

# ANALYSE DER METHODE DER VIER ERWÄRMUNGSMESSUNGEN

Von

GY. ISTVÁNFY

Lehrstuhl für Elektrische Maschinen und Messungen, Technische Universität Budapest

(Eingegangen am 25. März 1961)

Vorgelegt vom Vorstand des Lehrstuhls: J. G. RETTER

Bekanntlich bedient man sich bei Prüfungen der Erwärmung in elektrischen Maschinen entweder der direkten oder der indirekten Verfahren. Erwärmungsuntersuchungen an großen elektrischen Maschinen im Prüfsaal werden wegen der beschränkten Kapazität des Prüfsaales in der Regel nach *indirekten Methoden* durchgeführt. Hierbei wird im Gegensatz zu den direkten Methoden eine weit geringere, bloß zur Deckung der Verluste dienende Energie benötigt. Die in der Praxis am häufigsten gebrauchten Methoden bestimmen die Werte der Betriebserwärmung aus den Resultaten von zwei, drei oder vier Erwärmungsmessungen. Diese Verfahren haben sich hauptsächlich bei Untersuchungen von Synchronmaschinen verbreitet, doch kann die indirekte Erwärmungsuntersuchung auch bei Gleichstrommaschinen und Induktionsmotoren durchgeführt werden. Die Erfahrungen der Praxis zeigen, daß die Ergebnisse der indirekten Verfahren in einigen Fällen die im Nennbetrieb tatsächlich auftretenden Erwärmungswerte gut annähern, während sie in anderen Fällen von diesen wesentlich abweichen. Desgleichen können sich bedeutende Abweichungen zeigen, wenn die Betriebserwärmung aus denselben Meßergebnissen nach verschiedenen Methoden bestimmt wird. Die Fehler in den Endergebnissen hängen in hohem Maße davon ab, welches Verfahren zur Berechnung angewandt wird. Die Bestimmung der Ursachen und der Größe dieser Abweichungen stellt ein unbekanntes Gebiet sowohl in den technischen Fachkreisen wie auch in der zugänglichen Literatur dar.

In diesem Aufsatz wird die Methode der vier Erwärmungsmessungen für Synchronmaschinen einer Analyse unterzogen, die neue, theoretisch interessante, und auch für die Praxis wichtige Ergebnisse ergibt. Es wird z. B. bewiesen, daß die Fehler in den Endergebnissen weitgehend auch von den Ausgangsbedingungen der einzelnen Messungen abhängen und sogar bei der üblichen Meßgenauigkeit so groß sein können, daß das Ergebnis praktisch unbrauchbar wird.

Der Aufsatz löst zweierlei Aufgaben.

1. Ermittelt er die Abweichungen zwischen den mit der indirekten Methode erhaltenen Werten und den im Nennbetrieb tatsächlich auftretenden Temperaturen, also die Fehler der indirekten Messung.

2. Werden jene Meßbedingungen festgelegt, mit denen diese Fehler auf das möglichste Minimum herabgesetzt werden können.

*Aufbau der Abhandlung.* Der Aufsatz gliedert sich in drei Teile. Im ersten Teil wird unter Anwendung einheitlicher Bezeichnungen die Methode der vier Erwärmungsmessungen beschrieben. Im zweiten Teil werden die Fehler des Verfahrens analysiert, woraus der allgemeine Ausdruck für die relativen Fehler der Temperaturerhöhungsfaktoren abgeleitet wird. Im dritten Teil werden die Möglichkeiten der Verringerung der Fehler erörtert. Der Anhang enthält eine Methode zur Bestimmung der überkommenen Fehler bei der Lösung von linearen Gleichungssystemen.

Die Analyse der für die Praxis wichtigeren Methode der zwei Erwärmungsmessungen wird in einem separaten Aufsatz behandelt werden.

### 1. Beschreibung der vier Erwärmungsmessungen

Die Methode der vier Erwärmungsmessungen unterscheidet vier Gruppen der in der Maschine auftretenden Verluste und berechnet aus den Ergebnissen der vier Messungen die Erwärmung der einzelnen Maschinenteile. Scheinbar bestimmt dieses Verfahren, in welchem Maße die einzelnen Verluste die verschiedenen Maschinenteile erwärmen. Die Analyse im Abschnitt 2 zeigt jedoch, daß diese Methode hierzu eben wegen der auftretenden großen Fehler im allgemeinen ungeeignet ist.

#### *Vier Erwärmungsmessungen im Leerlauf- und Kurzschlußzustand*

Bei dieser Methode werden vier Erwärmungsmessungen vorgenommen, und zwar eine im Kurzschluß, zwei bei unterschiedlichen Erregungen im Leerlauf und eine in erregungslosem Zustand. Bei den einzelnen Messungen wurden die Übererwärmungen der Erreger- und der Ankerspule sowie die einzelnen Leistungen sinngemäß mit entsprechenden Indexen bezeichnet: Index  $K$  steht für Größen bei der Kurzschlußmessung,  $La$  für jene bei der ersten,  $Lb$  für jene bei der zweiten erregten Leerlaufmessung, und  $O$  für jene bei der unerregten Leerlaufmessung. Für die Erwärmung der Erregerspule können folgende Gleichungen aufgeschrieben werden:

$$\vartheta_{EK} = c_1 P_l + c_2 P_{AK} + c_4 P_{EK} \quad (1.1)$$

$$\vartheta_{ELa} = c_1 P_l + c_3 P_{FLa} + c_4 P_{ELa} \quad (1.2)$$

$$\vartheta_{ELb} = c_1 P_l + c_3 P_{FLb} + c_4 P_{ELb} \quad (1.3)$$

$$\vartheta_{E0} = c_1 P_l. \quad (1.4)$$

Die Gleichungen für die Erwärmung der Ankerspule lauten:

$$\vartheta_{AK} = c_5 P_l + c_6 P_{AK} + \quad + c_8 P_{EK} \quad (1.5)$$

$$\vartheta_{ALa} = c_3 P_l + \quad + c_7 P_{FLa} + c_8 P_{ELa} \quad (1.6)$$

$$\vartheta_{ALb} = c_3 P_l + \quad + c_7 P_{FLb} + c_8 P_{ELb} \quad (1.7)$$

$$\vartheta_{A0} = c_5 P_l. \quad (1.8)$$

Die Unbekannten  $c_1 \dots c_4$  können aus dem ersten, die Unbekannten  $c_5 \dots c_8$  aus dem zweiten Gleichungssystem bestimmt werden. Sie sollen Temperaturerhöhungsfaktoren genannt werden, da sie angeben, in welchem Maße sich die Temperatur der Erregerspule bzw. jene der Ankerspule infolge der einzelnen Verluste erhöht. Die Bezeichnungen sind am Ende des Aufsatzes zusammengefaßt.

Im folgenden wird die Determinante der Gleichungssysteme

$$D = \begin{vmatrix} P_l & P_{AK} & 0 & P_{EK} \\ P_l & 0 & P_{FLa} & P_{ELa} \\ P_l & 0 & P_{FLb} & P_{ELb} \\ P_l & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (1.9)$$

oft benötigt werden.

Nach Bestimmung der Faktoren  $c_1 \dots c_3$  wird die betriebsmäßige Übererwärmung der Erregerspule und der Ankerspule mit den Betriebsverlusten berechnet:

$$\vartheta_E = c_1 P_l + c_2 P_A + c_3 P_F + c_4 P_E \quad (1.10a)$$

$$\vartheta_A = c_5 P_l + c_6 P_A + c_7 P_F + c_8 P_E. \quad (1.10b)$$

#### *Vier Erwärmungsmessungen bei an das Netz gelegter Maschine*

Die auf die Erregerspule bezüglichen Temperaturerhöhungsfaktoren  $c_1 \dots c_4$  und die auf die Ankerspule bezüglichen  $c_5 \dots c_8$  können auch aus den Ergebnissen solcher vier Erwärmungsmessungen bestimmt werden, die man an einer an das Netz geschalteten Synchronmaschine durchführt. Die zur Bestimmung der Temperaturerhöhungsfaktoren erforderlichen, voneinander unabhängigen  $2 \times 4$  Gleichungen werden z. B. mittels folgender Messungen ermittelt.

1. bei Nennspannung und minimalem Ankerstrom,
2. bei Nennspannung und nahezu nominalem Ankerstrom,
3. bei einer niedrigeren Spannung als die Nennspannung und bei minimalem Ankerstrom,
4. bei der Spannung unter 3. und nahezu nominalem Ankerstrom.

Die gemessenen Übererwärmungen der Erregerspule werden durchfolgendes Gleichungssystem bestimmt:

$$\vartheta_{E1} = c_1 P_l + c_2 P_{A1} + c_3 P_{Fn} + c_4 P_{E1} \quad (1.11)$$

$$\vartheta_{E2} = c_1 P_l + c_2 P_{A2} + c_3 P_{Fn} + c_4 P_{E2} \quad (1.12)$$

$$\vartheta_{E3} = c_1 P_l + c_2 P_{A3} + c_3 P_{F3} + c_4 P_{E3} \quad (1.13)$$

$$\vartheta_{E4} = c_1 P_l + c_2 P_{A4} + c_3 P_{F3} + c_4 P_{E4}. \quad (1.14)$$

Für die Ankerwicklung kann ein ähnliches Gleichungssystem aufgeschrieben werden.

Bei dieser Lösung der vier Erwärmungsmessungen verursacht die Verzerrung der Blindleistung große Schwierigkeiten.

## 2. Die Fehler der Methode der vier Erwärmungsmessungen

Die Methode der vier Erwärmungsmessungen fußt im wesentlichen auf dem Prinzip der Superposition. Dementsprechend werden die einzelnen Temperaturerhöhungsfaktoren bei den verschiedenen Versuchs- und Betriebszuständen als unveränderlich angenommen. Die Temperaturerhöhungsfaktoren hängen jedoch von den Wärmeleitungs-, Wärmeübertragungsfaktoren und von den Kennwerten der Kühlluft ab, d. h. von Funktionen der in der Maschine herrschenden Temperaturen, weshalb die Temperaturerhöhungsfaktoren in den einzelnen Versuchs- und Betriebsphasen nicht konstant, sondern verschieden sind. Die Fehler in den Endergebnissen sind teilweise diesem Umstand, teilweise den Meßfehlern zuzuschreiben.

Die Fehler in den Endergebnissen der indirekten Erwärmungsuntersuchungen entstehen daher aus folgenden drei Ursachen:

1. Fehler der Temperaturmessungen.
2. Fehler der Leistungsmessungen.
3. Die Wärmeleitungsziffern, Wärmeübertragungsziffern und die Kennwerte der Kühlluft sind in den einzelnen Versuchs- und Betriebsphasen verschieden.

