors geschlossene Kreise, d. h. eine in sich geschlossene Energieströmung. Wir können jetzt nicht den schon zitierten Standpunkt vertreten, daß "... a continuous power flow in coaxial circles does not lead us into any serious physical difficulty neither does it represent an event which may be sensibly interpreted, much less measured". Das Gesetz der Erhaltung der Energie wird tatsächlich nicht verletzt, aber eine Erschei-

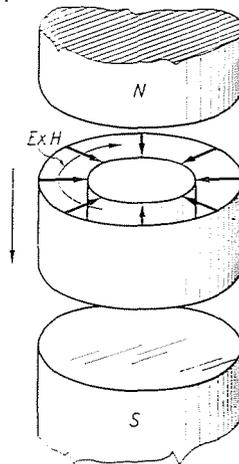


Abb. 1

nung, die sich weder physikalisch interpretieren noch messen läßt, muß wenigstens unser ästhetisches Gefühl verletzen. Ja was noch mehr: die Energie bedeutet eine Masse, die sich bewegende Masse einen Impuls, die sich im Kreis bewegende Energie stellt also ein Impulsmoment dar.

«Утверждение, что в рассматриваемом статическом поле локализовано определенное количество движения ... является содержательным высказыванием и приводит к следствиям, доступным (по крайней мере принципиально) опытной проверке. ... Если, например, магнит закреплен неподвижно, а конденсатор может свободно вращаться около своей оси, то в процессе разряда он должен приобрести угловую скорость вращения ... Этот доступный опытной проверке вывод, ... может быть подтвержден непосредственным расчетом [2].»

Rechnen wir nach, ob überhaupt im Kondensator genügende Energie gespeichert ist, um diese Zirkulation der Energie decken zu können. Genauer: schreiben wir den Poyntingschen Vektor als das Produkt aus der Energiedichte und der Geschwindigkeit. Da im vorliegenden Falle \mathbf{E} senkrecht zu \mathbf{H} steht, erhalten wir

$$EH = w_r c; \quad w_r = \frac{EH}{c} = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} EH.$$

Der Quotient aus der statischen Energiedichte und dieser rotierenden Energiedichte wird:

$$z = \frac{w}{w_r} = \frac{\frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 H^2}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} EH} = \frac{1}{2} \left[\frac{Z}{Z_0} + \frac{Z_0}{Z} \right];$$

mit

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}; \quad Z = \frac{E}{H}.$$

Z_0 bedeutet also den Wellenwiderstand des Vakuums, d. h. den Quotienten \mathbf{E}/\mathbf{H} in ebenen Wellen. Da der Wert von z immer größer als 1 ist, steht genügende Energie für die Zirkulation zur Verfügung. In ebenen Wellen strömt die ganze Energie mit der Geschwindigkeit $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$.

Der Kondensator wird zweckmäßig so entladen, daß dadurch kein Impulsmoment ein- oder abgeführt wird. Das kann z. B. dadurch erreicht werden, daß die Luft zwischen den Platten mit Hilfe eines intensiven Röntgenstrahlimpulses ionisiert wird. Die Einwirkung des statischen magnetischen Feldes auf die Entladungsströme führt zu einem Drehimpulsmoment. Dieses Impulsmoment entspricht nach exakten Rechnungen [2] genau dem Impulsmoment des statischen Feldes:

$$\int_V \mathbf{r} \times [\mathbf{J} \times \mathbf{B}] dV = \int_0^\infty \left[\int_V \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dV \right] dt. \quad (3)$$

Wenn das statische Feld ursprünglich kein Impulsmoment gehabt hätte, würde diese Gleichung eine Verletzung des Impulserhaltungssatzes bedeuten.

"This mystic circulating flow of energy which at first seemed so ridiculous, is absolutely necessary. There is really a momentum flow. It is needed to maintain the conservation of angular momentum in the whole world." [7].

Gegen diese Auffassung kann ein für den ersten Blick sehr schwerwiegender Einwand erhoben werden:

«Ошибочность этого рассуждения заключается в неправильном применении закона сохранения моментов количества движения к системе конденсатор-магнит, когда закрепление магнита считается равносильным тому, что этот магнит в процессе разряда не приобретает никакой угловой скорости. В действительности неподвижное закрепление равносильно лишь предположению о бесконечно большой массе.

