

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ПРОВОЛОЧНЫХ АНТЕНН БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ С ПОТЕРЯМИ, РАСПОЛОЖЕННЫХ НАД ЗЕМЛЕЙ

И. ВАГО

Кафедра теоретических основ электротехники Будапештского политехнического
института

(Поступило 5. IX. 1963 г.)

Представлено зав. кафедрой проф. К. Шимони

Введение

Проволочные антенны бегущей волны (простая проволочная антенна, «V»-образная антенна, ромбическая антенна) расположены обычно горизонтально над землей. Чаще всего в расчетах земля принимается в качестве идеального проводника и влияние земли на характеристику излучения учитывается с помощью такого зеркального отображения, при котором в зеркальном отображении течет ток по величине такой же, как и в антенне, но противоположный по направлению. Ниже приводится метод расчета, на основании которого при учете потерь в земле ток в зеркальном отображении не равен току в антенне, и на основании этого определяется характеристика излучения.

Расчеты, подобные упомянутому методу, были проведены Карсоном [1], [2] при расчете фидерных линий, имеющих в качестве обратного провода землю. Его расчет дает правильное приближение до частот ок. 1 мгц. Другие подобные расчеты относятся к антеннам не бегущей волны, а к антеннам стоячей волны [3].

Электромагнитное поле над землей может быть описано как сумма двух полей: поля Зоммерфельда для антенн бегущей волны и дополнительного поля, возникающего благодаря присутствию земли. Это дополнительное поле, а также поле внутри земли задаются в виде интеграла Фурье, и преобразования Фурье определяются из граничных условий. Граничные условия удовлетворяются только как сумма волн типов ТЕ и ТМ. Расчеты приведены только для простых проволочных антенн бегущей волны, однако полученные результаты могут быть использованы для определения полей «V»-образных или ромбических антенн.

Запись уравнений компонентов полей

Эскиз проволочной антенны бегущей волны, расположенной горизонтально над землей, приведен на рис. 1. Земля представляется однородной и ограниченной горизонтальной плоскостью.

Характерные постоянные: ϵ_f — диэлектрическая постоянная, μ_0 — проницаемость и σ_f — удельная проводимость.

Высота подвеса антенны над землей « h » (рис. 2), радиус провода « r_0 », удельная проводимость провода « σ_v ». Питание подводится между одним концом антенны и землей (рис. 1). Другой конец нагружается сопротивлением « Z_0 », равным волновому сопротивлению системы.

Считаем известным ток антенны I . Декартова координатная система задается как указано на рис. 2. Находим такое решение уравнений Максвелла, которое дает бегущую волну в направлении оси z [4].

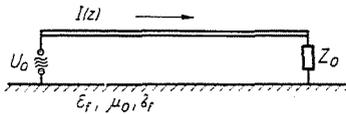


Рис. 1

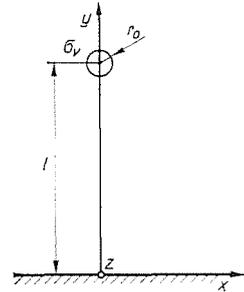


Рис. 2

В случае типа волн ТМ решение уравнений Максвелла выражаем через запаздывающий векторный потенциал A_M :

$$\mathbf{H}_M = \text{rot } \mathbf{A}_M \quad \mathbf{E}_M = \frac{1}{\sigma + j\omega\epsilon} (\text{grad div } \mathbf{A}_M - k^2 \mathbf{A}_M) \quad (1)$$

где

$$k^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon). \quad (2)$$

Для воздуха $\sigma = 0$, $\epsilon = \epsilon_0$, $\mu = \mu_0$

$$k_0^2 = (j\omega \sqrt{\mu_0\epsilon_0})^2. \quad (3)$$

Для земли

$$k_f^2 = j\omega\mu_0(\sigma_f + j\omega\epsilon_f). \quad (4)$$

Дифференциальное уравнение векторного потенциала A_M :

$$\Delta \mathbf{A}_M = k^2 \mathbf{A}_M. \quad (5)$$

В случае типа волн ТМ векторный потенциал A_M имеет компонент только в направлении z $A_M = A_{Mz}$. Находим решение в виде бегущей волны в направлении оси z . При вышеупомянутом условии уравнение (5) имеет

следующее решение:

$$A_M(x, y, z) = A_{Mz}(x, y) e^{-\gamma z} = R_M \cdot \cos ax \cdot e^{\pm \sqrt{a^2 - h^2} y} \cdot e^{-\gamma z}, \quad (6)$$

где

$$h^2 = \gamma^2 - k^2. \quad (7)$$

« γ » — комплексная постоянная распространения волны. A_{Mz} — четная функция от x . Поэтому уравнение (6) не содержит члена с « $\sin ax$ ». Если y стремится к $\pm \infty$, векторный потенциал должен убывать быстрее, чем $\frac{1}{\sqrt{y}}$.

Это выполняется, если действительная часть квадратного корня при коэффициенте y положительная и для воздуха принимается верхний знак, а для земли нижний. Граничные условия не выполняются при одном заданном дискретном значении a , фигурирующем в уравнении (6). Решение должно быть задано так, что a проходит по всем значениям интервала $0 \div +\infty$. Решение получается как соответствующая суперпозиция функции, полученной таким образом, т. е. как интеграл Фурье.

$$A_M(x, y) = \int_0^{\infty} R_M(a) \cdot \cos ax \cdot e^{\pm \sqrt{a^2 - h^2} y} da. \quad (8)$$

Где предполагается, что $R_M(a)$, дающее решение, обеспечивает то, что A_{Mz} достаточно быстро стремится к нулю, если $x \rightarrow \infty$, и далее, что несобственный интеграл в выражении (8) сходится абсолютно и равномерно, в результате чего можно поменять порядок дифференцирования и интегрирования.

