

# BETRACHTUNGEN ZU OBERWELLENPROBLEMEN AN ASYNCHRONMOTOREN BEI STROMRICHTERSPEISUNG

Von

I. RÁCZ

Lehrstuhl für Elektrische Maschinen, Technische Universität Budapest  
(Eingegangen am 18. November 1966)

## 1. Einleitung

Bei stromrichtergespeisten Asynchronmotoren löst jede Umschaltung der steuerbaren Ventile einen Schaltvorgang aus; der Motor befindet sich ständig im transienten Zustand. Zum Studium solcher Vorgänge ist die Anwendung der Parkschen Vektoren eine der zweckmäßigsten Methoden. Diese Vektoren, die aus drei Phasengrößen zusammengesetzt sind, ermöglichen es, mit wenigen Gleichungen zu arbeiten, sie stimmen mit den Richtungen der in der Maschine befindlichen physikalischen Größen überein, und schließlich sind die Vektordiagramme bzw. -bahnen anschaulicher als die mit den Momentanwerten der Phasengrößen hergestellten Zeichnungen.

In diesem Beitrag soll die vektorielle Methode auf die Oberwellenanalyse bei der stromrichtergespeisten Asynchronmaschine angewendet werden. Für stationäre Betriebszustände lassen sich die Stromkurve und die Pendelmomente entweder in geschlossener Form oder mit Fourierschen Reihen einfach berechnen. Die Ergebnisse gelten für einen idealen Wechselrichter mit ausgeprägtem Gleichstromzwischenkreis mit oder ohne Pulssteuerung. Zum Abschluß werden das Strukturbild und die Übertragungsfunktionen des frequenzgeregelten Motors angegeben.

## 2. Definition der Vektoren

Die Parkschen Vektoren (wie z. B. der Vektor  $\bar{u}$  der Spannungen) haben folgende Definition (s. Bild 1):

$$\bar{u} = \frac{2}{3} (u_a + \bar{a}u_b + \bar{a}^2 u_c), \quad (1)$$

$$\bar{a} = e^{j2\pi/3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\bar{a}^2 = e^{j4\pi/3} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$u_a, u_b$  und  $u_c$  sind die Momentanwerte der Phasenspannungen. Die Vektoren  $1, \bar{a}$  und  $\bar{a}^2$  bezeichnen die in Richtung der Phasenachsen  $a, b$  und  $c$  zeigenden Einheitsvektoren. In der überwiegenden Zahl der praktisch vorkommenden Fälle sind die Nullkomponenten gleich Null:

$$u_0 = \frac{1}{3}(u_a + u_b + u_c) = 0; \quad (2)$$

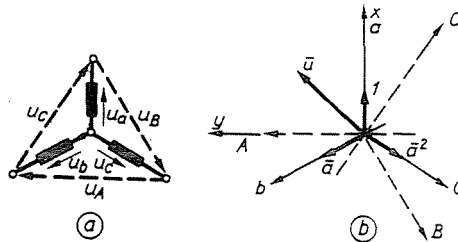


Bild 1. Darstellung des Spannungsvektors bei Drehfeldmaschinen

a) Momentanwerte der Strang- und verketteten Spannungen; b) Spannungsvektor und Bezugsachsen

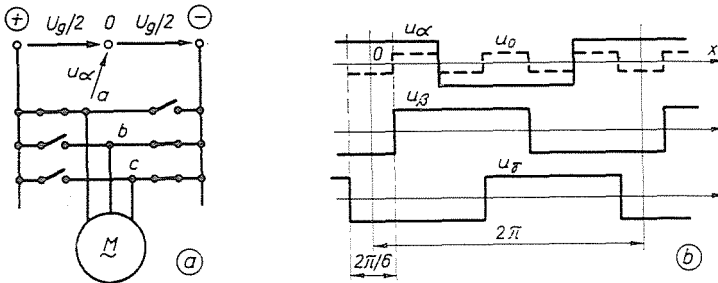


Bild 2. Wechselrichtergespeister Drehfeldmotor  
a) Prinzipschaltung; b) Spannungsmomentanwerte

dann bestimmen die Projektionen des Spannungsvektors  $\bar{u}$  auf die betreffenden Phasenachsen eindeutig die Phasengrößen  $u_a, u_b, u_c$ :

$$\begin{aligned} u_a &= \operatorname{Re} \{ \bar{u} \} + u_0, \\ u_b &= \operatorname{Re} \{ \bar{a}^2 \bar{u} \} + u_0, \\ u_c &= \operatorname{Re} \{ \bar{a} \bar{u} \} + u_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Die verketteten Spannungen ergeben sich aus den Phasengrößen:

$$\begin{aligned} u_A &= u_b - u_c, \\ u_B &= u_c - u_a, \\ u_C &= u_a - u_b; \end{aligned} \quad (4)$$

der aus ihnen gebildete Spannungsvektor hat den Wert

$$\bar{u}_\Delta = \frac{2}{3} (u_A + \bar{a}u_B + \bar{a}^2 u_C), \quad (5a)$$

$$\bar{u}_\Delta = (\bar{a}^2 - \bar{a}) \bar{u} = -j\sqrt{3} \bar{u}. \quad (5b)$$

Es läßt sich beweisen, daß die Projektionen des Vektors  $\bar{u}$  auf die Achsen  $A$ ,  $B$  und  $C$  die Augenblickswerte der verketteten Spannungen ergeben, wenn eine Maßstabsänderung um  $\sqrt{3}$  vorgenommen wird [s. Gl. (5b)]. In ähnlicher Weise bestimmt ein Stromvektor die Momentanwerte der Linien und Phasenströme.

Um den Vektor auf dem Schirm eines Kathodenstrahloszillographen aufzeichnen zu können, sollen seine zwei rechtwinkligen Koordinaten an die Ablenkplattenpaare angelegt werden. Man zerlegt dazu den Ausdruck aus Gl. (1) in seinen Realteil ( $x$ -Ablenkung) und in seinen Imaginärteil ( $y$ -Ablenkung):

$$u_x = \frac{2}{3} u_a - \frac{1}{3} (u_b + u_c), \quad (6a)$$

$$u_y = \frac{1}{\sqrt{3}} (u_b - u_c). \quad (6b)$$

Unter der Voraussetzung, daß ein Nullsystem nicht vorhanden ist, ergibt sich:

$$u_x = - (u_b + u_c), \quad (6c)$$

$$u_y = \frac{1}{\sqrt{3}} (u_b - u_c). \quad (6d)$$

Bild 2 zeigt die idealisierte Schaltung des durch einen Wechselrichter gespeisten Drehstrommotors. Je ein Schalter stellt einen Thyristor und eine Rückstromdiode einschließlich der Kommutierungseinrichtung dar. Da die Spannungen an den Klemmen der Ständerwicklung während eines Sechstels der Periode konstant sind, ist auch ihr Vektor konstant. Für diesen Bereich gilt:

$$u_x = \frac{U_g}{2}, \quad u_y = \frac{U_g}{2}. \quad (7)$$

Der Spannungsvektor wird in diesem Falle aus dem durch willkürliche Festlegung des Bezugspunktes 0 gebildeten Spannungssystem  $u_x, u_y, u_z$  nach der Definitionsgleichung (1) berechnet:

$$\bar{u} = \frac{2}{3} \frac{U_g}{2} (1 - \bar{a} - \bar{a}^2) = \frac{2}{3} U_g = U. \quad (8)$$

Führt man die Berechnung für die folgenden Sechstel der Periode durch, was nur einen Vorzeichen- und Phasenwechsel bedeutet, so erhält man stets Vektoren vom gleichen Betrag, aber mit jeweils um  $60^\circ$  vergrößertem Winkel.

Bild 3a zeigt, wie sich der resultierende Spannungsvektor beim Umschalten der Phase  $\beta$  ändert. Er dreht sich in Sprüngen von  $60^\circ$  statt der gleichmäßigen Drehung mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1$ , die bei sinusförmigen Spannungen auftritt (Bild 3b).

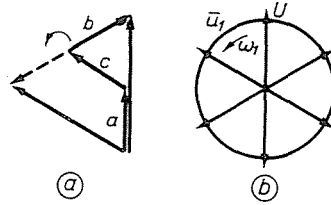


Bild 3. Drehung des Spannungsvektors

a) Entstehung eines Winkelschrittes; b) Der Spannungsvektor und seine Grundwelle

### 3. Spannungsoberwellen

Der Spannungsvektor läßt sich in eine Fourierreihe zerlegen:

$$\bar{u}(t) = \sum \bar{u}_\nu e^{j\nu x} = \bar{u}_1 e^{jx} + \Delta \bar{u}. \quad (9)$$

Hierin bedeutet  $x = \omega_1 t$  den Grundwellenwinkel. Entsprechend der sechsseitigen Symmetrie treten nur Oberwellen von der Ordnungszahl

$$\nu = 1 + 6k \quad (10)$$

auf, wobei  $k = \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots$  ist. Damit nimmt die Ordnungszahl die Werte  $\nu = \dots -11, -5, 1, 7, 13 \dots$  an. Die Zeitfunktion kann auch in zwei Teile zerlegt werden, in die Grundwelle und die Abweichung von ihr (s. Gl. 9).