В реальных условиях при разряде конденсатора магнит и конденсатор должны получить равные и противоположно направленные моменты количества движения.

Момент количества движения системы при разряде конденсатора не изменяется. В таком случае приведенные выше соображения не могут служить доказательством существования вихревых потоков энергии в статических полях» [6].

Dieser Einwand ist insofern zutreffend, daß der Magnet durch das Fixieren keineswegs aus der Impulsbalance ausgeschaltet wird. Er kann nämlich auch in dem idealisierten Falle einer unendlichen Masse ohne Energieaufnahme einen Impuls oder Drehimpuls aufnehmen. Unsere Betrachtungen wären tatsächlich nur dann vollkommen überzeugend, wenn auch der Magnet drehbar angeordnet würde und auch in diesem Falle keine Drehung aufweisen würde. Es ist nämlich durchaus plausibel, daß die Entladungsströme durch ihr Magnetfeld auf den drehbaren Magnet eine Rückwirkung ausüben und so eine Drehung verursachen. Eine einfache Berechnung zeigt aber, daß die Entladungsströme von *keinem Magnetfeld* begleitet sind: es kann also keine solche Rückwirkung entstehen. Das Magnetfeld wird nämlich durch die Summe der Konvektionsstromdichte und der Verschiebungsstromdichte erzeugt. Diese Summe ist aber im vorliegenden Falle in jedem Zeitpunkt und in jedem Raumpunkt gleich Null.

Etwas allgemeiner formuliert: es sei eine Anfangsladungsdichte $\varrho(\mathbf{r}, t_0)$ in einem Raum, gefüllt mit einem Stoff mit den Stoffkonstanten ε und γ gegeben. Es gelten dann die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{D} &= \varrho(\mathbf{r}, t); & \operatorname{div} \mathbf{J} + \frac{\partial \varrho}{\partial t} &= 0 \\ \mathbf{J} &= \gamma \mathbf{E} & \mathbf{D} &= \varepsilon \mathbf{E} \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen erhalten wir sofort den Zusammenhang:

$$\varrho(\mathbf{r}, t) = - \frac{\varepsilon}{\gamma} \frac{\partial \varrho(\mathbf{r}, t)}{\partial t},$$

woraus sich die Lösung

$$\varrho(\mathbf{r}, t) = \varrho(\mathbf{r}, t_0) e^{-\frac{\gamma}{\varepsilon} t}$$

ergibt. Betrachten wir die Vorgänge als quasistationär, was durch Veränderung der Abmessungen bzw. der Stoffkonstanten immer erreicht werden kann, so erhalten wir

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = - \operatorname{grad} \int_V \frac{\varrho(\boldsymbol{\xi}, t_0)}{|\mathbf{r} - \boldsymbol{\xi}|} e^{-\frac{\gamma}{\varepsilon} t} dV_{\boldsymbol{\xi}} =$$

$$= \left[-\text{grad} \int_V \frac{q(\xi, t_0)}{|\mathbf{r} - \xi|} dV_\xi \right] e^{-\frac{\gamma}{\varepsilon} t} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_0) e^{-\frac{\gamma}{\varepsilon} t}.$$

Es wird also

$$\mathbf{J} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \gamma \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \varepsilon \left(\frac{-\gamma}{\varepsilon} \right) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_0) e^{-\frac{\gamma}{\varepsilon} t} = 0.$$

Also ist $\text{rot } \mathbf{H} = 0$. Da $\text{div } \mathbf{H}$ auch Null ist, so ergibt sich $\mathbf{H} = 0$.

Auch wenn das Vorhandensein des statischen magnetischen Feldes berücksichtigt wird, bleiben die Verhältnisse im wesentlichen unverändert.

Da somit der Magnet aus der Impulsbalance ausgeschaltet ist, kann das Impulsmoment des Kondensators nur aus dem Impulsmoment des statischen Feldes entstehen. Die Vernachlässigung des Impulsmomentes des statischen Feldes würde also zu einer Verletzung des Impulserhaltungssatzes führen.