Компоненты магнитного и электрического полей определяются из уравнения (1).

$$H_{Mx} = \frac{\partial A_{Mx}}{\partial y} = \mp \int_0^{\infty} \sqrt{a^2 - h^2} \cdot R_M(a) \cdot \cos ax \cdot e^{\pm \sqrt{a^2 - h^2} y} \cdot da$$

$$H_{My} = - \frac{\partial A_{Mz}}{\partial x} = \int_0^{\infty} a \cdot R_M(a) \cdot \sin ax \cdot e^{\mp \sqrt{a^2 - h^2} y} \cdot da$$

$$H_{Mz} = 0.$$

$$E_{Mx} = \frac{-\gamma}{\sigma + j\omega\epsilon} \frac{\partial A_{Mz}}{\partial y} = \frac{\gamma}{\sigma + j\omega\epsilon} \int_0^{\infty} a \cdot R_M(a) \cdot \sin ax \cdot e^{\pm \sqrt{a^2 - h^2} y} \cdot da$$

$$E_{My} = \frac{-\gamma}{\sigma + j\omega\epsilon} \frac{\partial A_{Mz}}{\partial y} = \frac{\pm \gamma}{\sigma + j\omega\epsilon} \int_0^{\infty} \sqrt{a^2 - h^2} R_M(a) \cdot \cos ax \cdot e^{\mp \sqrt{a^2 - h^2} y} \cdot da$$

$$E_{Mz} = \frac{h^2}{\sigma + j\omega\epsilon} A_{Mz} = \frac{h^2}{\sigma + j\omega\epsilon} \int_0^{\infty} R_M(a) \cos ax e^{\mp \sqrt{a^2 - h^2} y} \cdot da. \quad (9)$$

Поле типа волны ТЕ определяется подобно полю типа волны ТМ из запаздывающего векторного потенциала A_E .

$$\mathbf{E}_E = \text{rot } \mathbf{A}_E, \quad \mathbf{H}_E = -\frac{1}{j\omega\mu_0} (\text{grad div } \mathbf{A}_E - k^2 \mathbf{A}_E). \quad (10)$$

Подобно уравнению (5) дифференциальное уравнение, относящееся к « A_E », будет:

$$\Delta \mathbf{A}_E = k^2 \mathbf{A}_E. \quad (11)$$

В случае типа волн ТЕ векторный потенциал « A_E » имеет компонент только в направлении z ; $A_E = A_{Ez}$. Таким образом, подобно уравнению (5) решение уравнения (10) будет:

$$A_{Ez}(x, y) = \int_0^\infty R_E(a) \cdot \sin ax \cdot e^{\mp \sqrt{a^2 - h^2} y} \cdot da, \quad (12)$$

где для $R_E(a)$ предполагается то же, что и для R_M . Опустив член с « $\cos ax$ », получим также отношения симметрии и асимметрии как и в случае типа волны ТМ. На основании уравнений (10) и (12) компоненты поля будут следующими:

$$\begin{aligned} H_{Ex} &= \frac{\gamma}{j\omega\mu_0} \int_0^\infty a R_E(a) \cdot \cos ax \cdot e^{\mp \sqrt{a^2 - h^2} y} \cdot da \\ H_{Ey} &= \mp \frac{\gamma}{j\omega\mu_0} \int_0^\infty \sqrt{a^2 - h^2} R_E(a) \sin ax \cdot e^{\pm \sqrt{a^2 - h^2} y} \cdot da \\ H_{Ez} &= \frac{-h^2}{j\omega\mu_0} \int_0^\infty R_E(a) \sin ax \cdot e^{\mp \sqrt{a^2 - h^2} y} \cdot da \\ E_{Ex} &= \mp \int_0^\infty R_E(a) \sqrt{a^2 - h^2} \sin ax \cdot e^{\mp \sqrt{a^2 - h^2} y} da \\ E_{Ey} &= - \int_0^\infty a R_E(a) \cos ax \cdot e^{\pm \sqrt{a^2 - h^2} y} da \\ E_{Ez} &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Используем следующие обозначения для земли:

$$R_M = F_M, \quad R_E = F_E, \quad h = f. \quad (14)$$

Таким образом, уравнение (7) для земли:

$$f^2 = \gamma^2 - h_f^2. \quad (15)$$

Поле в земле получается как сумма уравнений (9) и (13):

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_M + \mathbf{E}_E, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_M + \mathbf{H}_E. \quad (16)$$

Обозначения, используемые в части пространства над землей:

$$R_M = G_M \quad R_E = G_E \quad h = g. \quad (17)$$

А уравнение (7) принимает вид:

$$g^2 = \gamma^2 - k_0^2. \quad (18)$$

В части пространства над землей с помощью обозначений (17) и из сумм уравнений (9) и (13) можно определить дополнительное поле, возникшее в результате присутствия земли. Первичное поле антенны представляет собой поверхностную волну Зоммерфельда [5], [6]. Здесь возникает только тип волны ТМ. Решение уравнения (5), удовлетворяющее граничным условиям и в бесконечности, в случае симметричных цилиндрических полей имеет вид:

$$A_{Mz} = C_1 H_0^{(1)}(gr),$$

где $H_0^{(1)}$ — функция Ганкеля первого рода нулевого порядка. На основании уравнений (1) и (3) пространственные компоненты поля проводника будут следующими:

$$\begin{aligned} E_{ez} &= C H_0^{(1)}(gr) \\ E_{er} &= C \frac{\gamma}{g} H_1^{(1)}(gr) \\ H_{e\varphi} &= C \frac{j\omega\epsilon_0}{g} H_1^{(1)}(gr), \end{aligned} \quad (19)$$

