

# LE CALCUL MATRICIEL DANS LES RESEAUX\*

Par

R. PELISSIER

Contrôleur Général à la Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France,  
Professeur à l'Ecole Supérieure d'Electricité

C'est pour moi un grand honneur que d'avoir été invité par votre Recteur, Monsieur CSÁKI, et par Monsieur le Professeur GESZTI, à venir faire une conférence dans cette Université. Je suis très touché par cette invitation.

Je sais qu'il y a parmi vous d'éminents spécialistes qui connaissent parfaitement le calcul matriciel et ses applications aux réseaux de transport d'énergie.

Dans cet exposé, je ne me placerai pas en théoricien, mais en praticien, et je parlerai seulement de quelques aspects originaux des applications qui ont été faites du calcul matriciel dans les réseaux d'Electricité de France. Je m'arrêterai surtout aux applications qui sont faites journallement dans l'exploitation des réseaux, et je vous donnerai quelques indications sur les équipements de calcul et de contrôle dont dispose notre dispatching national.

Ce sont d'ailleurs les problèmes d'exploitation qui déterminent les études des théoriciens des réseaux. Aussi a-t-on vu ces études évoluer avec les réseaux eux-mêmes. Prenons l'exemple du réseau de transport français.

Il y a une quarantaine d'années, la première ligne à 220 kV a été mise en service pour amener à Paris l'énergie hydraulique du Massif Central. Cette ligne était dimensionnée pour transiter une puissance maximale bien définie et, en cas d'incident, il fallait trouver une puissance de secours parmi les centrales thermiques de Paris qui disposaient encore d'une marge de puissance.

Puis, vers 1935, la boucle à 220 kV Massif Central—Lyon—Paris fut complétée. Alors il fallut assurer en régime permanent et en régime troublé le synchronisme entre les groupes de ces trois régions, en régler la fréquence, et résoudre les problèmes d'ouverture de boucle.

Le réseau de 1945 était encore peu maillé, et les problèmes les plus urgents y étaient le réglage de fréquence et la stabilité dynamique, celle-ci devant être assurée même en cas de report brutal des charges.

Aujourd'hui le réseau E. d. F. est très fortement maillé. La perte d'une ligne ne provoque un à-coup que de l'ordre de 1% de la puissance totale.

\* Conférence à l'Université de Budapest le 12 Décembre 1967

Le réglage de la fréquence est un problème totalement résolu. Celui de la stabilité dynamique ne représente plus le souci principal de l'exploitant.

Les problèmes importants sont maintenant ceux des reports de charge en cas de déclenchement d'une ligne, et ceux de la répartition économique des charges.

L'échelle des problèmes aussi est changée, et cela influe sur les méthodes à adopter.

Le réseau d'Electricité de France est aujourd'hui constitué par un gigantesque réseau maillé reliant environ 300 postes à 150, 225 ou 400 kV par plus de 600 tronçons de lignes, dont la longueur totale excède 28.000 km. Si, de plus, on tient compte de ce que le réseau de répartition à 90 et 63 kV est lui aussi maillé, on doit alors considérer un réseau de 1.600 noeuds.

Sur ce réseau débitent près de 300 centrales hydrauliques (de plus de 5 MW) et autant de groupes thermiques (de plus de 5 MW aussi).

Les calculs sur de tels réseaux ne peuvent être résolus que grâce à des machines arithmétiques très puissantes, et de plus par la mise au point de méthodes «performantes», c'est-à-dire capables de donner les solutions numériques en des temps acceptables. Ces méthodes font largement appel au calcul matriciel. Elles l'utilisent tant pour l'étude théorique des réseaux que pour leur gestion journalière et aussi pour leur planification pratique à plus ou moins long terme.

Avant d'aller plus avant, il est utile de voir comment se classent les problèmes à résoudre suivant les caractères des réseaux étudiés et donc des matrices qui permettent de les décrire. En effet, lorsque G. KRON a introduit le calcul matriciel en Electrotechnique, c'était l'époque des grandes généralisations, où l'objectif des chercheurs était de découvrir la loi unique à laquelle se pliaient tous les phénomènes de l'univers. Aussi KRON a-t-il eu pour souci de donner une théorie la plus générale possible, s'appliquant à tous les domaines de l'Electrotechnique, et donc aux réseaux «à courants forts» ou «à courants faibles» aussi bien qu'aux machines de toutes sortes.

Cette théorie perd en efficacité ce qu'elle gagne en généralité et, de ce fait, elle n'a guère reçu d'application au cas des réseaux d'énergie.

Nos idées aujourd'hui sont plus sensibles à la spécialisation qu'à la généralisation, et le but des chercheurs est plus généralement de forger un outil efficace ou «performant», mais bien spécialisé à un problème particulier. Je m'efforcerai de ne pas trop tomber dans ce travers de la spécialisation à outrance où je serais d'ailleurs mal à l'aise, car ce sont les idées générales qui sont les plus enrichissantes. Pourtant le classement des problèmes à résoudre est indispensable. La meilleure façon de le faire me semble être de prendre comme critères les soucis de l'exploitant de réseau dans leur ordre d'urgence.

A tout instant, la situation des productions et des transits dans le réseau étant donnée, le premier souci de l'exploitant sera d'assurer la sécurité instan-

tanée. Il faut aussi que, si un élément quelconque du réseau est mis brutalement hors service par l'action des automates de protection, le report de charge qui en résulte ne crée pas de surcharge inacceptable dans les éléments voisins.

Si les éléments considérés sont des tronçons de ligne ou des transformateurs de liaison, ce double problème se résout grâce à des calculs de répartition des transits dans un réseau maillé, ou des calculs de certaines impédances. Il s'agit donc essentiellement de la résolution de vastes systèmes linéaires, donc d'inversion de matrice.

Si les éléments à prendre en compte sont des machines tournantes qui risquent d'être surchargées et donc de perdre le synchronisme, le calcul est un peu compliqué par des équations non linéaires, mais on se ramène généralement par des méthodes itératives à des systèmes linéaires.

Le second souci de l'exploitant, à qui l'on confie un réseau dans une situation donnée, sera de chercher à améliorer cette situation. Il le peut à deux points de vue. Tout d'abord l'amélioration de la qualité de la tension fournie aux réseaux de distribution le conduira à imposer au réseau un plan de tension, c'est-à-dire à vérifier qu'en chaque noeud du réseau la tension reste à l'intérieur de limites définies, et à répartir les productions d'énergie réactive en conséquence.

