

# АЛГОРИТМЫ ОДНОМЕРНОГО АДАПТИВНОГО ЭКСТРЕМАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА

Я. КОЧИШ

Кафедра Автоматизации Будапештского политехнического университета

(Поступило в печать 7 января 1969 г.)

Представлено проф. Др. Ф. Чаки

В общем случае одномерный объект с экстремальной статической характеристикой описывается следующим уравнением:

$$x_s = A(u, x_{bz}) + x_{sz}, \quad (1)$$

где  $A$  — нелинейный выпуклый оператор;  $u$  — управляющее воздействие;  $x_{bz}$  — неконтролируемые возмущения на входе системы;  $x_s$  — показатель экстремума;  $x_{sz}$  — помеха на выходе объекта.

Основной задачей экстремального управления является воспроизведение такого управляющего воздействия, при котором

$$I_1(u) = M\{F_1(x_s)\} \quad (2)$$

критерий оптимальности максимален (« $M$ » здесь обозначает математическое ожидание).

Самым простым решением такого типа задачи является поиск на самом объекте. При таком подходе управляемый объект возмущается извне периодическими колебаниями или же он работает в режиме автоколебаний. На основе оценки выходных колебаний автоматический оптимизатор воспроизводит подходящее управляющее воздействие. В специальной литературе существуют много публикаций относительно такого подхода [1], [2]. С другой стороны часто является нежелательным колебательный режим при нормальной эксплуатации промышленного процесса. Задачу можно решить также с использованием беспонсковых адаптивных алгоритмов управления и идентификации.

В [3] показано решение адаптивного экстремального управления в случае выбора линейного критерия оптимальности, в то время как в данной работе с целью улучшения динамических свойств управления показан адаптивный экстремальный регулятор в случае выбора общего критерия оптимальности  $F_1$ . В настоящей статье представлены также и конкретные алгоритмы.

### Алгоритм управления

Чтобы устранить вредное влияние поисковых колебаний, в адаптивном экстремальном регуляторе используется беспойсковый адаптивный алгоритм. С использованием регулярного беспойскового метода стохастической аппроксимации задача типа (2) решается по следующему рекуррентному соотношению:

$$u[n] = u[n-1] - r_1[n] \nabla_u F_1(x_s[n]), \quad (3)$$

где  $\nabla_u$  обозначает дифференцирование по  $u$ . Градиент

$$\nabla_u F_1(x_s[n]) = \nabla_u \{A(u, x_{bz}) + x_{sz}\} \quad (4)$$

определяется путем идентификации объекта. Схему идентификации целесообразно составлять по предложенному в [4] типичному варианту, который является соединением линейной и нелинейной частей (см. схему на рис. 1).

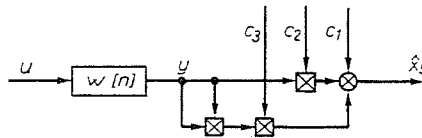


Рис. 1

Работа схемы описывается следующими уравнениями:

$$y[n] = \sum_{m=1}^n w[m] u[n-m], \quad (5)$$

$$\dot{x}_s[n] = c_1 + c_2 y + c_3 y^2, \quad (6)$$

где  $w[n]$  — импульсная характеристика линейной части;  $c_1, c_2, c_3$  — коэффициенты приближенной экстремальной характеристики.

Предполагается, что импульсная характеристика  $w[n]$  нам известна, в то же время коэффициенты  $c_1, c_2, c_3$  — неизвестны. Путем подстановки (5) в уравнение (6) получаем уравнение модели экстремального объекта:

$$\begin{aligned} \dot{x}[n] = & c_1 + c_2 \sum_{m=1}^n w[m] u[n-m] + \\ & + \sum_{m_1, m_2=1}^n w[m_1] w[m_2] u[n-m_1] u[n-m_2]. \end{aligned} \quad (7)$$

Если уравнение (7) правильно приближает действительное значение показателя экстремума, можно рассчитать приближенное значение градиента (4):

$$\frac{\partial F_1(x_s[n])}{\partial u[n-1]} \approx \frac{\partial F_1(\hat{x}_s[n])}{\partial u[n-1]} = (c_2 + 2c_3 y[n]) w[1] \frac{\partial F_1}{\partial \hat{x}_s}. \quad (8)$$