где $H_1^{(1)}$ — функция Ганкеля первого рода первого порядка. Постоянная C имеет линейную связь с C_1 и ее значение определяется с помощью тока I антенны. Запишем закон электромагнитной индукции для периметра провода:

$$C = \frac{1}{2\pi r_0} \frac{1}{H_{e\varphi}(r_0)} = \frac{1}{2\pi r_0} \frac{g}{j\omega\epsilon_0} \frac{1}{H_1^{(1)}(gr_0)}. \quad (20)$$

Уравнения (9) и (13) описывают поле в декартовых координатах. В уравнении (19) также переходим к декартовым координатам. Из рис. 3 видно, что

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + (l-y)^2} \quad \sin \varphi = \frac{x}{r} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + (l-y)^2}} \\ \cos \varphi &= \frac{l-y}{r} = \frac{l-y}{\sqrt{x^2 + (l-y)^2}}. \end{aligned} \quad (21)$$

Компоненты электрического и магнитного полей на основании рис. 3 и 4:

$$\begin{aligned}
 E_{ex} &= E_{vr} \sin \varphi = C \frac{\gamma}{g} H_1^{(1)}(g\sqrt{x^2 + (l-y)^2}) \frac{x}{\sqrt{x^2 + (l-y)^2}} \\
 E_{vy} &= -E_{vr} \cos \varphi = -C \frac{\gamma}{g} H_1^{(1)}(g\sqrt{x^2 + (l-y)^2}) \frac{l-y}{\sqrt{x^2 + (l-y)^2}} \\
 E_{vz} &= CH_0^{(1)}(g\sqrt{x^2 + (l-y)^2}) \\
 H_{vx} &= H_{v\varphi} \cos \varphi = C \frac{g}{j\omega\epsilon_0} H_1^{(1)}(g\sqrt{x^2 + (l-y)^2}) \frac{l-y}{\sqrt{x^2 + (l-y)^2}} \\
 H_{vy} &= H_{v\varphi} \sin \varphi = C \frac{j\omega\epsilon_0}{g} H_1^{(1)}(g\sqrt{x^2 + (l-y)^2}) \frac{x}{\sqrt{x^2 + (l-y)^2}} \\
 H_{vz} &= 0.
 \end{aligned} \tag{22}$$

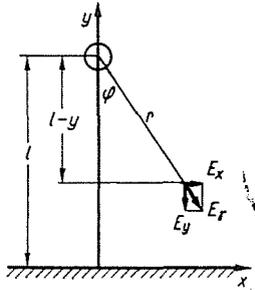


Рис. 3

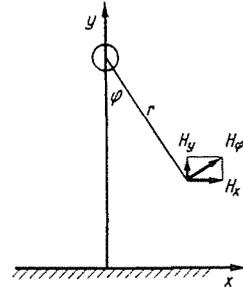


Рис. 4

Уравнения составляющих поля в пространстве над поверхностью земли определяются из суммы уравнений (9), (13) и (22) с учетом уравнений (18) и (17).

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_v + \mathbf{E}_M + \mathbf{E}_E \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_v + \mathbf{H}_M + \mathbf{H}_E. \tag{23}$$

Уравнения (16) и (23) описывают поле в земле и соответственно, в воздухе. Незвестные функции (G_M , F_M , G_E , F_E) и величины (f , g , γ), фигурирующие в уравнениях, определяются из граничных условий.

Граничные условия на поверхности земли

Граничные условия на поверхности земли требуют, чтобы величины E_x , E_y ($\sigma + j\omega\epsilon$), E_z , H_x , H_y , H_z были непрерывными. Из шести условий независимыми друг от друга являются только четыре. Соответственно этому четыре неизвестных функции $G_M(a)$, $F_M(a)$, $G_E(a)$ и $F_E(a)$ могут быть определены из них.

Между неизвестными « f », « g » и « γ » имеется связь по двум уравнениям (14) и (17). Третье уравнение, необходимое для решения, получается в результате записи граничных условий на поверхности антенны.

На поверхности земли ($y = 0$) запишем непрерывность E_z , H_z , H_y и H_x .

На основании уравнений (9), (13), (22) и (23) на поверхности земли ($y = 0$) уравнение, записанное для непрерывности E_z , имеет вид

$$\frac{f^2}{\sigma_f + j\omega \epsilon_f} \int_0^{\infty} F_M \cos a x \cdot da = C H_0^{(1)}(g\sqrt{x^2 + l^2}) + \frac{g^2}{j\omega \epsilon_0} \int_0^{\infty} G_M \cos a x \cdot da. \quad (24)$$

Вторые члены в левой и правой частях уравнения (24) представляют собой интеграл Фурье. Запишем и первый член правой части в виде интеграла Фурье. Для этого требуется вычислить следующий интеграл:

$$P(a, g, l) = \int_{-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(g\sqrt{x^2 + l^2}) \cos ax \cdot dx. \quad (25)$$

В литературе [7] фигурирует интеграл:

$$K_0(\Gamma\sqrt{x^2 + l^2}) \cos ax \cdot dx = \frac{\pi}{2} \frac{e^{-l\sqrt{a^2 + \Gamma^2}}}{\sqrt{a^2 + \Gamma^2}} \quad (26)$$