Die Amplituden der Oberwellen können mit einem Integral berechnet werden. Wegen der sechsseitigen Symmetrie ist es zulässig, über ein Sechstel der Periode ( $\pi/3$ ) zu integrieren. Da  $\bar{u}$  in diesem Bereich konstant ist (Gl. 8):

$$\bar{u} = U, \text{ bei } -\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{6},$$

erhält man sehr einfach für die Amplituden

$$\hat{U}_\nu = \frac{3}{\pi} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \bar{u} e^{-j\nu x} dx = \frac{3}{\pi} (-1)^k \frac{U}{\nu}. \quad (11)$$

Für die Grundwelle ergibt sich

$$\hat{U}_1 = \frac{3}{\pi} U. \tag{12}$$

Bei Dreiphasenmaschinen wird als Betriebsspannung der Effektivwert der verketteten Spannung angegeben. Ihr Wert kann aus der Gleichspannung  $U_g$  abgeleitet werden:

$$U_{1B} = \frac{\sqrt{3} \cdot \hat{U}_1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{3}{\pi} \frac{2}{3} U_g = 0,78 U_g. \tag{13}$$

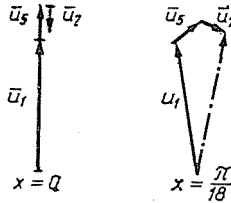


Bild 4. Bildung des Spannungsvektors aus der Grundwelle und den bedeutendsten Oberwellen

Bild 4 zeigt, wie die Zeitfunktion  $\bar{u}(t)$  aus den ersten Gliedern der vektoriiellen Fourier-Reihe angenähert werden kann. Außer der Grundwelle wurden die 5. und 7. Oberwelle aufgezeichnet. Die linke Seite der Abbildung ist für den Zeitpunkt  $t = 0$ , d. h.  $x = 0$  gültig, und die rechte für einen um  $10^\circ$  späteren Moment. Die Resultierende bleibt beinahe konstant.

Für die zusätzlichen Verluste, die dem Quadrat der Spannung proportional sind, ist der Spannungsklirrfaktor  $k_u$  kennzeichnend. Da das Quadrat des Effektivwertes dem mittleren Spannungsquadrat proportional ist, kann er aus den folgenden Formeln errechnet werden. Es sei bemerkt, daß die Integralformel (Gl. 14) oft einfacher ist als die Berechnung mit Hilfe der unendlichen Reihe (Gl. 15):

$$k_u = \frac{U_{\text{eff}}^2 - U_1^2}{U_1^2} = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{u} \bar{u}^* dx - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \bar{u}_1 \bar{u}_1^* dx}{|\bar{u}_1|^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{\int_0^{2\pi} \Delta \bar{u} \Delta \bar{u}^* dx}{|\bar{u}_1|^2}; \tag{14}$$

$$k_u = \frac{\pi^2 - 9}{9} = 0,0966 = \frac{P_{wz}}{P_{w1}};$$

$$k_u = \frac{\sum_{v \neq 1} U_v^2 \text{eff}}{U_1^2 \text{eff}} = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{11^2} + \frac{1}{13^2} + \dots \quad (15)$$

Die Größe  $\bar{u}^*$  ist der konjugiert komplexe Ausdruck von  $\bar{u}$ .

Bild 5 zeigt das Oszillogramm des Spannungsvektors. Diese und die

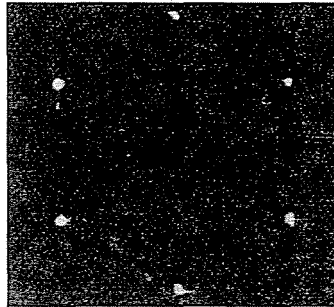


Bild 5. Oszillogramm des Spannungsvektors

folgenden Aufnahmen wurden an einer 250-W-Asynchronmaschine gemacht, die durch Transistoren im Schaltbetrieb gespeist wurde.\*

#### 4. Stromoberwellen

Für die Untersuchung der Ströme sei zunächst vorausgesetzt, daß die Drehzahl konstant ist, daß also die Gleichungen des Motors linear sind. Dann kann das Superpositionsprinzip angewendet werden:

$$\omega = \text{const.}; \quad \bar{i}(t) = \Sigma \bar{i}_v e^{jv\omega t} = \bar{i}_1 e^{j\omega t} + \Delta \bar{i}. \quad (16)$$

Die Stromoberwellen können im stationären Zustand aus ihren Spannungen berechnet werden:

$$\bar{i}_v = \frac{\bar{u}_v}{Z(v\omega_1, \omega)}. \quad (17)$$

Hierbei ist  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit des Läufers in elektrischen Winkeln pro Zeiteinheit.

\* Später wurden ähnliche Vektor-Oszillogramme von einer über Thyristor-Wechselrichter gespeisten 3-kW-Asynchronmaschine aufgenommen.

Da den einzelnen Oberwellen der Spannung symmetrische, sinusförmige Dreiphasenspannungen entsprechen, kann die Impedanz aus der Ersatzschaltung für den normalen Betrieb (s. Bild 6a) bestimmt werden, wobei zu berücksichtigen ist, daß der Schlupf, auf die  $\nu$ -te Oberwelle bezogen,

$$s_\nu = \frac{\nu\omega_1 - \omega}{\nu\omega_1} = \frac{\nu\omega_1 - (1 - s_1)\omega_1}{\nu\omega_1} = \frac{\nu - 1 + s_1}{\nu} \approx 1 - \frac{1}{\nu} \quad (18)$$

ist.

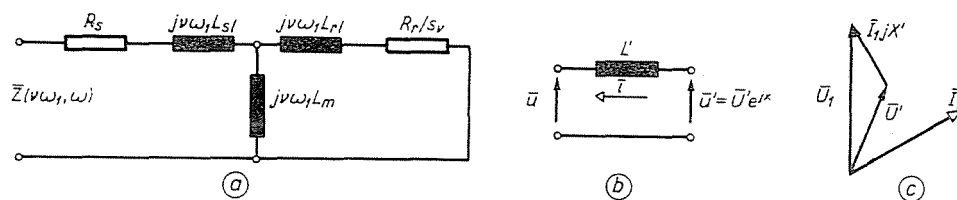


Bild 6. Ersatzschaltbilder der Asynchronmaschine

a) Herkömmliches Ersatzschaltbild; b) Vereinfachtes modifiziertes Ersatzschaltbild; d) Vektoren zur Bildung der Spannungsgrundwelle

Aus der Operatorenimpedanz von Asynchronmaschinen läßt sich nachweisen, daß die Impedanz von Motoren mit einfachem Käfigläufer auch in dieser Form aufgeschrieben werden kann:

$$Z(\nu\omega_1, \omega) = R_s \frac{1 + pT_{r0} + pT_{s0}(1 + pT'_r) - j\omega T_{r0}(1 + pT'_s)}{1 + pT_{r0} - j\omega T_{r0}} \quad (19)$$

worin  $R_s$  den Wirkwiderstand der Ständerwicklung,  $T_{s0}$  und  $T'_s = \sigma T_{s0}$  bzw.  $T_{r0}$  und  $T'_r = \sigma T_{r0}$  die Leerlauf- und die transienten Zeitkonstanten des Ständers bzw. des Läufers bezeichnen, während  $p = j\nu\omega_1$  ist.

Nach Ermittlung der Stromamplituden kann die Fourier-Reihe des Stromes aufgeschrieben werden. Dieses Verfahren ist ziemlich langwierig.

Bei nicht zu kleinen Grundfrequenzen (über 5 . . . 10 Hz) dürfen in den Impedanzen für die Oberwellen die Wirkwiderstände vernachlässigt werden. Es gilt dann die Näherungsformel

$$Z(\nu\omega_1; \omega) \approx j\nu X' = j\nu\omega_1 L'; \quad \nu \neq 1, \quad (20)$$

in der  $L'$  die Kurzschlußinduktivität (transiente Induktivität) des Motors bezeichnet, die etwa gleich der Summe der primären und sekundären Streuinduktivitäten ist. Die Vektoren der Oberwellenströme haben dann die Größe

$$\bar{i}_\nu = \frac{\bar{u}_\nu}{j\nu X'} = \frac{3}{\pi} (-1)^k \frac{U}{jX'} \frac{1}{\nu^2}; \quad \nu \neq 1. \quad (21)$$

Damit ist eine einfache Ersatzschaltung für alle Oberwellen mit sehr guter Näherung gültig. Um den Gültigkeitsbereich auch auf die Grundwelle des Stromes zu erweitern, kann eine geeignete Spannung  $\bar{u}'$  der Grundfrequenz an die rechten Klemmen angelegt werden (s. Bild 6b).

So wird die Ersatzschaltung für den vollen Strom und auf die Augenblickswerte bezogen gültig. Der Ausdruck  $\bar{u}'$  ist der Vektor der hinter der transienten Reaktanz befindlichen Spannungen. Er enthält nur die Grundwelle; das sei durch Gl. (22) ausgedrückt:

$$\bar{u}' = \bar{U}' \cdot e^{j\omega_1 t}. \quad (22)$$

$\bar{u}'$  muß so angenommen werden, daß sich der Vektor des Grundwellenstromes aus der Formel

$$\bar{i}_1 = \frac{\bar{u}_1 - \bar{u}'}{jX'} \quad (23)$$

richtig ergibt (Bild 6c). Damit sind die Widerstände für die Grundwelle in der Ersatzschaltung nach Bild 6b genau berücksichtigt.