Итак, если подставить уравнение (8) в уравнение (3), то получим алгоритм управления

$$u[n] = u[n-1] - r_1[n] (c_2[n-1] + 2c_3[n-1] y[n]) \frac{\partial F_1}{\partial \hat{x}_s} [n]. \quad (9)$$

### Алгоритмы идентификации

В алгоритме управления (9) нам неизвестны коэффициенты  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ . Эти коэффициенты могут быть определены алгоритмами идентификации. Если критерием качества идентификации выбрать функционал типа

$$I_2(\bar{c}) = M\{F_2(x_s - \hat{x}_s)\} = \min_{\bar{c}}, \quad (10)$$

то алгоритм идентификации приобретает следующий вид:

$$c_i[n] = c_i[n-1] - r_2[n] \frac{\partial}{\partial c_i} F_2(x_s - \hat{x}_s) \quad (11)$$

$$(i = 1, 2, 3).$$

В уравнении (11) компоненты градиента определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_2}{\partial c_1} &= - \frac{\partial F_2}{\partial \hat{x}_s} \left\{ 1 + (c_2[n-1] + 2c_3[n-1] y[n]) w[1] \frac{\partial u[n-1]}{\partial c_1} \right\} = \\ &= - \frac{\partial F_2(\cdot)}{\partial \hat{x}_s}. \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_2}{\partial c_2} &= - \frac{\partial F_2(\cdot)}{\partial \hat{x}_s} \left\{ y[n] + (c_2[n-1] + 2c_3[n-1] y[n]) w[1] \frac{\partial u[n-1]}{\partial c_2} \right\}, \\ \frac{\partial F_2}{\partial c_3} &= - \frac{\partial F_2(\cdot)}{\partial \hat{x}_s} \left\{ y^2[n] + (c_2[n-1] + 2c_3[n-1] y[n]) w[1] \frac{\partial u[n-1]}{\partial c_3} \right\} \end{aligned}$$

В уравнении (12) коэффициенты чувствительности определяются из уравнения (9) путем дифференцирования:

$$S_2[n] = \frac{\partial u[n]}{\partial c_2[n-1]} = \frac{\partial u[n-1]}{\partial c_2[n-1]} - r_1[n] \left\{ \left( 1 + 2c_3[n-1] w[1] \frac{\partial u[n-1]}{\partial c_2[n-1]} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial F_1}{\partial \hat{x}_s} [n] + (c_2[n-1] + 2c_3[n-1] y[n]) \frac{\partial}{\partial c_2[n-1]} \frac{\partial F_1}{\partial \hat{x}_s} [n] \right\}, \quad (13)$$

$$S_3[n] = \frac{\partial u[n]}{\partial c_3[n-1]} = \frac{\partial u[n-1]}{\partial c_3[n-1]} - \\ - r_1[n] \left\{ \left( 2y[n] + 2c_3[n-1] w[1] \frac{\partial u[n-1]}{\partial c_2[n-1]} \right) \frac{\partial F_1}{\partial \hat{x}_s} [n] + \right. \\ \left. + (c_2[n-1] + 2c_3[n-1] y[n]) \frac{\partial}{\partial c_3[n-1]} \frac{\partial F_1}{\partial \hat{x}_s} [n] \right\}. \quad (14)$$

Алгоритмы (13) и (14) определяют алгоритм работы модели чувствительности:

$$S_2[n] = S_2[n-1] - r_1[n] \left\{ (1 + 2c_3[n-1] w[1] S_2[n-1]) \frac{\partial F_1}{\partial \hat{x}_s} [n] + \right. \\ \left. + (c_2[n-1] + 2c_3[n-1] y[n]) F_3(S_2[n-1]) \right\}, \quad (15)$$

$$S_3[n] = S_3[n-1] - r_1[n] \left\{ (2y[n] + 2c_3[n-1] w[1] S_3[n-1]) \frac{\partial F_1}{\partial \hat{x}_s} [n] + \right. \\ \left. + (c_2[n-1] + 2c_3[n-1] y[n]) F_4(S_3[n-1]) \right\}, \quad (16)$$