$Re \Gamma > 0 \quad Re l > 0,$

где K_0 — модифицированная бесселева функция второго рода. Учтем, что интегрируемое выражение (25) представляет собой четную функцию, и учтем следующую связь между K_0 и $H_0^{(1)}$:

$$K_0(x) = -\frac{\pi}{2} j H_0^{(1)}(jx). \quad (27)$$

При замене $j \Gamma = g$ на основании уравнений (26) и (27) уравнение (25) примет вид:

$$P(a, g, l) = \frac{2}{j} \frac{e^{-l\sqrt{a^2 - g^2}}}{\sqrt{a^2 - g^2}} = \int_{-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(x^2 + l^2) \cdot \cos ax \cdot dx \quad (28)$$

$$Re(\Gamma) = Re(-jg) = Im g > 0.$$

Обратный интеграл уравнения (28):

$$\frac{P}{\pi} = \frac{2j}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-l\sqrt{a^2 - g^2}}}{\sqrt{a^2 - g^2}} \cos ax \cdot da = H_0^{(1)}(g\sqrt{x^2 + l^2}). \quad (29)$$

В расчетах встречается выражение

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{l}{\sqrt{x^2 + l^2}} H_1^{(1)}(g\sqrt{x^2 + l^2}) \cos ax \cdot dx = \frac{2}{jg} e^{-l\sqrt{a^2 - g^2}}, \quad (30)$$

которое может быть определено из частной производной по l уравнения (28), далее выражение

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + l^2}} H_1^{(1)}(g\sqrt{x^2 + l^2}) \sin ax \cdot dx = \frac{2a}{jg} \frac{e^{-l\sqrt{a^2 - g^2}}}{\sqrt{a^2 - g^2}}, \quad (31)$$

которое может быть определено из частной производной по a уравнения (30).

Используя уравнение (25), уравнение (24) можно преобразовать так, чтобы каждый член представлял собой интеграл Фурье. Из равенства преобразований Фурье получим:

$$-\frac{g^2}{j\omega \varepsilon_0} G_M + \frac{f^2}{\sigma_f + j\omega \varepsilon_f} F_M = \frac{C}{\pi} P. \quad (32)$$

Запишем непрерывность H_z на поверхности земли на основании уравнений (13), (22) и (23):

$$\frac{g^2}{j\omega \mu_0} \int_0^{\infty} G_E \sin ax \cdot da = \frac{f^2}{j\omega \mu_0} \int_0^{\infty} F_E \sin ax \cdot da. \quad (33)$$

На основании равенства преобразований Фурье, полученных из уравнения (33)

$$g^2 G_E = f^2 F_E. \quad (34)$$

Непрерывность H_x можно записать на основании уравнений (9), (13), (22) и (23):

$$\begin{aligned} & \int_0^{\infty} \sqrt{a^2 - f^2} F_M \cos ax \cdot da + \frac{\gamma}{j\omega \varepsilon_0} \int_0^{\infty} a F_E \cos ax \cdot da = \\ & = - \int_0^{\infty} \sqrt{a^2 - g^2} G_M \cos ax \cdot da + \frac{\gamma}{j\omega \varepsilon_0} \int_0^{\infty} a G_E \cos ax \cdot da + \\ & + C \frac{j\omega \varepsilon_0}{g} \frac{l}{\sqrt{x^2 + l^2}} H_1^{(1)}(g\sqrt{x^2 + l^2}). \end{aligned} \quad (35)$$

Используя уравнение (30), на основании равенства преобразований Фурье,

полученных из уравнения (35), используя уравнение (34), получим:

$$\begin{aligned} \sqrt{\alpha^2 - g^2} G_M + \sqrt{\alpha^2 - f^2} F_M + \frac{\gamma \alpha}{j\omega \mu_0} \frac{g^2 - f^2}{f^2} G_E = \\ = \frac{C}{\pi} \frac{j\omega \epsilon_0}{g^2} \sqrt{\alpha^2 - g^2} \cdot P. \end{aligned} \quad (36)$$

И, наконец, непрерывность H_y можно записать на основании уравнений (9), (13), (22) и (23):

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \alpha F_M \sin \alpha x \, d\alpha + \frac{\gamma}{j\omega \mu_0} \int_0^{\infty} \sqrt{\alpha^2 - f^2} F_E \sin \alpha x \cdot d\alpha = \\ = \int_0^{\infty} \alpha G_M \sin \alpha x \cdot d\alpha - \frac{\gamma}{j\omega \mu_0} \int_0^{\infty} \sqrt{\alpha^2 - g^2} G_E \sin \alpha x \cdot d\alpha + \\ + C \frac{j\omega \epsilon_0}{g} \frac{x}{\sqrt{x^2 + l^2}} \cdot H_1^{(1)}(g\sqrt{x^2 + l^2}). \end{aligned} \quad (37)$$

Используя уравнения (31) и (34), на основании равенства преобразований Фурье, полученных из уравнения (37), получим:

$$\begin{aligned} -\alpha G_M + \alpha F_M + \frac{\gamma}{j\omega \mu_0} \frac{f^2 \sqrt{\alpha^2 - g^2} + g^2 \sqrt{\alpha^2 - f^2}}{f^2} G_E = \\ = \frac{Ca}{\pi} \frac{j\omega \epsilon_0}{g^2} P. \end{aligned} \quad (38)$$

Уравнения (32), (36) и (38) образуют систему линейных уравнений для функций G_M , F_M , G_E . Для выполнения дальнейших расчетов нам нужна функция G_M . Для определения G_M получим следующее выражение:

$$G_M = -\frac{j\omega \epsilon_0}{g^2} \frac{C}{\pi} V(\alpha) \cdot P, \quad (39)$$