Mit dieser Näherung läßt sich die Zeitfunktion des Stromes auch ohne Zerlegung in Oberwellen einfach bestimmen:

$$\bar{u} = \bar{u}_1 e^{j\omega_1 t} + \Delta\bar{u}, \quad (9)$$

$$\bar{i} = \bar{i}_1 e^{j\omega_1 t} + \Delta\bar{i}. \quad (16)$$

Entsprechend der Ersatzschaltung nach Bild 6b gilt

$$\Delta\bar{u} = L' \frac{d\Delta\bar{i}}{dt}, \quad (24)$$

$$\Delta\bar{i} = \frac{1}{L'} \cdot \int \Delta\bar{u} dt = \frac{1}{L'} (\int \bar{u} dt - \int \bar{u}_1 e^{j\omega_1 t} dt). \quad (25)$$

Unter Verwendung des verketteten Flusses  $\bar{\Psi}$  läßt sich die Spannungsgleichung des Ständers in Vektorform schreiben:

$$\bar{u} = \bar{i} R + \frac{d\bar{\Psi}}{dt}. \quad (26a)$$

Da die Wirkwiderstände vernachlässigt werden können, ist  $\bar{u}$  der Geschwindigkeitsvektor von  $\bar{\Psi}$  bzw.  $\bar{\Psi}$  das Integral von  $\bar{u}$ :

$$\bar{u} \approx \frac{d\bar{\Psi}}{dt}, \quad (26b)$$



$$\int \bar{u} dt = \bar{\Psi}. \quad (26c)$$

Das bedeutet für die Grundwelle

$$\int \bar{u}_1 dt = \bar{\Psi}_1. \quad (26d)$$

In einem Sechstel der Periode ist  $\bar{u}$  konstant, wodurch die Integration sehr einfach ist. Die Integrationskonstante ist dadurch bestimmt, daß die Kurve von  $\bar{\Psi}$  im stationären Zustand eine sechsseitige Symmetrie zeigen muß. Da

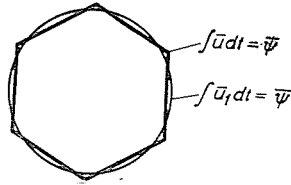


Bild 7. Zeitlicher Verlauf des Flußvektors

$\bar{\Psi}(t)$  eine Gerade ist, kann das nur in Form eines regelmäßigen Sechseckes erfüllt werden. Bei jedem Umschalten ändert sich die Richtung des Geschwindigkeitsvektors.

Der zur Spannungsgrundwelle gehörende Fluß  $\bar{\Psi}_1$  beschreibt einen Kreis. Die Flußabweichungen  $\Delta\bar{\Psi}$  können aus den Abweichungen des Sechsecks vom Kreis (Bild 7) konstruiert oder genauer berechnet werden. Der zusätzliche Strom ergibt sich aus der Flußabweichung zu

$$\Delta\bar{i} = \frac{\Delta\bar{\Psi}}{L'}. \quad (27)$$

Übersichtlichere Verhältnisse erhält man in einem mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1$  umlaufenden Koordinatensystem, wenn man also sämtliche Vektoren um den Winkel der Spannungsgrundwelle zurückdreht:

$$\bar{i}^+ = \bar{i} \cdot \bar{e}^{jx} = \bar{i}_1 + \Delta\bar{i}^+. \quad (28)$$

Darin ist der Augenblickswert der Vektoren im neuen System mit einem Kreuz gekennzeichnet.

Für den zusätzlichen Strom erhält man:

$$\Delta\bar{i}^+ = \frac{\bar{u}_1}{jX'} \left[ -1 + \left( \frac{\pi^2}{6\sqrt{3}} + j \frac{\pi}{3} \cdot x \right) \bar{e}^{jx} \right]. \quad (29)$$

Hierin ist  $\frac{\bar{u}_1}{X'}$  der Höchstwert des zur Spannungsgrundwelle gehörenden

idealen Kurzschlußstromes ( $R = 0$ ). Da bei Frequenzänderung  $\bar{u}_1/X$  gewöhnlich — mit Ausnahme der kleinsten Frequenzen — auf einem konstanten Wert gehalten wird, bleibt der vorher ermittelte zusätzliche Strom unverändert, wie hoch auch immer die speisende Frequenz und wie groß auch immer der Schlupf sein mag.

Bild 8 zeigt das übliche Kreisdiagramm eines Asynchronmotors, das eigentlich den geometrischen Ort der im synchron umlaufenden Koordinatensystem konstanten Ströme  $\bar{i}_1$  für verschiedene Schlupfwerte darstellt. Wird

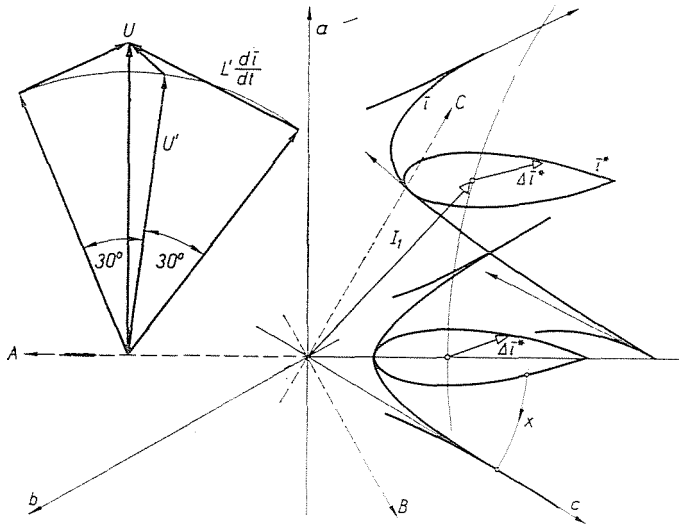


Bild 8. Bahnen des Stromvektors im stehenden und umlaufenden Koordinatensystem

der Ständerwirkwiderstand vernachlässigt, ist derselbe Kreis für die verschiedenen Grundfrequenzen gültig. Addiert man die früher bestimmten zusätzlichen Ströme  $\Delta \bar{i}^*$  zu den Strömen  $\bar{i}_1$ , so erhält man die vollen Ströme, deren Endpunkt einmal in jedem Sechstel der Periode die blattförmige Kurve durchläuft. Aus ihnen kann man mit einer Drehung von  $e^{jx}$  in das stehende Koordinatensystem zurückkehren. Bild 8 zeigt die so gewonnenen Stromkurven für Leerlauf und Nennlast.

Aus diesen Bahnen des Vektorendpunktes erhält man durch entsprechende Projektionen die Augenblickswerte der Phasenströme und verketteten Ströme sowie den Strom der speisenden Gleichstromquelle, weil der letztere in jedem Sechstel der Periode mit einem der Linienströme übereinstimmt.

Um die Kurvenform besser zu veranschaulichen, zeigt die linke Seite des Bildes die Spannungsverhältnisse während eines Sechstels der Periode. Die Klemmenspannung ist konstant, und die Spannung hinter der transienten Reaktanz dreht sich gleichmäßig um  $60^\circ$ . Die Differenz dieser Spannungen

bestimmt die Geschwindigkeit des Stromvektors; sie ist in drei Punkten auf beiden Bildern aufgezeichnet. Es ist sichtbar, daß der Stromvektor in der Mitte der Sechstelperiode langsamer läuft als an den Rändern. Bei Belastung bleibt die transiente Spannung in der Phase zurück; deshalb wird sich die Geschwindigkeit am linken Rand verkleinern, am anderen vergrößern.

Im folgenden seien einige Stromvektoroszillogramme dargestellt. Bild 9a zeigt die Stromvektoren eines mit 25 Hz gespeisten Motors im Leerlauf. Da der Grundwellengehalt gering ist, weicht die Form vom Kreis bedeutend ab.

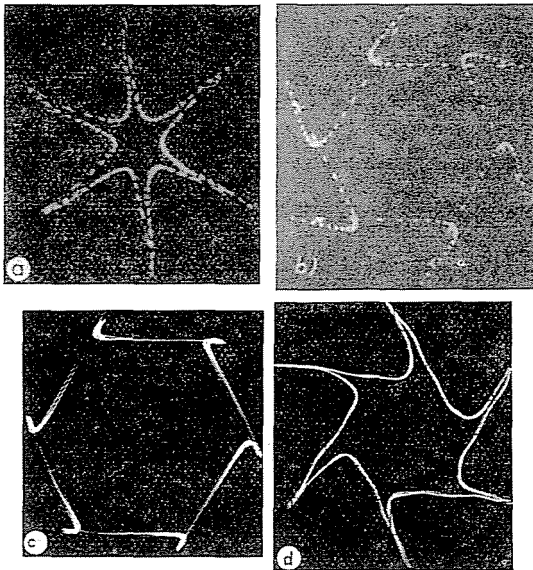


Bild 9. Oszillogramme von Stromvektoren des Asynchronmotors  
a) Leerlauf; b) Belastung; c) stärkere Belastung; d) Generatorbetrieb

Die Bilder 9b und 9c zeigen den Strom bei größeren Belastungen: die Abweichung vom Kreis wird immer kleiner. Um die Zeit ablesen zu können, wurde die Intensität des Kathodenstrahles durch Impulse gesteuert. Bei diesen Aufnahmen war die Frequenz der Zeitmarkierung 3000 Hz. Wo die Punkte dicht nebeneinander liegen, läuft der Vektor langsam. Bild 9d zeigt den Strom im Generatorbetrieb. Die Geschwindigkeit verkleinert sich am anderen Rande, weil der Vektor der transienten Spannung in entgegengesetzter Richtung verschoben ist.

Bild 10 ist die übliche Aufnahme eines Phasenstromes über der Zeit. Es wird deutlich, daß ein Vektoroszillogramm leichter zu überblicken ist. Es genügt, sich nur mit einem Sechstel der Bahn zu befassen. Bei den üblichen Oszillogrammen muß man dagegen alle drei Phasen oder drei Abschnitte einer Aufnahme betrachten.

