

TRACEUR AUTOMATIQUE DE LIGNES ÉQUIPOTENTIELLES POUR MODÈLE ÉLECTROLYTIQUE

Par

P. OSVÁTH

Chaire de Technique d'Appareils de Précision et de Mesure, Université Technique de Budapest

(Reçu le 1966)

Présenté par le Prof. Dr. L. SCHNELL

I. Simulation d'un champ électrostatique

Le modèle électrolytique s'utilise souvent pour la détermination du champ statique d'un système complexe d'électrodes, difficile à calculer. Voici l'essentiel de cette méthode de mesure.

Si le champ électrostatique ou le champ de courant est conservatif, la distribution de potentiel se décrit par l'équation de Laplace:

$$\Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0,$$

où

U le potentiel d'un point quelconque du champ;

x, y, z les trois coordonnées du système de coordonnées rectangulaires.

Il s'ensuit que la distribution de potentiel se réalisant sous l'effet d'un certain système d'électrodes sera le même dans le champ électrostatique et dans le champ de courant.

Cette analogie permet d'étudier des problèmes électrostatiques dans un champ de courant où la mesure s'effectue plus avantageusement que dans un champ statique. Dans celui-ci, la sonde de mesure et son appareillage peuvent, en effet, déformer considérablement le champ à mesurer, Dans un champ de courant, cet effet perturbateur intervient à un degré bien moindre, particulièrement dans les «cuves planes». A la surface de l'électrolyte, les lignes de courant, ou par analogie les lignes de forces sont alors des courbes planes et leur plan coïncide avec celui de la surface du liquide.

1.1 Levée d'une carte de potentiel dans une cuve d'électrolyse plane

Pour l'illustration et l'évaluation de la distribution de potentiel, la méthode la plus appropriée consiste à enregistrer les lignes équipotentielles du champ formé près de la surface de l'électrolyte. Si on connaît le potentiel de ces lignes (dans la plupart des cas, la différence de potentiel de deux lignes

voisines est la même), on peut construire la direction et l'intensité du champ en n'importe quel point du plan étudié.

Le schéma de l'appareil enregistreur des lignes équipotentielles est indiqué sur la figure 1.

Une tension U_T étant branchée sur le système d'électrodes sous examen et zéro étant choisi comme potentiel de l'électrode E_1 , le potentiel de l'électrode E_2 sera U_T . Le potentiel U_i de la ligne à tracer étant réglé sur le diviseur de tension P , on déplace la sonde S jusqu'à ce que l'appareil de zéro N indique la position d'équilibre. En ce moment, il n'y a plus de tension entre S et le curseur C , conséquemment la sonde se trouve sur un point de la ligne cherchée

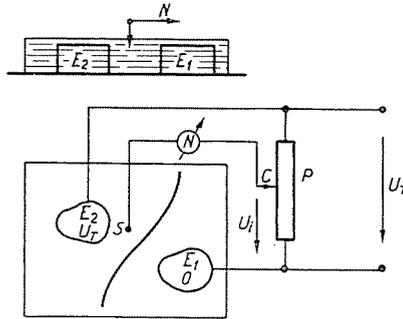


Fig. 1

de potentiel U_i . On relève les coordonnées x et y de la position de la sonde, qui sont utilisées, par exemple, pour marquer le point trouvé de la ligne U_i sur du papier millimétré. En déplaçant la sonde de cette position, on cherche de nouveaux points de la ligne U_i , en procédant de la façon déjà décrite. Quand on a assez de points marqués le long de la ligne, on peut tracer la courbe qui approche le mieux ces points et nous donne l'image de la ligne équipotentielle U_i . Si on exécute cette série d'opérations pour un nombre suffisant de lignes équipotentielles, on obtient la carte de potentiel du système d'électrodes, c'est-à-dire une famille de courbes formée de lignes équipotentielles.

On considère comme un avantage de la cuve plane que seule la pointe de la sonde S plonge dans l'électrolyte (voir vue latérale de la figure 1), sa présence ne causant ainsi qu'une perturbation minimale dans le champ.

