

ÜBER DIE MATHEMATISCHEN UND PHYSIKALISCHEN METHODEN DER VERBRENNUNGSTHEORIEN

Von

GY. FÁY

Lehrstuhl für Atomphysik, Technische Universität, Budapest
(Eingegangen am 3. März 1964)

Vorgelegt von Prof. Dr. I. Kovács

Einleitung

Die Nutzung der chemischen Energie spielt heute in der Energiewirtschaft der Welt eine grundlegende Rolle. Dieser Umstand bedingt die Kenntnis der chemischen und physikalischen Prozesse, die sich beim Freiwerden der Energie abspielen, damit sie ökonomisch und planmäßig den jeweiligen Zielen entsprechend beherrscht werden können. Das Freiwerden chemischer Energien in Form von Wärme nennt man im weitesten Sinne Verbrennungsprozeß, obwohl dieser Begriff nicht mit wissenschaftlicher Exaktheit umschrieben ist. Theoretisch ist nämlich nur ein weit größerer Problemenkreis — die allgemeine Theorie der chemischen Reaktionen — als geschlossenes Ganzes zu betrachten. Für die Praxis sind indessen nur wenig Reaktionen von Interesse und überdies müssen sie von Fall zu Fall von verschiedenen Gesichtspunkten aus behandelt werden. Den Verbrennungsprozeß zu kennen, erfordern direkte praktische Gesichtspunkte, und diese sind es, die auch die theoretischen Fragen der Feuerungstechnik bestimmen. Der planmäßig, den praktischen Erfordernissen gemäß geleitete Verbrennungsprozeß wird im allgemeinen Feuerung genannt, und das diesbezügliche Wissenssystem ist — wie in allen technischen Wissenschaften — heterogen in dem Sinne, daß es sich gleichzeitig auf mehrere Grundwissenschaften stützen muss. Zur Beherrschung der Feuerungstechnik müssen also nicht nur die Theorie des Verbrennens, sondern auch die das Verbrennen indirekt beeinflussenden Prozesse, wie etwa die Zerkleinerung des Brennstoffes bekannt sein. Hierher gehören auch die Untersuchungsmethoden, es ist mithin schwierig, den theoretischen Problemenkreis der Feuerungstechnik abzugrenzen. Da die Feuerungstechnik eine praktische Wissenschaft ist, müssen ihre Probleme nach praktischen Gesichtspunkten gelöst werden. Bei Auswahl des Materials unserer Arbeit sind wir von den in den industriellen Forschungsinstituten gegenwärtig in Behandlung stehenden und im weiteren noch zu lösenden Forschungsthemen ausgegangen.

Die in Behandlung stehenden Themata sind natürlich praktischer Natur, so z. B. die Bestimmung der Maximumstelle und des Wertes der Flammentemperatur in einer Feuerungsanlage oder die Herabsetzung des Gehaltes der Schlacke an noch brennbaren Stoffen. Oft ist eine gegebene Feuerungs-

anlage nach technischen und physikalischen Gesichtspunkten zu überprüfen. Die Feuerungstechnik hat derartige praktische Ziele zur Aufgabe, und um diese lösen zu können, muß eine ganze Reihe — begrifflich manchmal ganz verschiedene — physikalische und chemische Prozesse gelenkt werden können. In der Forschung auf dem Gebiet der Feuerungstechnik, wie sie heute in den industriellen Forschungsinstituten betrieben wird, bildet gegenwärtig die theoretische Unerschlossenheit der Verbrennungsprozesse einen regelrechten Engpaß, weshalb es zum experimentellen Studium der anfallenden Probleme einer wissenschaftlichen Methode bedarf. Mit den chemischen experimentellen und praktischen Problemen der Verbrennung will sich die vorliegende Arbeit nicht befassen, vielmehr wird in dieser Hinsicht auf die einschlägige Literatur [10] verwiesen.