где значение $V(\alpha)$ будет:

$$V(\alpha) = \frac{\begin{vmatrix} g^2 k_f^2 & f^2 k_0^2 & 0 \\ \alpha & \alpha & f^2 \sqrt{\alpha^2 - g^2} + g^2 \sqrt{\alpha^2 - f^2} \\ \sqrt{\alpha^2 - g^2} & \sqrt{\alpha^2 - f^2} & \alpha(k_f^2 - k_0^2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} g^2 k_f^2 & f^2 k_0^2 & 0 \\ \alpha & \alpha & f^2 \sqrt{\alpha^2 - g^2} + g^2 \sqrt{\alpha^2 - f^2} \\ -\sqrt{\alpha^2 - g^2} & \sqrt{\alpha^2 - f^2} & \alpha(k_f^2 - k_0^2) \end{vmatrix}}. \quad (40)$$

Определение зеркального отображения

В пространстве над поверхностью земли на основании уравнений (9), (23), (39) для компонента электрического поля в направлении z имеем:

$$E_z = CH_0^{(1)}(g\sqrt{x^2 + (l-y)^2}) - \frac{2C}{\pi j} \int_0^\infty V(a) \frac{e^{-(l+y)\sqrt{a^2-g^2}}}{\sqrt{a^2-g^2}} \cos ax \cdot da. \quad (41)$$

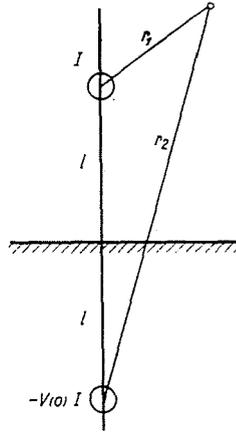


Рис. 5

Первый член уравнения (41) получается непосредственно из тока антенны, а второй член представляет собой дополнительное поле, возникшее в результате присутствия земли.

Приближенное значение интеграла, фигурирующего в уравнении (41), получим, если учтем, что второй множитель подинтегрального выражения экспоненциально убывает при увеличении величины a . Таким образом, величина интеграла определяется значениями подинтегрального выражения, в первую очередь, при малых значениях a . Поэтому к выражению $V(a)$ можем приблизиться с помощью его значения в точке $a = 0$.

На основании уравнения (50) получим:

$$V(0) = \frac{gk_f^2 - fk_0^2}{gk_f^2 + fk_0^2}. \quad (42)$$

При упомянутом выше приближении, учитывая уравнение (28), для уравнения (41) получим:

$$\begin{aligned} E_z &= CH_0^{(1)}(g\sqrt{x^2 + (l-y)^2}) - C \frac{gk_f^2 - fk_0^2}{gk_f^2 + fk_0^2} H_0^{(1)}(g\sqrt{x^2 + (l+y)^2}) = \\ &= CH_0^{(1)}(gr_1) - CH_0^{(1)}(gr_2). \end{aligned} \quad (43)$$

На основании рис. 5 уравнение (47) можно трактовать следующим образом. В некоторой точке над поверхностью земли напряженность поля может быть определена как сумма напряженностей, полученных в результате тока I , протекающего в антенне, и тока $-V(o)I$, протекающего в зеркальном отображении. Соответственно этому $V(o)$ показывает, что ток в зеркальном отображении во сколько раз больше тока в антенне. В крайнем случае $V(o)$ дает точное значение. Таким образом, если земля является идеальным проводником, $\sigma_f \rightarrow \infty$, а $V(o) \rightarrow 1$, и если земля отсутствует, $\sigma_f = 0$, $\epsilon_f = \epsilon_0$ и $f = g$, $k_f = k_0$ и $V(o) = 0$.

Определение постоянной распространения

Вследствие приближенного значения зеркального отображения оно не может быть использовано для определения постоянной распространения. Для этого нужно снова рассмотреть (41).

Учтем уравнение (20), выражающее значение постоянной C через ток I проводника. Далее прибавим и вычтем I к (41). Используя уравнение (29), получим

$$\begin{aligned} \frac{E}{I} 2\pi r_0 \frac{j\omega \epsilon_0}{g} H_1^{(1)}(gr_0) &= H_0^{(1)}(gr_0) - H_0^{(1)}(g2l) - \\ &- \frac{2}{\pi j} \int_0^\infty [V(a) - 1] \frac{e^{-2l\sqrt{a^2 - g^2}}}{\sqrt{a^2 - g^2}} da. \end{aligned} \tag{44}$$

Отношение $\frac{E}{I}$ ничто иное, как внутреннее полное сопротивление а проводника, определяемое поверхностным эффектом. В уравнении (44) используем приближенное значение функции Ганкеля, справедливое для малых амплитуд:

$$H_0^{(1)}(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} \frac{2j}{\pi} \ln(-0,89jx) \quad H_1^{(1)}(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} -\frac{2j}{\pi x} \tag{45}$$

$$Z_a \frac{j\omega \epsilon_0 2\pi}{g^2} = \ln \frac{2l}{r_0} - \int_0^\infty [V(a) - 1] \frac{e^{-2l\sqrt{a^2 - g^2}}}{\sqrt{a^2 - g^2}} da, \tag{46}$$

Из уравнения (46) нужно определить g^2 . Зная g^2 , из уравнения (18) можно определить γ^2 . На основании уравнения (46) можно выразить полное сопротивление земли. Используем соотношение:

$$\epsilon_0 \mu_0 = CL_k, \tag{47}$$

где C — емкость, а L_k — внешняя индуктивность в случае идеальной земли между проводником и землей.

