

GEGENWÄRTIGE HAUPTTENDENZEN IN DER NICHTLINEAREN REGELUNGSTHEORIE*

Von
F. CSÁKI

Lehrstuhl für Automation, Technische Universität, Budapest
(Eingegangen am 26. Juni 1964)

1. Einleitung

Es ist bereits das dritte Mal, daß die Konferenz über nichtlineare Schwingungen zur Veranstaltung gelangt. Es ist aber das erste Mal, daß die Probleme der nichtlinearen Regelungstechnik in einer eigenen Sektion behandelt werden. Es wird also vielleicht nicht nutzlos sein, wenn wir im Rahmen eines kurzen Vortrages den Versuch unternehmen, die bisher befolgten Wege der nichtlinearen Regelungstheorie, samt den bisher erreichten Resultaten zusammenzufassen in der Absicht, auch die zu erwartenden Tendenzen der zukünftigen Entwicklung aufzuzeichnen.

Für alle Gebiete der technischen Wissenschaften — so auch für die Mechanik, Elektrotechnik, Elektronik und für die Regelungstechnik — gilt die Feststellung, daß man sich zunächst mit den linearen Problemen befaßte, was sich daraus erklärt, daß die Lösung der linearen Probleme verhältnismäßig einfacher ist. Im Laufe der Entwicklung sehen sich aber die Astronomen, Physiker, Mathematiker und Ingenieure bald Problemen gegenübergestellt, die mit Hilfe linearer Modelle nicht mehr gelöst werden konnten. Dieser Umstand lenkte nunmehr die Aufmerksamkeit auf eingehende Forschung auf dem Gebiet der nichtlinearen Systeme. Endlich rechnet man im Laufe der neuesten Entwicklung mit den Nichtlinearitäten nicht nur als unangenehmen Tatsachen und als komplizierten Problemen, die nur nach komplizierten mathematischen Methoden zu lösen sind, man ist vielmehr bestrebt, bei Ausführung technischer Einrichtungen die durch die Nichtlinearitäten erzielbaren Vorteile — zur Verwirklichung moderner technischer Lösungen — willkürlich auszunützen. Es genügt vielleicht, wenn ich mich hier auf die Gleichrichter, auf die Magnetverstärker oder auf die Multivibratoren beziehe. Dasselbe kann festgestellt werden in Bezug auf die Regelungstechnik, soweit es sich unter Ausnützung der Eigenart von Nichtlinearitäten um die Verwirklichung von Regelungssystemen handelt, die mit linearen Systemen überhaupt nicht oder nur auf ganz verwickelte Weise zu verwirklichen wären. Von den vielen Möglichkeiten möch-

* Ein Vortrag gehalten an der Sitzung: »Dritte Konferenz über Nichtlineare Schwingungen« vom 25.—30. Mai 1964 in Berlin. Organisiert durch die Deutsche, Polnische und Tschechoslowakische Akademie der Wissenschaften.

te ich hier nur eine erwähnen, und zwar die nichtlineare Strombeschränkungsschaltung des Drehzahlregelungssystems nach dem Ward—Leonard-Prinzip.

Die Publikationen über die linearen Systeme mit konstanten Koeffizienten machen einen sehr großen Teil der bisher erschienenen Fachliteratur über Regelungstechnik aus. Dies fällt besonders auf dem Gebiete der Fachbücher auf. Dieser Umstand könnte bei oberflächlicher Betrachtung den Eindruck wecken, daß die linearen Systeme den allgemeinen Fall bedeuteten, die nichtlinearen Systeme dagegen nur Sonderfälle wären. Die physikalische Realität aber zeigt eben das entgegengesetzte Bild. Jedes physikalische System ist im Grunde genommen eigentlich nichtlinear, und seine Parameter verändern sich mehr oder weniger auch mit der Zeit. Das bedeutet nicht, daß man auf Grund der linearen Regelungssysteme mit konstanten Koeffizienten unbedingt falsche Resultate erzielt; ganz im Gegenteil, man wird die Analyse sowie auch die Synthese zweckmäßig auf dieser Grundlage durchführen, weil dieser Weg der einfachste ist. In der großen Mehrzahl der Fälle aber müssen wir uns der nichtlinearen Behandlungsweise bedienen, weil wir mit der linearen ganz falsche Resultate erzielen würden.

Hier möchte ich auch noch erwähnen: Während hinsichtlich der linearen Systeme — zufolge der Gültigkeit des Prinzips der Superposition und der Proportion — ziemlich allgemeine Feststellungen gemacht werden können, während also lineare Systeme gewissermaßen uniformisiert sind, verhalten sich die nichtlinearen Systeme in hohem Maße individuell, d.h. man kann über sie wenig allgemeine Behauptungen machen. Als Erklärung hierfür genügt es vielleicht, darauf hinzuweisen, daß die Benennung »nichtlinear« selbst nur eine negative Aussage enthält, jene nämlich, daß das System nicht linear ist, ohne auf irgendwelche nähere Eigenschaften zu verweisen. Deswegen stellen einige Verfasser die Frage, ob es überhaupt einen Sinn hat, von nichtlinearer Theorie zu reden, da man ja doch in verschiedenen nichtlinearen Systemen verschiedenartige Methoden gebraucht. Natürlich kann von einer einheitlichen nichtlinearen Theorie weder in der Regelungstechnik, noch in der Schwingungslehre gesprochen werden, obgleich man vielleicht als überbrückende Lösung sich des Ausdrucks »nichtlineare Regelungstheorie« bedienen darf, sofern man darunter den Komplex verschiedener nichtlinearer Methoden versteht.