Ensuite l'amélioration la plus importante consiste à rechercher quelle est la répartition des charges entre les différentes usines disponibles qui conduit aux dépenses d'exploitation minimales. Il s'agit donc de résoudre un problème classique de minimum lié, les conditions du problème étant constituées par des égalités (les équations des transits dans le réseau maillé) et des inégalités (les limitations imposées d'une part aux productions des groupes et d'autre part aux variations de tension). La fonction à minimiser est une fonction simple car, dans ce cas, elle ne fait intervenir que les coûts d'exploitation des centrales thermiques. En effet les productions hydrauliques sont fixées par d'autres critères, comme on va le voir. Ainsi est donc résolu ce que l'on appelle maintenant le «problème du dispatching économique».

Le troisième souci de l'exploitant concerne non plus le présent mais l'avenir, et plus exactement l'avenir proche, celui de demain, celui de la semaine qui vient, ou même celui de l'année en cours. Il s'agit alors, compte tenu de l'équipement existant mais aussi des probabilités d'indisponibilité de ses composants, d'adapter les possibilités de production des différentes catégories d'usines thermiques et hydrauliques au mieux des variations prévisibles de la consommation, compte tenu des contraintes limitatives diverses auxquelles elles sont soumises.

Cette programmation à court ou moyen terme conduit à traiter le problème du dispatching économique un nombre suffisant de fois pour que l'on estime avoir passé en revue toutes les situations qui vont se présenter dans ces

délais, où l'on peut considérer l'avenir comme certain, c'est-à-dire les consommations comme connues avec une précision suffisante.

Le quatrième et dernier souci de l'exploitant porte sur l'avenir plus lointain. En effet les ouvrages qu'il construit aujourd'hui seront encore en service dans 30 ans et même plus. Leur rentabilité ne sera donc assurée que, si dans cet avenir lointain, leur utilisation est toujours aussi nécessaire, et que si, entre-temps, ils n'ont pas obligé à choisir des équipements complémentaires qu'une autre solution des problèmes actuels aurait permis d'éviter ou aurait rendu moins coûteux.

C'est donc toutes les ressources de la Recherche Opérationnelle ou de la Cybernétique qu'il faut alors utiliser pour la planification à long terme.

D'autres techniques sont aussi à mettre en oeuvre, particulièrement dans l'étude du développement des réseaux et des interconnexions entre régions ou nations voisines, où dès maintenant la théorie des graphes s'avère très efficace.

## I — Classification des problèmes de transits et des types de réseaux

1.1. Le problème de base sur lequel, en fait, tous les autres reposent est celui de la répartition des transits de courants ou de puissances. C'est sur ce problème que l'on suit le mieux l'évolution des idées depuis les premières théories de Gabriel KRON jusqu'aux méthodes que l'on peut entrevoir pour demain.

Les méthodes proposées par G. KRON cherchaient à être très générales. Elles s'appliquent à des réseaux maillés où chaque branche comporte une impédance propre, des impédances mutuelles avec chacune des autres branches, et un générateur qui peut être représenté, soit par une «force électromotrice» en série, soit par un «injecteur de courant» en parallèle.

Dans un réseau d'énergie, les impédances mutuelles sont nulles, mais cela n'apporte guère de simplification, car il faut toujours, pour appliquer ces méthodes, inclure les générateurs dans le réseau maillé. Ainsi les deux méthodes correspondant aux deux possibilités de représentation des générateurs, c'est-à-dire la «méthode des mailles» et la «méthode des couples de noeuds», conduisent, pour un réseau d'énergie à  $n$  noeuds et  $b$  branches, à résoudre un système d'ordre  $b$ , soit  $n$  équations aux noeuds et  $b-n$  mailles indépendantes.

La méthode mixte proposée aussi par KRON conduit à une solution plus simple du problème au moins dans le cas des réseaux d'énergie, sinon dans le cas trop général traité par son auteur.

1.2. Aujourd'hui, en fait, on raisonne de la façon suivante:

Soit un réseau à  $n$  noeuds et  $b$  branches; connaissant les courants  $J$  injectés aux noeuds, on veut calculer les courants  $I$  transités dans les branches,

assimilées toutes à des impédances passives. Or on peut écrire:

$$|J| = |T| \cdot |I| \quad (1)$$

La matrice  $|T|$  ou matrice topologique s'introduit donc plus naturellement que les matrices de connexion ou de transformation de KRON qui dépendent d'un choix arbitraire de mailles ou de couples de noeuds indépendants.

$|T|$  est une matrice rectangulaire à  $n$  lignes et  $b$  colonnes dans laquelle il n'y a par colonne que 2 éléments non nuls:

celui de la ligne  $i$  correspondant au noeud  $i$  dont part la branche, qui est égal à  $+1$

celui de la ligne  $j$  correspondant au noeud  $j$  auquel «aboutit» la branche et qui est égal à  $-1$ .

Ceci suppose que les branches sont orientées, ce qui est fait une fois pour toutes, soit de façon totalement arbitraire, soit par un code appliqué automatiquement par la machine à calculer (par exemple ordre alphabétique).

Mais le calcul des courants transités connaissant les courants injectés nécessite que l'on introduise en plus de la topologie du réseau les caractéristiques électriques des différentes branches, ce qui se fait grâce à une seconde matrice: la matrice diagonale  $y$  formée des admittances des branches.

On a donc:

$$|I| = |y| \cdot |\Delta V| \quad (2)$$

La matrice des admittances en court-circuit est alors:

$$|X| = |T| \cdot |y| \cdot |T_t| \quad (3)$$

La matrice  $|Y|$  est une matrice carrée, et si l'on peut calculer son inverse  $|Z|$ , on aura:

$$|I| = |y| \cdot |T_t| \cdot |Z| \cdot |J| \quad (4)$$

ce qui résout le problème.

1.3. Mais généralement la matrice  $|Y|$  est singulière et il nous faut donc modifier sa définition, ce qui conduit nécessairement à une nouvelle classification des réseaux.

Notons pour cela que nous avons jusqu'ici parlé de l'impédance des branches en considérant celles-ci comme des dipôles.

D'autre part, nous n'avons à aucun moment supposé que le réseau était effectivement maillé. En effet le raisonnement exposé est entièrement valable pour un réseau radial, c'est-à-dire un réseau où:

$$b = n - 1$$

De plus la première ligne de la matrice topologique correspondant au point d'alimentation du réseau radial (ou noeud zéro) contient uniquement un chiffre  $\pm 1$ . On peut supprimer cette ligne sans rien perdre de l'information contenue dans la matrice topologique. On obtient alors une matrice  $|T_r|$  que l'on peut écrire de sorte que tous les éléments diagonaux soient égaux à  $-1$  et dont chaque colonne (sauf la première) contienne un élément égal à  $\pm 1$  situé au-dessus de la diagonale principale.