Il est à noter que le schéma visible sur la figure 1 est le modèle de deux conducteurs parallèles de longueur infinie.

L'inconvénient majeur de la levée d'une carte de potentiel consiste dans la longueur du procédé. La levée d'une carte détaillée peut demander plusieurs heures, sans parler des problèmes qui nécessitent la recherche d'un système optimal, car il faut alors faire un grand nombre de cartes en variant

le système. Dans ces cas, le procédé manuel s'avère pratiquement inutilisable, en raison de sa durée et du travail constant qu'il exige de l'opérateur.

L'appareil automatique pour le traçage des lignes équipotentiellles élimine ces deux inconvénients. Grâce à lui, le travail se fait bien plus vite et l'opérateur reste libre pendant la levée, excepté un travail minime de mise au point et d'évaluation.

2. Traceur automatique de lignes équipotentiellles

2.1 Fonctionnement de l'appareil

Le fonctionnement de l'appareil repose, en principe, sur le système de transformation des coordonnées [1]. Son schéma est représenté sur la figure 2.

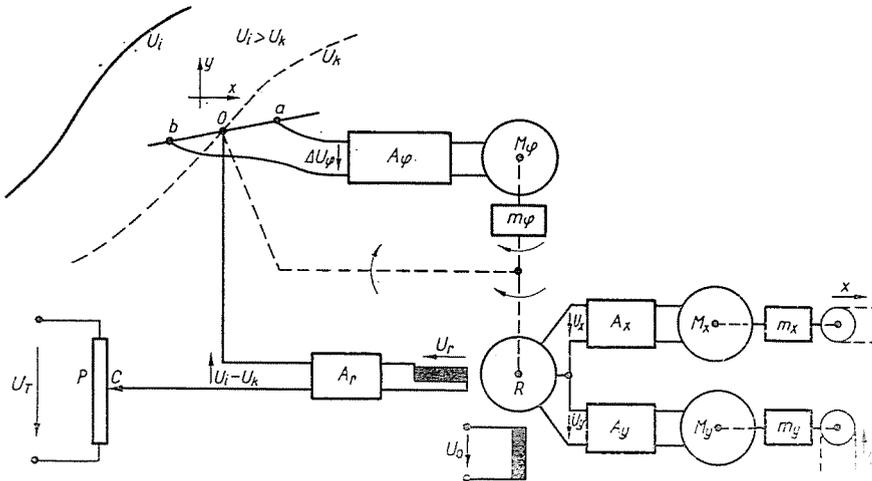


Fig. 2

Système détecteur d'angle. Le système de sondes constitué par les sondes a , 0 , b est situé dans la position visible sur la figure 2. U_i est la ligne de potentiel correspondant à la valeur réglée sur le diviseur de tension P , U_k est la ligne de potentiel locale passant par le point 0 du système des sondes. Les sondes a et b ne se trouvant pas sur la ligne U_k , il existe entre elles une certaine tension ΔU_{φ} . Cette tension étant appliquée à la borne d'entrée de l'amplificateur A_{φ} , le moteur M_{φ} commence à tourner sous l'effet du signal amplifié. Par l'intermédiaire de la transmission m_{φ} , le moteur fait tourner le système de sondes autour de l'axe 0 jusqu'au moment où la tension entre a et b devient zéro. Il est évident que le système de sondes aura deux positions d'équilibre, dont l'une sera stable et l'autre instable. Pour faciliter nos examens ultérieurs, supposons que le système des sondes tourne dans le sens

des aiguilles d'une montre, si le potentiel du point «a» est plus grand que celui du point «b», ensuite soit dans notre cas $U_i > U_k$. Alors dans la position représentée sur la figure 2, $U_a < U_b$ et c'est en tournant dans le sens inverse des aiguilles d'une montre que le système de sondes arrive à sa position d'équilibre stable. Si le sens du champ était contraire, c'est-à-dire $U_i < U_k$, l'équilibre stable s'établirait dans une position tournée de 180° (a et b changent de place).