Für die Fehlerberechnungen sind die unter 3. angeführten Wirkungen die lästigsten. Ihre Berücksichtigung macht die Berechnungen wesentlich verwickelter. Bei den späteren Untersuchungen wurde jedoch eine Möglichkeit gefunden, alle drei Faktoren in Betracht zu ziehen. Die Untersuchungen haben nachgewiesen, daß die Fehler in den Endergebnissen im größten Umfang von den unter 1. und 2. eingereichten Faktoren abhängen. Werden nur diese in Betracht gezogen, vereinfacht sich das Problem wesentlich. Um den Überblick über die im nachfolgenden dargelegten neuen Methoden zu erleichtern, werden im ersten Teil der Abhandlung nur die Meßfehler in Betracht gezogen. Wo die Wirkung der zur Gruppe 3. gehörenden Faktoren gering ist,

können auch mit dieser einfachen Methode gute Näherungswerte für die Fehler errechnet werden.

### 2.1. Bestimmung der Fehler der Temperaturerhöhungsfaktoren, wenn nur die Meßfehler berücksichtigt werden

Der Fehler in der Ermittlung der Betriebsübererwärmung in der Erreger-  
spule entsteht aus den Fehlern der Temperaturerhöhungsfaktoren  $c_1 \dots c_4$ .  
Die Unbekannten  $c_1, c_2, c_3$  und  $c_4$  werden durch die im vorigen Abschnitt ange-  
gebenen, aus vier Gleichungen bestehenden Gleichungssysteme bestimmt,  
deren Fehler von den Fehlern der Koeffizienten des Gleichungssystems her-  
rühren. Diese Koeffizienten sind die gemessenen Übererwärmungen  $\vartheta_{EK}$   
 $\dots \vartheta_{E0}$  und die gemessenen Leistungen  $P_1 \dots P_E$ . Sind die Meßfehler bzw.  
Unsicherheiten bei ihrer Bestimmung bekannt, dann können bei Anwendung  
der Methode zur Bestimmung der überkommenen Fehler der Lösungen von  
linearen Gleichungssystemen die Fehler bzw. Unsicherheiten der Temperaturer-  
höhungsfaktoren  $c_1 \dots c_4$  berechnet werden. Da diese Methode in der Fach-  
literatur weniger zugänglich ist, wird sie im Anhang für ein Gleichungssystem  
mit vier Unbekannten gegeben. Es erschien hierbei richtiger, eine für einen  
allgemeinen Fall gültige Lösung zu geben, indem für die Koeffizienten ein-  
fachere Bezeichnungen als die vorherigen angewandt wurden.

Werden an Stelle der Koeffizienten  $\Delta S$  der im Anhang erhaltenen  
Gleichungen (4.5)—(4.8) die Fehlerwerte  $\Delta\vartheta$  der entsprechenden Temperatur-  
messungen, an Stelle der Koeffizienten  $a_1 \dots d_4$  die entsprechenden Leistungen  
und an Stelle der Koeffizienten  $\Delta a_1 \dots \Delta d_4$  die Fehlerwerte der Leistungs-  
messungen gesetzt, erhält man jenes Gleichungssystem, aus welchem die Fehler  
der einzelnen Temperaturerhöhungsfaktoren bestimmt werden können.  
 $\Delta x_1 \dots \Delta x_4$  wird durch  $\Delta c_1 \dots \Delta c_4$  ersetzt.

Im Falle einer an das Netz geschalteten Maschine können z. B. die  
Fehler der einzelnen Temperaturerhöhungsfaktoren auf Grund der Gleichungen  
(1.11)—(1.14) laut Gleichungen (4.5)—(4.8) aus folgendem Gleichungssystem  
ermittelt werden:

$$P_1 \Delta c_1 + P_{A1} \Delta c_2 + P_{Fn} \Delta c_3 + P_{E1} \Delta c_4 = \quad (2.1)$$

$$= \Delta\vartheta_{E1} - (\Delta P_1 c_1 + \Delta P_{A1} c_2 + \Delta P_{Fn} c_3 + \Delta P_{E1} c_4)$$

$$P_1 \Delta c_1 + P_{A2} \Delta c_2 + P_{Fn} \Delta c_3 + P_{E2} \Delta c_4 = \quad (2.2)$$

$$= \Delta\vartheta_{E2} - (\Delta P_1 c_1 + \Delta P_{A2} c_2 + \Delta P_{Fn} c_3 + \Delta P_{E2} c_4)$$

$$P_1 \Delta c_1 + P_{A3} \Delta c_2 + P_{F3} \Delta c_3 + P_{E3} \Delta c_4 = \quad (2.3)$$

$$= \Delta\vartheta_{E3} - (\Delta P_1 c_1 + \Delta P_{A3} c_2 + \Delta P_{F3} c_3 + \Delta P_{E3} c_4)$$

$$P_1 \Delta c_1 + P_{A4} \Delta c_2 + P_{F3} \Delta c_3 + P_{E4} \Delta c_4 = \quad (2.4)$$

$$= \Delta\vartheta_{E4} - (\Delta P_1 c_1 + \Delta P_{A4} c_2 + \Delta P_{F3} c_3 + \Delta P_{E4} c_4).$$

$c_1 \dots c_4$  sind die fehlerbehafteten Temperaturerhöhungsfaktoren, die aus dem Gleichungssystem (1.11)—(1.14) bestimmt werden können.