Bei der Aufnahme des Bildes 11 wurde ein kurzzeitiger Kurzschluß zwischen jedes Umschalten eingeschoben. Die Form der Stromkurve kann auf Grund des folgenden Bildes erklärt werden (Bild 12). Der Endpunkt der Klemmenspannung ist vor dem Umschalten im Punkt *A*, während des Kurzschlusses im Nullpunkt *C* und nach dem Umschalten im Punkt *B*. Die transiente Spannung, die beinahe mit der Grundwelle der Klemmenspannung

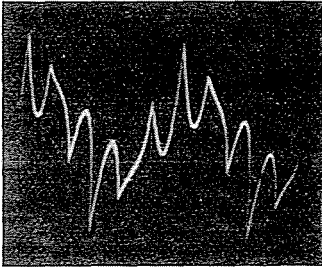


Bild 10. Herkömmliches Oszillogramm eines Phasenstromes als Funktion der Zeit

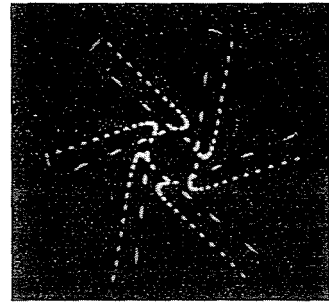


Bild 11. Oszillogramm des Stromvektors bei kurzzeitigem periodischem Kurzschluß

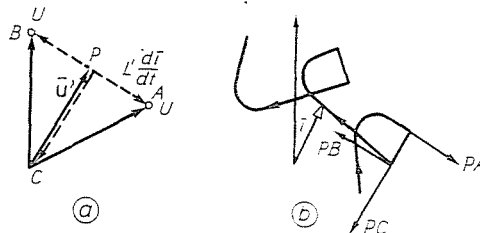


Bild 12. Graphische Darstellung der Vektorbahn entsprechend Bild 11  
a) Vektordiagramm; b) Bahn des Stromvektors bei kurzzeitigem Kurzschluß

zusammenfällt, liegt etwa in der Mitte. Die gestrichelt eingezeichneten Spannungsunterschiede sind die Spannungsabfälle an der transienten Induktivität. Sie sind dem Geschwindigkeitsvektor des Stromes proportional. Die sprungartigen Änderungen der Geschwindigkeit erklären die Knickpunkte der Stromkurve.

Die Flußabweichungen bestimmen die Stromabweichungen (s. Gl. 27), außerdem ist die Zeitfunktion des Flusses einfach (Bild 7). Es liegt daher nahe, den für die zusätzlichen Kupferverluste maßgeblichen quadratischen Verlustfaktor  $k_i$  aus der Formel des entsprechenden Faktors für die Flüsse  $k_\psi$  herzuleiten. Für  $k_\psi$  erhält man

$$k_\psi = \frac{|\Delta \bar{\Psi}|_{\text{eff}}^2}{\Psi_{1\text{eff}}^2} = \frac{5\pi^4}{2 \cdot 3^5} - 1 = 0,00215, \quad (30a)$$

$$k_{\Psi} = \frac{1}{5^4} + \frac{1}{7^4} = \frac{1}{11^4} + \frac{1}{13^4} + \dots \quad (30b)$$

Die Integration geht wie bei der Gl. (14) auch hier schneller als das Summieren der Reihe. Der Verlustfaktor  $k_i$  wird in ähnlicher Weise bestimmt:

$$\begin{aligned} k_i &= \frac{|\Delta \bar{i}|_{\text{eff}}^2}{I_{1\text{eff}}^2} = \frac{|\Delta \bar{\Psi}|_{\text{eff}}^2}{L'^2 I_{1\text{eff}}^2}, \\ &= \frac{|\Delta \bar{\Psi}|_{\text{eff}}^2}{\Psi_{1\text{eff}}^2} \cdot \frac{\Psi_{1\text{eff}}^2}{L'^2 I_{1\text{eff}}^2} = k_{\Psi} \left( \frac{U_{1\text{eff}}}{I_{1\text{eff}} X'} \right)^2. \end{aligned} \quad (31)$$

Die Grundwelle des Motorstromes soll gleich dem Nennstrom sein ( $I_{1\text{eff}} = I_n$ ). Nimmt man den Kurzschlußstrom des Motors als den fünffachen Nennstrom an:

$$\frac{U_{1\text{eff}}}{X'} = 5 I_N, \quad (32)$$

dann ist der Stromverlustfaktor

$$k_{iN} = 25 \cdot 0,00215 = 0,0504.$$

Da die Oberwellen des Primärstromes einen nahezu gleichen Sekundärstrom hervorrufen, können die zusätzlichen Kupferverluste nach Gl. (33) abgeschätzt werden:

$$\frac{P_{\text{Cu zus}}}{P_{\text{Cu SN}}} = k_{iN} \frac{R_S + R'_R}{R_S} \approx 0,05 \cdot 3 = 0,15. \quad (33)$$

Die Werte der im Zähler stehenden Ständer- und Läuferwirkwiderstände sollen etwa denen bei sechsfacher Grundfrequenz entsprechen.

Die auf der einfachen Ersatzschaltung beruhende Berechnungsmethode kann auch bei Synchronmaschinen angewendet werden. Flußabweichungen zwischen Sechseck und Kreis können in der gleichen Weise konstruiert werden. Zur Bestimmung der zusätzlichen Ströme müssen sie aber in  $d-q$ -Komponenten zerlegt werden.

Die Berechnung der Ströme ist nur mit den obenerwähnten Näherungen einfach, die bei kleineren Frequenzen nicht anwendbar sind. In diesem Bereich sind die Verhältnisse viel verwickelter, weil die Zeitkonstanten der Maschine im Vergleich zu den Umschaltzeiten eine immer größere Rolle spielen. Auch vom Gesichtspunkt der qualitativen Bilder sind mehrere Fälle zu unterscheiden.

Bild 13a zeigt den Strom eines mit 1,33 Hz gespeisten Motors, dessen Läufer befestigt war. Der Strom ändert sich anfangs schnell, der Sreunungszeitkonstante entsprechend, dann langsam mit der Zeitkonstante des Hauptflusses. Unter dem größeren Einfluß der Wirkwiderstände kommt die Stromkurve den sechziggradigen Sprüngen der Spannung näher. Bei der Aufnahme des Bildes 13b war die Frequenz dieselbe wie vorher, nur der Läufer wurde freigelassen. Ist die Frequenz so klein, wird auch die Bewegung des Läufers sprungartig. Damit hängt die Form der Stromkurve davon ab, wie groß die mit dem Läufer verbundenen Trägheitsmomente sind.

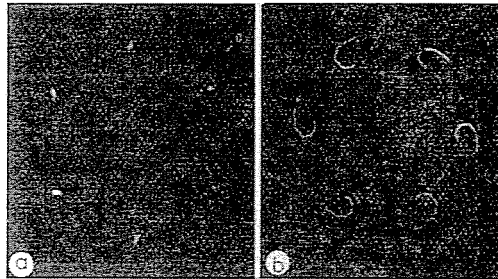


Bild 13. Oszillogramm des Stromvektors für eine Speisespannung mit der Grundfrequenz  $f_1 = 1,33$  Hz  
a) festgebremster Rotor; b) frei laufender Rotor

Sind die Trägheitsmomente so groß, daß man konstante Winkelgeschwindigkeit annehmen darf, dann kann die Stromkurve auch unter Berücksichtigung der Wirkwiderstände berechnet werden.

Betrachtet man die Vorgänge zwischen zwei Umschaltungen als einen transienten Vorgang, so kann der Strom in der Form

$$\bar{i}(t) = \frac{\bar{u}}{R_s} + \bar{A}_1 e^{p_1 t} + \bar{A}_2 e^{p_2 t} \quad (34)$$

aufgeschrieben werden.  $\bar{u}/R_s$  ist der Gleichstrom, der sich aus der in diesem Zeitintervall konstanten Spannung ergibt. Die anderen zwei Glieder stellen die freien Stromkomponenten dar. Die Größen  $p_1$  und  $p_2$  bezeichnen die Wurzeln der charakteristischen Gleichung. Die Amplituden  $\bar{A}_1$  und  $\bar{A}_2$  der freien Ströme hängen von den Anfangsbedingungen ab. Im periodischen Schaltbetrieb können sie aus den folgenden zwei Bedingungen berechnet werden:

a) Am Anfang und am Ende einer Schaltperiode haben die Stromvektoren gleichen Betrag und einen um  $60^\circ$  veränderten Raumwinkel:

$$-t_1 < t < t_1; \quad t_1 = \frac{\pi}{6\omega_1}, \quad \bar{i}(-t_1) e^{j\pi/6} = \bar{i}(t_1) e^{-j\pi/6}. \quad (35)$$

b) Die Grundwelle des Stromes ist bekannt:

$$\frac{3\omega_1}{\pi} \int_{-t_1}^{t_1} \bar{i} \cdot e^{-j\omega_1 t} dt = \bar{i}_1. \quad (36)$$

Damit erhält man

$$\bar{A}_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} \cdot \frac{-\bar{i}_1 \alpha_2 + \frac{\bar{u}}{R_s} \left( \frac{j}{2} + \frac{3}{\pi} \alpha_2 \right)}{\sin h \alpha_1}. \quad (37)$$

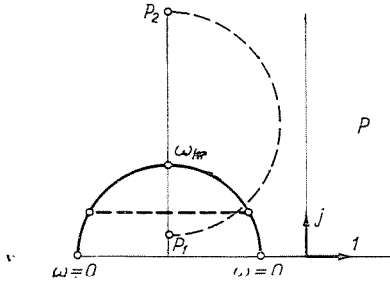


Bild 14. Wurzeln der charakteristischen Maschinen-Gleichung

Die Werte  $\alpha_k$  sind wie folgt mit den Wurzeln der charakteristischen Gleichung verknüpft:

$$\alpha_k = p_k t_1 - j \frac{\pi}{6}. \quad (38)$$

Für  $\bar{A}_2$  gilt eine ähnliche Formel, in der die Indizes 1 und 2 vertauscht sind.