5. Die Möglichkeit einer experimentellen Bestätigung

Abb. 2 stellt eine mögliche Versuchseinrichtung zur Bestätigung der obenangeführten Auffassung dar. Ein Magnet wird drehbar angeordnet z. B. auf einen Torsionsfaden aufgehängt. Der Kondensator kann im Prinzip auch fix

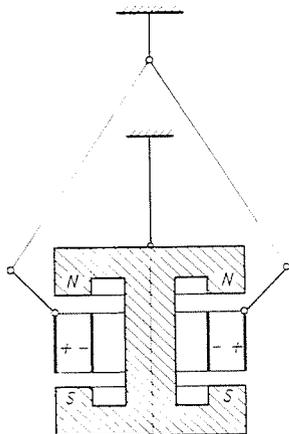


Abb. 2

angeordnet sein, da uns in erster Linie die strittige Frage der Rolle des Magnets in der Impulsbalance interessiert. Für die völlige Klärung der Verhältnisse ist es aber zweckmäßig, beide drehbar anzuordnen. Entladen wir jetzt den Kondensator in der oben angedeuteten Weise, so ist nach der dargelegten Auffassung das Folgende zu erwarten: der Kondensator dreht sich mit einem durch Gleichung [3] bestimmten Drehimpulsmoment, der Magnet bleibt dagegen unbeweglich. Schätzen wir die Größe der voraussichtlichen Wirkung unter

reellen Verhältnissen ab. Es wird die Impulsdichte g , die der Größe EH entspricht:

$$g = \frac{EH}{c^2} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right].$$

Eine homogene Verteilung angenommen, erhalten wir für das Gesamtimpulsmoment

$$M_{\text{imp}} = \frac{EH}{c^2} Vr[\text{VAs}^2].$$

Die homogene Verteilung gilt annäherungsweise für den Fall, wenn der Plattenabstand klein gegenüber dem inneren Zylinderradius ist. (Hier bedeutet r den mittleren Radius.) Nehmen wir die folgenden noch realisierbaren Größen an

$$E = 10^6 \text{ V/m}; \quad H = 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}}; \quad V = 10^{-3} \text{ m}^3; \quad r = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

So erhalten wir:

$$M_{\text{imp}} \approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ VAs}^2 \sim 5 \cdot 10^{-3} \text{ dyn cm. s.}$$

Jetzt soll ermittelt werden, ob diesem Drehimpulsmoment eine wahrnehmbare Drehung des Magnets entsprechen würde, wenn das Impulsmoment nach der Auffassung von [6] durch den Magnet aufgenommen würde. Es seien K das Inertiemoment des Magnets, T das Kraftmoment, das durch die Wirkung des statischen Feldes auf die Entladungsströme hervorgerufen wird, τ ein der Schwingungszeit gegenüber kleines Zeitintervall, in welchem sich die Entladung abspielt, so erhalten wir aus der Gleichung

$$K \frac{d\dot{x}}{dt} = T$$

für die Endwinkelgeschwindigkeit den Zusammenhang:

$$(\dot{x})_{\tau} = \frac{1}{K} \int_0^{\tau} T dt.$$

Den maximalen Ausschlagswinkel erhalten wir aus der Energiegleichung:

$$\alpha_{\text{max}} = \sqrt{\frac{K}{D}} (\dot{x})_{\tau} = \sqrt{\frac{1}{DK}} \int_0^{\tau} T dt = \sqrt{\frac{1}{DK}} M_{\text{imp}}.$$

Im Falle eines Torsionsfadens von kreisförmigem Querschnitt ergibt sich für die Torsionskonstante D :

$$D = \frac{d^4 \pi}{32} G \frac{1}{l}$$

Hier bedeuten d den Durchmesser des Fadens, G die Schubelastizitätskonstante und l die Länge des Fadens. Berechnen wir den Fadendurchmesser mit Hilfe der folgenden, den reellen Verhältnissen entsprechenden Angaben

$$l = 1 \text{ m}; G = 8 \cdot 10^5 \text{ kp/cm}^2 \sim 8 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2.$$