2.2 *Bestimmung der Fehler der Temperaturerhöhungsfaktoren, wenn sowohl die Meßfehler als auch die von den Änderungen der Wärmeleitungs- und Wärmeübertragungsziffern sowie der Kühlluftkennwerte herrührenden Fehler berücksichtigt werden*

Die Wärmeleitungs-, Wärmeübertragungsziffern und die Kennwerte der Kühlluft sind Funktionen der Temperaturen, weshalb in den einzelnen Versuchszuständen und bei Nennbelastung nach Einstellung des stationären Zustandes mit verschiedenen Temperaturerhöhungsfaktoren zu rechnen ist. Die Fehlerberechnungen können vorgenommen werden, wenn die Relativwerte der Änderungen der einzelnen Temperaturerhöhungsfaktoren bekannt sind. Nach einer eingehenden Analyse der physikalischen Struktur der Wärmeübertragungs- und Wärmeleitungsziffern können die höchstmöglichen Werte der Änderungen, d. h. deren Grenzen bestimmt werden. Diese Analyse ist ziemlich langwierig, da auch die Änderungen der Wärmeübertragungsziffern, der Wärmeleitungsziffern, der Geschwindigkeit, Dichte und Viskosität der Luft in Betracht gezogen werden müssen. Dies wurde vom Verfasser durchgeführt [2], der die zahlenmäßigen Ergebnisse in Form von Kurvenscharen veröffentlicht hat. Aus diesen können die Grenzen der Änderungen der einzelnen Temperaturerhöhungsfaktoren in Abhängigkeit von den in den einzelnen Versuchszuständen gemessenen und im Betriebszustand berechneten Temperaturen bestimmt werden.

Im folgenden wird jene Methode beschrieben, mit welcher die vollwertige Fehlerberechnung durchgeführt werden kann.

Zunächst werden aus Gleichungen (1.1)—(1.4) und (1.5)—(1.8) die fehlerbehafteten Temperaturerhöhungsfaktoren  $c_1 \dots c_4$  und  $c_5 \dots c_8$  bestimmt. Anhand dieser und der im Nennbetrieb auftretenden Verluste werden die fehlerbehafteten Betriebstemperaturen der Erregerspule und der Ankerspule berechnet und ebenso wird die Betriebstemperatur der Kühlluft bestimmt. In Kenntnis der einzelnen Versuchs- und der Betriebstemperaturen können aus den erwähnten Kurvenscharen die Relativwerte der größtmöglichen Änderungen der einzelnen Temperaturerhöhungsfaktoren, die Werte  $\frac{\Delta c}{c}$

abgelesen werden. Werden diese Werte mit den zuvor berechneten Temperaturerhöhungsfaktoren multipliziert, erhält man die Absolutwerte der Änderungen der Temperaturerhöhungsfaktoren, die  $\Delta c$  Werte. Mit den entsprechenden Leistungen multipliziert, ergeben diese Werte, mit richtigem Vorzeichen, die Temperaturabweichungen der Erregerspule und der Ankerspule, die Werte  $\Delta T \vartheta$ . Wären in den einzelnen Versuchsphasen die im Betriebszustand

bestehenden Temperaturerhöhungsfaktoren gültig, würden die Temperaturen der Erreger- bzw. Ankerspule um diese Werte von den gemessenen abweichen. Wenn sich z. B. für  $\Delta c_{1k}$ ,  $\Delta c_{2k}$  und  $\Delta c_{4k}$  Negativwerte ergeben, bedeutet dies, daß bei den höheren Betriebstemperaturen die Temperaturerhöhungsfaktoren kleiner sind als bei der niedrigeren Temperatur der Kurzschlußmessung. Somit ist auch  $\Delta_T \vartheta_{EK}$  negativ, und dies besagt, daß bei der Kurzschlußmessung im Grenzfall um soviel niedrigere Temperatur gemessen würde, wenn in der Maschine die Betriebs-Temperaturerhöhungsfaktoren herrschten.

Bei der Erregerspule ergeben sich die hieraus entstehenden Grenzen der Temperaturabweichungen zu

$$\Delta_T \vartheta_{EK} = \Delta c_{1K} P_l + \Delta c_{2K} P_{AK} + \Delta c_{4K} P_{EK} \quad (2.5)$$

$$\Delta_T \vartheta_{ELa} = \Delta c_{1La} P_l + \Delta c_{3La} P_{FLa} + \Delta c_{4La} P_{ELa} \quad (2.6)$$

$$\Delta_T \vartheta_{ELb} = \Delta c_{1Lb} P_l + \Delta c_{3Lb} P_{FLb} + \Delta c_{4Lb} P_{ELb} \quad (2.7)$$

$$\Delta_T \vartheta_{E0} = \Delta c_{10} P_l. \quad (2.8)$$

Im folgenden werden die Berechnungen nur anhand der Gleichungen für die Erregerspule durchgeführt. Die für die Ankerspule gültigen Ergebnisse können auch durch geeignete Umänderung der für die Erregerspule gewonnenen Endergebnisse bestimmt werden.