I. Die Fundamentalaufgabe der Verbrennungstheorie

Die Verbrennungstheorie hat die Aufgabe, die Flamme — als physikalischen Körper — und die Flammenbewegung — als physikalischen Prozeß — bei gegebenen Ausgangs- und äußeren Bedingungen zu beschreiben. Unter Bewegung ist hier nicht die Bewegung im mechanischen Sinne, sondern die räumliche und zeitliche Veränderung der Flammengröße zu verstehen. Zur Beschreibung eines physikalischen Phänomens bedarf es einer Definition der Zustandsgrößen, weshalb zunächst diese Frage geklärt werden muß. Wir betrachten die Flamme als ein aerothermochemisches System, d. h. als ein aus mehreren chemischen Komponenten bestehendes System, welches hydrodynamische, chemische und thermodynamische Zustandsgrößen besitzt. Bekanntlich sind die hydrodynamischen Zustandsgrößen der Druck, die Geschwindigkeit, die Dichte und die Außenkräfte, also ausnahmslos Funktionen des Raumes und der Zeit. Die thermodynamische Zustandsgröße ist die Temperatur, und chemische Zustandsgrößen sind die Reaktionsgeschwindigkeit und die innere Energie des Körpers. Dieses heterogene Begriffssystem kann indes nach einheitlichen Gesichtspunkten diskutiert werden, und zwar nach den Methoden der Transporttheorie.

Der Begriff der Grundaufgabe der Verbrennungstheorie wird nach der transporttheoretischen Terminologie formuliert.

Ein physikalischer Körper ist dadurch charakterisiert, daß im Laufe seiner Zustandsänderung gewisse Substanzen entstehen, strömen und verschwinden. Unter Substanz sind Eigenschaften zu verstehen, die sich bei der Vereinigung zweier Körper in identischem Zustand addieren, wie etwa die Masse, das Volumen, der Impuls, die innere Energie, die elektrische Ladung, die Entropie, etc. Sie werden auch Extensitätsquantitäten genannt. Die Zahl der Kennwerte, die den Zustand eines Körpers bestimmen, ist gleich der Zahl der Wechselwirkungen, denen er ausgesetzt ist. Es gibt eine mechanische Wechselwirkung, bei der sich die Energie des Systems auf dem Wege der Impuls-

strömung ändert. Ein Energieübergang ohne Impulsübergang ist kein mechanischer, sondern ein Wärmeeffekt. Wenn sich die Energie des Systems nur durch Massenübergang ändert, dann handelt es sich um einen Phaseneffekt.

Die Substanzen lassen sich nach folgenden Überlegungen verfolgen. In einem Raum mit geschlossener Oberfläche kann sich die Menge der Substanz nur auf zwei Arten ändern:

1. durch Ein- und Ausströmung durch die Oberfläche hindurch und
2. durch Entstehen oder Verschwinden im Inneren des Raumes.

Die Anwendung dieses Gedenkenganges auf die Masse als Substanz und seine Formulierung hat, wie bekannt, in der Hydrodynamik zur Aufstellung der Kontinuitätsgleichung geführt. Als deren Verallgemeinerung kann nach dem gleichen Gedankengang wie bei der Kontinuitätsgleichung die Beziehung

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{S} = q \tag{1}$$

geschrieben werden, in der ϱ -die Dichte der Substanz, d. h. ihre Menge in der Volumeinheit,

\mathfrak{S} — die Stromdichte der Substanz, d. h. die Substanzmenge, die Oberflächeneinheit, die in der Zeiteinheit durchströmt, und schließlich

q — die Quellstärke (Intensität) der Substanz bedeutet, d. h. jene Substanzmenge, die in der Volumenheit in der Zeiteinheit entsteht.

Im weiteren soll nun die Flamme, d. h. der Verbrennungsprozeß mit einem Modell beschrieben werden, in welchem folgende Substanzen vorkommen:

1. die Masse der chemischen Komponente Index k ;
2. der Impuls;
3. die Energie.

Schreibt man der Reihe nach für jede dieser Substanzen die Kontinuitätsgleichung auf, dann erhält man die Grundgleichungen der Verbrennungstheorie, und die Aufgabe besteht darin, die in ihnen vorkommenden Funktionen zu bestimmen.