On constate que cette matrice  $|T_r|$  est une matrice carrée d'ordre  $b$  régulière. Son inverse existe, mais il est plus simple de manipuler l'opposé de cette inverse  $|T_a|$  qui est une matrice triangulaire supérieure dont tous les éléments non nuls sont égaux à  $\pm 1$ . On a en effet:

$$|I| = - |T_a| \cdot |J| \quad (5)$$

Cette relation résout le problème du calcul des transits dans les réseaux radiaux, et il est intéressant de souligner que c'est bien ainsi que l'on fait en pratique. Car, dès que l'on a un réseau radial complexe et surtout évolutif dans le temps, il est bien plus facile d'écrire la matrice  $|T_r|$  et de calculer son inverse que d'écrire la matrice  $|T_a|$ , ces matrices étant des matrices triangulaires, et la pratique montre que la probabilité d'erreur dans l'écriture directe de  $|T_a|$  est notable. L'importance du facteur sécurité du calcul est intéressante à souligner. Cependant on étudie actuellement à l'E. d. F. une méthode différente utilisant les propriétés des «graphes arborescents» et qui aura l'avantage de pousser plus loin l'automatisation des opérations de calcul et de vérification.

1.4. Considérons maintenant un réseau effectivement maillé et constitué de dipôles, et donc pour lequel:

$$n \ll b \ll n \frac{(n-1)}{2}$$

C'est là que la matrice topologique conduit à une classification plus claire des réseaux.

L'équilibre du réseau impose que  $\sum J = 0$ , ce qui montre que la matrice rectangulaire  $|T|$  est d'ordre  $(n-1)$  au plus, bien qu'elle ait  $n$  lignes. Pour faire apparaître effectivement cet ordre  $(n-1)$ , on est conduit, à l'image de ce qui a été fait pour les réseaux radiaux, à faire jouer un rôle particulier à un noeud, et à introduire les différences de potentiel entre tout autre noeud et ce noeud, d'où son nom de noeud-bilan.

Constatons que cette méthode est voisine de la méthode des couples de noeuds de KRON, mais, au lieu de fixer  $b - (n-1)$  couples de noeuds indépendants quelconques, on raisonne sur  $(n-1)$  couples de noeuds ayant tous en commun le noeud-bilan  $B$ .

On aura donc avantage à choisir pour noeud-bilan celui qui a le plus grand nombre de noeuds voisins.

La matrice  $|T^B|$  étant déduite de  $|T|$  par suppression de la ligne  $B$ , la matrice des admittances en court-circuit rapportée au noeud-bilan  $B$  sera définie par:

$$|Y^B| = T^B \cdot |y| \cdot |T_t^B| \quad (6)$$

La relation (4) écrite avec les matrices  $|T^B|$  et  $|Z_0^B|$ , inverse de  $|X^B|$ , résout le problème.

La méthode ainsi résumée est dite méthode du noeud-bilan interne.

Elle est très utile pour le contrôle permanent du réseau, puisqu'elle permet de comparer l'intensité transitée dans chaque branche à l'intensité maximale admissible. Mais on a vu que le plus important dans ce contrôle était de s'assurer qu'une modification de la structure du réseau, par exemple un déclenchement de ligne, ne conduisait pas à des surcharges de certains tronçons de ligne ou de certains transformateurs. Ce contrôle sera facile si l'on possède une méthode rapide permettant de calculer les modifications apportées à la matrice des impédances de transfert par la suppression ou l'addition d'une ligne.

Ces deux opérations se traitent de la même façon, car supprimer une liaison d'impédance  $z$  ou «ajouter» entre ses noeuds extrémités une impédance  $-z$  donne exactement le même résultat.

Le courant  $I_a$  dans la branche nouvelle se calcule par le théorème de Thévenin, à condition de connaître l'impédance  $z^{ij}$  du réseau «vu» entre les noeuds  $i$  et  $j$ , soit:

$$z^{ij} = |T_t^a| \cdot |Z_0^B| \cdot |T^a|$$

Dans cette formule  $|T^a|$  est une matrice unicolonne formée de la colonne de  $|T^B|$  relative à la branche  $a$  considérée.

L'addition de cette branche transforme la matrice des impédances de transfert de  $|Z_0^B|$  en  $|Z_0^B| + |\Delta Z_0^B|$ .

Avec:

$$|\Delta Z_0^B| = -|Z_0^B| \cdot |T^a| \cdot (z_a + z_{ij})^{-1} \cdot |T_t^a| \cdot |Z_0^B| \quad (7)$$

La relation (4) dérivée par rapport à  $Z_0^B$  permet alors de calculer la variation du courant dans toutes les branches du réseau.

Cette méthode paraît compliquée, mais d'une part elle est simple à utiliser en machine arithmétique, et d'autre part elle se généralise à l'introduction ou la disparition simultanée de plusieurs branches. Elle est d'usage courant au Dispatching d'E. d. F. et dans les études de planification de réseaux.

Au dispatcheur, elle donne directement les reports de charge en cas de déclenchement d'une ou plusieurs lignes.

Aux planificateurs, elle donne la possibilité de comparer deux solutions possibles d'amélioration du réseau pour faire face à une situation future des charges.

Le calcul est automatisé grâce à l'équipement d'une salle spéciale à la Direction des Etudes et Recherches d'E. d. F.

Une première solution étant projetée sur un écran devant les ingénieurs d'étude sous forme d'une carte du réseau sur laquelle figurent les charges de chaque ligne, chacun propose des variantes. Celles-ci sont transmises au calculateur arithmétique qui calcule les modifications en quelques secondes. Elles sont alors reportées en quelques minutes sur un film et projetées sur l'écran. On a accéléré ainsi ce qu'on appelle le dialogue entre l'ingénieur et la machine à calculer.

Cette digression nous éloigne de la classification promise des réseaux. Revenons-y et rappelons que nous avons vu deux types de réseaux: réseau radial — réseau à noeud-bilan interne.

1.5. Dans certains problèmes, en particulier dans le calcul des courants de court-circuit, on est amené à tenir compte des impédances des sources. Il est alors naturel de modifier la méthode précédente en incluant dans le réseau maillé les  $n$  impédances de source, qui relie chacun des  $n$  sommets du réseau à un sommet fictif: le point de puissance infinie.

C'est ce dernier point évidemment qu'on prend alors comme noeud-bilan.

On dira qu'on a un noeud-bilan externe, et l'on peut écrire:

$$|V_B - V| = |Z_0^B| \cdot |J|$$

$V$  et  $J$  étant respectivement la tension et le courant sortant par un noeud quelconque du réseau lui-même.

Mais les réseaux de transport ne peuvent être considérés comme formés de dipôles qu'avec une approximation souvent insuffisante. La représentation des branches par des quadripôles donne une meilleure image des lignes et aussi des transformateurs.