Die charakteristische Gleichung hat die Form

$$p^2 + p \left( \frac{1}{T'_s} + \frac{1}{T'_r} - j\omega \right) + \frac{1}{T'_s} \left( \frac{1}{T_{r0}} - j\omega \right) = 0; \quad (39)$$

ihre Wurzeln  $p_1$  und  $p_2$  sind in Bild 14 dargestellt. Darin bedeutet

$$\omega_{Kr} \approx 2 S_K \omega_1 \approx \frac{2}{T'_r}. \quad (40)$$

Für  $\omega \gg \omega_{Kr}$  erhält man

$$p_1 \approx -\frac{1}{T'_s} + j\varepsilon, \quad (41)$$

$$p_2 \approx -\frac{1}{T'_r} + j\omega - j\varepsilon. \quad (42)$$

Diese Berechnung des Stromes ist im unteren Drehzahlbereich gut anwendbar. Bei höheren Drehzahlen erfordert sie langwierige Rechenarbeit, weil sich der resultierende Strom als kleine Differenz großer Glieder ergibt. Glücklicherweise kann man in diesem Bereich die früher erörterte Näherungsmethode gut anwenden.

## 5. Oberwellendrehmomente

In Kenntnis der Stromfunktion können auch die Pendelmomente ausgerechnet werden. Sehr einfache Näherungsformeln ergeben sich im Bereich der höheren Drehzahlen. Der Augenblickswert des Drehmomentes läßt sich aus dem Vektorprodukt des Ständerflusses  $\Psi_s$  und des Stromes  $\bar{i}$  berechnen. Statt des Ständerflusses darf man mit dem transienten Fluß  $\bar{\Psi}'$  arbeiten, weil ihre Differenz zum Stromvektor parallel ist. Sie bilden also das gleiche Vektorprodukt mit dem Strom. Besonders einfach ist die Berechnung, wenn man ein synchron umlaufendes Koordinatensystem benutzt (Bild 15a), da in diesem Falle der transiente Flußvektor konstant ist:

$$\Delta m = \bar{\Psi}' \times \Delta \bar{i}^+ \quad (43)$$

Wird in relativen Einheiten gerechnet, so kann statt des Vektorprodukts ein skalares Produkt verwendet werden:

$$\Delta m = \bar{u}' \cdot \Delta \bar{i}^+ \quad (44)$$

weil  $\bar{\psi}'$  und  $\bar{u}'$  zueinander senkrecht stehen.

Die Gleichungen (43) und (44) gelten für die pulsierende Komponente des Drehmomentes, weil statt des vollen Stromes  $\bar{i}$  nur der zusätzliche Strom  $\Delta \bar{i}$  berücksichtigt wurde. Wie schon erwähnt, beschreibt diese Stromabweichung einmal je Sechstelperiode die blattförmige Kurve. Deshalb ist die Grundfrequenz der Pendelmomente

$$f_p = 6 f_1 \quad (45)$$

Unter Verwendung der Gleichung für die Stromabweichung (Gl. 29) können die Pendelmomente in geschlossener Form angegeben werden:

$$\Delta m = \bar{u}' \cdot \frac{\bar{u}_1}{jX'} \left[ -1 + \left( \frac{\sqrt{3} \pi^2}{18} + j \frac{\pi}{3} x \right) e^{-jx} \right] \quad (46)$$

oder man kann sie durch Projektion der Stromabweichung auf die konstante transiente Spannung graphisch ermitteln. In Bild 15b ist der zeitliche Verlauf



der Pendelmomente bei Leerlauf und bei verschiedenen Belastungen aufgezeichnet. Die Amplitude beträgt etwa 20% des Nennmomentes. Man erkennt, daß sich die Pendelmomente bei höheren Belastungen vergrößern, weil die Richtung der transienten Spannung der Längsachse des Blattes näher kommt.

Im Bereich der kleinsten Drehzahlen, wo diese Annäherungsmethode wegen des großen Einflusses der Wirkwiderstände nicht anwendbar ist, sind die Verhältnisse viel schlechter. Eine eingehende Betrachtung darüber ist in

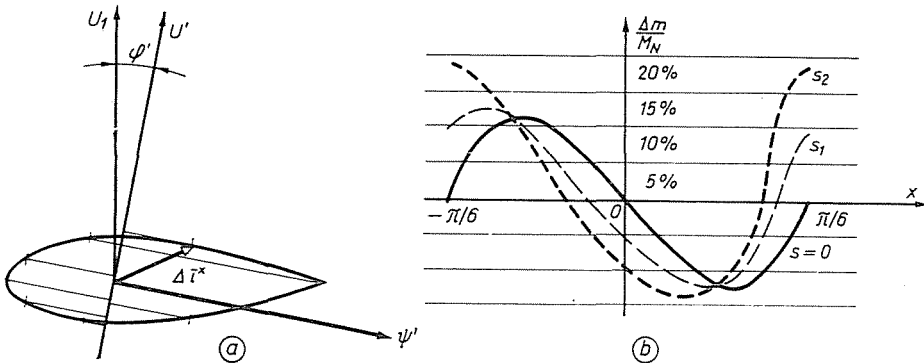


Bild 15. Entstehung der Oberwellenmomente

a) Vektordiagramm im mit  $\omega_1$  rotierenden Koordinatensystem; b) Zeitfunktion der Pendelmomente für verschiedene Belastungen

diesem Beitrag nicht möglich. Es sei nur bemerkt, daß im extremen Fall der kleinsten Frequenzen die Pendelmomente einen impulsartigen zeitlichen Verlauf aufweisen und ihre auf den Mittelwert bezogenen Amplituden mehr als 100% erreichen können.

### 6. Pulswechselrichterbetrieb

Wenden wir uns jetzt einer anderen Frage zu. Es ist bekannt, daß bei Frequenzbeeinflussung die Größe der Spannung etwa der Frequenz proportional geändert werden soll, um den Fluß konstant zu halten. Ist der Wechselrichter aus schnell steuerbaren Siliziumzellen aufgebaut, dann ist es nicht erforderlich, die Größe der Gleichspannung zu verändern, sondern man kann den Mittelwert durch Impulssteuerung verkleinern (Bild 16a).

Ist beispielsweise eine 30%ige Gleichspannung erforderlich, kann diese aus der 100%igen Spannung bei 30%iger Einschaltdauer erreicht werden. Um den Oberwellengehalt des Stromes in annehmbaren Grenzen zu halten, soll eine genügend große Impulsfrequenz angewendet werden. Im aufgezeich-

neten Fall sind vier Spannungsimpulse je Sechstelperiode vorhanden, also  $n = 4$ . Der Fall  $n = 1$  stellt die Anschnittsteuerung dar. Die Größe

$$b = \frac{\Delta\alpha}{\alpha} \quad (47)$$

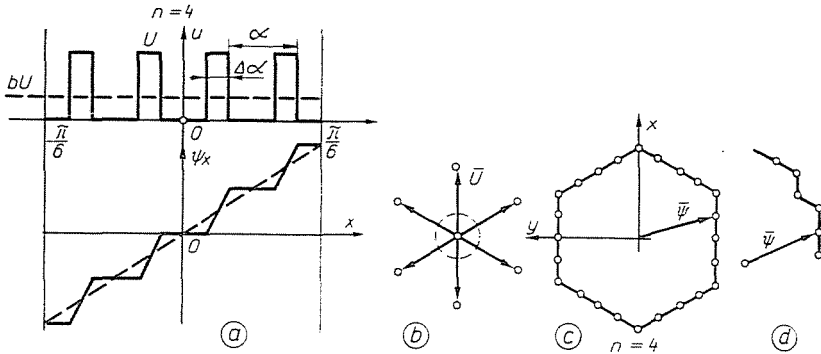


Bild 16. Pulssteuerung der Speisespannung

a) Steuerung des Spannungsmittelwertes durch die Einschaltdauer; b) der Spannungsvektor und seine Grundwelle; c) Bahn des Flußvektors; d) Flußvektor bei Phasenwechselsteuerung zur Verminderung des Oberwellengehaltes

bezeichnet die relative Einschaltdauer. In vektorieller Darstellung springt der Spannungsvektor  $n$ -mal je Sechstelperiode zwischen dem vollen Wert und Null hin und her. In der folgenden Sechstelperiode wiederholt sich das in einer um  $60^\circ$  verschobenen Richtung usw. Die Größe der gleichmäßig umlaufenden Grundwelle entspricht dem Mittelwert (Bild 16b). Man erkennt, daß die Abweichungen von der Grundwelle der Spannung groß sind.

Günstigere Verhältnisse ergeben sich beim Fluß. Bei Vernachlässigung des Ohmschen Spannungsabfalles ist die Geschwindigkeit des Flusses der Klemmenspannung gleich:

$$\frac{d\bar{\Psi}}{dt} = \bar{u} - \bar{i}R \approx \bar{u}. \quad (48)$$

Ist die Spannung  $100\%$ ig, läuft der Flußvektor mit voller Geschwindigkeit (Bild 16a unten). Während die Spannung gleich Null ist, steht der Fluß in einem Punkt fest. Bei ganz kurzer relativer Einschaltdauer bewegt sich der Fluß von Punkt zu Punkt sprunghaft (Bild 16c). Die so entstehende Figur ist dem Görgesschen Vieleck ähnlich, das bei der Konstruktion von Drehfeldmaschinen oft Anwendung findet. Eine interessante Ähnlichkeit besteht darin, daß die Oberwellenamplituden mit Hilfe von Beziehungen ermittelt werden können, die den Wicklungsfaktorformeln ähnlich sind. Auch ihre Ableitung ist ähnlich.

Auf Grund dieser Ähnlichkeit entsteht der Gedanke, daß der Oberwellengehalt mit gleichen Methoden vermindert werden kann. Bei Turbo-Generatoren verwendet man beispielsweise Wicklungen mit gemischten Phasen; dem entspricht das Bild 16d.