Es sei ϱ_k die Massendichte der chemischen Komponente mit dem Index k , ferner \mathfrak{S}_k die Stromdichte und W_k die Quellstärke, die in diesem Falle Reaktionsgeschwindigkeit genannt werden soll. Weiterhin sollen die Kennwerte der Gesamtmasse mit Buchstaben ohne Index (ϱ , \mathfrak{S} , W) bezeichnet werden. Es ist evident, daß die Gesamtmasse des Systems unveränderlich ist, daß also auf jedem Ort r des Raumes in jedem Zeitpunkt t

$$W(r, t) = W = 0$$

und im Sinne von (1)

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathfrak{S} = 0$$

Strömt das System mit der Geschwindigkeit v , dann ergibt ρv den konvektiven Teil der Massenstromdichte und $-D \cdot \text{grad } c$ den konduktiven Teil, wenn D der Diffusionsfaktor und c die Zahl der Atome (Konzentration) in der Volumeinheit bedeutet, d. h. es gibt

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho v - D \text{grad } c) = 0 \quad (3)$$

Strömt jede Komponente mit derselben Geschwindigkeit v ist der Diffusionsfaktor der k -sten Komponente D_k , ihre Konzentration dagegen c_k und entsteht in der Volumeinheit und in der Zeiteinheit aus der k -ten chemischen Komponenten die Masse W_k , dann ist

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \text{div}(\rho_k v - D_k \text{grad } c_k) = W_k \quad (4)$$

Die W_k -Werte sind von einander nicht unabhängig. Die chemischen Komponenten können auch Verbindungen sein. Bezeichnet v_{ik} die Zahl der Atome mit dem Index i im Molekül der k -sten Komponente, dann muß die Relation

$$\sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^A v_{ik} \frac{W_k}{M_k} = 0$$

bestehen, weil sich die Gesamtzahl der Atome nicht ändern kann. (Das System enthält A -erlei Atome, M -erlei Komponenten, die Masse des Moleküls der k -sten Komponente ist M_k).

Die W_k -Werte sind von Druck und Temperatur, sowie von der Konzentration der an der Reaktion teilnehmenden Stoffe abhängig. Die Abhängigkeit beschreiben die Arrhenius Relation und das kinetische Massenwirkungsgesetz, mit denen wir uns später befassen werden.

Betrachten wir jetzt die Kontinuitätsgleichung des Impulses. Wenn wir die äußere Kräfte vernachlässigen, dann ergibt bekanntlich die Divergenz des Spannungstensor \mathbf{P} den in der Volumeinheit in der Zeiteinheit entstehenden Impuls.

Unter Divergenz eines Tensors \mathbf{P} ist jener Vektor zu verstehen, dessen Koordinaten x, y, z der Reihe nach die Divergenzen des Tensors mit dem Komponenten x, y, z , d. h. das aus den Elementen der ersten, zweiten bzw. dritten Reihe — als Koordinaten — gebildeten Vektor sind:

$$(\text{div } \mathbf{P})_x = \text{div } \mathbf{P}_x$$

$$(\text{div } \mathbf{P})_y = \text{div } \mathbf{P}_y$$

$$(\text{div } \mathbf{P})_z = \text{div } \mathbf{P}_z$$

Die Impulsdichte ist ρv , ihre Komponenten sind:

$$\rho v_x, \rho v_y, \rho v_z \quad \text{wobei} \quad v_x, v_y, v_z$$

die Komponenten der Geschwindigkeit bezeichnen. Für sie gilt

$$v = v_x + v_y + v_z = ui + vj + wk$$

u, v, w sind hierin Koordinaten der Geschwindigkeit, und i, j, k sind die in die Richtung der x, y, z -Achse zeigenden Einheitsvektoren. Bei Bewegung mit der Geschwindigkeit v schreibt sich die Kontinuitätsgleichung für die Impulskomponenten zu

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \operatorname{div}(\rho uv) = (\operatorname{div} \mathbf{P})_x$$

und ähnlich für die Richtungskomponenten y und z zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \operatorname{div}(\rho vb) &= (\operatorname{div} \mathbf{P})_y \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho w) + \operatorname{div}(\rho wb) &= (\operatorname{div} \mathbf{P})_z \end{aligned}$$