$$K = 5 \cdot 10^{-2} \text{ kgm}^2; \alpha_{\max} = 1/100.$$

Aus der vorigen Gleichung erhalten wir

$$\alpha \approx 10^{-5} \text{ m} = 10 \mu.$$

Der Effekt könnte also unter Anwendung eines Torsionsfadens mit dem angegebenen Durchmesser eben noch wahrgenommen werden. Es sind schon heute spezielle Stoffe bekannt, die eine so hohe Zugfestigkeit besitzen, daß ein Faden das angenommene Gewicht des Magnets noch gerade tragen kann. Bei einer sorgfältigen Auswahl der Magnetform, bei der Anwendung von Schwefelhexafluorid eventuell unter Druck, und einer sorgfältigen Auswahl des Fadens scheint es wahrscheinlich, die Grenze der Beobachtbarkeit des Effektes — wenn solch ein Effekt vorhanden wäre — zu überschreiten. Die verschiedenen Störungen, in erster Linie die Störungen, verursacht durch die Schwankungen des Erdmagnetfeldes, können aber den Effekt gänzlich verhüllen. Eine so verfeinerte Meßtechnik wie die Meßtechnik mit der Eötvösschen Waage könnte bei der Auswertung solcher Störeffekte eine Hilfe leisten. Leider sind bei der Meßung mit der Eötvösschen Waage alle magnetischen Effekte strengstens zu vermeiden.

Ob die Meßeinrichtung in einem konkreten Falle die erforderliche Empfindlichkeit besitzt, kann dadurch nachgewiesen werden, daß zwischen den Platten des Kondensators ein gleicher Stromimpuls durchgeleitet wird, aber bei Konstanthalten der Potentiale der Kondensatorplatten. So fällt die vernichtende Wirkung des Verschiebungsstromes aus, und es muß eine Drehung des Magnets erfolgen.

6. Schlußfolgerungen

Die Möglichkeit einer experimentellen Widerlegung der einer einfachen und logisch konsequenten Deutung des Poyntingschen Vektors gegenüber angeführten Argumente liegt an der Grenze der Meßbarkeit.

In kosmischen Laboratorien, die vielleicht in der nicht allzu fernen Zukunft verwirklicht werden können, beschränkt die Masse des Magnets durch ihr Gewicht keinesfalls die Empfindlichkeit: dabei können auch die verschiedenen Störeffekte in hohem Maße vermindert werden. Es ist also zu hoffen, daß eine endgültige experimentelle Entscheidung ermöglicht wird.

Zusammenfassung

Es werden die verschiedenen Deutungsmöglichkeiten des Vektors der Energieströmung, des Poytingschen Vektors, im Rahmen der klassischen Elektrodynamik diskutiert. Verfasser verteidigt die Auffassung, daß das Produkt $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ in jedem Falle, also auch in statischen Feldern, die lokalisierbare Energieströmungsdichte darstellt, und hofft, einige Mißverständnisse geklärt zu haben. Die Möglichkeit einer experimentellen Prüfung wird ausführlich untersucht.

Literatur

1. НИКОЛЬСКИЙ, В. В.: Теория электромагнитного поля. Высшая Школа (Москва 1964).
2. ТАММ, И. Е.: Основы теории электричества. Изд. Наука, Москва 1966.
3. ROMER, R. H.: Angular momentum of static electromagnetic field. Amer. J. Phys. 39 (1).
4. Handbuch der Physik Bd 16. KING R. W. P.: Quasi-stationary and nonstationary currents in electric circuits. Springer Verlag, Berlin—Göttingen—Heidelberg 1958.
5. PANOFSKY, W. K. H.—PHILLIPS, M.: Classical electricity and magnetism. Addison-Wesley Publ. Co. Cambridge 42 Mas. 1955.
6. БРОН, О. Б.: Электромагнитное поле как вид материи. Гос. Энерг. Изд. Москва—Ленинград 1962.
7. FEYNMANN, R. P.—LEIGHTON, R. B.—SANDS, M.: The Feynman lectures on physics. Addison-Wesley P. C. Reading—Massachusetts—Palo Alto—London, 1964.
8. Левич, В. Г.: Курс теоретической физики 1. Физматгиз, Москва 1962.
9. JAGID, M.—BROWN, P. M.: Field analysis and electromagnetics. Mc Graw Hill New York—San Francisco—Toronto—London 1963.
10. JONES, D. S.: The theory of electromagnetism. Pergamon Press, Oxford—New York—London—Paris, 1964.
11. MASON, M.—WEAVES, W.: The electromagnetic field, Chicago-University Press 1929.
12. STRATTON, J. A.: Electromagnetic theory, Mc Graw Hill, New York—London, 1941.

Dr. Prof. Károly SIMONYI, Budapest, XI., Egry József u. 18 Ungarn.