Um die größten Abweichungen des Sechseckes vom Kreis bei den Ecken zu verkleinern, können an den Rändern der Impulsreihe in Phase  $a$  Spannungen aus der vorigen und nachfolgenden Phase eingemischt werden. Dieser Vorgang wird meistens nicht durch ein vorgeschriebenes Steuerungsprogramm, sondern durch spezielle Strom- oder Flußregler verwirklicht.

Bei der einfachen Pulssteuerung lassen sich die Amplituden der Oberwellen und die Verlustziffer leicht ermitteln. Für die SpannungsOberwellen ergibt sich

$$\hat{U}_v = (-1)^k \cdot \frac{3}{\pi} U \frac{\sin \frac{v\Delta\alpha}{2}}{v \sin \frac{v\alpha}{2}} \quad (48a)$$

für die Grundwelle durch Substituieren von  $v = 1$

$$\hat{U}_1 = \frac{3}{\pi} U \frac{\sin \frac{\Delta\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad (48b)$$

Ist die Pulszahl je Seite nicht zu klein, dann sind die Winkel klein und stimmen mit ihren Sinuswerten überein. Man erkennt, daß die Größe der Grundwelle der relativen Einschaltdauer proportional ist.

Zur Bestimmung der Verlustziffern kann das Integral der vollen Spannungsquadrate benutzt werden. Damit erhält man den für die zusätzlichen Wirbelstromverluste im Eisen maßgebenden Faktor  $k_u$ :

$$\int_0^{2\pi} \bar{u} \bar{u}^* dx = 6 n U^2 \Delta\alpha, \quad (49)$$

$$k_u = \left( \frac{\pi}{3} \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\Delta\alpha}{2}} \right)^2 \cdot b - 1, \quad (50a)$$

was für nicht zu kleine  $n$ -Werte mit der Formel

$$k_u \approx \frac{\pi^2}{9} \cdot b - 1 \quad (50b)$$

angenähert werden kann. Obwohl der Faktor  $k_u$  bei kleineren Einschalt-dauern sehr hoch geht (Bild 17), hat das keine große praktische Bedeutung, weil er auf die Grundschwingungsverluste bezogen ist, die sich dem Quadrat von  $b$  proportional verkleinern.

Ausgehend vom quadratischen Flußintegral, läßt sich die Formel der Verlustziffer  $k_\psi$  ableiten. Sie ist für die zusätzlichen Kupferverluste maß-

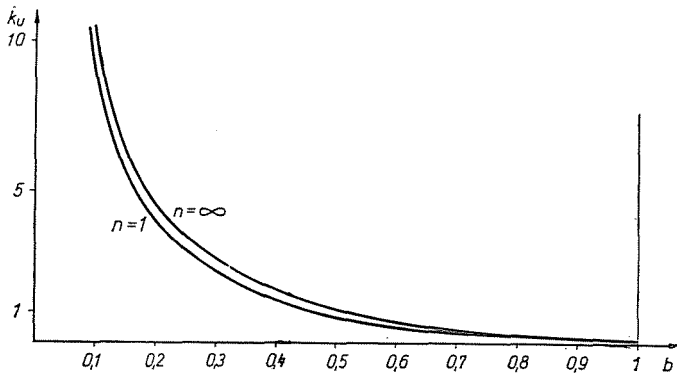


Bild 17. Spannungsklirrfaktor als Funktion der Einschalt-dauer

gebend, da die Stromabweichungen mit denen des Flusses eng verknüpft sind. Für  $k_\psi$  gilt

$$k_\psi = \frac{5\pi^4}{2 \cdot 3^5} \left( \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\Delta x}{2}} \right)^2 \cdot b^2 \cdot \left( 5 + \frac{1-b}{n^2} \right) - 1. \quad (51)$$

Für verschiedene Werte der Impulszahl  $n$  erhält man

$$n \rightarrow \infty : k_\psi = \frac{5\pi^4}{2 \cdot 3^5} - 1 = 0,00215,$$

$$n = 1, \quad b \rightarrow 0 : k_\psi = \frac{\pi^2}{9} - 1 = 0,0966,$$

$$n \gg 1 : k_\psi = 0,00215 + \frac{f(b)}{n^2}.$$

Daraus läßt sich die zusätzliche Stromverlustziffer berechnen:

$$k_i = k_\psi \left( \frac{\Psi_{1 \text{ eff}}}{L' I_{1 \text{ eff}}} \right)^2 = k_\psi \left( \frac{U_{1 \text{ eff}}}{I_{1 \text{ eff}} X'} \right)^2 \approx 25 k_\psi. \quad (52)$$

Diese Verhältnisse sind in Bild 18 graphisch dargestellt. Es ist ersichtlich, daß sich die von den zusätzlichen Strömen hervorgerufenen Verluste bei der Anschnittsteuerung ( $n = 1$ ) sehr vergrößern. Es ist daher erforderlich, eine Pulszahl von mindestens 8 je Seite anzuwenden, um bei kleineren relativen Einschalt Dauern eine annehmbar kleine Ziffer  $k_i$  zu erhalten.

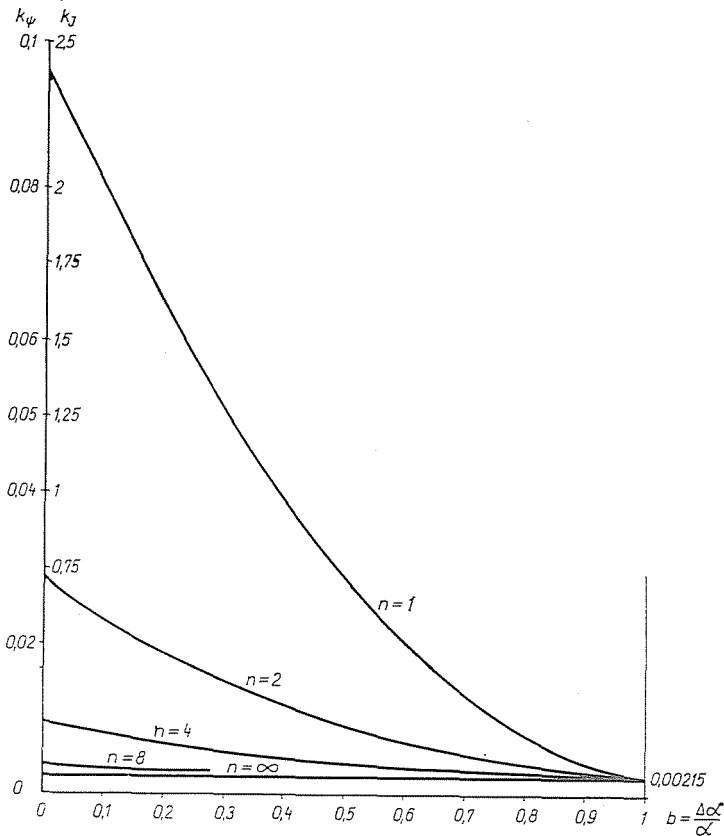


Bild 18. Strom- und Flußklirrfaktoren als Funktion der Einschaltdauer

Die folgenden Aufnahmen wurden von einem über Pulswechselrichter gespeisten Käfigläufermotor gemacht. Bild 19a zeigt den Spannungsvektor; leider kann die relative Einschaltdauer nur aus der Helligkeit der Punkte ganz grob beurteilt werden. Sie betrug 50%. Bild 19b zeigt das Integral der Klemmenspannung; es ist etwa dem Fluß proportional. Man erkennt, daß die Pulszahl je Seite gleich 8 war. Aus dem Stromoszillogramm (Bild 19c) ist ersichtlich, daß die Pulsation der Spannung weitere Verzerrungen in der Stromkurve verursacht. Bei größerer Belastung (Bild 19d) ist die Verzerrung relativ kleiner.

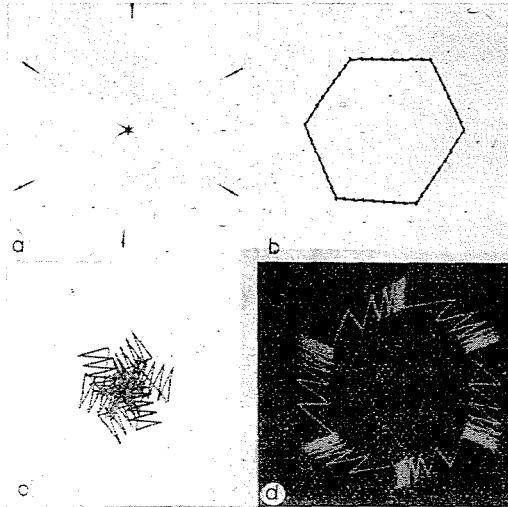


Bild 19. Oszillogramme von Vektoren bei Pulswechselrichterbetrieb  
 a) Spannungsvektor bei einer Einschaltdauer  $b = 50\%$   
 b) integrierter Spannungsvektor:  $\int u dt \approx \bar{\psi}$   
 c) Stromvektor bei sehr kleiner Belastung  
 d) Stromvektor bei größerer Belastung

## 7. Stromregelung

Beschäftigen wir uns noch ganz kurz mit der Stromregelung.

Die Steuerung eines Pulswechselrichters kann so ausgebildet werden, daß man für eine Sechstelperiode die Strom-Sollwerte der einzelnen Phasen nach dem Bild 20 vorschreibt. Die Differenz vom Strom-Sollwert und Istwert steuert mit einem Zweipunktregler die Thyristoren in den entsprechenden Phasen, in Bild 20a z. B. in den Phasen a und b.