Die drei Gleichungen können in der Form

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \operatorname{div}(\rho vob) = \operatorname{div} \mathbf{P} \tag{5}$$

zusammengefaßt werden, wo vob das dyadische Produkt des Vektors v mit sich selber bedeutet, d. h. den Tensor mit der Matrix

$$\begin{pmatrix} uu & uv & uw \\ vu & vv & vw \\ wu & wv & ww \end{pmatrix} \tag{6}$$

Wenn wir hier jene konkrete Form des Spannungstensors \mathbf{P} in Betracht ziehen, die in der Hydrodynamik der viskosen Flüssigkeiten üblich ist, dann erhalten wir aus (5) die Grundgleichung der Hydrodynamik, die Navier-Stokes-Gleichung. Der Einfachheit halber nehmen wir eine inkompressible Flüssigkeit, in der $\operatorname{div} v = 0$, wobei angenommen werden kann, daß der Spannungstensor \mathbf{P} nur von der Geschwindigkeitsänderung, d. h. von dem derivierten Tensor

$$\frac{\partial v}{\partial r} \tag{7}$$

abhängt. Weiterhin nehmen wir an, daß nur von dessen symmetrischem Teil, und zwar linear:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}(0) + c \frac{1}{2} \left[\frac{\partial v}{\partial r} + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^+ \right] \tag{8}$$

Hier ist $\left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^+$ die Adjungierte von (7). Von $\mathbf{P}(0)$ nehmen wir an, daß es die Form

$$-p\mathbf{I}$$

hat, während wir die skalare Konstante c mit 2μ bezeichnen. Da nun aber bekanntlich die Matrix von (7) die Form

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} = \frac{\partial(u, v, w)}{\partial(x, y, z)}$$

hat, können wir die Divergenz von \mathbf{P} in der Form

$$\operatorname{div} \mathbf{P} = -\operatorname{grad} p + \mu \Delta v \quad (9)$$

aufschreiben. Mit (9) hat man aus (5) nach Umformung des Vektors $\operatorname{div}(\varrho \mathbf{v} \circ \mathbf{v})$ die Beziehung (5) und

$$\operatorname{div}(\varrho \mathbf{v} \circ \mathbf{v}) = \mathbf{v} \operatorname{div}(\varrho \mathbf{v}) + \varrho(\mathbf{v}, \operatorname{grad}) \mathbf{v} \quad (10)$$

Hier bedeutet das Symbol $(\mathbf{v}, \operatorname{grad})$ einen Tensor, in dessen erster, zweiter, bzw. dritter Reihe die Koordinaten der Vektoren $\operatorname{grad} u$, $\operatorname{grad} v$, $\operatorname{grad} w$ stehen, d. h. den derivierten Tensor

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x}$$

Man pflegt ihn auch mit $\operatorname{grad} \mathbf{v}$ zu bezeichnen, womit man der Gradienten des Vektors eine Bedeutung zueignet.

Mit (10) hat man aus (5)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varrho \mathbf{v}) + \mathbf{v} \operatorname{div}(\varrho \mathbf{v}) + \varrho(\mathbf{v}, \operatorname{grad}) \mathbf{v} = \operatorname{div} \mathbf{P}$$

d. h.

$$\mathbf{v} \frac{\partial \varrho}{\partial t} + \varrho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \operatorname{div}(\varrho \mathbf{v}) + \varrho(\mathbf{v}, \operatorname{grad}) \mathbf{v} = \operatorname{div} \mathbf{P}$$

bzw.

$$\mathbf{v} \left(\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \operatorname{div} \varrho \mathbf{v} \right) + \varrho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \operatorname{grad}) \mathbf{v} \right) = \operatorname{div} \mathbf{P} \quad (11)$$

Da nach der für die Masse aufgeschriebenen Transportgleichung (3)

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \operatorname{div} \varrho \mathbf{v} = D \Delta c$$

folgt aus (9) bzw. aus (11) — nach Division durch ϱ —, daß

$$D \frac{\mathbf{v}}{\varrho} \Delta c + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \operatorname{grad}) \mathbf{v} = \frac{1}{\varrho} \operatorname{grad} p + \frac{\mu}{\varrho} \Delta \mathbf{v} \quad (12)$$

Das Glied, welches die Diffusionskonstante D enthält, kann in vielen Fällen vernachlässigt werden (aber nicht im Falle turbulenter Mischung!).