#### *Die resultierenden Temperaturabweichungen in den einzelnen Versuchszuständen*

Es seien die Unsicherheiten der Temperaturmessungen mit  $\Delta_0 \vartheta_{EK} \dots \Delta_0 \vartheta_{E0}$  bezeichnet. Die in den Temperaturen bestehenden resultierenden möglichen Abweichungen ergeben sich als die Summe dieser Werte und der zuvor bestimmten Temperaturabweichungen  $\Delta_T \vartheta_{EK} \dots \Delta_T \vartheta_{E0}$ :

$$\Delta \vartheta_{EK} = \Delta c_{1K} P_l + \Delta c_{2K} P_{AK} + \Delta c_{4K} P_{EK} + \Delta_0 \vartheta_{EK} \quad (2.9)$$

$$\Delta \vartheta_{ELa} = \Delta c_{1La} P_l + \Delta c_{3La} P_{FLa} + \Delta c_{4La} P_{ELa} + \Delta_0 \vartheta_{ELa} \quad (2.10)$$

$$\Delta \vartheta_{ELb} = \Delta c_{1Lb} P_l + \Delta c_{3Lb} P_{FLb} + \Delta c_{4Lb} P_{ELb} + \Delta_0 \vartheta_{ELb} \quad (2.11)$$

$$\Delta \vartheta_{E0} = \Delta c_{10} P_l + \Delta_0 \vartheta_{E0}. \quad (2.12)$$

#### *Gleichungen zur Bestimmung der überkommenen Fehler der Temperaturerhöhungsfaktoren*

Die Gleichungen (2.9)—(2.12) lieferten die resultierenden Werte der Temperaturabweichungen, die außer den Fehlern der Temperaturmessungen auch die aus der temperaturabhängigen Änderung der Temperaturerhöhungsfaktoren

faktoren entstehenden Fehler enthalten. Diese Temperaturabweichungen können in den weiteren Berechnungen schon so behandelt werden wie die Fehler der Temperaturmessungen im Abschnitt 2.1. Mit diesen und mit den Fehlern der Leistungsmessungen können nun die Fehler der Temperaturerhöhungsfaktoren in der Weise berechnet werden, wie dies im Abschnitt 2.1 erfolgte. Die größtmöglichen Fehler der auf die Erregerspule bezüglichen Temperaturerhöhungsfaktoren bzw. die Korrekturen mit entgegengesetztem Vorzeichen sind durch das folgende Gleichungssystem bestimmt:

$$\begin{aligned} P_l \Delta c_1 + P_{AK} \Delta c_2 + \quad + P_{EK} \Delta c_4 &= \\ &= \Delta \vartheta_{EK} - (\Delta P_l' c_1 + \Delta P_{AK} c_2 + \Delta P_{EK} c_4) \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} P_l \Delta c_1 + \quad + P_{FLa} \Delta c_3 + P_{ELa} \Delta c_4 &= \\ &= \Delta \vartheta_{ELa} - (\Delta P_l' c_1 + \Delta P_{FLa} c_3 + \Delta P_{ELa} c_4) \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} P_l \Delta c_1 + \quad + P_{FLb} \Delta c_3 + P_{ELb} \Delta c_4 &= \\ &= \Delta \vartheta_{ELb} - (\Delta P_l' c_1 + \Delta P_{FLb} c_3 + \Delta P_{ELb} c_4) \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$P_l \Delta c_1 = \Delta \vartheta_{E0} - \Delta P_l c_1. \quad (2.16)$$

Wären nicht die Unsicherheiten der Temperaturabweichungen  $\Delta \vartheta_{EK} \dots \Delta \vartheta_{E0}$  und der Leistungen, sondern deren Fehler bekannt, könnte man mit den aus obigem Gleichungssystem bestimmten Korrekturen  $\Delta c_1 \dots \Delta c_4$  die richtigen Werte der einzelnen Temperaturerhöhungsfaktoren berechnen und mit diesen auch die genauen Werte der Betriebstemperaturen ermitteln. Sämtliche im Gleichungssystem vorkommenden Temperatur- und Leistungsabweichungen stellen jedoch nicht Fehler bzw. Korrekturen, sondern Fehlerbegrenzungen bzw. Korrektionsbegrenzungen dar. Die Werte  $\Delta c_1 \dots \Delta c_4$  geben also die größtmöglichen Abweichungen, das heißt die Begrenzungen der Temperaturerhöhungsfaktoren. Mit diesen Werten kann die größtmögliche Abweichung der Betriebstemperatur der Erregerspule vom richtigen Wert berechnet werden.

#### Vereinfachung der Berechnungen

Zur praktischen Lösung der Aufgaben können die Gleichungssysteme vereinfacht werden, da die Gleichung (2.16) von den Gleichungen (2.13), (2.14) und (2.15) subtrahiert werden kann:

$$P_{AK} \Delta c_2 + \quad + P_{EK} \Delta c_4 = \Delta \vartheta_{EK} - \Delta \vartheta_{E0} - (\Delta P_{AK} c_2 + \Delta P_{EK} c_4) \quad (2.17)$$

$$+ P_{FLa} \Delta c_3 + P_{ELa} \Delta c_4 = \Delta \vartheta_{ELa} - \Delta \vartheta_{E0} - (\Delta P_{FLa} c_3 + \Delta P_{ELa} c_4) \quad (2.18)$$

$$P_{FLb} \Delta c_3 + P_{ELb} \Delta c_4 = \Delta \vartheta_{ELb} - \Delta \vartheta_{E0} - (\Delta P_{FLb} c_3 + \Delta P_{ELb} c_4). \quad (2.19)$$