En conclusion, le détecteur d'angle fait tourner le système de sondes d'une façon telle que la droite reliant les sondes a et b se trouve dans le sens de la tangente de la ligne équipotentielle locale. Dans la position d'équilibre stable, le vecteur \vec{ba} d'origine b est équipollent au vecteur $[\text{grad } U \times \vec{n}]$ (\vec{n} étant le vecteur perpendiculaire à la surface du liquide, se dirigeant en avant). Sur la figure 3, l'angle formé par \vec{ba} et la direction (+) x est marqué par φ .

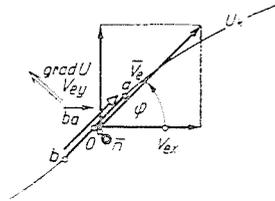


Fig. 3

Système détecteur de position. Le résolveur R se place sur un axe commun avec la sonde. Le résolveur employé est, en somme, un transformateur de contrôle dont le rotor et le stator ont deux bobinages perpendiculaires l'un à l'autre. La position du rotor par rapport à la sonde est telle que dans le cas de $\varphi = 0$, la tension induite dans le bobinage du rotor à sa sortie U_x par la tension primaire U_0 soit maximum, et U_y (la tension de l'autre bobinage du rotor) soit zéro. Ainsi, les équations reliant les tensions U_x , U_y à l'angle φ et à la tension U_0 seront:

$$U_x = U_0 \cos \varphi$$

$$U_y = U_0 \sin \varphi$$

U_x et U_y alimentent les bornes d'entrée des amplificateurs A_x et A_y , les moteurs M_x et M_y tournent aux vitesses angulaires $\omega_x = kU_x$ et $\omega_y = kU_y$. Par l'intermédiaire des transmissions m_x et m_y , les moteurs déplacent le centre O du système des sondes dans la direction convenable x, resp. y.

La vitesse en direction x (V_{ex}) sera évidemment:

$$V_{ex} = k' U_x = k' U_0 \cos \varphi$$

et la vitesse en direction y (V_{ey}):

$$V_{ey} = k' U_y = k' U_0 \sin \varphi$$

La résultante de ces deux mouvements sera un mouvement de vitesse constante $|\bar{V}_e|$ en direction de $+$ φ .

$$|\bar{V}_e| = \sqrt{V_{ex}^2 + V_{ey}^2} = k' U_0$$

$$\text{tg } \angle V_c, x = \frac{V_{ey}}{V_{ex}} = \text{tg } \varphi$$

Sous l'effet de la tension U_0 , le système de sondes se déplace donc de la façon visible sur la figure, dans la direction marquée par $\bar{b}a$, à la vitesse $|\bar{V}_e| = \text{const.}$ C'est ce que nous appelons «opération d'acheminement».

Le bobinage t_2 du résolveur étant perpendiculaire à t_1 , les tensions de sortie se produisant sous l'effet de U_r seront:

$$U_x = -U_r \sin \varphi$$

$$U_y = U_r \cos \varphi.$$

Sous leurs effets, les coordonnées de la vitesse du point 0:

$$V_{nx} = k' U_x = -k' U_r \sin \varphi$$

$$V_{ny} = k' U_y = +k' U_r \cos \varphi$$

Comme il est visible sur le schéma de la figure 4a, celles-ci déterminent, en cas de $U_r > 0$, un vecteur de vitesse \bar{V}_n perpendiculaire à $\bar{b}a$, de sorte que $\bar{b}a$, \bar{V}_n et \bar{n} forment, dans cet ordre de succession, un trièdre de sens direct. Étant donné que grad U forme aussi un trièdre de sens direct avec $\bar{b}a$, et que sur la figure $U_i < U_k$, le système de sondes se dirigera à la vitesse V_n vers grad U , c'est-à-dire en direction de la ligne U_i . \bar{V}_n est dirigé donc sur $\text{Sgn } U_r [\bar{n} \times \text{grad } U]$. En renversant le sens du champ ($U_k > U_i$), grad U sera de sens inverse et le système de sondes tourne de 180° . Étant donné que maintenant $U_r = Ar(U_i - U_k) < 0$, $\bar{b}a$, \bar{V}_n et \bar{n} forment, d'après les équations (1), un trièdre de sens indirect. Les vecteurs grad U , $\bar{b}a$ et \bar{V}_n sont représentés sur la figure 4/b. \bar{V}_n ayant à présent un sens inverse de grad U , le système de sondes se déplacera encore vers U_i .