Damit haben wir die Navier-Stokes-Gleichung für inkompressible Flüssigkeiten ohne äußeres Kraftfeld in der Form

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \text{grad})\mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \frac{\mu}{\rho} \Delta \mathbf{v} \tag{13}$$

Außerdem zeigt (12), wie die Diffusion in die Hydrodynamik eingebaut werden kann. Die Gleichung (12) ist die Grundgleichung der turbulenten Mischung, die in der Verbrennungstheorie eine wichtige Rolle spielt.

Wenn wir uns nun der Energietransportgleichung zuwenden und die Strahlungswärmeeffekte von Anfang an vernachlässigen, ist es evident, daß sich die Energiedichte aus der in der Volumeneinheit vorhandenen kinetischen Energie $1/2 \rho v^2$ und aus der spezifischen inneren Energie e zusammensetzt, daß also

$$\rho_e = \rho \left(\frac{1}{2} v^2 + e \right).$$

Der konvektive Teil der Energiedichte \mathfrak{S}_e ist offenbar $\rho_e \mathbf{v}$, der konduktive Teil gemäß der Wärmeleitungsgleichung hingegen

$$- \lambda \text{ grad } T, \tag{14}$$

wo λ den Wärmeleitungskoeffizienten und T die Temperatur bezeichnet. Die in der Volum- und in der Zeiteinheit als Wärmeeffekt entstehende Energie schreibt sich zu

$$\sum_{(k)} W_k q_k \tag{15}$$

worin q_k die auf die Molekulargewichtseinheit bezogene Reaktionswärme bedeutet. Unter Vernachlässigung der Energieproduktion der inneren Kräfte nimmt die Kontinuitätsgleichung der Energie die Form

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\frac{v^2}{2} + e \right) \right] + \text{div} \left[\rho \left(\frac{v^2}{2} + e \right) \mathbf{v} - \lambda \text{ grad } T \right] = \sum_{(k)} W_k q_k \tag{16}$$

an. Statt unter der Divergenz stehenden spezifischen Energie (e) kann die spezifische Enthalpie (i) gesetzt werden, weil

$$e = i - p \frac{V}{m} = i - \frac{p}{\rho};$$

$$\text{div } \rho e \mathbf{v} = \text{div } \rho i \mathbf{v} - (\mathbf{v}, \text{grad } p) - p \text{ div } \mathbf{v},$$

worin die Glieder $(\mathbf{v}, \text{grad } p)$ und $p \text{ div } \mathbf{v}$ vernachlässigt werden können. Das

erste, weil vorausgesetzt war, daß der Druck annähernd konstant ist, das zweite wegen der Inkompressibilität.

Zusammenfassend läßt sich somit festhalten:

Die Grundaufgabe der Verbrennungstheorie besteht darin, die Flamme als ein thermoaerochemisches System durch Konkretisierung und Auflösung der Grundgleichungen für die Zustandsgrößen zu beschreiben.

Die Grundgleichungen der Verbrennungstheorie sind die Kontinuitätsgleichungen der Masse, des Impulses und der Energie. Das Ansetzen dieser Gleichungen ist so kompliziert, daß Näherungen unvermeidlich sind. Die wichtigste Vernachlässigung besteht darin, daß beim Ansetzen der Transportgleichungen die sogenannten *Kreuzeffekte* nicht in Betracht gezogen werden, worunter die Tatsache zu verstehen ist, daß die Strömungen der verschiedenen Substanzen miteinander in Wechselwirkung treten, interferieren.

Die Bestimmung der Quellstärken (Quellfunktionen) benötigt gleichfalls gewisse Näherungen. Vernachlässigungen sind ferner berücksichtigt der Raum- und Zeitabhängigkeit der verschiedenen Zustandsgrößen erforderlich (z. B. die Vernachlässigung von $\text{div } v$, $\text{grad } p$ etc.).