L'introduction des quadripôles ne complique pas les calculs de réseaux autant qu'on pourrait le croire, car leur représentation par des schémas en permet d'additionner en chaque noeud les admittances latérales de tous les quadripôles qui y sont raccordés. On est alors ramené à un réseau de dipôles à noeud-bilan externe, ce noeud-bilan étant dans ce cas le neutre du réseau.

On voit que la matrice  $|Y|$  d'un réseau de quadripôles à  $n$  noeuds reste une matrice régulière d'ordre  $n$ .

Les deux réseaux à noeud-bilan externe que l'on vient de définir n'ont pas totalement la même structure. Dans le réseau utilisé pour les calculs de court-circuit, tous les noeuds ne sont pas directement liés au noeud-bilan (ils n'en sont pas tous «voisins» comme on dit). Dans un réseau de quadripôles



ramené à un réseau de dipôles à noeud-bilan externe, tous les noeuds de celui-ci sont «voisins» du noeud-bilan.

## 2 — La répartition des puissances

2.1. Dans les réseaux d'énergie, les injections sont des injections de puissance, et cela conduit à abandonner les relations linéaires utilisées ci-dessus. De plus, les injections de puissances actives et celles de puissances réactives posent des problèmes de nature différente, aussi bien au niveau de la production qu'à celui du transport.

Certes, comme dans les calculs d'injection de courants, les transits dans les branches se calculent à partir des différences des tensions aux noeuds. Mais une dissymétrie est introduite entre les inconnues ou variables de puissances  $S = P + jQ$  et les inconnues auxiliaires que constituent les tensions, car celles-ci s'expriment naturellement par leur module  $U$  et leur phase  $\theta$ .

Les puissances active et réactive injectées dans un quadripôle s'écrivent alors:

$$\left. \begin{aligned} p_i &= G_{ii} U_i^2 - M_{ij} U_i U_j \\ q_i &= H_{ii} U_i^2 - N_{ij} U_i U_j \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

en posant (même pour  $j = i$ ):

$$\left. \begin{aligned} M_{ij} &= G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) - H_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \\ N_{ij} &= G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) + H_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Comme les conductances  $G$  sont toujours faibles devant les  $H$ , et que les déphasages restent faibles, on remarque que:

$$N_{ij} \approx H_{ij} \approx \text{module de } X_{ij}$$

puisque  $Y_{ij} = G_{ij} - jH_{ij}$ .

Mais on a pour les termes diagonaux:

et

$$\begin{aligned} M_{ii} &= G_{ii} \approx \Sigma G_{iv} \\ N_{ii} &= H_{ii} = \Sigma H_{iv} - \frac{\omega}{2} \Sigma C_{iv} \end{aligned}$$

car les admittances transversales peuvent être considérées comme des capacités pures, soit  $1/2 C_{iv}$  par ligne autour du noeud  $i$ .

2.2. Dans un réseau maillé de quadripôles, on peut encore écrire:

$$\left. \begin{aligned} P_i &= G_{ii} U_i^2 - \Sigma M_{iv} U_i U_v \\ Q_i &= H_{ii} U_i^2 - \Sigma N_{iv} U_i U_v \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Ce système est en fait d'ordre  $2n - 1$ , car s'il y a  $n$  variables  $U_i$ , il n'y a que  $(n - 1)$  variables  $(\theta - \theta_i)$ .

Il faut donc encore choisir un noeud-bilan, où par définition l'angle de phase sera nul.

Le problème des transits de puissance nécessite alors de résoudre le système d'ordre  $(2n - 1)$  ainsi constitué.

Comme le système n'est pas linéaire, on est conduit à en chercher la solution par une méthode itérative. En effet, on a très généralement une solution voisine qui aura été fournie:

— soit par le calcul fait antérieurement sur le réseau dans un état voisin: c'est ce qui se passe au dispatching qui peut partir de l'état du réseau la veille à la même heure.

— soit par un calcul préalable simplifié, qui sera souvent un calcul où l'on impose les valeurs des modules de tension (tous égaux par exemple), ce qui réduit le problème à celui des injections de courants.

Les valeurs initiales  $U_{0i}$  et  $\theta_{0i}$  portées dans les équations (10) donnent des valeurs  $P_{0i}$  et  $Q_{0i}$  différentes de  $P_i$  et  $Q_i$ . Mais alors les écarts  $dP_i$  et  $dQ_i$  peuvent être considérés comme des fonctions linéaires des écarts  $\Delta \theta_i$  et  $\Delta U_i$ , d'où le système d'ordre  $2n$ :

$$\begin{bmatrix} dP \\ dQ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{\theta}^P & M_U^P \\ M_{\theta}^Q & M_U^Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\theta \\ dU \end{bmatrix} \quad (11)$$

La matrice carrée d'ordre  $2n$  qui apparaît au second membre de cette égalité décomposée en 4 sous-matrices est appelée un Jacobien. Elle a un intérêt certain, car elle intervient dans l'expression des variations des grandeurs exprimables facilement en fonction des  $d\theta$  et  $dU$ . Il en est ainsi en particulier non seulement des transits de puissance active et réactive, mais aussi des pertes. Entre les expressions:

$$p(\theta, U) \text{ et } p(P, Q)$$

on a la relation:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial p}{\partial \theta} \\ \frac{\partial p}{\partial U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{\theta}^P & M_{\theta}^Q \\ M_U^P & M_U^Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial p}{\partial P} \\ \frac{\partial p}{\partial Q} \end{bmatrix}$$

La matrice carrée qui apparaît dans cette relation est la transposée du Jacobien.

L'étude du Jacobien permet de tirer des conclusions intéressantes. Ecrivons donc les termes des 4 sous-matrices composantes (en notant de l'indice

$v$  tout noeud «voisin» du noeud  $i$ ):

$$\begin{aligned}
 M_{\theta}^P & \left\{ \begin{aligned} \frac{\delta P_i}{\delta \theta_i} &= \sum_v N_{iv} U_i U_v \\ \frac{\delta P_i}{\delta \theta_i} &= -N_{iv} U_i U_v \quad \text{si } j = v \text{ ou zéro si } j \neq v \end{aligned} \right. \\
 M_U^P & \left\{ \begin{aligned} \frac{\delta P_i}{\delta U_i} &= 2 M_{ii} U_i - \sum_v M_{iv} U_v \\ \frac{\delta P_i}{\delta U_i} &= -M_{iv} U_v \quad \text{si } j = v \text{ ou zéro si } j \neq v \end{aligned} \right. \\
 M_{\theta}^Q & \left\{ \begin{aligned} \frac{\delta Q_i}{\delta \theta_i} &= -\sum_v M_{iv} U_i U_v \\ \frac{\delta Q_i}{\delta \theta_i} &= M_{iv} U_i U_i \quad \text{si } j = v \text{ ou zéro si } j \neq v \end{aligned} \right. \\
 M_U^Q & \left\{ \begin{aligned} \frac{\delta Q_i}{\delta U_i} &= 2 N_{ii} U_i - \sum_v N_{iv} U_v \\ \frac{\delta Q_i}{\delta U_i} &= -N_{iv} U_i \quad \text{si } j = v \text{ ou zéro si } j \neq v \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

De ces formules et de celles qui permettent le calcul des coefficients  $M_{ij}$  et  $N_{ij}$  on déduit que:

— les éléments des sous-matrices  $|M_U^P|$  et  $|M_{\theta}^Q|$  sont tous très petits en comparaison de ceux des deux autres sous-matrices, car d'une part les conductances des éléments de réseau sont petites et d'autre part les déphasages  $(\theta_i - \theta_v)$  restent petits.