Le comportement du système de sondes situé de l'autre côté de la ligne U_i peut être examiné dans le cas $U_i > U_k$ sur le schéma de la figure 4c, et dans le cas $U_i < U_k$ sur la figure 4d. Dans les deux cas, \bar{V}_n est dirigé vers U_i .

En somme, sous l'effet réuni des détecteurs d'angle et de position, le système des sondes avance toujours, d'un point quelconque du champ, vers la ligne U_i préalablement choisie, et arrivé là il s'arrête (à ce moment $U_r = 0$, donc $|\vec{V}_n| = 0$).

Ce procédé au cours duquel le système de sondes avançant en sens perpendiculaire aux lignes locales détecte la ligne choisie, est nommé «opération de recherche de la position».

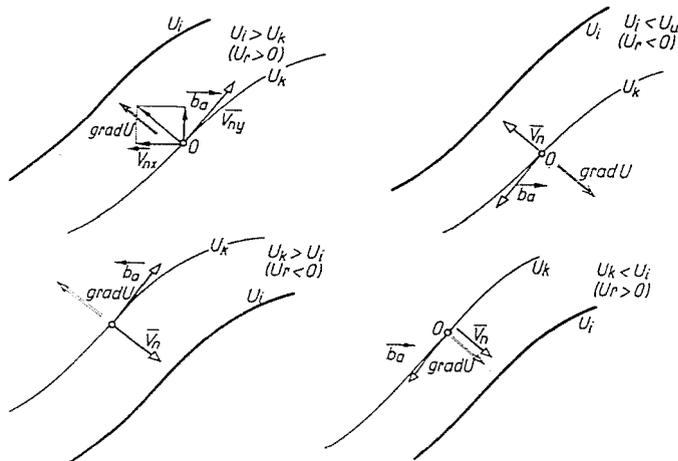


Fig. 4

2.2 Opérations de traçage

Le modèle sous examen étant plongé dans l'électrolyte, on applique la tension d'alimentation U_T . A ce moment la tension U_0 est encore nulle, les amplificateurs A_r et A_φ ne fonctionnent pas, leurs entrées étant mises en court-circuit. Sur le diviseur de tension P on choisit alors le potentiel U_i de la ligne équipotentielle cherchée, puis on met en circuit l'amplificateur A_φ . Sous l'effet de la tension existant entre les sondes a et b , le système des sondes tourne et se met en direction de la tangente de la ligne équipotentielle locale.

Après branchement de l'amplificateur A_r , le système des sondes se met en mouvement dans la direction de la ligne de potentiel cherchée et l'ayant atteinte, s'arrête. La tension U_0 étant appliquée, la sonde 0 du système avance le long de la ligne équipotentielle U_i et la suit, c'est-à-dire le détecteur d'angle tend toujours à s'aligner dans le sens de la tangente, tandis que le détecteur de position déplace le système de sondes dans la direction marquée par le détecteur d'angle. Si le point 0 venait à s'écarter de la ligne U_i à la suite d'erreurs de réglage, il y est ramené aussitôt par l'autre effet (de recherche de la ligne de potentiel) du système détecteur de position.

L'appareil enregistreur adjoint à la sonde (figure 5) trace, à l'échelle 1:1, la trajectoire qui n'est autre que la ligne équipotentielle cherchée.