Die Verbrennungstheorie ist eine verhältnismäßig junge Wissenschaft, und ihre konsequente transporttheoretische Begründung bildet noch eine Aufgabe der Zukunft. Sie hat jedoch schon in ihrer jetzigen Form große Fortschritte gemacht, und die gemachten Näherungen haben sich auch in der Praxis als zulässig erwiesen. Die Grundgleichungen der Verbrennungstheorie bestimmen noch nicht eindeutig die in ihnen vorkommenden Funktionen

$$\rho(r, t), c(r, t), p(r, t), e(r, t), T(r, t), v(r, t)$$

Den drei Transportgleichungen, die den fünf skalaren Gleichungen (je einer für Masse und Energie, sowie der für den Impuls aufgeschriebenen, drei Skalare in sich vereinigenden Vektorgleichung) entsprechen, stehen acht zu bestimmende Funktionen (die Skalare ρ , c , p , e , T und der Vektor $v(r, t)$, gegenüber.

Zur eindeutigen Lösung sind teils weitere Gleichungen, teils Anfangs- und Randwertbedingungen erforderlich, weil es sich bei den Transportgleichungen um partielle Differenzialgleichungen handelt.

Mit der Frage, welche Anfangs- und Randwertbedingungen zum korrekten Aufschreiben des nichtlinearen partiellen Differentialgleichungssystems erforderlich waren, können wir uns hier nicht befassen, weil die diesbezüglichen Untersuchungen noch nicht als abgeschlossen betrachtet werden können. Ebenso wenig ist es möglich zu zeigen, welche Ergänzungsgleichungen im allgemeinen Fall zur eindeutigen Lösung benötigt werden. Die gegenwärtigen Resultate der Verbrennungstheorie sind indes auch ohne diese übersichtlich, weshalb im folgenden die benötigten Ergänzungen der Grundgleichungen nur in Verbindung mit konkreten Problemen behandelt werden sollen.

Wie bei theoretischen Untersuchungen ganz allgemein, bedürfen auch die verbrennungstheoretischen Untersuchungen eines ordnenden Prinzips, welches die Möglichkeit bietet, den zu untersuchenden Phänomenenkreis schon auf Grund der Theorie zu klassifizieren. Die erste Information zu dem sehr verwickelten Komplex der Verbrennungsprozesse vermag die oberflächliche — nur auf die direkte Betrachtung sich stützende — Klassifikation nicht zu vermitteln. Zur Klassifikation müssen die tatsächlich abgrenzbaren Gruppen der Phänomene voneinander so abgegrenzt werden, daß sie im Rahmen der Theorie den tatsächlichen Verhältnissen entsprechend theoretisch selbstständig diskutiert werden können.

Die verbrennungstheoretische Klassifikation der Verbrennungsprozesse erfolgt durch HUGONOT, CHAPMAN, JOUGUET und FRIDRICHS [1—9].

In einem weiteren Beitrag werden wir uns auf Grund ihrer Resultate mit der Klassifikation der Verbrennungsprozesse befassen.

Zusammenfassung

Das Ziel der Verbrennungstheorie wird nach der Terminologie der Transporttheorie definiert. Verfasser gibt ferner die Grundgleichungen der Verbrennungstheorie an.

Literatur

1. CHAPMAN, D. L.: *Phil. Mag.* (5) **47**, 90 (1899).
2. FRIDRICHS, K. O.: *On the Mathematical Theory of Deflagrations and Detonations*. Naval Report. 79—46. Bureau of Ordnance, 1946.
3. JOUGUET, E.: *J. math.* 347 (1905).
4. JOUGUET, E.: *J. math.* 5 (1906).
5. JOUGUET, E.: *Compt. rend.* **156**, 872 (1913).
6. JOUGUET, E.: *Compt. rend.* **156**, 58 (1913).
7. JOUGUET, E.: *La mécanique des explosifs*. Ed. Doin. Paris 1917.
8. JOUGUET, E.—CRUSSARD, L.: *Compt. rend.* **163**, 820 (1919).
9. JOUGUET, E.: *La théorie thermodynamique de la propagation des explosions*, Proc. Inter. Cong. Applied Mech. 12 (1926).
10. PUNGOR, E.: *A lángfotometria elméleti alapjai* (ungarisch) (Die theoretischen Grundlagen der Flammenphotometrie), Akadémiai Kiadó, Budapest, 1962.

Gyula FÁY, Budapest, XI., Budafoki út 10. Ungarn.