On explique ainsi le peu de réactions qu'il y a dans un réseau entre les puissances actives et les modules de tension, de même qu'entre les puissances réactives et les déphasages.

— La sous-matrice  $|M_{\theta}^P|$  a une structure très semblable à celle de la matrice  $|Y|$ . C'est une matrice à diagonale principale prépondérante, les éléments  $N_{ii} U_i^2$  de cette diagonale étant positifs alors que les autres éléments de la même ligne sont négatifs, leur somme étant très voisine de  $-N_{ii}$ .

On démontre qu'une telle matrice, appelée  $M$  matrice, possède une inverse et que tous les éléments de cette inverse sont positifs.

— La sous-matrice  $|M_U^Q|$  ressemble à la matrice  $|M_{\theta}^P|$ , mais ses éléments diagonaux sont relativement plus faibles, et sont donc moins «prépondérants». Il n'est pas certain alors que cette matrice possède une inverse, et effectivement dans certains cas elle n'en possède pas. Cela a deux conséquences:

des difficultés dans le réglage de la tension par injection d'énergie réactive et des difficultés dans le calcul itératif qui apparaît divergent.

En définitive, les corrections permettant de passer d'une approximation à la suivante n'ayant pas à être rigoureuses, on gagne beaucoup en simplicité en remplaçant l'équation (11) par:

$$\begin{vmatrix} dP \\ dQ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} M_{\Theta}^P & 0 \\ 0 & M_{U}^Q \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} d\Theta \\ dU \end{vmatrix}$$

équation qui se scinde évidemment en deux systèmes indépendants. Le premier ne faisant pas intervenir les variations de  $U$  s'écrit d'après ce qu'on a dit:

$$\frac{1}{U^2} |dP| = |N| \cdot |d\Theta|$$

On retrouve donc ainsi un problème d'injections de courants qui n'est autre que celui qui était autrefois résolu sur les « analyseurs de réseau à courant continu ».

### 2.3. *Le dispatching économique*

Les méthodes de calcul que l'on a exposées supposent toujours que les « injections » sont bien connues en tous les noeuds du réseau. En réalité, si les consommations peuvent être considérées comme connues (ou prévisibles avec une bonne approximation), il n'en est pas toujours de même pour les productions. On n'impose que les productions dites « fatales », à savoir celles des usines hydrauliques au fil de l'eau et celles de certaines centrales thermiques (situées sur le carreau des mines, alimentées au gaz de cockerie, etc.). Le système à résoudre contient plus d'inconnues que d'équations, puisque certaines puissances injectées sont alors inconnues. Sa matrice devient singulière.

On lève l'indétermination en ajoutant la condition que le coût total d'exploitation (coût de production et pertes dans le réseau) soit minimum.

Le coût  $E$  d'exploitation est une fonction des productions  $\pi_1, \pi_2 \dots \pi_i \dots$  des centrales, que l'on sait calculer facilement à partir du coût du combustible et du rendement (lequel décroît lorsque la puissance fournie croît). On écrira:

$$E (\Pi_1, \Pi_2 \dots \Pi_i \dots) \text{ minimum}$$

Ces productions sont équilibrées par la somme des consommations  $C_i$  aux différents noeuds du réseau, et des pertes  $p$  dans l'ensemble de ce réseau. La formulation des calculs en machine arithmétique conduit à écrire toujours les équations avec un second membre nul. On écrira donc:

$$p + \Sigma C_i - \Sigma \Pi_i = 0$$

Pour rendre  $E$  minimum en respectant la relation ci-dessus, le théorème classique de Lagrange nous apprend qu'il suffit de trouver un nombre  $\lambda$  tel que la dérivée totale:

$$d[E(\Pi_1, \Pi_2, \dots) + \lambda(p - \sum C_i - \sum \Pi_i)] = 0$$

ce qui se décompose en autant d'équations qu'il y a de noeuds  $i$ :

$$\frac{\delta E}{\delta \Pi_i} - \lambda \left( 1 - \frac{\delta p}{\delta \Pi_i} \right) = 0$$

puisque les consommations  $C_i$  sont données.

$\left( 1 - \frac{\delta p}{\delta \Pi_i} \right)$  est appelée facteur de pénalité.

Il semble donc nécessaire de calculer les pertes dans le réseau. Le calcul rigoureux des pertes est très compliqué dans le cas général. Il se simplifie beaucoup dans le cas particulier d'un réseau ayant une structure en étoile, formée de branches rayonnant à partir d'un poste central et ne se rebranchant pas. Aussi a-t-on cherché à définir un réseau de structure étoilée à peu près équivalent au réseau étudié. C'est la méthode dite des « $B$ », d'un emploi courant aux U. S. A. Cette méthode est applicable si l'on peut exprimer les pertes dans le réseau, en fonction des puissances complexes injectées en chaque noeud sous la forme:

$$p = \sum_{ij} B_{ij} \Pi_i \Pi_j$$

C'est souvent le cas des réseaux à production purement thermique où les directions et les sens des transits varient peu.

Dans le cas de réseaux de structure compliquée, comme celui d'E. d. F., cette méthode ne donne pas une approximation acceptable. L'une des principales raisons tient à ce que les centrales qui débitent sur ce réseau sont de natures très diverses, à tel point que les transits sur beaucoup de lignes de transport changent de sens au cours d'une journée.

Pour éviter le calcul des pertes, on est amené à remplacer l'égalité unique exprimant l'équilibre entre les productions, les consommations et les pertes, par le système des «équations aux noeuds», qui définit le fonctionnement du réseau en exprimant les injections actives et réactives  $P_i$  et  $Q_i$ , en fonction du module et de la phase des tensions aux noeuds. On pose ainsi ce que l'on appelle le «problème du dispatching économique». Sa difficulté vient de ce qu'il n'est pas linéaire. Deux méthodes de résolution en machine arithmétique ont été mises au point à l'E. d. F., et appelées «méthode des injections» et «méthode des transits». Elles sont très voisines, puisqu'elles ne diffèrent guère que dans la façon d'inclure certaines contraintes dans la programmation.