Arbeitet der Regler vollkommen, so bleibt der Stromvektor bei konstanter Größe in seiner Lage. Am Anfang der folgenden Sechstelperiode wird der Strom-Sollwert in den Phasen b und c wirksam. Damit bringt der Stromregler einen um  $60^\circ$  verdrehten Stromvektor von gleichem Betrag usw. Die Stromkurve hat dieselbe Form wie früher die Spannung. Deshalb hat der Verlustfaktor  $k_i$  denselben Wert, wie ihn bisher die Spannung hatte. Dieser Wert ist aber etwa zweimal so groß wie früher bei der Stromkurve. Dieses Ergebnis ist sogar nur bei idealer Stromregelung gültig. In Wirklichkeit kommen die Verluste der überlagerten Pulsströme noch dazu.

Die Verhältnisse können verbessert werden, wenn die Anzahl der Lagen des Sollwert-Stromvektors statt 6 zu einem größeren Wert  $N$  angenommen wird. Die Amplitude der Stromgrundwelle berechnet sich zu

$$\hat{I}_1 = \frac{N}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{N} \cdot I; \quad I = \bar{i} \text{ bei } -\frac{\pi}{N} < \alpha < \frac{\pi}{N} \quad (53)$$

und der Verlustfaktor zu

$$k_i = \left( \frac{\pi/N}{\sin \pi/N} \right)^2 - 1 \rightarrow \frac{\pi^2}{3N^2} \quad (54)$$

Aus der Tabelle (Bild 20c) ist ersichtlich, daß der Verlustfaktor im Fall  $N = 12$  schon annehmbar ist.

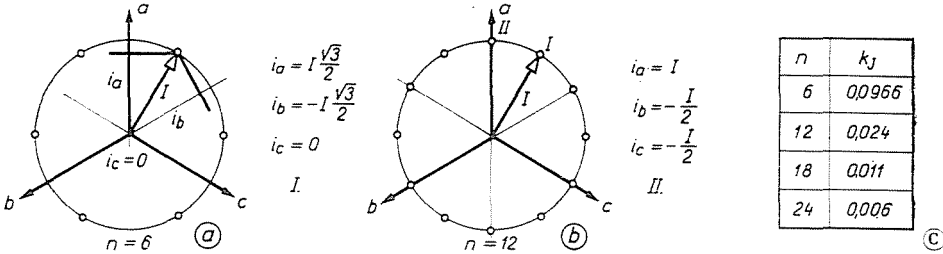


Bild 20. Pulswechselrichterbetrieb mit Stromregelung

a) 6 Sollwertlagen des Stromvektors; b) 12 Sollwertlagen des Stromvektors; c) Stromklirrfaktor als Funktion der Sollwertlagenzahl

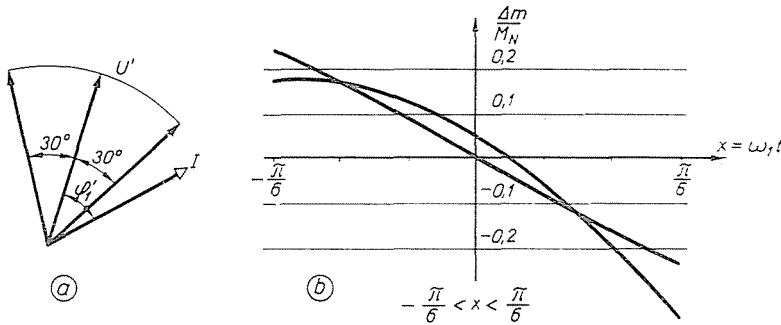


Bild 21. Drehmoment bei Stromregelung

a) Vektordiagramm zur Bildung des Drehmoments; b) zeitlicher Verlauf der Pendelmomente

Die Betrachtung der Pendelmomente ist besonders einfach bei der idealen Stromregelung. Den Augenblickswert des Drehmomentes erhält man aus dem Skalarprodukt der transienten Spannung und des Stromes (Bild 21a).

Der Stromvektor  $i$  bleibt in einer Sechstelperiode konstant. Die Spannung  $\bar{u}'$  dagegen dreht sich gleichmäßig um  $60^\circ$ . So ergibt sich das Drehmoment zu

$$m = \bar{u}' \cdot \bar{i} = |\bar{u}'| \cdot |\bar{i}| \cdot \cos(\varphi_1' + x) \quad (55)$$

Das Drehmoment der Grundwelle

$$M = \bar{u}' \cdot \bar{i}_1 = |\bar{u}'| \cdot |\bar{i}_1| \cdot \cos \varphi_1' \quad (56)$$

wird davon abgezogen, und man erhält die Pendelmomente

$$\Delta m = m - M = |u'| \cdot |\bar{i}_1| \left[ \frac{\pi}{3} \cos(\varphi'_1 + x) - \cos \varphi'_1 \right]. \quad (56a)$$

Sie sind im Bild 21b für Leerlauf und Nennbelastung dargestellt. Die Amplituden können 25 bis 30% des Nennmoments erreichen. Diese Resultate sind nur im Bereich nicht zu kleiner Frequenzen gültig.

### 8. Regelungstechnisches Verhalten der Asynchronmaschine

Abschließend soll kurz ein theoretischer Überblick über das regelungstechnische Verhalten der Asynchronmaschine gegeben werden. Jetzt seien die Oberwellen vernachlässigt. Man nimmt also an, der Spannungsvektor laufe mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1$  gleichmäßig um (s. Bild 22). Da die Gleichungen nicht linear sind, ist es zweckmäßig, die Methode der kleinen Schwingungen anzuwenden.

Drei äußere Faktoren können als Eingangsgrößen aufgefaßt werden:  
 $a$  = Änderung des Betrages des Spannungsvektors (Amplitudenmodulation),  
 $\varphi$  = Phasenänderung oder  $p\varphi$  = Frequenzänderung,  
 $\varphi_r$  = Drehwinkeländerung des Läufers oder  $p\varphi_r$  = Geschwindigkeitsänderung des Läufers.

In einem mit dem Rotor umlaufenden Koordinatensystem erhält man die Spannung und die Spannungsänderung zu:

$$\bar{u} = \bar{u}_1 e^{j\omega_1 t} (1 + a + j\varphi) e^{-j\omega t} \cdot (1 - j\varphi_r), \quad (57)$$

$$\Delta \bar{u} = \bar{u}_1 e^{j(\omega_1 - \omega)t} \cdot (a + j\varphi - j\varphi_r). \quad (58)$$

Unter der Einwirkung dieser Spannungsänderung bilden sich die Ausgangsgrößen aus:

$\Delta m$  = Änderung des Drehmoments,  
 $\Delta i_w$  = Wirkanteil des Stromes,  
 $\Delta i_b$  = Blindanteil des Stromes, usw.

Die Übertragungsfunktionen zwischen den einzelnen Ausgangs- und Eingangsgrößen haben folgenden Charakter, z. B.:

$$Y_z = \frac{\Delta m(p)}{a(p)} = v \cdot \frac{1 + c_1 p + c_2 p^2 + c_3 p^3}{1 + d_1 p + \dots + d_4 p^4}. \quad (59)$$



Jede dieser Übertragungsfunktionen hat denselben Nenner (charakteristische Gleichung) vierten Grades:

$$N(p) = [1 + pT_{r0} + pT_{s0} + p^2 T_{s0} T_{r0} \sigma - \omega_1 T_{s0} (\omega_1 - \omega) T_{r0} \sigma]^2 + [(\omega_1 - \omega) T_{r0} + \omega_1 T_{s0} + pT_{s0} (\omega_1 - \omega) T_{r0} \sigma + pT_{r0} \omega_1 \cdot T_{s0} \sigma]^2. \quad (60)$$

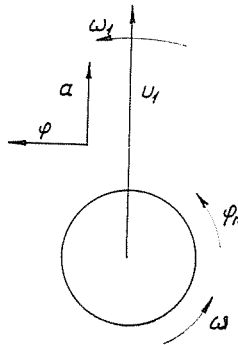


Bild 22. Einige regelungstechnisch bedeutende Größen der Asynchronmaschine

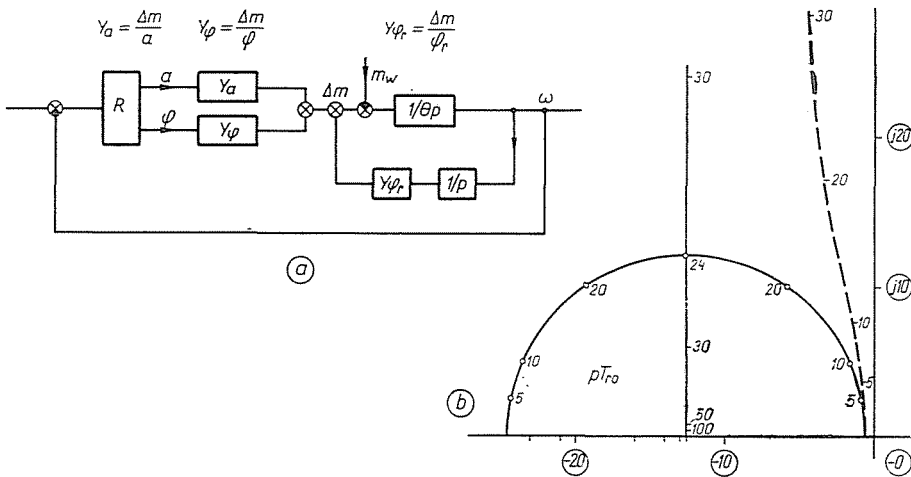


Bild 23. Blockbild einer Drehzahlregelung der Asynchronmaschine

Hierin treten die Leerlauf- und Kurzschlußzeitkonstanten sowie die Geschwindigkeiten der Speisespannung und des Läufers auf.  $\sigma$  ist der resultierende Streuungskoeffizient.