Таким образом, уравнение (18) можно переписать в следующем виде:

$$\gamma^2 = g^2 + k^2 = g^2 + j\omega \mu_0 j\omega \varepsilon_0 = g^2 + j\omega L_k j\omega C. \quad (48)$$

Сравнивая уравнение (48) с выражением для γ^2 , известным из теории длинных линий:

$$\gamma^2 = [R_b + j\omega(L_b + L_k)]j\omega C = (R_b + j\omega L_b)j\omega C + j\omega L_k j\omega C, \quad (49)$$

для g^2 получим:

$$g^2 = (R_b + j\omega L_b)j\omega C = (Z_a + Z_f)j\omega C = (Z_a + Z_f)j \frac{2\pi\omega \varepsilon_0}{\ln \frac{2l}{r_0}}. \quad (50)$$

В данном случае $R_b + j\omega L_b$ представляет собой сумму внутренних полных сопротивлений проводника и земли, а величина емкости C :

$$C = \frac{2\pi \varepsilon_0}{\ln \frac{2l}{r_0}}. \quad (51)$$

Таким образом, для полного сопротивления земли из уравнения (46) получим:

$$Z_f = \frac{g^2}{2\pi j\omega \varepsilon_0} \int_0^\infty [V(\alpha) - 1] \frac{e^{-2l\sqrt{\alpha^2 - g^2}}}{\sqrt{\alpha^2 - g^2}} d\alpha. \quad (52)$$

Для вычисления интеграла, фигурирующего в уравнении (52), из уравнения (40) определим величину $V(\alpha)$ путем вычисления определителей:

$$\begin{aligned} V(\alpha) &= \frac{k^2 - k_0^2}{k^2 + k_0^2} \frac{\alpha^2 \left(1 + \frac{2k_0^2}{g^2}\right) - g^2 - k_0^2 + \sqrt{\alpha^2 - g^2} \sqrt{\alpha^2 - f^2}}{\alpha^2 - g^2 + k_0^2 \frac{k^2 - k_0^2}{k^2 + k_0^2} + \sqrt{\alpha^2 - g^2} \sqrt{\alpha^2 - f^2}} = \\ &= \frac{1}{k^2 - k_0^2} \left[\frac{2k_0^2}{g^2} (\sqrt{\alpha^2 - g^2} \sqrt{\alpha^2 - f^2} - \alpha^2) + \frac{k^4 + k_0^4}{k^4 - k_0^4} \right] + \\ &+ \frac{1}{k^4 - k_0^4} \frac{2k_0^4}{g^2 + \frac{k_0^4}{k^2 + k_0^2} - \alpha^2} \left[\frac{k^2}{g^2} \alpha^2 - \frac{k^4}{k^2 + k_0^2} - \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{k_0^2}{g^2} + 1 \right) \sqrt{\alpha^2 - g^2} \sqrt{\alpha^2 - f^2} \right]. \quad (53) \end{aligned}$$

Подставляя выражение (53) в уравнение (52), можно приближенно определить полученный интеграл. При приближении используем тот факт,

что в практических случаях $|g^2| \ll 1$ и $\left| \frac{k_0^2}{k^2 - k_0^2} \right| \ll 1$. Приближенное выражение, полученное для Z_f , следующее:

$$Z_f = \frac{\omega \mu_0}{\pi} \frac{-f^2}{k^2 - k_0^2} \left[\frac{\pi}{2} \frac{1}{2lf} (\mathbf{H}_1(2jfl) - \mathbf{N}_1(2jfl)) + \frac{\pi}{2j} \frac{g}{jf^2 2l} H_1^{(1)}(2lg) \right] + \frac{g^2}{j\omega \varepsilon_0 2\pi} \frac{2k_0^2}{k^2 - k_0^2} \left[\frac{k^2}{k_2 + k_0^2} \left(1 + \frac{k_0^2}{g^2} \right) \frac{\pi}{2j} H_0^{(1)} \left(2l \sqrt{g^2 + \frac{k_0^4}{k^2 + k_0^2}} \right) - \frac{\pi}{2j} H_0^{(1)}(2gl) \right], \quad (54)$$

где $\mathbf{H}_1(z)$ функция Струве первого порядка

$$\mathbf{H}_1(z) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{z}{2} \right)^{2m+1}}{\Gamma \left(m + \frac{3}{2} \right) \Gamma \left(m + \frac{5}{2} \right)} = \frac{2}{\pi 3} \left[z^2 - \frac{z^4}{15} + \frac{z^6}{525} - + \dots \right] \quad (55)$$

а $N_1(z)$ функция Неймана первого порядка.

При использовании в уравнении (54) приближенного выражения, имеющегося в уравнении (45) для функции Ганкеля, выражение для Z_f несколько упростится:

$$Z_f = \frac{\omega \mu_0}{\pi} \frac{-f^2}{k^2 - k_0^2} \left[\frac{\pi}{2} \frac{1}{2lf} (\mathbf{H}_1(2jfl) - \mathbf{N}_1(2jfl) - \frac{1}{j(2lf)^2} \right] + \frac{j\omega \mu_0 g^2}{\pi(k^2 - k_0^2)} \left[\frac{k^2}{k^2 + k_0^2} \left(1 + \frac{k_0^2}{g^2} \right) \ln \left(-0,89 \cdot 2l \sqrt{g^2 + \frac{k_0^4}{k^2 + k_0^2}} \right) - \ln(-0,89 j 2gl) \right]. \quad (56)$$

Уравнение для определения g получим из уравнения (50), в которое выражение Z_f подставляется из уравнения (56), а величина f подставляется из уравнения:

$$g^2 - f^2 = k^2 - k_0^2 \quad (57)$$

полученное из уравнений (15) и (18).