Il faut imposer que, en chaque noeud, la puissance fournie par les centrales qui y sont raccordées directement reste comprise entre la somme de leurs puissances installées  $\Pi_{iM}$  et la somme des «puissances minimales techniques»  $\Pi_{im}$ . Donc:

$$\Pi_i - \Pi_{iM} \leq 0 \quad \Pi_{im} - \Pi_i \leq 0.$$

Il faut imposer que les tensions restent dans une «plage» définie  $U_m \leq U \leq U_{\max}$  et que les puissances transitées restent inférieures à la capacité maximale de transit des lignes.

On remplace cette condition par une condition équivalente sur les phases:

$$\Theta_i - \Theta_z - T_{iz} \leq 0$$

L'introduction de ces inégalités conduit à faire appel non plus au théorème de Lagrange, mais à un théorème plus général, connu sous le nom de théorème de Kuhn et Tucker. Il consiste à dire que pour rendre minimal de coût d'exploitation:

$$E(\Pi_1, \Pi_2 \dots \Pi_i \dots)$$

en respectant les 4 séries de contraintes exprimées ci-dessus (3 par des inégalités et une par égalité), il faut et suffit (sous des conditions mathématiques très généralement respectées) que la différentielle totale:

$$d[E + \sum_i \lambda_i K_i + \sum_i M_i(\Pi_i - \Pi_{iM}) + \sum_i m_i(\Pi_{im} - \Pi_i) + \sum_{iz} t_{iz}(\Theta_i - \Theta_z - T_{iz}) + \sum v_i(U_{im} - U_i) + \sum w_i(U_i - U_{im})] = 0$$

et que en même temps:

$$\begin{cases} M_i(\Pi_i - \Pi_{iM}) = 0 & m_i(\Pi_{im} - \Pi_i) = 0 \\ t_{iz}(\Theta_i - \Theta_z - T_{iz}) = 0 \\ v_i(U_{im} - U_i) = 0 & w_i(U_i - U_{im}) = 0 \end{cases}$$

On peut encore écrire ceci:

$$dE + \sum_i \lambda_i \frac{\partial K_i}{\partial \Pi_i} + \sum_{0i} M_i + \sum_{0i} m_i + \sum_{0iz} t_{iz} + \sum_{0i} v_i + \sum_{0i} w_i = 0$$

les  $\Sigma_0$  indiquant que la sommation ne porte que sur certains indices  $i$ , puisque les  $M_i$ ,  $m_i$ ,  $t_{iz}$ ,  $v_i$  et  $w_i$  sont nuls si les puissances, les tensions et décalages angulaires n'atteignent pas les valeurs limites imposées.

Les «variables duales»  $\lambda_i$ ,  $M_i$ ,  $m_i$ ,  $t_{iz}$ ,  $v_i$  et  $w_i$  ont une signification économique importante:

$\lambda_i$  est le «coût marginal» de l'énergie au noeud  $i$

$M_i, m_i, t_{ia}, v_i, w_i$  sont les «coûts unitaires des contraintes», c'est-à-dire les dépenses à prévoir pour reculer chacune de ces contraintes d'une unité (de la grandeur correspondante).

On peut être surpris que des coefficients purement mathématiques puissent représenter une valeur économique. En réalité il n'y a là rien de contradictoire avec la notion de valeur travail, car on peut voir en particulier que  $\lambda_i$  représente le travail (exprimable en heures-ouvrier ou en toute autre unité de valeur) qu'il faudra fournir au noeud  $i$  lorsqu'il y sera appelé un kWh supplémentaire.

Ces coûts marginaux et coûts de contraintes sont donc des éléments très utiles, non seulement pour l'exploitation économique des centrales, mais aussi pour la planification des réseaux et des usines d'une part, et pour l'établissement de la tarification d'autre part.

Le dispatching national d'E. d. F. résout ce problème de dispatching économique plusieurs fois par jour, d'abord pour certains points horaires du programme de production établi pour le lendemain, et ensuite si des circonstances (charge imprévue, groupe avarié) imposent une modification importante du programme. Il est même équipé pour faire le calcul «en temps réel» si cela apparaissait nécessaire.

### 3 — Equipements du Dispatching National

#### 3.1. Le Bureau de Calcul

La première installation du nouveau dispatching national fut celle du Bureau de Calcul réalisée en Février 1964.

L'équipement de calcul comprenait un calculateur RW 530 de la C. A. E., qui fut mis en service en remplacement de la table analogique à courant continu.

Pour l'exploitation, ce calculateur a joué le même rôle que la table, en servant à des analyses de situations de réseau pour la vérification des conditions de sécurité du transport. Toutefois la puissance de l'appareil a permis d'effectuer des analyses beaucoup plus nombreuses et surtout de calculer les répartitions de charge en puissance active et en puissance réactive grâce à l'utilisation d'un programme de calcul de réseaux maillés en courant alternatif.

Parallèlement était mise en place l'organisation nécessaire à la collecte des informations dans les dispatchings régionaux et à leur transmission au dispatching national. A cet effet, un réseau de transmission télégraphique à faible vitesse (50 bauds) a été créé en 1966 (l'usage de ce réseau n'étant pas exclusivement réservé aux dispatchings).

Enfin, à la même époque ont été mis au point sur l'ordinateur I. B. M. 7094 de la Direction des Etudes et Recherches, les programmes de calcul correspondant à la mise en application des méthodes nouvelles pour la détermination de la répartition optimale des productions, ainsi que les programmes relatifs aux calculs de réseaux.

Pour utiliser pleinement ces divers programmes et aussi profiter des progrès techniques réalisés par les constructeurs, il a été décidé de remplacer le calculateur RW 530 après trois ans et demi de service, par un ensemble électronique plus puissant. Le nouveau calculateur est un appareil C. A. E. de la série C 90—80, mieux adapté que le précédent à l'exécution combinée des calculs scientifiques et des traitements en temps réel; sa mise en service a été effectuée en Février 1967.

Les calculs scientifiques traités journallement comprennent d'abord la résolution exacte et complète du dispatching économique en puissance active et réactive, compte tenu des contraintes de transport, par la méthode des «Injections» et la méthode des «Transits». Les applications de ces méthodes ont pu ensuite être étendues à la résolution de l'ensemble des problèmes de la répartition journalière des productions, comportant le choix des groupes à mettre en service, la prise en compte des coûts de démarrage des groupes et de toutes les contraintes du réseau telles que les risques de déclenchement, les niveaux de tension à ne pas dépasser et les réserves tournantes minimales à constituer.

C'est ensuite pour la gestion à long terme et l'exploitation à court terme des réserves hydrauliques que de nouvelles solutions sont proposées au dispatching qui dispose désormais d'une gamme étendue de programmes de calcul utilisables à tous les niveaux de la prévision et de la conduite effective du réseau.