Si, arrivant au bout d'une courbe non fermée on invertit le sens du champ (en déconnectant en même temps U_0), le système de sondes s'arrête et fait autour de l'axe 0 un tour de 180° . La nouvelle ligne de potentiel U_{i+1} une fois choisie, le point 0 passe sur elle, et si on branche alors de nouveau U_0 , le système de sondes commence à se déplacer dans le sens contraire au précédent (\vec{ba} étant de sens contraire) et trace la ligne nouvelle.

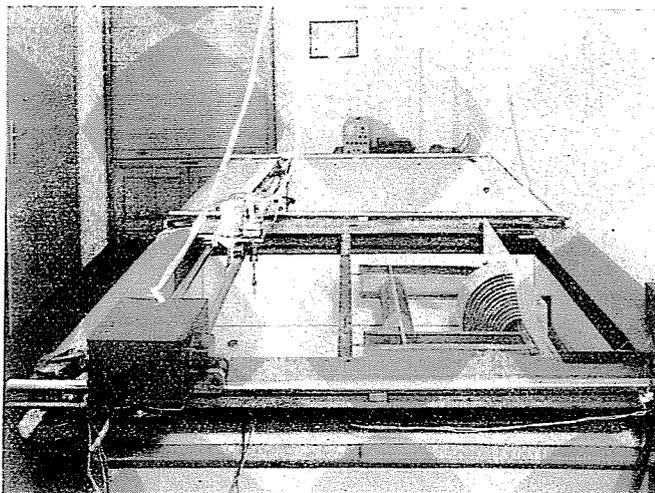


Fig. 5

L'appareil trace donc directement les lignes équipotentielles du système sous examen. A la base d'une vitesse de 5 mm/s (qui se réalise facilement), le temps nécessaire pour le traçage de lignes longues d'un mètre, effectué par intervalles de 5% du potentiel total, est de une heure et demie environ.

L'appareil présente, en outre, l'avantage de ne pas nécessiter une manoeuvre continue de la part de l'opérateur. seul le choix du potentiel devant être effectué séparément pour chaque ligne.

2.3 Propriétés des asservissements de l'appareil

Le schéma de la figure 2 montre que l'appareil comporte des asservissements couplés. Mais en cas de lignes équipotentielles de courbure modérés, seul le système détecteur d'angle agit sur le détecteur de position et non inversement, de sorte que des boucles de couplage parasites ne peuvent pas se former. Les asservissements des «détecteurs» d'angle et de position peuvent donc être traités indépendamment l'un de l'autre. Le calcul, respectivement

la mesure des propriétés dynamiques sont rendus plus difficiles du fait que les gains de la boucle ouverte sont, dans chaque cas, proportionnels à l'intensité locale du champ et varient de point en point. Nous avons calculé et mis au point les asservissements pour l'intensité maximum probable du champ (évaluée à V/cm), ayant assuré en outre la possibilité de réglage simple des gains de la boucle ouverte.

Les propriétés des asservissements sont décrites en ce qui suit.

Asservissement détecteur d'angle. Le moteur $M\varphi$, qui est un servomoteur diphasé à 500 c/s, est alimenté par un amplificateur $A\varphi$ à 500 c/s, dont la bande passante d'une largeur de 200 c/s assure la valeur négligeable de la constante de temps introduite par l'amplificateur. $A\varphi$ contient aussi une compensation par avance de phase: le signal proportionnel à la vitesse angulaire de $M\varphi$ est séparé, par un circuit approprié, du courant du moteur et bouclé sur l'entrée. La sortie de la transmission par engrenages $m\varphi$, pourvue d'un embrayage, fait tourner le système des sondes nos pas directement, mais à l'aide des selsyns.

L'asservissement détecteur d'angle est donc une boucle de premier ordre à deux constantes de temps, pourvue d'une compensation D et contenant une non-linéarité importante (le jeu mécanique de la transmission $m\varphi$).