где

$$F_3(S_2[n-1]) = \frac{\partial}{\partial c_2[n-1]} \frac{\partial F_1}{\partial \hat{x}_s} \Big|_{S_2[n-1] = \frac{\partial u[n-1]}{\partial c_2[n-1]}}, \\ F_4(S_3[n-1]) = \frac{\partial}{\partial c_3[n-1]} \frac{\partial F_1}{\partial \hat{x}_s} \Big|_{S_3[n-1] = \frac{\partial u[n-1]}{\partial c_3[n-1]}}.$$

И, таким образом, окончательная форма уравнений идентификатора принимает следующий вид на основе уравнений (11), (12):

$$c_1[n] = c_1[n-1] + r_2[n] \frac{\partial F_2(x_s[n] - \hat{x}_s[n])}{\partial \hat{x}_s[n]}, \quad (17)$$

$$c_2[n] = c_2[n-1] + r_2[n] \frac{\partial F_2(x_s[n] - \hat{x}_s[n])}{\partial \hat{x}_s[n]} \times \\ \times \{y[n] + (c_2[n-1] + 2c_3[n-1] y[n]) w[1] S_2[n-1]\}, \quad (18)$$

$$c_3[n] = c_3[n-1] + r_2[n] \frac{\partial F_2(x_s[n] - \hat{x}_s[n])}{\partial \hat{x}_s[n]} \times \\ \times \{y^2[n] + (c_2[n-1] + 2c_3[n-1] y[n]) w[1] S_3[n-1]\}, \quad (19)$$

где значения  $S_2$ ,  $S_3$  можно определить из рекуррентных соотношений (15), (16).

### Схема адаптивного регулятора

В конечном итоге получены рекуррентные соотношения, в которых со стороны объекта следует получить только реализацию, то-есть непрерывно измеряется управляющее воздействие и показатель экстремума; эти величины преобразуются на цифровую форму и передаются на управляющую цифровую машину. На основе вышеуказанных алгоритмов цифровая вычислительная машина обрабатывает пришедшие данные и в следующем шаге воспроизводит подходящее управляющее воздействие, направляющее процессы в объекте к точке экстремума, хотя мы и не имеем достаточного количества априорной информации о возмущающих воздействиях или же об их статистических характеристиках.

На основе алгоритмов (9), (15)—(19) можно составить схему адаптивного регулятора, решающего задачу типа (1), (2). Как это наглядно видно, можно решать такую задачу экстремального управления в присутствии любых стохастических стационарных возмущений, без поисковых колебаний. Для устойчивости процессов в экстремальном объекте необходимо, чтобы выполнялись условия сходимости в [5]. (Схема показана на рис. 2.) На рис. 2 использованы обозначения по [7].

### Выводы

На основе вышеуказанного метода адаптации можно построить непосредственное цифровое управление для процесса, в котором статическая характеристика приближается квадратичной параболой. Для выбора параметров и критериев даны предложения в приложении.

Показанный алгоритм адаптивного управления является дуальным управлением, которое дополняется еще моделью чувствительности, воспринимающей и оценивающей изменения параметров регулятора в ходе процесса управления. Дуальный характер управления показан и в использовании двойной перцептронной схемы, первая из которых воспроизводит управляющее воздействие, направляющее процессы в объекте к точке экстремума, а вторая — изучает, идентифицирует объект. Как это наглядно показано на рис. 2, эти два перцептрона взаимно связаны друг с другом, соответственно принципу дуального управления.

Преимуществом предложенного решения является тот факт, что на высококвалифицированном заводе, т.е. для промышленного процесса, проектированного на непосредственное цифровое управление, — обеспечивает ра-