Auf der rechten Seite der Gleichungen stehen die Begrenzungen der Temperaturdifferenzen. Zwecks Verkürzung der Schreibweise sollen die nachstehenden  $\Delta_r \vartheta$ -Glieder von den beiden Begrenzungen jene bedeuten, mit welchen weiter zu rechnen ist

$$\Delta_r \vartheta_{EK} = \Delta \vartheta_{EK} - \Delta \vartheta_{E0} - (\Delta P_{AK} c_2 + \Delta P_{EK} c_4) \quad (2.20)$$

$$\Delta_r \vartheta_{ELa} = \Delta \vartheta_{ELa} - \Delta \vartheta_{E0} - (\Delta P_{FLa} c_3 + \Delta P_{ELa} c_4) \quad (2.21)$$

$$\Delta_r \vartheta_{ELb} = \Delta \vartheta_{ELb} - \Delta \vartheta_{E0} - (\Delta P_{FLb} c_3 + \Delta P_{ELb} c_4). \quad (2.22)$$

In den obigen Ausdrücken bedeuten  $\Delta \vartheta_{EK} \dots \Delta \vartheta_{E0}$  die aus den Unsicherheiten der Temperaturmessungen und aus den temperaturabhängigen Änderungen der Wärmeübertragungsstände herrührenden Abweichungen, während  $\Delta P_{AK} \dots \Delta P_{ELb}$  die Unsicherheiten der Leitungsmessungen darstellen.

Mit diesen Bezeichnungen ergibt sich das zur Bestimmung der Temperaturerhöhungsbegrenzungen dienende Gleichungssystem zu

$$P_{AK} \Delta c_2 + \quad + P_{EK} \Delta c_4 = \Delta_r \vartheta_{EK} \quad (2.23)$$

$$P_{FLa} \Delta c_3 + P_{ELa} \Delta c_4 = \Delta_r \vartheta_{ELa} \quad (2.24)$$

$$P_{FLb} \Delta c_3 + P_{ELb} \Delta c_4 = \Delta_r \vartheta_{ELb}. \quad (2.25)$$

Das Gleichungssystem (1.1)—(1.4) zur Bestimmung der Temperaturerhöhungsfaktoren läßt sich ähnlich vereinfachen, weil Gleichung (1.4) von den Gleichungen (1.1), (1.2) und (1.3) subtrahiert werden kann. Bezeichnet man die im Vergleich zu dem bei unerregtem Zustand bestehenden Wert meßbaren Übererwärmungen der Erregerspule mit  $\vartheta^*$ , erhält man

$$P_{AK} c_2 + \quad + P_{EK} c_4 = \vartheta_{EK} - \vartheta_{E0} = \vartheta_{EK}^* \quad (2.26)$$

$$P_{FLa} c_3 + P_{ELa} c_4 = \vartheta_{ELa} - \vartheta_{E0} = \vartheta_{ELa}^* \quad (2.27)$$

$$P_{FLb} c_3 + P_{ELb} c_4 = \vartheta_{ELb} - \vartheta_{E0} = \vartheta_{ELb}^*. \quad (2.28)$$

#### *Bestimmung der relativen Fehler der Temperaturerhöhungsfaktoren*

Die Relativwerte der Fehler der Temperaturerhöhungsfaktoren zeigen, ob sich die Messungen zur Bestimmung der Betriebsübererwärmungen eignen. Das Gleichungssystem zur Bestimmung der Temperaturerhöhungsfaktoren  $c_2 \dots c_4$  und jenes zur Bestimmung ihrer Fehler  $c_2 \dots c_4$  haben eine gemeinsame Determinante

$$D = \begin{vmatrix} P_{AK} & 0 & P_{EK} \\ 0 & P_{FLa} & P_{ELa} \\ 0 & P_{FLb} & P_{ELb} \end{vmatrix}. \quad (2.29)$$

Im folgenden werden sämtliche Temperaturerhöhungsfaktoren und die Determinanten aufgeschrieben, die deren Fehler bestimmen.

$$D_2 = \begin{vmatrix} \vartheta_{EK}^* & 0 & P_{EK} \\ \vartheta_{ELa}^* & P_{FLa} & P_{ELa} \\ \vartheta_{ELb}^* & P_{FLb} & P_{ELb} \end{vmatrix} \quad D_2^A = \begin{vmatrix} \Delta_r \vartheta_{EK} & 0 & P_{EK} \\ \Delta_r \vartheta_{ELa} & P_{FLa} & P_{ELa} \\ \Delta_r \vartheta_{ELb} & P_{FLb} & P_{ELb} \end{vmatrix}$$

womit

$$c_2 = \frac{D_2}{D} \quad \text{und} \quad \Delta c_2 = \frac{D_2^A}{D}.$$

Der relative Fehler bzw. die Unsicherheit von  $c_2$  schreibt sich daher zu

$$\frac{\Delta c_2}{c_2} = \frac{D_2^A}{D_2}. \quad (2.30)$$

$$D_6 = \begin{vmatrix} \vartheta_{AK}^* & 0 & P_{EK} \\ \vartheta_{ALa}^* & P_{FLa} & P_{ELa} \\ \vartheta_{ALb}^* & P_{FLb} & P_{ELb} \end{vmatrix} \quad D_6^A = \begin{vmatrix} \Delta_r \vartheta_{AK} & 0 & P_{EK} \\ \Delta_r \vartheta_{ALa} & P_{FLa} & P_{ELa} \\ \Delta_r \vartheta_{ALb} & P_{FLb} & P_{ELb} \end{vmatrix}$$