Die nichtlineare Regelungstheorie steht in enger Verbindung einerseits mit den theoretischen Methoden der nichtlinearen Mechanik, Elektrotechnik und Elektronik usw., andererseits mit der linearen Regelungstheorie.

Um dieses verschiedenartige Gebiet erfassen zu können, werden wir zunächst folgende Wege betreten.

Zuerst wollen wir die Beziehung der nichtlinearen Regelungstheorie zur nichtlinearen Schwingungslehre untersuchen, sodann kurz überblicken, inwieweit es gelungen ist, die Resultate der linearen Regelungstheorie für die nichtlineare Regelungen zu verallgemeinern, und schließlich werden wir einige

Problemkreise erörtern, die, obgleich sie in gewissem Maße mit einigen Kapiteln der nichtlinearen Schwingungslehre oder mit der linearen Regelungstheorie verwandt sind, ihre mächtige Vollentfaltung eben in der nichtlinearen Regelungstheorie erreicht haben.

2. Anwendung der Methoden der nichtlinearen Schwingungslehre in der Regelungstechnik

In der nichtlinearen Mechanik, Elektrotechnik, Elektronik usw. ist die nichtlineare Schwingungslehre am weitgehendsten entwickelt worden. Obgleich sich die Regelungstechnik Ziele ganz anderen Charakters setzt, sind viele ihrer Methoden aus der nichtlinearen Schwingungslehre übernommen worden. Zur weiteren Erörterung wird es vielleicht genügen, wenn wir die nichtlineare Schwingungslehre in drei größere Gruppen teilen, u.zw. in qualitative (topologische), in quantitative Methoden und schließlich in den Problemkreis der nichtlinearen Resonanz und der Relaxationsschwingungen.

Was den ersten Themenkreis, die qualitativen Methoden betrifft, werden diese ausgedehnt auch in der Regelungstechnik verwendet. So werden zum Beispiel die Phasenraum- bzw. Phasenebenen-Methode und deren verschiedene Unterarten, wie zum Beispiel die Methode der Isoklinen, die Methode von LIÉNARD usw. sowie die POINCARÉsche Methode angewendet, die zur Entscheidung des Charakters der singulären Punkte dient. Leider genügen die Differentialgleichungen zweiter Ordnung zur Beschreibung des Verhaltens der Regelungssysteme in vielen Fällen nicht, daher sollte man sich statt der Phasenebenen-Methode der Phasenraum-Methode bedienen; damit geht aber die Einfachheit der erwähnten Methode in hohem Maße verloren. Ich möchte hier erwähnen, daß die Phasenraum- bzw. Phasenebenen-Methode zur Behandlung der den Anfangs-Bedingungen ausgesetzten und später allein gelassenen Systeme geeignet sind. In der Regelungstechnik ergeben sich aber oft Eingriffe und Einwirkungen, deren Umwandlung zu Anfangsbedingungen nur innerhalb gewisser Grenzen zu verwirklichen ist.

Zu den qualitativen Methoden gehören auch die der Stabilitätsuntersuchung. Eine der Grundfragen der Regelungstechnik ist die Stabilität, es ist also leicht zu verstehen, daß die Regelungstechnik die LJAPUNOWSche Untersuchungsmethode weitgehend übernommen und auch wesentlich weiterentwickelt hat. Hiervon soll später noch eingehender gesprochen werden. Die Verallgemeinerung des NYQUIST-Kriteriums auf Nichtlinearitäten, welches in der Regelungstechnik eine so große Rolle spielt, wird dagegen auch in der nichtlinearen Schwingungslehre allgemein gebraucht (wie z.B. die Methoden von TEODORTSCHIK und BLANQUIER). In der Schwingungslehre spielt die Klärung der Entstehungsbedingungen von Grenzzyklen eine bedeutende Rolle. Es ist interessant, daß sich auch die nichtlineare Regelungstheorie mit dieser

Frage viel beschäftigt, obgleich hier die Aufgaben eben in entgegengesetztem Sinne auftauchen, u.zw. in dem Sinne, wie sich das Entstehen eines Grenzzyklus vermeiden läßt.

Was die quantitativen Methoden betrifft, spielen die Approximations- und Perturbations-Methoden in der Schwingungslehre eine besonders wichtige Rolle, weil sie nämlich die Lösung der nichtlinearen Differentialgleichungen in der Form von Reihenentwicklungen geben und sich besonders zur Ermittlung numerischer Resultate eignen. Die Regelungstechnik übernahm vor allem die von KRYLOW und BOGOLJUBOW stammende gleichwertige harmonische Linearisierungs-Methode, die oft auch die Methode der Beschreibungsfunktionen genannt wird. Die Methode der Beschreibungsfunktionen wird hauptsächlich bei Stabilitätsuntersuchungen oder zum Beweis des Entstehens eines Grenzzyklus angewendet, über das dynamische Verhalten der Regelungssysteme vermag sie aber kaum etwas auszusagen.