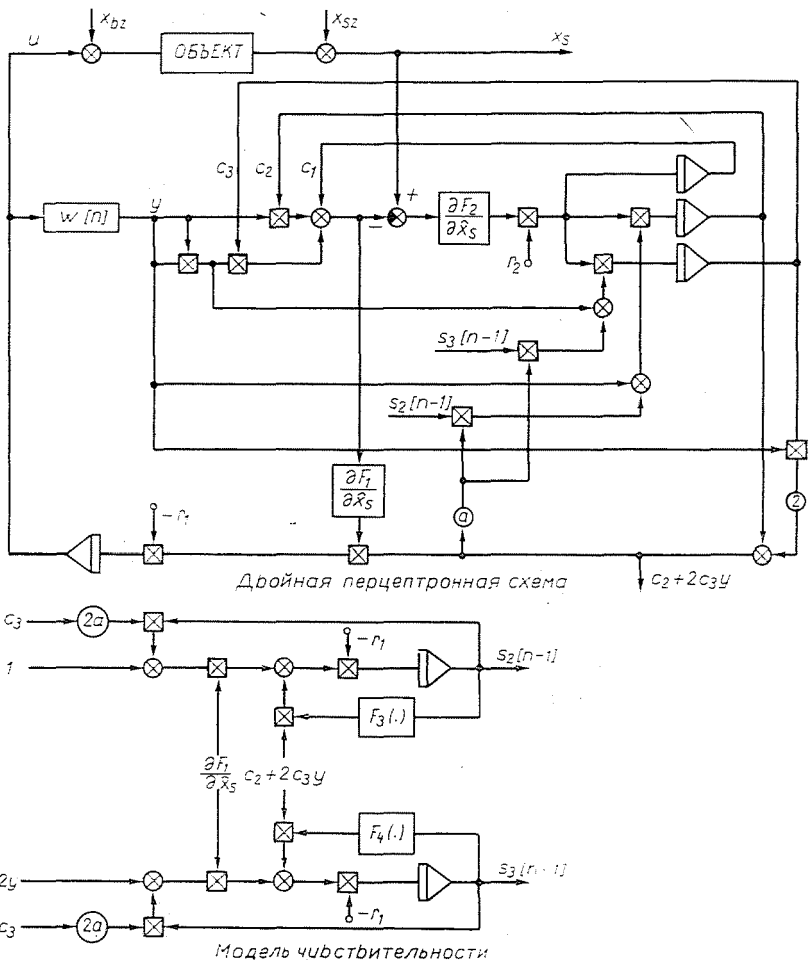


Рис. 2

боту в точке экстремума, без поисковых колебаний на объекте, далее обеспечивает возможность применения данного метода на многомерные процессы с одним общим показателем экстремума.

### Приложение 1

#### Возможные упрощения

Как это показано в [3], [6], алгоритм идентификации можно упростить, если за некоторый период  $M_0$  управляющее воздействие не меняется. Естественно, если этот интервал оказывается достаточным для точной идентифика-

ции объекта. В таком случае нет необходимости использования модели чувствительности, так как внутри интервала  $M_0$  управляющее воздействие нечувствительно к изменениям параметров  $c_i$ . В результате упрощения алгоритмы идентификации (17)–(19) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} c_1[n] &= c_1[n-1] + r_2[n] \frac{\partial F_2[n]}{\partial \hat{x}_s[n]}, \\ c_2[n] &= c_2[n-1] + r_2[n] \frac{\partial F_2[n]}{\partial \hat{x}_s[n]} y[n], \\ c_3[n] &= c_3[n-1] + r_2[n] \frac{\partial F_2[n]}{\partial \hat{x}_s[n]} y^2[n]. \end{aligned} \quad (20)$$

Алгоритм управления не изменяется; вообще его не удастся воспроизвести аналитически, как это показано в [3] на линейный критерий качества управления.

#### *Оптимальные коэффициенты сходимости*

Относительно коэффициентов сходимости должны выполняться следующие условия, соответственно [5]:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} r_i[n] &= \infty; \quad \sum_{n=1}^{\infty} r_i^2[n] < \infty \\ r_i[n] &> 0 \quad (i = 1, 2). \end{aligned} \quad (21)$$

Этим условиям удовлетворяет, например, гармонический ряд типа

$$r[n] = \frac{A}{B + n}. \quad (22)$$

О коэффициентах сходимости управляющего перцептрона и модели чувствительности по результатам, имеющимся в литературе до сих пор, в общем случае, кроме этого, мы не можем говорить. Но при помощи параметров идентификатора удастся решить задачу об оптимальной скорости идентификации, если выбрать критерий оптимальности (10) на квадратичный, при упрощении по (20). Тогда и в случае экстремального адаптивного управления можно воспользоваться оптимальным коэффициентом сходимости, обработанным в [3], форма которого относительно идентификации экстремального процесса имеет следующий вид:

$$\bar{R}_2[n] = \left( \sum_{m=1}^n \bar{Y}[m]^T \bar{Y}[m] \right)^{-1}, \quad (23)$$