Mit diesen ergibt sich der relative Fehler bzw. die Unsicherheit von  $c_6$  zu

$$\frac{\Delta c_6}{c_6} = \frac{D_6^A}{D_6}. \quad (2.31)$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} P_{AK} & \vartheta_{EK}^* & P_{EK} \\ 0 & \vartheta_{ELa}^* & P_{ELa} \\ 0 & \vartheta_{ELb}^* & P_{ELb} \end{vmatrix} \quad D_3^A = \begin{vmatrix} P_{AK} & \Delta_r \vartheta_{EK} & P_{EK} \\ 0 & \Delta_r \vartheta_{ELa} & P_{ELa} \\ 0 & \Delta_r \vartheta_{ELb} & P_{ELb} \end{vmatrix}$$

womit

$$\frac{\Delta c_3}{c_3} = \frac{D_3^A}{D_3}. \quad (2.32)$$

$$D_7 = \begin{vmatrix} P_{AK} & \vartheta_{AK}^* & P_{EK} \\ 0 & \vartheta_{ALa}^* & P_{ELa} \\ 0 & \vartheta_{ALb}^* & P_{ELb} \end{vmatrix} \quad D_7^A = \begin{vmatrix} P_{AK} & \Delta_r \vartheta_{AK} & P_{EK} \\ 0 & \Delta_r \vartheta_{ALa} & P_{ELa} \\ 0 & \Delta_r \vartheta_{ALb} & P_{ELb} \end{vmatrix}$$

und damit

$$\frac{\Delta c_7}{c_7} = \frac{D_7^A}{D_7}. \quad (2.33)$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} P_{AK} & 0 & \vartheta_{EK}^* \\ 0 & P_{FLa} & \vartheta_{ELa}^* \\ 0 & P_{FLb} & \vartheta_{ELb}^* \end{vmatrix} \quad D_1^A = \begin{vmatrix} P_{AK} & 0 & \Delta_r \vartheta_{EK} \\ 0 & P_{FLa} & \Delta_r \vartheta_{ELa} \\ 0 & P_{FLb} & \Delta_r \vartheta_{ELb} \end{vmatrix}$$

womit

$$\frac{\Delta c_4}{c_4} = \frac{D_4^d}{D_4} \quad (2.34)$$

$$D_8 = \begin{vmatrix} P_{AK} & 0 & \vartheta_{AK}^* \\ 0 & P_{FLa} & \vartheta_{ALa}^* \\ 0 & P_{FLb} & \vartheta_{ALb}^* \end{vmatrix} \quad D_8^d = \begin{vmatrix} P_{AK} & 0 & \Delta_r \vartheta_{AK} \\ 0 & P_{FLa} & \Delta_r \vartheta_{ALa} \\ 0 & P_{FLb} & \Delta_r \vartheta_{ALb} \end{vmatrix}$$

womit

$$\frac{\Delta c_8}{c_8} = \frac{D_8^d}{D_8} \quad (2.35)$$

$\frac{\Delta c_1}{c_1}$  und  $\frac{\Delta c_5}{c_5}$  können einfacher bestimmt werden ohne daß man die

Determinanten aufschreiben müßte, u. zw. in den Form

$$\frac{\Delta c_1}{c_1} = \frac{\Delta \vartheta_{E0} - \Delta P_t c_1}{\vartheta_{E0}} \quad (2.36)$$

bzw.

$$\frac{\Delta c_5}{c_5} = \frac{\Delta \vartheta_{A0} - \Delta P_l c_5}{\vartheta_{A0}} \quad (2.37)$$

Damit ist der erste Teil der gestellten Aufgabe gelöst, da die größtmöglichen Extremwerte der relativen Fehler sämtlicher Temperaturerhöhungsfaktoren bestimmt sind. Die weitere Analyse der relativen Fehler zeigt, welche Möglichkeiten sich zur Verminderung dieser Fehler bieten. Dieses Problem wird in Abschnitt 3 behandelt.

Die mit obigem Verfahren durchgeführten zahlreichen numerischen Rechnungen haben bewiesen, daß die Fehler der nach der Methode der vier Erwärmungsmessungen ermittelten Ergebnisse sogar im Falle der üblichen Meßgenauigkeiten oft so groß sind, daß sie sich als unbrauchbar erweisen. Bei ungünstigen Ausgangsbedingungen tritt dieser schon bei kleinen Meßfehlern ein. In einem gegebenen Beispiel wurde angenommen, daß die Leistungsmessungen fehlerlos, die Temperaturerhöhungsfaktoren temperaturunabhängig sind und daß nur in den Temperaturmessungen ein unter  $\pm 2^\circ \text{C}$  liegender Fehler vorkommt. Als Resultat ergab sich in der betriebsmäßigen Übererwärmung der Erregerspule ein Fehler von 59,6%, in jener der Ankerspule ein solcher von 49,9%. Die relativen Fehler der einzelnen Temperaturerhöhungsfaktoren sind noch viel größer. Diese Fehler kompensieren sich jedoch teilweise bei der Berechnung der betriebsmäßigen Übererwärmung.

### 3. Möglichkeiten der Fehlerverminderung Bestimmung der Ausgangsbedingungen der Messungen

Im obigen wurde der allgemeine Ausdruck des relativen Fehlers der in den vier Erwärmungsmessungen vorkommenden 8 Temperaturerhöhungsfaktoren ermittelt. Aus der weiteren Analyse der Fehler können wichtige Folgerungen für die praktische Anwendung der Methode gezogen werden. Zunächst soll jedoch untersucht werden, wie die Fehler bei der auf Leerlauf- und Kurzschlußmessungen beruhenden Methode der vier Erwärmungsmessungen entstehen.