Es scheint überraschend, daß die verschiedenen Potenzreihenentwicklungs-Methoden und auch die verschiedenen numerischen Methoden in der nichtlinearen Regelungstechnik, trotz Verbreitung der digitalen Rechenmaschinen, bisher verhältnismäßig wenig Eingang gefunden haben. Dies ist erstens damit zu erklären, daß man selbst aus zahlreichen Lösungen kein so allgemeines Bild gewinnen kann, wie zum Beispiel nach den vorhererwähnten topologischen Methoden. Der Überblick ist aber in der Regelungstechnik vielleicht noch wichtiger als in anderen Wissenschaften, da wir ja in verwickelten Systemen nicht nur für die Analyse, sondern auch für die Synthese Sorge tragen müssen.

Was den dritten Themenkreis betrifft, können wir sagen, daß so wichtige Kapitel der nichtlinearen Schwingungslehre, wie zum Beispiel das Entstehen der subharmonischen Schwingungen, der parametrischen Erregung, nichtlinearer Oszillatoren, Relaxationsschwingungen in der Regelungstheorie eine verhältnismäßig bescheidene Rolle spielen, und obgleich sich einige Artikel mit den erwähnten Themenkreisen befassen, wurden sie nur in beschränktem Umfang angewendet. Bestimmte Anwendungen der sogenannten asymptotischen Methode lassen sich beobachten, am meisten treffen wir aber auf die ausgedehnte Anwendung der Methode der stückweisen linearen Idealisierung.

3. Beziehungen zwischen der linearen und der nichtlinearen Regelungstheorie

Wenn wir jetzt zu dem in der Einleitung erwähnten zweiten vergleichenden Gesichtspunkt übergehen, wollen wir untersuchen, welche Beziehungen zwischen der linearen und der nichtlinearen Regelungstheorie bestehen. Um einen gewissen Überblick über die Regelungssysteme zu gewinnen, haben wir einige wichtigere Klassifikations-Gesichtspunkte in Tafel I. zusammengestellt. Die meisten dieser Gesichtspunkte sind klar und bedürfen keiner näheren Er-

Tabelle 1

Klassifikation von Regelungssystemen	
Gesichtspunkte der Klassifikation	Variation
Charakter des Systems	Lineares System Nichtlineares System
Aufgabe des Systems	Regelung Optimalwert-Absuchen
Funktionsart des Systems	Kontinuierlich arbeitendes System Diskret arbeitendes System
Eigenart der Regelstrecke	Mit konzentrierten Parametern Mit verteilten Parametern
Zeitverhalten des Systems	Mit konstanten Parametern Mit zeitvariablen Parametern
Verwickeltheit des Systems	Einschleifiges System Mehrschleifiges System
Zahl der Variablen	Einfaches System Mehrfaches System
Eigenschaft der Signale	Deterministische Signale Stochastische (statistische) Signale
Struktur des Systems	Unveränderliche Struktur Veränderliche Struktur: Adaptives System Lernendes System Selbstorganisierendes System

klärung. Mit einigen von ihnen werden wir uns aber zweckmäßigerweise ganz kurz näher befassen müssen. Gleichzeitig wollen wir auch auf ihre Rolle in der linearen bzw. nichtlinearen Regelungen hinweisen.

Die im weiteren Sinne aufgefaßten Regelungssysteme können nach ihrer Aufgabe gruppiert werden, u. zw. handelt es sich um Regelungen im engen Sinne bei den Konstantwert- und Folge-Regelungen, falls eine oder mehrere Variable auf konstantem Wert gehalten werden müssen, oder die Aufgabe besteht darin, diese Variablen nach einer vorweg festgesetztem Führungsgröße zu verändern. Dagegen bezeichnen wir mit Optimalwert-Absuchen (oder Extremwertregelung) jene Aufgabe, die darin besteht, daß gewisse Größen der Regelstrecke so eingestellt werden müssen, daß die aus den erwähnten Größen gebildete Ziel-Funktion eben ein Extremum: ein Minimum, bzw. ein Maximum erreicht. (Die Kriterien solcher Optimumbestimmungen können zum Beispiel die niedrigsten Selbstkosten sein oder die größte Produktemenge

u. dgl. m.) Das Optimalwert-Absuchen ist ein ausgesprochen nichtlineares Problem, da man ja vom Extremwert einer linearen Funktion mit einer oder mehreren Variablen überhaupt nicht sprechen kann. Auf die Fragen des Optimalwert-Absuchens werden wir noch im späteren zurückkommen.