где  $\bar{Y}[n] = \{1[n], y[n], y^2[n]\}$  матрица типа  $3 \times 1$ . В соотношении (23) « $T$ » обозначает транспонирование; экспонента « $-1$ » — образование обратной матрицы. И тогда получаются разные коэффициенты сходимости на компоненты  $c_i$ . Расчет коэффициентов по (23) существенно увеличивает емкость цифровой вычислительной машины, необходимой для управления процессом, поэтому он используется в таких случаях, когда задача управления характеризуется увеличенными требованиями по точности или скорости, или показатель экстремума сильно колеблется.

## Приложение 2

### Выбор критериев качества

Критерии качества обычно определяются в зависимости от конкретной задачи по целесообразности. Ниже приводятся три различных варианта: а)  $I_1$  линейный,  $I_2$  квадратичный.

В этом случае

$$I_1(u) = M\{x_s\} \approx M\{\hat{x}_s\}, \quad (24)$$

$$I_2(\bar{c}) = M\{(x_s - \hat{x}_s)^2\}. \quad (25)$$

А градиенты в алгоритмах (9), (17)–(19) определяются соответственно:

$$\frac{\partial F_1(\hat{x}_s)}{\partial \hat{x}_s} = 1, \quad (26)$$

$$\frac{\partial F_2(x_s - \hat{x}_s)}{\partial \hat{x}_s} = 2(x_s - \hat{x}_s). \quad (27)$$

Отрицательный знак в (27) уже присутствовал в алгоритмах (17)–(19). В [3] рассматривается случай линейного критерия по (26) относительно обобщенного и квадратичного критерия  $I_2$ .

Если принимать во внимание упрощение по (20), то получится алгоритм, исследованный в [7]. Там же показано на основе результатов измерений, что в подобном случае процесс управления оказывается слишком медленным.

б)  $I_1$  линейный,  $I_2$  по модулю:

$$I_1(u) = M\{x_s\}, \quad (28)$$

$$I_2(\bar{c}) = M\{|x_s - \hat{x}_s|\}. \quad (29)$$



Градиенты в таком случае:

$$\frac{\partial F_1(\hat{x}_s)}{\partial \hat{x}_s} = 1, \quad (30)$$

$$\frac{\partial F_2(x_s - \hat{x}_s)}{\partial \hat{x}_s} = \text{sign}(x_s - \hat{x}_s). \quad (31)$$

В [6] представлены результаты измерений в случае такого выбора критериев, которые примерно сходятся с результатами предыдущего варианта, хотя из-за релейного характера идентификации идентификатор работает несколько грубее в полном соответствии с физическими рассуждениями.

в)  $I_1$  квадратичный,  $I_2$  квадратичный:

$$I_1(u) = M\{\hat{x}_s^2\}, \quad (32)$$

$$I_2(\bar{c}) = M\{(x_s - \hat{x}_s)^2\} \quad (33)$$

и тогда

$$\frac{\partial F_1(\hat{x}_s)}{\partial \hat{x}_s} = 2\hat{x}_s, \quad (34)$$

$$\frac{\partial F_2(x_s - \hat{x}_s)}{\partial \hat{x}_s} = 2(x_s - \hat{x}_s). \quad (35)$$

Так как по результатам измерений, проведенных в [6] на упрощенный случай по (20), такой выбор критериев является самым удачным по динамическим свойствам управления; поэтому здесь представлены подробные непрерывные алгоритмы адаптивного регулятора, полученные из дискретных алгоритмов путем граничного перехода:

алгоритм управляющего перцептрона:

$$\frac{du(t)}{dt} = -r_1(t) \hat{x}_s(t) [c_2(t) + 2c_3(t) y(t)], \quad (36)$$

алгоритмы идентификатора:

$$\frac{dc_1(t)}{dt} = r_2(t) [x_s(t) - \hat{x}_s(t)], \quad (37)$$

$$\frac{dc_2(t)}{dt} = r_2(t) [x_s(t) - \hat{x}_s(t)] \{y(t) + a[c_2(t) + 2c_3(t) y(t)] S_2(t)\}, \quad (38)$$

$$\frac{dc_3(t)}{dt} = r_2(t) [x_s(t) - \hat{x}_s(t)] \{y^2(t) + a[c_2(t) + 2c_3(t) y(t)] S_3(t)\}. \quad (39)$$

Алгоритмы модели чувствительности:

$$\frac{dS_2(t)}{dt} = -r_1(t) \{ [1 - a2c_3(t) S_2(t)] \dot{x}_s(t) + \quad (40)$$

$$+ [c_2(t) + 2c_3(t)y(t)] (y(t) + [c_2(t) + 2c_3(t)y(t)] aS_2(t)) \}, \quad (41)$$

$$\frac{dS_3(t)}{dt} = -r_1(t) \{ [y(t) + ac_3(t) S_3(t)] \dot{x}_s(t) +$$

$$+ [c_2(t) - 2c_3(t)y(t)] (y^2(t) + [c_2(t) + 2c_3(t)y(t)] aS_3(t)) \},$$

где  $a = w[1]$ .

Если в алгоритмах (36)–(41) ввести следующие обозначения:

$$A = r_1(t) [x_s(t) - \dot{x}_s(t)], \quad (42)$$

$$B = y(t) + [c_2(t) + 2c_3(t)y(t)] aS_2(t), \quad (43)$$

$$C = y^2(t) + [c_2(t) + 2c_3(t)y(t)] aS_3(t), \quad (44)$$

$$D = c_2(t) + 2c_3(t)y(t), \quad (45)$$

то можно переписать алгоритмы адаптивного экстремального регулятора на более простой вид, который наглядно представляет одинаковые, повторяющиеся выражения:

$$\frac{du(t)}{dt} = -r_1(t) D\dot{x}_s(t), \quad (46)$$

$$\frac{dc_1(t)}{dt} = A, \quad (47)$$

$$\frac{dc_2(t)}{dt} = AB, \quad (48)$$

$$\frac{dc_3(t)}{dt} = AC, \quad (49)$$

$$\frac{dS_2(t)}{dt} = -r_1(t) \{ [1 + 2c_3(t) aS_2(t)] \dot{x}_s(t) + DB \}, \quad (50)$$

$$\frac{dS_3(t)}{dt} = -r_1(t) \{ [2y(t) + 2c_3(t) aS_3(t)] \dot{x}_s(t) + DC \}. \quad (51)$$

## Резюме

Представлены обобщенные алгоритмы адаптивного экстремального регулятора. Для решения задачи адаптивного управления динамическим процессом с экстремальной статической характеристикой предлагается обобщенная двойная перцептронная схема, дополненная моделью чувствительности.

Приводятся возможные упрощения, а также возможность нахождения ускоренного процесса идентификации в упрощенном случае. Даются подробные алгоритмы нового типа адаптивного экстремального регулятора.

## Литература

1. Моросанов, И. С.: Релейные экстремальные системы. Издательство «Наука», Москва, 1964.
2. KULIKOWSKI, R.: Optimum and adaptive processes in automatic regulation systems. Warsaw—Wrocław, Poland, 1965.
3. Цыпкин, Я. З.: Адаптация и обучение в автоматических системах. Издательство «Наука», Москва, 1968.
4. Костюк, В. И.: Экстремальное управление без поисковых колебаний с использованием самонастраивающейся модели объекта. «Автоматика» № 2, Киев, 1965.
5. Логинов, Н. В.: Методы стохастической аппроксимации. «Автоматика и Телемеханика» № 4, Москва, 1966.
6. Кочши, Я.: Применение адаптивной экстремальной системы для регулирования процесса ректификации бинарной смеси. Кандидатская диссертация, МЭИ, Москва, 1968.
7. KÁLMÁN, R., Kocsis, J. Desztillációs oszlop adaptív irányítása a sztochasztikus approximáció módszere alapján. V. Aut. Konf. Budapest, 1968.

Янош Кочши, Будапешт XI. Эгри Йожеф 13., Венгрия.