Таким образом, выражение (50) для g дает трансцендентное уравнение. Для численного определения используется то обстоятельство, что величина Z_f определяется, в первую очередь, первым членом. Этот член не зависит от

g , а зависит только от f . Приблизительно до частоты 1 мгц значение f^2 практически постоянное и $f^2 = -k^2$. Таким образом, значение Z_f в первом приближении определяется из выражения:

$$Z_{f_0} = \frac{\omega\mu_0}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} \frac{V_j}{r} \left(\mathbf{H}_1(\sqrt{j}r) - \mathbf{N}_1(\sqrt{j}r) - \frac{1}{r^2} \right) \right] = \frac{\omega\mu_0}{\pi} (P + jQ), \quad (58)$$

где

$$r = \sqrt{\omega\mu\sigma} 2l. \quad (59)$$

Выражения P и Q , фигурирующие в уравнении (58)

$$P = \frac{\pi}{8} - \frac{r}{3\sqrt{2}} - \frac{r^2}{16} \left(\ln(0,89r) - \frac{5}{4} \right) + \frac{r^3}{45\sqrt{2}} - \frac{r^4}{384} \frac{\pi}{4} +$$

$$+ \frac{r^5}{1575} + \frac{r^6}{18432} \left(\ln(0,89r) - \frac{47}{24} \right) - \dots \quad (60)$$

$$Q = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \ln(0,89r) + \frac{r}{3\sqrt{2}} - \frac{r^2}{64} \pi + \frac{r^3}{45\sqrt{2}} +$$

$$+ \frac{r^4}{384} \left(\ln(0,89r) - \frac{5}{3} \right) - \frac{r^5}{1575} + \frac{\pi r^6}{73728} + \dots \quad (61)$$

Определением значения Z_{f_0} из уравнения (50) получим значение g^2 в первом приближении. Это подставляется в уравнение (56) и определяется следующее приближенное значение Z_{f_1} . Эта процедура продолжается до тех пор, пока приближительное равенство $Z_{f_n} \approx Z_{f_{n+1}}$ получается. Тогда мы знаем Z_f и g^2 , и таким образом, из (18) можно определить значения γ^2 . Зная g и f из уравнения (42) уже можно определить величину $V(o)$.

Определение характеристики излучения антенны

В предыдущей части были определены постоянная распространения волны, распространяющейся вдоль антенны, и ток зеркального отображения. Если известны эти факторы, можно определить характеристику излучения.

Сначала рассмотрим поле, возникающее в результате только тока антенны, а влияние тока зеркального отображения учтем позже. Если известна величина тока антенны, можно определить векторный потенциал [4];

$$A = \int_0^h \frac{\mathbf{I}(z)e^{-j\beta_0 r}}{4\pi r} dz, \quad (62)$$

где h — длина антенны;

r — расстояние элемента с длиной dz от той точки, в которой требуется определить поле;

β_0 — постоянная фазы свободного пространства.

На основании рис. 6:

$$r = r_a - z \cos \vartheta. \quad (63)$$

В знаменателе воспользуемся приближением $r = r_a$ и учтем, что ток антенны изменяется по закону $I(z) = I \cdot e^{-\gamma z}$ по изменению координаты z . Для выражения (62) получим:

$$\begin{aligned} A &= \frac{I_0 e^{-j\beta_0 r_a}}{4\pi r_a} \int_0^h e^{(j\beta_0 \cos \vartheta - \gamma)z} \cdot dz = \\ &= \frac{I_0 e^{-j\beta_0 r_a}}{4\pi r_a} \frac{e^{(j\beta_0 \cos \vartheta - \gamma)h} - 1}{j\beta_0 \cos \vartheta - \gamma}. \end{aligned} \quad (64)$$

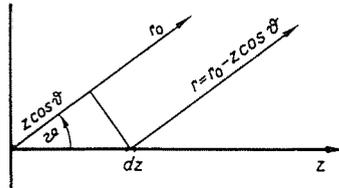


Рис. 6

Направление векторного потенциала совпадает с направлением оси z . В сферических координатах можно разложить A_z на составляющие $A_r = A_z \cos \vartheta$ и $A_\vartheta = -A_z \sin \vartheta$. В удаленной части пространства достаточно учитывать составляющую A_ϑ . Таким образом, здесь:

$$A = A_\vartheta = -A_z \sin \vartheta = -\frac{I_0 e^{-j\beta_0 r_a}}{4\pi r_a} \frac{e^{(j\beta_0 \cos \vartheta - \gamma)h} - 1}{j\beta_0 \cos \vartheta - \gamma} \sin \vartheta. \quad (65)$$

Из уравнения (65) множитель, зависящий от направления ϑ , дает характеристику излучения:

$$\begin{aligned} f_a(\vartheta) &= \frac{e^{(j\beta_0 \cos \vartheta - \gamma)h} - 1}{j\beta_0 \cos \vartheta - \gamma} \sin \vartheta = \\ &= e^{-ah} e^{\frac{j\beta_0 h}{2}} h \frac{\sin \frac{\beta_0 h}{2} (\cos \vartheta - \Delta)}{\frac{\beta_0 h}{2} (\cos \vartheta - \Delta) + jah} \sin \vartheta + \\ &+ \frac{h}{2j} \frac{e^{-ah} - 1}{\frac{\beta_0 h}{2} (\cos \vartheta - \Delta) + jah} \sin \vartheta, \end{aligned} \quad (66)$$