Was die Konstantwert- und Folge-Regelungen im engeren Sinne betrifft, sind hier die wichtigsten Fragen die folgenden: erstens die statische Genauigkeit der Systeme bzw. die statische Regelabweichung, weiterhin die Stabilität der Systeme und schließlich drittens das dynamische Verhalten des Systems, die Charakteristik des Übergangsprozesses. In linearen Regelungssystemen sind alle drei Problemkreise derart entwickelt, daß wir vom Abschluß der Theorie sprechen dürfen. Was die nichtlinearen Systeme anbelangt, verursacht hier im allgemeinen die statische Genauigkeit kein besonderes Problem, vorausgesetzt, daß man von einer solchen überhaupt sprechen kann. Hier kann es nämlich zum Beispiel wegen trockener Reibung vorkommen, daß die Regelabweichung — innerhalb gewisser Grenzen beliebig sein kann. Ebenso kann es vorkommen, daß die statische Genauigkeit von der Amplitude der Eingangsgröße oder der Führungsgröße abhängt usw. Während zur Stabilitätsuntersuchung der linearen Systeme allgemein bekannte Methoden zur Verfügung stehen, wie z.B. das ROUTH—HURWITZsche Kriterium, die NYQUIST-, BODE-, NICHOLS-Kriterien, das LEONARD—MIHAJLOW-Kriterium, das NEUMARK-Kriterium, die Wurzelort-Methode von EVANS usw., können wir im allgemeinen in der nichtlinearen Regelungstheorie zur Stabilitätsprüfung die zweite LJAPUNOWsche Methode anwenden; allerdings können einige graphische Kriterien aus den soeben aufgezählten in speziellen Fällen, besonders bei gleichzeitiger Anwendung der Beschreibungsfunktionen auch auf die nichtlineare Regelungstheorie angewendet werden. Auf die LJAPUNOWsche Untersuchungsmethode wollen wir gleichfalls noch später zurückkommen. Schließlich existieren über das dynamische Verhalten der linearen Systeme viele allgemeine Feststellungen. Dagegen gibt es aber verhältnismäßig wenige Resultate bezüglich des dynamischen Verhaltens der nichtlinearen Systeme, so daß man die Kompensation der nichtlinearen Systeme oder die nichtlineare Kompensation linearer Systeme nur durch mehr oder weniger ausgedehntes Experimentieren lösen kann, obwohl sich manchmal mit den nichtlinearen Lösungen bessere Regelungseigenschaften erzielen lassen als mit den linearen. In der Praxis scheint die Analogie-Rechenmaschine zur Prüfung des dynamischen Verhaltens linearer Systeme eines der geeignetesten Mittel zu sein. Obwohl der Analogrechner wesentlich ungenauer ist als die digitale Rechenmaschine, kann mit ihm die Prüfung einer größeren Anzahl von Varianten schneller und mit größerem Überblick durchgeführt werden als mit der digitalen Rechenmaschine.

In den Regelungssystemen spielen im Hinblick auf die Verbreitung der digitalen Rechenmaschinen neuerdings die diskretweise funktionierende Abtast- bzw. Impulssysteme eine wichtige Rolle. Die Theorie der linearen

diskreten Systeme ist weitgehend entwickelt, gelang es doch bereits zahlreiche Ähnlichkeiten und Verschiedenheiten im Vergleich zu den kontinuierlich funktionierenden Systemen zu beweisen. Was die nichtlinearen Abtastsysteme betrifft, finden wir hier auch zahlreiche Verallgemeinerung auf dem Gebiete sowohl der — im strengen Sinne des Wortes genommenen — Regelungen als auch des Optimumwert-Absuchens, doch kann auch auf diesen Gebieten mit weiteren Entwicklungsmöglichkeiten gerechnet werden.

Die Theorie der Regelungen und des Optimalwert-Absuchens beziehen sich zumeist auf Systeme mit konzentrierten Parametern. Selbst für lineare Fälle ist die Literatur über Systeme mit verteilten Parametern verhältnismäßig ärmer, obgleich in vielen Fällen die praktische Bedeutung dieser Systeme sehr groß ist. Dieser Mangel an Veröffentlichungen ist mit den Schwierigkeiten der Lösung partieller Differentialgleichungen zu erklären. Für die Literatur über nichtlineare Systeme mit verteilten Parametern gilt diese Feststellung noch in erhöhtem Maße. Bei Durchsicht der Fachliteratur kann ähnlich behauptet werden, daß die Veröffentlichungen über lineare Systeme mit konstanten Parametern die Literatur über Systeme mit zeitvariablen Parametern wesentlich übersteigen.