Sous l'action de la compensation D , la fréquence de cassure du moteur sera suffisamment déplacée à droite pour ne devoir considérer, au cours du calcul, que la constante de temps du selsyn émetteur, la transmission intégrante et le jeu mécanique de la transmission. Avec notre réglage, l'intensité maximum du champ étant 5 V/cm, le gain en vitesse est $A_i = 10$ l/s, ce qui assure encore une réserve de stabilité suffisante. Bien entendu, le gain de la boucle ouverte varie avec la valeur d'intensité du champ. Aux plus grandes intensités du champ, il y a auto-excitation du système (il se forme un cycle limite stable, à amplitude finie), tandis qu'aux faibles intensités, le temps de réponse s'allonge et la régulation manque de précision.

Le seuil d'insensibilité de la régulation (qui détermine, en fin de compte, la précision) est fortement influencée, outre l'amplification $A\varphi$ et l'intensité du champ, par le selsyn récepteur et le frottement des paliers des sondes. C'est pourquoi l'axe des sondes (figure 6) est logé sur des paliers à rouleaux.

Données du système détecteur d'angle pour le réglage ci-dessus:

Temps de réponse:	$T = 0,1$ s
Dépassement:	$D = 0$
Imprécision:	$\pm 2^\circ$.

Asservissement détecteur de position. Bien qu'après le résolveur R , l'action bifurque et ne se réunisse à nouveau que dans le mouvement des sondes, cet asservissement peut être envisagé comme un système asservi à retour unitaire, dont la valeur réglée correspond à la distance perpendiculaire séparant

la sonde 0 de la ligne U_i . Nous laissons de côté ici la démonstration de cette affirmation.

Le schéma de fonctionnement des amplificateurs A_x et A_y (figure 7) est le suivant: les moteurs M_x et M_y sont commandés par des amplificateurs magnétiques push-pull. A chaque axe de moteur se trouve relié un générateur

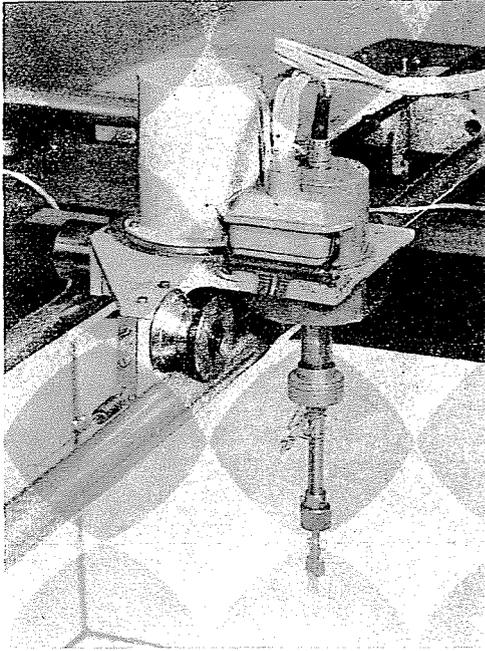


Fig. 6

tachymétrique de 500 c/s (T_{Dx} , T_{Dy}). Les signaux amplifiés proportionnels aux tensions de sortie de ces générateurs sont à soustraire des tensions U_x , resp. U_y . Les différences sont appliquées à des amplificateurs (E_x , E_y), puis à des détecteurs de phase qui alimentent des amplificateurs magnétiques.

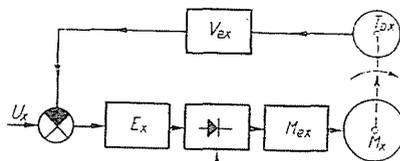


Fig. 7

Cette boucle inférieure répond à une double tâche: d'une part, comme asservissement de type 0 rapporté à la vitesse angulaire ω du moteur, elle linéarise la caractéristique $V_e = V_e(U_0)$, élimine les dérives des amplificateurs

magnétiques et accroît la vitesse de commande, d'autre part, comme compensation D , elle améliore la qualité du réglage.

Cette boucle inférieure a trois constantes de temps (une pour le moteur et deux autres pour les amplificateurs magnétiques); la stabilité est assurée par l'éloignement, l'un de l'autre, des points de cassure.