где $\Delta = \beta/\beta_0$ — отношение постоянных фаз волны, распространяющейся вдоль антенны, и свободного пространства. Определение величины $f(\vartheta)$ становится проще, если пренебречь затуханием $\alpha = 0$. Необходимо иметь только абсолютное значение характеристики излучения:

$$|f_{a0}(\vartheta)| = h \frac{\sin \frac{\beta_0 h}{2} (\cos \vartheta - \Delta)}{\frac{\beta_0 h}{2} (\cos \vartheta - \Delta)} \sin \vartheta. \quad (67)$$

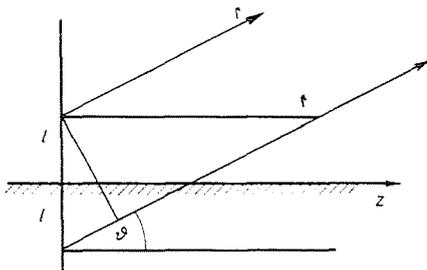


Рис. 7

Ток зеркального отображения в земле является — $V(o)$ — кратным тока I проводника (см. рис. 7). Результирующая характеристика излучения, вызванная токами антенны и зеркального отображения:

$$f_0(\vartheta) = f_{a0}(\vartheta)[1 - V(o)e^{-j\beta_0 2l \sin \vartheta}]. \quad (68)$$

Пренебрегая потерями, получим:

$$f_0(\vartheta) = f_{a0}(\vartheta)[1 - V(o)e^{-j\beta_0 2l \sin \vartheta}]. \quad (69)$$

Записав $V(o) = V_a e^{j\epsilon}$ в экспоненциальной форме, выражение характеристики мощности примет вид:

$$F(\vartheta) = |f_{a0}(\vartheta)|^2 [1 - V_a e^{-j(\beta_0 2l \sin \vartheta - \epsilon)}] \cdot [1 - V_a e^{j(\beta_0 2l \sin \vartheta - \epsilon)}] \frac{\sin^2 \left[\frac{\beta_0 h}{2} (\cos \vartheta - \Delta) \right]}{\left[\frac{\beta_0 h}{2} (\cos \vartheta - \Delta) \right]^2} \sin^2 \vartheta. \quad (70)$$

Напряженность магнитного поля может быть определена из формулы $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$. В удаленной части пространства достаточно учитывать составляющую \mathbf{A} только в направлении ϑ . Таким образом, \mathbf{H} будет иметь компонент

только в направлении φ . Учитывая уравнение (65), получим:

$$H_{\varphi} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r A \vartheta)}{\partial r} = j\beta_0 A \vartheta = \frac{I_0 e^{-j\beta_0 r_a}}{4\pi r_a} j\beta_0 f(\vartheta). \quad (71)$$

Напряженность электрического поля можно определить из напряженности магнитного поля через волновое сопротивление свободного пространства:

$$E_{\vartheta} = \frac{j\omega \mu_0}{4\pi r_a} I_0 e^{-j\beta_0 r_a} f(\vartheta). \quad (72)$$

Расчет V-образных и ромбических антенн, составляемых из простых проволочных антенн, можно проводить с использованием приведенных результатов по методу, известному из литературы [8], [9], [10].

Резюме

В статье излагается метод расчета характеристики излучения проволочных антенн бегущей волны, расположенных горизонтально над однородной землей с потерями, ограниченной горизонтальной плоскостью. Электромагнитное поле над землей записывается как сумма двух полей: поля Зоммерфельда антенны бегущей волны и дополнительного поля, возникшего в результате присутствия земли. Это дополнительное поле и поле в земле задаются в виде преобразований Фурье. Преобразования Фурье определяются из граничных условий. Граничные условия удовлетворяются только как сумма типов волн ТЕ и ТМ. С помощью приближенного решения проблемы получим постоянную распространения волны, распространяющейся вдоль антенны, и зеркальное отображение, необходимое для определения дополнительного поля. Ток в зеркальном отображении зависит от параметров и расположения земли. При известных вышеупомянутых параметрах можно определить совместную характеристику излучения антенны и зеркального отображения. Изложенный расчет можно использовать для определения поля V-образных и ромбических антенн.

Литература

1. CARSON, S. R.: Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return. Bell System Tech. Jour. 539—555 (1926).
2. GESZTI P. O., KOVÁCS, K. P., VAJTA, M.: Szimmetrikus összetevők. Akadémiai Kiadó Budapest, 1957.
3. Князев, А. С.: Инженерный расчет сопротивлений линейных проводов с учетом воздействия реальной земли. Радиотехника 15, 21—32 (1960).
4. SIMONYI, K.: Elméleti Villamosság-tan. Tankönyvkiadó Budapest, 1958.
5. SOMMERFELD, A.: Vorlesung über theoretische Physik. Bd. III. Elektrodynamik. 2. Unveränd. Aufl. Akademische Verlagsgesellschaft Geest Portig KG Leipzig, 1954.
6. GOUBAU, G.: Surface Waves and Their Application to Transmission lines. Journal of Applied Physics Nov. 1950. 1119—1127.
7. Градштейн И. С. и Рыжик, И. М.: Таблицы интегралов сумм, рядов и произведений. Государственное издательство физико-математической литературы. Москва 1962.
8. FÖLDES, P.: Antennák. Felsőoktatási jegyzetellátó Váll. 1955.
9. HARPER, A. E.: Rhombic Antenna Design. D. V. Nostrand 1941.
10. KRAUS, J. D.: Antenna. Mc Graw-Hill Book Company INC 1950.