À côté des programmes principaux ayant trait à la répartition optimale des productions figurent, en effet, d'autres programmes de moindre envergure, mais d'une grande utilité pratique. Ce sont principalement:

- les calculs de réseaux maillés en courant alternatif, simples ou à plage de tension et de puissance réactive,
- les calculs de puissance de court-circuit,
- la détermination des limites effectives de transport, compte tenu de déclenchements éventuels,
- enfin, en cours d'étude, le programme de calcul des limites de stabilité dynamique.

La mise au point de ces méthodes et des programmes de calcul correspondants, spécialement adaptés aux conditions particulières d'utilisation de l'exploitation et pouvant être traités par des calculateurs de puissance relativement faible, ouvrent aujourd'hui des possibilités nouvelles pour les dispatchings.



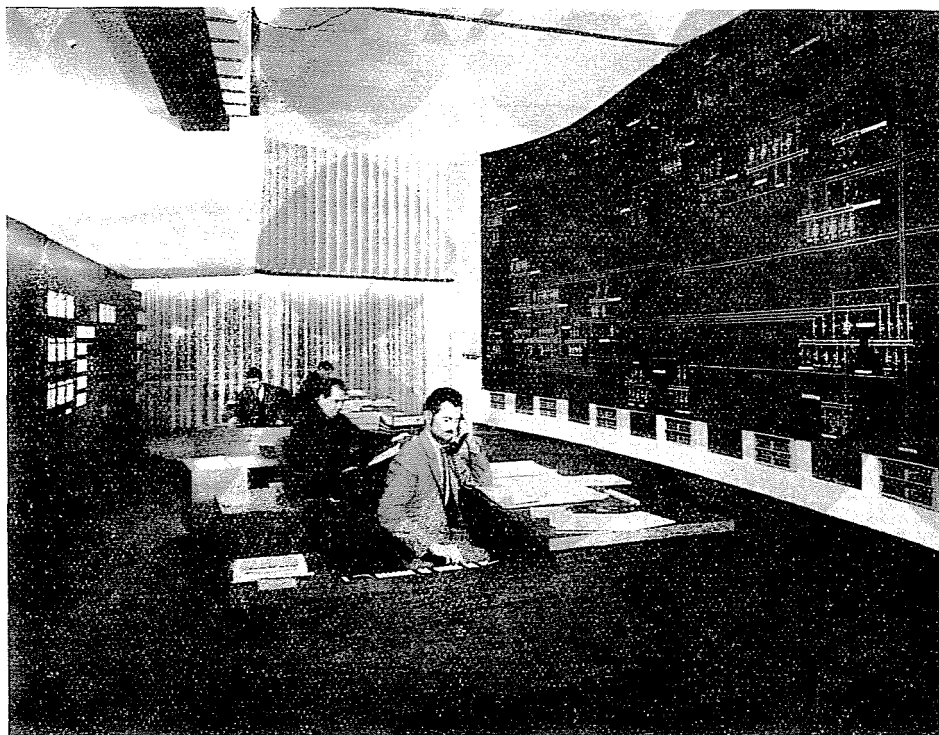


Fig. 1

### 3.2. Equipements pour la conduite du réseau

Une dizaine d'équipements modernes de télétransmission ont été installés en première étape entre les dispatchings régionaux et le dispatching national.

Le dispatching national reçoit ainsi en permanence 280 télémessures et 50 télésignalisations, chaque information étant rafraîchie toutes les dix secondes. Il est prévu que ces nombres seront portés en 1970 à 450 télémessures et 1000 télésignalisations.

Ces informations sont affichées dans la Salle de contrôle sous les yeux de l'ingénieur de permanence.

L'affichage a été étudié de façon toute particulière. Le nombre considérable d'informations à présenter au dispatcher aurait dépassé les limites des possibilités humaines si les procédés classiques de visualisation avaient été utilisés. Le système adopté, conçu de façon à réaliser un affichage à la fois clair, complet et précis, comprend plusieurs formes de visualisation différentes.

— Un tableau synoptique fournit au dispatcher une vue d'ensemble de la situation du réseau. Ce tableau représente de façon schématique les grandes lignes du réseau, sur chacune desquelles la charge est affichée de façon simpli-

fiée par un groupe de six voyants appelés «quartiles» (quatre voyants correspondant chacun au quart de la charge nominale, et deux flèches indiquant le sens du transit). Des voyants particuliers indiquent les surcharges.

— Des appareils de lecture dits «banalisés», indicateurs numériques lumineux ou enregistreurs, réalisent un affichage sélectif et précis des télémesures. Sur chacun de ces appareils le dispatcher peut faire apparaître à son gré la valeur d'une télémesure quelconque, par simple apposition d'une plaquette nominative munie de broches disposées de façon particulière à chaque mesure. Il peut ainsi mettre en surveillance certaines artères du réseau, par exemple celles qui sont momentanément les plus chargées. L'adoption de ce dispositif a apporté un gain sensible de place et d'efficacité.

— Des enregistrements permanents permettent en outre le contrôle des principales productions des différentes régions ainsi que la charge sur les lignes les plus importantes, telles que les lignes internationales.

— Une installation de télévision munie d'une commande à distance des caméras situées au dispatching régional de Paris, donne au dispatcher la possibilité de connaître la situation des principaux postes de la région parisienne, qui jouent un rôle de premier plan dans l'interconnexion générale.

Enfin, le dispatching comporte le dispositif de commande du télé réglage de la fréquence et des échanges avec les pays voisins, qui émet les signaux agissant sur les régulateurs des centrales réglantes et qui a été réalisé sur le même principe qu'auparavant, mais avec une technique améliorée.

### 3.3. *Extension des traitements en temps réel*

Peu après la mise en service du dispatching régional de Paris, un calculateur numérique y était installé en vue de réaliser un premier essai de traitement des informations en temps réel.

Malgré la relative simplicité des problèmes traités dans cette première étape, l'expérience a permis d'apprécier la fiabilité des calculateurs numériques, l'intérêt présenté par le traitement automatique, ainsi que ses possibilités effectives d'extension, notamment dans le domaine du calcul scientifique en temps réel.