L'asservissement du «détecteur» de position est du premier ordre; il est amélioré par la compensation D décrite plus haut, et contient une non-linéarité importante due au jeu mécanique des transmissions m_x et m_y .

Une réserve convenable de stabilité est encore assurée avec un gain de la boucle ouverte $A_1 = 10 \text{ s}^{-1}$. Les propriétés caractéristiques dans le domaine de fonctionnement linéaire seront:

Temps de réponse	$T = 0,5 \text{ s}$
Dépassement	$D = 0$
Seuil d'insensibilité	$U_{\min} = 100 \text{ mV}$

Le gain de l'amplificateur A_r peut être varié au moyen d'un bouton disposé sur le tableau de commande, de sorte que le gain de la boucle ouverte est réglable à l'optimum à n'importe quelle intensité de champ. Le changement de la position angulaire du système détecteur d'angle est cause d'une perturbation de l'asservissement, mais qui ne provoque d'erreurs appréciables qu'au tracé des lignes de forte courbure.

2.4 Conclusion

La photographie de l'appareil est visible sur la figure 5; voici les principales données de l'appareil:

Dimensions de la cuve	$1000 \times 1500 \text{ mm}$
Tension d'alimentation	$50 \text{ V } 500 \text{ c/s}$
Vitesse max. de translation tangentielle	5 mm/s
Imprécision	$\pm 1\%$ rapporté à la tension totale d'alimentation

Plus faible rayon de courbure détectable	5 mm
Alimentation secteur	$3 \times 380 \text{ V } 50 \text{ c/s}$

Avantages de l'appareil en comparaison des systèmes analogues [2], [3]:

1) Le système se prête au traçage de courbes équipotentielles polytropes fermées ou interrompues.

2) La détection est potentiométrique, ce qui signifie qu'en régime statique (détection d'une ligne continue) les sondes n'envoient pas de courant dans l'électrolyte.

3) Les opérations de détection de la position et de changement de sens sont simples. La cuve ne doit pas être munie de roue de commande à main, le système de sondes pouvant être actionné au moyen d'un selsyn émetteur à partir du tableau de commande.

- 4) L'appareil est approprié au traçage des orbites ioniques.
- 5) En cas de courbes non fermées, le traçage devient entièrement automatique.
- 6) La vitesse de translation tangentielle est constante dans tous les points.

Un désavantage déjà mentionné de ce système est que les gains de la boucle ouverte sont fonctions de l'intensité du champ et par là, de la position. C'est pourquoi, en cas de fortes intensités, il se forme un cycle limite stable représenté sur la figure 8. Cette oscillation étant d'amplitude finie, n'est pas trop gênante car sa valeur moyenne donne la position réelle de la ligne et diminue en même temps la bande d'insensibilité.

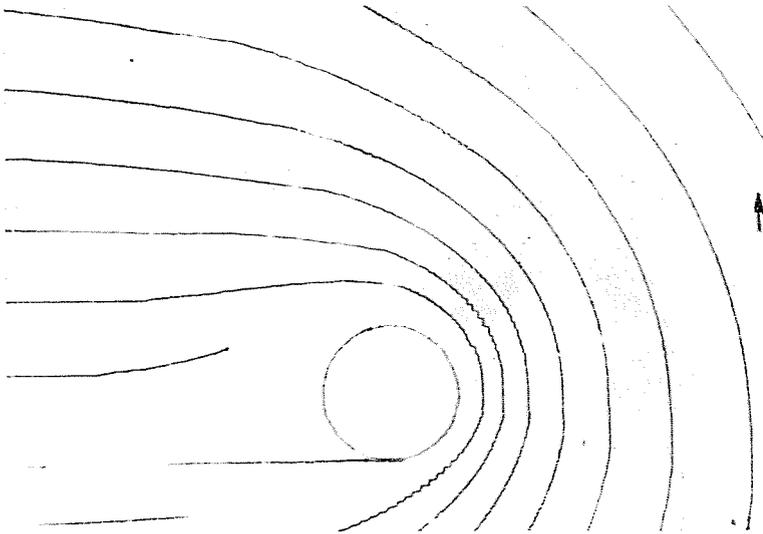


Fig. 8

Les oscillations «lentes» qui se produisent aux points de faible intensité de champ présentent déjà plus d'inconvénients (voir figure 9).