Dieser Umstand findet eine einfache Erklärung. Während nämlich für lineare Systeme mit konstanten Parametern die Laplace-Transformation mit gutem Erfolg angewendet werden kann, weil sich mit ihrer Hilfe die Gleichungen, die verwickelte Faltungsintegrale enthalten, in relativ einfache Produkte von Funktionen mit komplexen Variablen umwandeln lassen, verursacht die Lösung für nichtautonome Systeme weit größere Schwierigkeiten; obwohl es gewisse Transformationsmethoden für die zeitlich veränderlichen Systeme gibt, können diese bei weitem nicht mit solchem Erfolg angewendet werden wie die Laplace-Transformation in dem soeben erwähnten Falle. Die Behandlung der nichtautonomen Systeme wird daher meistens im Zeitbereich durchgeführt, und man sucht eine direkte Lösung der Integro-Differential-Gleichungen, oder Integralgleichungen. Beachtung verdient jedoch die Tatsache, daß in den nichtlinearen Systemen kein so auffallender Unterschied in der Behandlungsweise von Systemen mit konstanten und veränderlichen Parametern besteht. Für nichtlineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten verlieren nämlich die Transformationsmethoden zumeist ihre Bedeutung, die Lösung müssen also unmittelbar im Zeitbereich gefunden werden. Indem wir auf die bestehende kleinere Verschiedenheit hinweisen, darf man jedoch daraus nicht folgern, daß die Lösung der nichtlinearen Differentialgleichungen mit veränderlichen Koeffizienten im allgemeinen nicht ein viel schwierigeres Problem darstellte als jene der nichtlinearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten.

Zur Kompliziertheit der Regelungssysteme sei bemerkt, daß die Aufgaben — obwohl bereits in mehreren Fällen Artikel über mehrschleifige Regel-

kreise erschienen sind — in den meisten Fällen wie einschleifige Systeme formuliert sind, oder ist man bestrebt, die mehrschleifigen Systeme zu einschleifigen zu vereinfachen. In Fällen der linearen Systeme bietet die Methode der Signal-Fluß-Diagramme wertvolle Hilfe zur Behandlung der mehrschleifigen Regelungssysteme. Leider kann diese anschauliche Methode bei nichtlinearen Systemen nicht angewendet werden.

Den linearen Regelungssystemen mit mehreren Variablen hat man im letzten Jahrzehnt größere Aufmerksamkeit zu schenken begonnen. Mit Hilfe der Matrizenrechnung gelang es, zahlreiche Sätze, die sich auf einfache Systeme beziehen, auch auf mehrfache Systeme zu verallgemeinern. In Bezug auf die nichtlinearen Systeme mit mehreren Variablen ist das Bild durchaus nicht so günstig, und hier kann man ein gewisses Zurückbleiben feststellen. Es gibt aber einige Aufgaben, wie zum Beispiel das Problem des Optimalwert-Ab-suchens, welche direkt für nichtlineare Systeme mit mehreren Variablen verfaßt wurden, wo das System mit einer Variable als Spezialfall betrachtet werden kann.

In den Regelungssystemen und in den Optimalwertssystemen erhalten die stochastischen Signale im Vergleich zu den deterministischen Signalen eine zunehmend größere Bedeutung. Nach den grundlegenden Arbeiten von WIENER und KOLMOGOROW über die Zeitreihen gelang es, zahlreiche umfassende Sätze über die linearen Systeme auszuarbeiten, u.zw. sowohl für die Analyse als auch für die Synthese. In jüngster Zeit sind in der Fachliteratur zahlreiche Veröffentlichungen über die optimale Synthese von nichtlinearen Regelungssystemen erschienen. Mit Rücksicht auf die Schwierigkeiten dieser Probleme kann aber auf diesem Gebiet mit einer weiteren bedeutenden Entwicklung gerechnet werden.

In allerjüngster Zeit wenden sich die Verfasser mit großer Aufmerksamkeit — statt der Systeme mit fester Struktur — den Systemen mit veränderlicher Struktur, d.h. den adaptiven, den lernenden und den sich selbst organisierenden Systemen zu. Diese Frage ist nachgerade zu einem der zentralen Themata der modernen Fachliteratur über theoretische Regelungstechnik geworden. Natürlich handelt es sich hier nicht nur um eine Mode, wir haben es vielmehr mit einem besonders wichtigen Kettenglied der zukünftigen Entwicklung zu tun. Es würde zu weit führen — und gehört auch nicht in den Rahmen dieses Vortrages —, hier eine Definition der adaptiven, lernenden und sich selbst organisierenden Systeme zu geben, und dies um so mehr, als das Problem heute noch sehr umstritten ist. Es gibt zum Beispiel viele Fachleute, die das Problem des Optimalwert-Ab-suchens als eine Art der adaptiven Systeme betrachten. Ich möchte hier nur darauf hinweisen, daß viele Forscher wie z.B. TRUXAL und Mitarbeiter die Systeme mit veränderlicher Struktur im Grunde genommen als nichtlineare Systeme betrachten. In dieser Beziehung besteht Aussicht auf eine recht bedeutsame Entwicklung der nichtlinearen Regelungstheorie schon in den nächsten Jahren.

4. Eigene Probleme der nichtlinearen Regelungstechnik

Die nichtlineare Regelungstechnik hat mehrere Methoden entwickelt, die, obgleich sie in gewisser Verwandtschaft mit der nichtlinearen Schwingungslehre stehen, ihre weitgehende Entfaltung eben in der Regelungstechnik erreicht haben. Diese Methoden werden wir willkürlich und vereinfachend »eigene Probleme« der nichtlinearen Regelungstechnik nennen.