Parmi les utilisations du calculateur qui seront généralisées pour la conduite du réseau et qui seront effectives en fin 1967 au Dispatching National, on peut citer en particulier les suivantes:

#### a) *Utilisation d'écrans cathodiques connectés au calculateur*

Cette forme de visualisation est certainement la meilleure qu'on puisse souhaiter. Toutes les informations mises en mémoire par le calculateur, quelle que soit leur nature, peuvent être affichées sous la forme voulue, moyennant

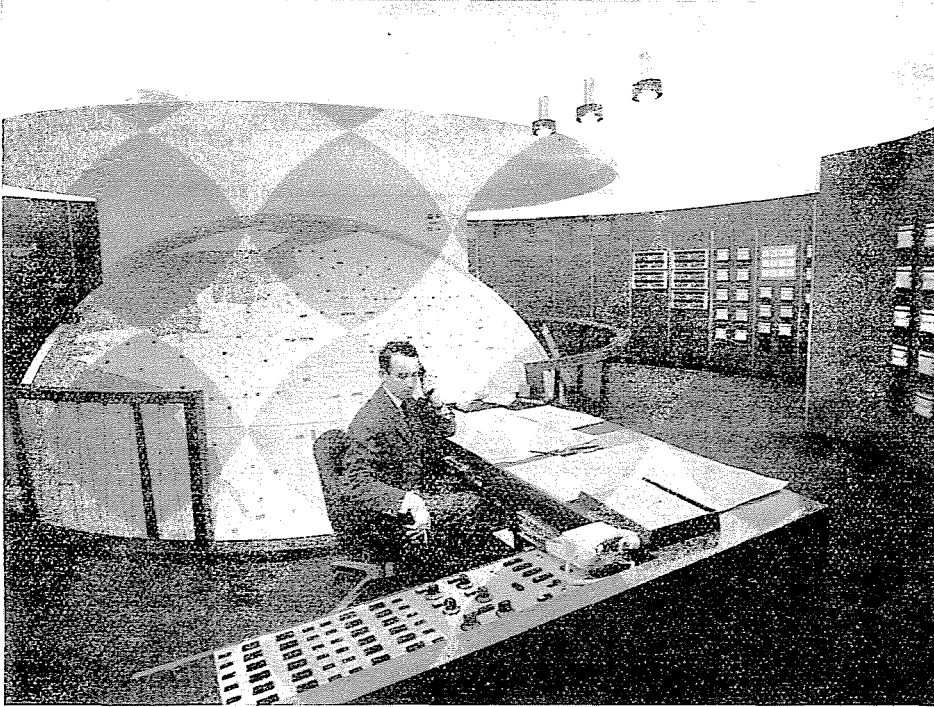


Fig. 2

une simple manipulation, ou même automatiquement suivant des critères définis à l'avance (par exemple dépassement d'un seuil).

Certains dispositifs spéciaux permettent de tracer des courbes ainsi que des schémas de postes selon la forme familière au dispatcher.

Les écrans, au nombre de deux ou trois par dispatcher, serviront principalement :

- à la mise en surveillance des charges sur les lignes,
- à la consultation d'informations sur la situation des postes,
- au contrôle automatique du réseau: affichage de dépassements de limites, de surcharges effectives, de changements d'état.

#### b) Simulation du réseau

Le fonctionnement du réseau sera représenté en calculateur et tenu à jour en permanence au moyen des télésignalisations et des télémesures.

Cette simulation est fort importante, car elle fournit le moyen de réaliser rapidement des calculs sur la situation réelle du réseau, soit pour déterminer les modifications de programme à effectuer dans les plus brefs délais, soit

pour vérifier le respect des conditions de sécurité (calculs de réseaux maillés, de courants de court-circuit, de déclenchements, et vérification des limites réelles de transport).

c) *Répartition des productions en marche réelle*

Cette application, qui nécessite une connaissance suffisamment précise de l'état du réseau, n'est actuellement qu'envisagée. La méthode qui sera employée a pour élément de base le calcul du module et de la phase de la tension aux différents noeuds du réseau. Elle présente l'avantage de n'utiliser pour la mise à jour des données que les informations provenant des télémesures existantes et par conséquent de ne pas exiger de dépenses supplémentaires en matériel de télétransmission.

d) *Contrôle du réseau à l'aide de la mesure de l'angle de phase*

Les angles de phase réels des tensions seront aussi mesurés directement en certains noeuds du réseau et télétransmis au dispatching national. Le contrôle du réseau à partir des angles de phase est susceptible de présenter un haut intérêt en régime d'incident.

### 3.4. *Organisation future de l'ensemble électronique du dispatching national*

L'exécution par un ordinateur de travaux en temps réel exige une grande sécurité de fonctionnement.

On peut supporter la perte d'une information particulière ou l'impossibilité occasionnelle de réaliser certaines opérations, mais on ne peut admettre des arrêts complets prolongés, dès lors que l'on a choisi de confier des fonctions importantes à des automatismes et qu'en outre on a pris l'habitude de compter sur eux.

Par ailleurs, l'exécution simultanée par un même ordinateur de traitements en temps réel et de calculs scientifiques de bonne taille, comme les calculs de réseaux ou ceux de répartition des productions, aurait conduit au choix d'une grosse machine, ce qui n'était pas conforme aux objectifs.

La résolution retenue consiste à adjoindre un ordinateur «temps réel» au ordinateur principal et à réaliser une commutation automatique sur ce dernier, de tous les traitements temps réel en cas de nécessité.

C'est ainsi qu'à côté du ordinateur principal C 90—80 du dispatching national a été mis en service, en Juillet 1967, un ordinateur C 90—40 de moindre puissance spécialisé dans l'exécution des traitements en temps réel.

L'ensemble électronique ainsi formé, bien que de taille modeste devant les grands ordinateurs scientifiques et les grands ensembles de gestion, possède

dera cependant une puissance considérable par rapport à celle des moyens existant précédemment.

Il est envisagé en outre de donner au dispatching national la possibilité d'utiliser l'ordinateur de grande puissance C. D. C. 6600 installé au Centre de Calcul de la Direction des Etudes et Recherches à Fontenay, en établissant une liaison à grande vitesse entre Monceau et Fontenay.

Cette liaison, qui sera mise en service en 1968, apportera au dispatching une puissance de calcul complémentaire importante; elle lui permettra de traiter les problèmes particuliers de très grande taille ainsi que ceux qui n'entrent pas directement dans le cadre de l'exploitation du réseau, tels que l'élaboration des statistiques et la facturation aux Centres de Distribution et aux clients du Service National. La liaison avec le C. D. C. 6600 peut constituer en outre un secours pour les traitements scientifiques du dispatching, en cas d'arrêt du calculateur C 90—80.

Enfin, au fur et à mesure de la modernisation des dispatchings régionaux, les ensembles électroniques qui les équiperont seront d'abord connectés au réseau télégraphique de la Direction de la Production et du Transport, puis ultérieurement à des liaisons à plus grande vitesse, afin d'assurer automatiquement la collecte des nombreuses données d'exploitations nécessaires au dispatching national, et en sens inverse, la transmission aux dispatchings régionaux des résultats des programmes.

R. PELISSIER, Professeur à l'Ecole Supérieure d'Electricité, Paris