Dans ces cas, le système des sondes est dévié par les frottements solides et, par suite de la faible intensité du champ, le détecteur de position reste pendant un certain temps insensible à cette déviation. Mais dès que celle-ci atteint le seuil d'insensibilité, le détecteur de position commence à fonctionner. Étant donné que le frottement du mécanisme en mouvement est moindre et que, d'autre part, le point de zéro se déplace un peu à cause de l'hystérésis de l'amplificateur magnétique, le système des sondes est ramené au voisinage de la ligne.

Il résulte de ce que nous avons dit plus haut, que cet effet se présente surtout sur les lignes de direction x ou y , où le moteur M_x resp. M_y ne tourne pas. Il n'influence pas sensiblement l'exactitude de la mesure, mais

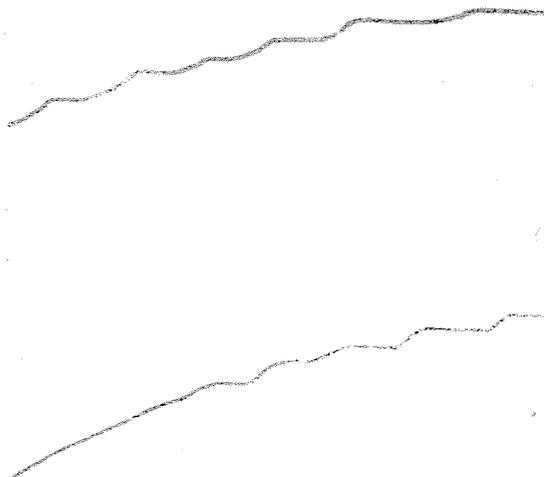


Fig. 9

trouble la continuité du tracé et compromet l'effet esthétique de la carte de potentiel obtenue.

On pourrait éliminer ces deux effets oscillatoires par un système d'auto-adaptation, c'est-à-dire par des régulations dont le gain varie en raison inverse de l'intensité du champ. La possibilité d'une telle solution existe bien en principe, mais certaines difficultés pratiques (augmentation considérable du nombre d'éléments, diminution de la sécurité de fonctionnement, construction compliquée et peu pratique de la sonde) nous ont retenus de passer à l'exécution. D'après notre expérience, le traceur s'acquitte d'une façon satisfaisante de sa fonction, même sous sa forme actuelle.

Résumé

L'auteur présente une méthode de simulation à l'aide d'un modèle électrolytique. Il donne d'abord la description du procédé de mesure offrant de nombreux avantages en comparaison de la levée manuelle de la «carte» de potentiel et fait connaître ensuite le schéma et le fonctionnement du système automatique, basé sur la transformation des coordonnées. L'examen de la structure des asservissements, des propriétés et des caractéristiques dynamiques du système permettant de tracer les lignes équipotentielles d'un champ électrique est suivi de la description de l'appareil, de ses données techniques et de ses avantages. L'analyse d'un défaut de régulation dépendant de l'intensité du champ termine l'étude.

Bibliographie

1. GELFAND, R.; SHINN, B. J.; TUTEUR, F. B.: An Automatic Field Plotter. Trans. AIEE part I. 73—78 (1955).
2. SCHMIDT, H.: Der elektrolitische Trog mit selbsttätiger Aufzeichnung der Potentiallinien. Elektrotechnik und Maschinenbau. **69**, 155—161 (1952).
3. GREEN, P. E.: Automatic Plotting of Electrostatic Fields. The Review of Scientific Instruments **19**, 646—653 (1948).

Péter OSVÁTH Budapest, XI., Múgyetem rkp. 9. Hongrie.