Ein solches eigenes Problem ist zum Beispiel die Methode der harmonischen Linearisierung. Diese Methode stammt — wie bereits erwähnt — von KRYLOW und BOGOLJUBOW. Anfangs war in erster Linie von ihrer Anwendung in Fällen der Schwingungslehre die Rede, später wandte man sie aber weitgehend in der Regelungstechnik an. Die harmonische Linearisierung, die auch Methode der Beschreibungsfunktionen genannt wird, nimmt — wie bekannt —, beim Eingang des nichtlinearen Gliedes sinusartige Schwingungen an, beim Ausgang des nichtlinearen Gliedes dagegen beachtet sie allein die Grundwellen und vernachlässigt alle Oberwellen. Da sich die anderen linearen Teile des Regelungssystems im allgemeinen als unterdurchlässiger Filter verhalten, führt diese Approximation oft zu ganz guten Resultaten, besonders hinsichtlich der Stabilität beziehungsweise der Beurteilung des Grenzzyklus. Die Verbreitung der harmonischen Linearisierung ist der Tatsache zu verdanken, daß diese Methode das Rechnen mit einem gleichwertigen linearen System und damit die Anwendung gewisser bekannter Methoden der linearen Regelungstechnik auch in nichtlinearen Systemen ermöglicht.

Die Literatur der Methode der Beschreibungsfunktionen ist recht zahlreich, und man findet auch noch in den letzten Jahren immer neuere Artikel, die einige Varianten dieser Methode behandeln. Ich erwähne als Beispiel die sogenannte inverse Beschreibungsfunktions-Methode oder die Methode der Beschreibungsfunktionen mit doppeltem Eingang. Diese Linearisierungsmethoden beziehen sich im wesentlichen alle auf das Frequenzgebiet.

Der harmonischen Linearisierung gleicht eine andere weitverbreitete Methode der Linearisierung im Zeitbereich, die sogenannte statistische Linearisierung. Bei dieser Methode geht man von einem statistischen Eingangssignal aus, das man gewöhnlich als Gaußsches von normaler Verteilung annimmt. Das Ausgangssignal ist ebenfalls von normaler Verteilung, und auf Grund der zwei erwähnten Zufallgrößen kann zum Beispiel der gleichwertige lineare Verstärkungsfaktor der nichtlinearen Elemente bestimmt werden. Natürlich lassen sich auch noch sonstige Kenngrößen definieren, man gebraucht aber am häufigsten eben den linearisierten Verstärkungsfaktor.

Es fanden mehrere Versuche statt, um kombinierte Linearisierungsmethoden einzuführen, sofern man die Eingangsgröße als Resultat eines sinusartigen und eines statistischen Signals auffaßt. Die kombinierten Linearisationsmethoden sind aber verwickelter als die einfache harmonische Linearisierung oder die einfache statistische Linearisierung.

In der Regelungstechnik wendet man oft auch die streckenweise Linearisierung der nichtlinearen Kurve an, u. zw. entweder in Verbindung mit der statistischen und mit der harmonischen Linearisierung oder aber direkt, zur Festsetzung des Übergangsprozesses. Bei streckenweiser Linearisierung ersetzt man das nichtlineare System durch verschiedene lineare Modelle, womit es oft gelingt, zur Lösung der Differentialgleichungen geschlossene Ausdrücke zu erhalten. Die Berechnungsarbeit wird aber im allgemeinen mit wachsender Streckenzahl wesentlich vergrößert.

Zu den eigenen Problemen der Regelungstechnik zählen wir auch die Stabilitätsprüfungsmethode von LJAPUNOW. Auch diese Methode wird in der Schwingungslehre in zahlreichen Fällen angewendet, doch ist sie zu größter Bedeutung eben in der nichtlinearen Regelungstechnik gelangt, da die Stabilität ein Angelpunkt der Regelungssysteme ist. Die zweite direkte LJAPUNOWsche Methode beurteilt die asymptotische Stabilität bzw. die Stabilität des Systems — wie bekannt — durch Konstruktion beispielsweise einer positiv-definiten LJAPUNOW-Funktion mit negativ-definiten oder negativ-semidefiniten Ableitungsfunktionen. Zahlreiche Varianten der Methode sind zur Beurteilung der Stabilität im Großen und im Kleinen, usw. bekannt. Das größte Problem bedeutet aber eben die Konstruktion der LJAPUNOWschen Funktionen. Auf diesem Gebiet sind für autonome Systeme sogar mehrere Verfahren bekannt. Auf die nicht autonomen Systeme beziehen sich relativ wenige Sätze. Das Schrifttum der LJAPUNOWschen Methode ist recht umfangreich. Zur Demonstration dieser Tatsache genügt es vielleicht zu erwähnen, daß die zusammenfassende Arbeit von Wolfgang HAHN, die in 1959 erschienen ist, auf etwa 150 Seiten Sätze und Hilfssätze ohne Ableitungen gibt. Ohne mich in Details vertiefen zu wollen, nenne ich nur einige hervorragende Namen im Zusammenhang mit der LJAPUNOWschen Methode: AJZERMAN, BARBASCHIN, CETAEW, DUBOSCHIN, ERUGIN, HAHN, KRASSOWSKI, KURZWEIL, LETOW, LUR'JE, MAL'KIN, MASSERA, MOISSEEW, NEMYCKIJ, PERRON, PERSIDSZKI, POWOW, RAZUMIHIN, RUMJANCEW, ZUBOW usw.