Bild 23a zeigt die Blockschaltung einer Drehzahlregelung mit der Annahme, daß das Drehmoment des Motors von außen durch die Änderung von Amplitude und Frequenzen der Klemmenspannung beeinflusst wird. Die Drehzahländerung verursacht eine innere Rückwirkung. Wird das Wider-

standsmoment subtrahiert, so erhält man das dynamische Drehmoment, woraus sich die Winkelgeschwindigkeitsänderung nach Division mit dem Trägheitsmoment  $\Theta$  und nach Integrieren ergibt. Im allgemeinen ist es zweckmäßig, den Regler so auszuführen, daß der Fluß konstant bleibt. In erster Näherung ist dies so realisierbar, daß die Amplitudenänderung der relativen Frequenzänderung gleich sei:

$$a = \frac{p\omega}{\omega_1}. \quad (61)$$

Mit dieser Annahme können die Übertragungsfunktionen

$$Y_a = \frac{\Delta m}{a}$$

und

$$Y_\varphi = \frac{\Delta m}{\varphi}$$

durch eine Resultierende ersetzt werden:

$$Y_a + \frac{\omega_1}{p} Y_\varphi = Y = \frac{Z(p)}{N(p)} = C \frac{\Pi(p-p_{ZK})}{\Pi(p-p_{NK})}. \quad (62)$$

Die Übertragungsfunktion  $X_{\varphi r}$  hat den Wert

$$Y_{\varphi r} = \frac{\Delta m}{\varphi_r}.$$

Das dynamische Verhalten der Drehmomentenausbildung ist überwiegend durch die Nullstellen des Nenners ( $p_{NK}$ ) und des Zählers ( $p_{ZK}$ ) bestimmt. Die Nullstellen sind in einer komplexen Zahlenebene für verschiedene primäre Frequenzen als Parameter aufgezeichnet. Da der Nenner von viertem Grade ist, hat er vier Nullstellen, die paarweise zueinander konjugiert sind. Es genügt also, nur zwei Nullstellen darzustellen. Die Wurzeln des Nenners sind in Bild 23b mit voller Linie, die des Zählers gestrichelt aufgezeichnet. Bei kleineren Frequenzen haben die Nullstellen des Nenners den gleichen Imaginärteil, aber nur bei einer kritischen Frequenz  $\omega_{Kr}$  sind ihre Realteile gleich. Je größer die primäre Frequenz ist, um so näher kommen sich zwei Wurzepaare des Nenners und des Zählers, was eine Möglichkeit für die Vereinfachung gibt. In der Umgebung der kritischen Drehzahl, die etwa 20 oder 30% der Nenndrehzahl ausmacht, sind die Unterschiede am größten; in diesem Bereich sind die Verhältnisse ein wenig verwickelt. Man erhält also für  $\omega > \omega_{Kr}$ :

$$p_{N1,2} \approx -\frac{1}{T_r'} \pm j(\varepsilon + \omega_1 - \omega), \quad (63)$$

$$P_{N3,4} \approx \frac{1}{T'_s} \pm j(\omega_1 - \varepsilon). \quad (64)$$

Es sei bemerkt, daß sich das Bild 23 auf kleine Schwingungen um den Leerlaufzustand bezieht. Eingehendere Untersuchungen haben jedoch gezeigt, daß Belastungen zwischen Leerlauf und 80% des Kippmomentes die Lage nicht sehr stark beeinflussen.

Im folgenden seien zwei ideale Grenzfälle dargestellt. Die erste Näherung,  $R_s = 0$ , ist bei höheren Drehzahlen zulässig; die zweite,  $R_s = \infty$ , bezieht sich auf den Fall der idealen Stromregelung. In beiden Fällen sind die Nenner zweiten Grades, und es können einfache Formeln auch mit der Berücksichtigung der Belastung aufgeschrieben werden. In den folgenden Beziehungen bedeutet  $r$  den auf den Kippschlupf bezogenen Wert des Schlupfes:

$$r = \frac{s}{s_k} = (\omega_1 - \omega) T'_r = s\omega_1 T'_r. \quad (65)$$

Der Fluß werde wiederum konstant gehalten. Dann ergibt sich bei der vereinfachten Annahme  $R_s = 0$  die Drehmomentänderung zu

$$\Delta m = \frac{M}{\omega_1 - \omega} \cdot \frac{1 + pT'_r - r^2}{(1 + pT'_r)^2 + r^2} p(\varphi - \varphi_r). \quad (66a)$$

Für eine konstante Speisefrequenz  $f_1 = \text{const.}$  ist dann:

$$\Delta m = 2M \cdot \frac{1 + pT'_r + p^2 T_r'^2 \cdot \frac{1}{2} + r^2}{(1 + pT'_r)^2 + r^2} \cdot a. \quad (66b)$$

Bei der Vereinfachung  $R_s = \infty$  erscheint für sonst gleiche Bedingungen die Drehmomentänderung in der Form:

$$\begin{aligned} \Delta m &= \frac{M}{\omega_1 - \omega} \cdot \frac{1 + pT_{r0} - r^2}{(1 + pT_{r0})^2 + r^2} \cdot p(\varphi - \varphi_r), \\ \Delta m &= 2M \cdot \frac{1 + pT_{r0} + \frac{1}{2} p^2 T_{r0}^2 + r^2}{(1 + pT_{r0})^2 + r^2} \cdot a. \end{aligned} \quad (67)$$

Besonders bei der Stromregelung hat die Belastung große Bedeutung, da der Motor in diesem Fall fast immer über dem Kippschlupf arbeitet. Die Formeln für die zwei Grenzfälle sind ähnlich, jedoch tritt im ersten die Kurzschluß-

und im zweiten die Leerlaufzeitkonstante auf. Im zweiten Fall sind also die Zeitkonstanten etwa 10mal größer als im ersten.

Im ersten Fall ergibt sich ein sehr einfacher Zusammenhang, wenn man kleine Schwingungen um den Leerlauf betrachtet, also  $r = 0$  setzt. Dann nämlich erhält man einen Nenner ersten Grades. Für die vorhergehenden großzügigen Untersuchungen kann diese einfache Näherungsformel auch in Belastungszuständen angewendet werden. Dieser praktisch wichtige Fall soll auch auf Grund des physikalischen Bildes erklärt werden.

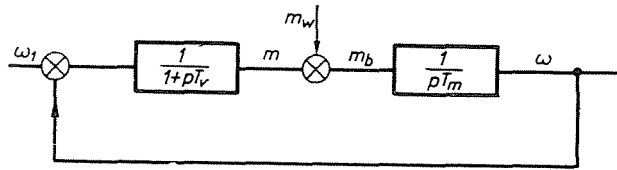


Bild 24. Blockbild für belastungstransiente Vorgänge in der Nähe des Leerlaufs

Wird der Fluß auf konstanten Betrag geregelt, dann ist die im Läufer induzierte Spannung der relativen Geschwindigkeit  $\omega_1 - \omega$  proportional. Sie deckt die ohmschen und induktiven Spannungsabfälle:

$$\Psi(\omega_1 - \omega) = i_r R_r + L \frac{di_r}{dt} . \quad (68)$$

Daraus erhält man in Operatoranschreibweise die Gleichung

$$R_r + pL = R_r (1 + pT_v) , \quad (69)$$

in der die elektrische Zeitkonstante den Wert

$$T_v = T'_r = \frac{L}{R_r} = \frac{1}{2\pi f_1 \cdot s_k} \quad (70)$$

hat. Es läßt sich nun das dazugehörige Blockbild aufstellen (s. Bild 24). In ihm wurden der Übersichtlichkeit halber die konstanten Koeffizienten weggelassen.

Im linken Summierungspunkt wird die relative Drehzahl  $\omega_1 - \omega$ , d. h. also die Läuferspannung, gebildet. Aus ihr geht durch Division mit der in Operatorform angegebenen Impedanz der Läuferstrom  $i_r$  hervor, der bei konstantem Fluß dem Drehmoment  $m$  proportional ist. Nach Abzug des Belastungsmomentes  $m_w$  entsteht das dynamische Moment  $m_b$ , das die Schwungmassen mit der elektromechanischen Zeitkonstante  $T_m$  auf die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  beschleunigt. Die elektromechanische Zeitkonstante

ist eine Größe, die sich aus dem Trägheitsmoment und der Steilheit der statischen Drehzahlmomentkennlinie im Punkt  $s = 0$  ergibt:

$$T_m = \Theta \cdot \left( \frac{d\omega}{dM} \right)_{\text{stat.}} . \quad (71)$$

Sie hat die gleiche Größenordnung wie die elektrische Zeitkonstante, die nach Gl. (70) gleich der transienten Zeitkonstante des Läufers ist, also einige Hundertstel Sekunden. Diese Blockschaltung ist der eines fremderregten Gleichstrommotors vollkommen ähnlich.

### Zusammenfassung

Die Drehzahlregelung der Asynchronmaschinen mit Primärfrequenzregelung ist heute mit Dreiphasen-Umrichtern, welche Zwangskommutierung und Gleichstromzwischenkreis haben, lösbar. Für die theoretische Untersuchung des Betriebes der Motoren sind die Park-schen Vektoren die zweckmäßigsten, die Spannungs-, Strom- und Flußvektoren können einfach bestimmt und oszillographiert werden, so sind die Rechnung- und Messergebnisse anschaulicher. Die Kurvenform und der Oberwelleninhalte der Spannungen und Ströme sind auch im Falle von Impulssteuerung und Stromregelung bestimmt. Die Übertragungsfunktionen der Asynchronmaschine sind mit der Vernachlässigung der Oberwellen berechnet. Außer den komplizierten, allgemeingültigen Zusammenhängen sind auch einzelne einfache Näherungsformeln gegeben.

Prof. Dr. István RÁCZ, Budapest XI., Egry József u. 18—20. Ungarn