Die Leser der amerikanischen und englischen Literatur lernten die LJAPUNOWsche Methode durch MINORKYS Buch kennen, und in den letzten Jahren befaßten sich zahlreiche Publikationen mit den einzelnen Fragen. So zum Beispiel führte gelegentlich des letzten IFAC-Kongresses LASALLE den Begriff der eventuellen Stabilität ein, die besonders bei den Stabilitätsuntersuchungen adaptiver Systeme Bedeutung gewinnen kann.

Ein anderes eigenes Problem der Regelungstechnik stellen die Relais-Folgeregelungssysteme dar. Da das Relais eines der einfachsten und billigsten Verstärkungselemente ist, arbeiten die Relais-Folgeregelungssysteme im allgemeinen wirtschaftlich. Hieraus erklärt es sich, daß viele Aufsätze das Verhalten solcher Systeme behandeln. Eine besonders anschauliche Behandlungsweise erweist sich als möglich, wenn wir es mit Systemen von zweiter Ordnung

zu tun haben bzw. wenn die Systeme zu solchen vereinfacht werden können. Die Differentialgleichungen zweiter Ordnung können nämlich sehr gut in der Phasenebene behandelt werden. In solchen Relais-Folgeregelungssystemen kann man im allgemeinen beobachten, daß bei Umschaltung des Relais das System von einer Gruppe von Trajektorien zu einer anderen Gruppe übergeht. Die Umschaltungslinie ist zumeist geradlinig.

Solche Systeme bedeuten aber im allgemeinen keine optimalen Systeme, so etwa vom Gesichtspunkt der kürzesten Regelungs- oder Einstellzeit aus gesehen. Die Schaltungslinie der optimalen Systeme ist in der Phasenebene nicht geradlinig, und ebenso ist auch die Schaltungs-Hyperfläche im Phasenraum keine Hyperebene.

Dieser Problemkreis führt uns zu dem der optimalen Systeme. Von diesem Gesichtspunkt aus kann das Maximumprinzip von PONTIAGIN als eine recht wichtige Methode der Regelungstechnik betrachtet werden. Es würde zu weit führen, wenn wir diese Methode im einzelnen besprechen würden, wir beschränken uns also darauf, auf die Ähnlichkeit hinzuweisen, die zwischen dem PONTIAGINSchen Maximumprinzip und zwischen den HAMILTONSchen Gleichungen der Mechanik besteht.

Das Prinzip von PONTIAGIN gibt eine recht allgemeine Formulierung der Optimalprobleme der Regelungstechnik, und hier ist nicht nur von Systemen mit kürzester Einstellzeit die Rede, sondern es kommen auch andere Systeme in Frage, wie zum Beispiel optimale Systeme, die ein gewisses Integralkriterium minimalisieren.

Die PONTIAGIN-Methode ist relativ neu. Die Fachliteratur, die sich mit diesem Prinzip befaßt, beschäftigt sich zumeist mit der Untersuchung der zeitoptimalen Systeme und nur zum geringeren Teil mit den sonstigen optimalen Systemen. Das wesentlichste Problem scheint darin zu bestehen, daß die physikalische Realisationsmöglichkeit der relativ verwickelten Funktionen selbst dann fraglich ist, wenn es gelingt, die Gleichung der Schaltungs-Hyperfläche in geschlossener Form anzugeben.

Ein Teil der Untersuchungen hat eben den Zweck festzustellen, wie diese Schaltungs-Hyperflächen durch praktisch einfach zu verwirklichende Ebenen angenähert werden können.

Zahlreiche Artikel sind in der Fachliteratur erschienen, die auf den Zusammenhang des Maximumprinzips der klassischen Variationsrechnung und der BELLMANNSchen dynamischen Programmierung hingewiesen haben (ROSENAUERS Aufsatzreihe ist in dieser Hinsicht hervorzuheben). Das Maximumprinzip und die dynamische Programmierung bilden einige der wichtigsten Grundlagen der Regelungstechnik, und man darf mit Recht damit rechnen, daß in den nächsten Jahren noch zahlreiche Publikationen und Artikel zu diesem Themenkreis erscheinen werden.

Im Zusammenhang mit dem Problemkreis der Optimierung der Übergangsprozesse ist die Methode KULIKOWSKIS zu erwähnen, die auf der Funktionalanalyse beruht. Es würde zu weit führen, auch nur ein approximatives Bild über die in diesem Themenkreis der Optimierung erschienene Fachliteratur geben zu wollen. Hier möchte ich nur einige Namen erwähnen wie zum Beispiel KALMAN, LERNER, FELDBAUM, BELLMANN, PONTRIAGIN, CHANG, FLÜGGE-LOTZ und ihre unmittelbaren Mitarbeiter.

Ein anderer Themenkreis der nichtlinearen Regelungstechnik, der zu großer Entwicklung gelangt ist, ist die Extremalwertregelung oder mit einem anderem Namen das Optimalwert-Absuchen. Hier handelt es sich im wesentlichen darum, das Extrem einer nichtlinearen Zielfunktion zu finden. Die Aufgaben können in zwei Gruppen unterteilt werden, einerseits in die verschiedenen Methoden, die zur Bestimmung der Gradienten dienen, andererseits in Schritte, die in Richtung zum Extrem zu unternehmen sind. Letztere Aufgabe wird oft Bergsteiger-Methode genannt. Die am meisten angewendeten Methoden sind die folgenden: die Methode von GAUSS-SEIDEL, die Gradientenmethode und die Methode des steilsten Fallens. Zu diesem Themenkreis gibt es eine umfangreiche Fachliteratur, die sich nicht nur auf theoretische Überlegungen beschränkt, sondern auch auf die Möglichkeiten der praktischen Anwendung. Im Zusammenhang mit diesem Themenkreis weisen wir auf die Tätigkeit von DRAPER und LI, FELDBAUM, KRASSOWSKI und anderen hin.

Die Methoden des Optimalwert-Absuchens bilden — wie bereits erwähnt — eine Untergruppe der adaptiven Systeme. Im Brennpunkt der Aufmerksamkeit der Regelungstechniker steht eben der letzterwähnte Themenkreis. Dies beweist einerseits die große Zahl von Publikationen über die adaptiven Regelungen, andererseits die Tatsache, daß von der IFAC (International Federation of Automatic Control) ein eigenes Symposium zur Erörterung dieses Themas veranstaltet wurde. Im Zusammenhange mit den adaptiven Systemen sind neben den im Zusammenhange mit der Optimalwertsuchung angegebenen Namen die von TRUXAL, WESTCOTT und Mitarbeiter zu erwähnen.

Hier möchte ich noch hervorheben, daß in nächster Zukunft seitens der IFAC ein Symposium veranstaltet wird, das sich mit der Sensitivitäts-Analyse der nichtlinearen Systeme befassen soll.

5. Schlußbemerkungen

In obigen Ausführungen haben wir einen kurzen Überblick über die Beziehungen der nichtlinearen Regelungstechnik zu anderen Wissenschaften und zur linearen Regelungstechnik gegeben und uns sodann etwas eingehender mit dem modernen und im Mittelpunkt des Interesses stehenden Themenkreis der nichtlinearen regelungstechnischen Theorie befaßt. Der Überblick erfolgte vor allem vom theoretischen Gesichtspunkt aus.

Hier möchte ich auf die großen Auswirkungen hinweisen, die das Erscheinen der modernen Analogie- und digitalen Rechenmaschinen im allgemeinen auf die Methode der Lösung nichtlinearer Probleme ausübte. Diese Auswirkungen können auch in der nichtlinearen Regelungstechnik beobachtet werden. Hier handelt es sich nicht nur darum, daß man auf Fragen Antwort bekommen kann, die früher unlösbar schienen oder nur auf recht schwierige Weise zu lösen waren, sondern auch darum, daß das Erscheinen der Rechenmaschinen in der Regelungstechnik eine Reihe von Problemen aufgeworfen hat und daß man auf diese Weise die Entwicklung einer ganz neuen Tendenz beobachten kann.

Zum Schluß möchte ich betonen, daß dieser kleine Vortrag sich durchaus nicht zum Ziel gesetzt hat, die Fachliteratur zusammenzufassen oder zu systematisieren. Auch die Erwähnung von Namen diente nur als Illustration. Wenn ich Namen von Forschern, die in der nichtlinearen Regelungstechnik wichtige Resultate erzielten, nicht erwähnt habe, ist dies nicht im geringsten absichtlich geschehen, vielmehr nur die Folge der Beschränkung, die dem Volumen dieser Arbeit vorweg gesetzt war.

Zusammenfassung

Zunächst werden einige allgemeine Gesichtspunkte zur Klassifikation der Regelungssysteme angegeben. Auf dieser Grundlage wird die Lage der linearen mit der der nichtlinearen Regelungstheorie in verschiedenen Themenkreisen verglichen.

Es werden dann die speziellen nichtlinearen regelungstechnischen Probleme, wie zum Beispiel verschiedene Linearisationsmethoden, Beschreibungsfunktionsmethoden, Phasenraummethoden, Relais-Folgesysteme, Modellierungsverfahren kurz erörtert und die auf diesen Gebieten bisher erreichten wichtigeren Resultate sowie die wahrscheinliche Entwicklung der Zukunft besprochen.

Schließlich werden die wichtigsten Fragen der modernen nichtlinearen Regelungstheorie, so zum Beispiel das Stabilitätskriterium von Ljapunow, das Maximumprinzip von Pontriagin, die dynamische Programmierung von Bellmann, verschiedene Optimierungsverfahren et was ausführlicher untersucht.

Prof. Dr. Frigyes CsÁKI, Budapest, XI., Egly József u. 18—20, Ungarn.