Die Faktoren  $c_1$  und  $c_3$  zeigen, wie sich die Lufttreibungs- und Ventilationsverluste auf die Temperaturerhöhung der Erregerspule bzw. der Ankerspule auswirken. Sie können aus der Leerlaufmessung in unerregtem Zustand berechnet werden. Ihr relativer Fehler ist deshalb groß, weil die relativen Fehler der Übererwärmungsmessungen im Bereich von 5—15° C groß sind. Bei den übrigen Temperaturerhöhungsfaktoren nehmen die Fehler infolge der Eigenart der Berechnungsmethode sehr hohe Werte an.

Die Faktoren  $c_3$  und  $c_7$  drücken aus, in welchem Maße der Eisenverlust die Erregerspule bzw. die Ankerspule erwärmt. Die Faktoren  $c_4$  und  $c_5$  hingegen besagen, welche Wirkung der in der Erregerspule entstehende Kupferverlust auf die Temperaturerhöhung der Erregerspule bzw. der Ankerspule ausübt. Die bei verschiedenen Erregungen vorgenommenen zwei Leerlaufmessungen bezwecken die Zerlegung der vom Eisenverlust und vom Erregungsverlust entstehenden Erwärmungen auf zwei Summanden. Der Erregungsverlust und die durch ihn verursachte Erwärmung ist dem Quadrat des Erregerstromes, der Eisenverlust und die durch ihn verursachte Erwärmung dem Quadrat der Spannung proportional. Der Faktor  $c_3$  ist hauptsächlich dem aus der Ständervernutung herrührenden Pulsationseisenverlust zuzuschreiben, der ebenfalls quadratisch von der induzierten Spannung abhängt. Die Erwärmungswirkungen des Eisenverlustes und des Erregungsverlustes können aus den beiden Messungen nur zerlegt werden, solange zwischen den beiden Verlusten kein linearer Zusammenhang besteht. Werden beide Messungen bei verhältnismäßig niedriger Erregung vorgenommen, ist ein Zerlegen, d. h. die Ermittlung der Temperaturerhöhungsfaktoren nicht mehr möglich. Dies soll im nächsten Abschnitt ausführlich erörtert werden.

#### *Bestimmung der Ausgangsbedingungen der Leerlaufmessung*

Die relativen Fehler der einzelnen Temperaturerhöhungsfaktoren können aus den Gleichungen (2.30)—(2.37) berechnet werden. Der in der Betriebstemperatur der Erregerspule und der Ankerspule vorhandene Fehler ergibt sich als die Summe der Fehler der einzelnen Faktoren, wobei sie sich

eventuell kompensieren können. Jedenfalls gelangt der Fehler jedes einzelnen Temperaturerhöhungsfaktors mit jenem Gewicht in das Endergebnis, welches der durch ihn dargestellten Temperaturerhöhung entspricht.

Die Erregerspule wird am stärksten vom Kupferverlust der Erregerspule erwärmt, hier fällt also der Faktor  $c_4$  am stärksten ins Gewicht. Zur Leerlaufmessung wird man zweckmäßig Ausgangsbedingungen wählen, die es gestatten, den relativen Fehler des Faktors  $c_4$  möglichst klein zu halten. Nach Entwicklung der zur Bestimmung der Gleichung (2.34) dienenden Determinanten  $D_4$  und  $d_4^d$  hat man

$$D_4^d = P_{AK} (\Delta_r \vartheta_{ELb} P_{FLa} - \Delta_r \vartheta_{ELa} P_{FLb}) \quad (3.1)$$

$$D_4 = P_{AK} (\vartheta_{ELb}^* P_{FLa} - \vartheta_{ELa}^* P_{FLb}). \quad (3.2)$$

Werden diese Ausdrücke in Gleichung (2.34) eingesetzt, erhält man

$$\frac{\Delta c_4}{c_4} = \frac{D_4^d}{D_4} = \frac{\Delta_r \vartheta_{ELb} P_{FLa} - \Delta_r \vartheta_{ELa} P_{FLb}}{\vartheta_{ELb}^* P_{FLa} - \vartheta_{ELa}^* P_{FLb}}. \quad (3.3)$$

Der Zähler wird im wesentlichen von den resultierenden Temperaturabweichungen bestimmt, zu deren Verminderung bei gegebenen Meßgenauigkeiten keine Möglichkeit besteht. Dagegen kann der Wert von  $\Delta c_4/c_4$  durch Vergrößerung des Nenners vermindert werden. Auf welche Weise läßt sich dies erreichen? Schreiben wir die  $c_4$  bestimmende Gleichung auf:

$$c_4 = \frac{D_4}{D} = \frac{\vartheta_{ELb}^* P_{FLa} - \vartheta_{ELa}^* P_{FLa}}{P_{FLa} P_{ELb} - P_{FLb} P_{ELa}}. \quad (3.4)$$

Im Nenner wurde die Determinante unter (2.29) eingesetzt:

$$D = P_{AK} (P_{FLa} P_{ELb} - P_{FLb} P_{ELa}). \quad (3.5)$$

In den Ausdrücken (3.3) und (3.4) fiel der Multiplikator  $P_{AK}$  sowohl im Zähler als auch im Nenner aus, somit sind auch  $c_4$  und  $\Delta c_4/c_4$  von den Kurzschlußverlusten unabhängig; es ist hierbei gleichgültig, bei welcher Erregung die Kurzschlußmessung erfolgt. Der Wert von  $\Delta c_4/c_4$  wird jedoch durch Vergrößerung der aus den Produkten der Verluste gebildeten Differenz  $P_{FLa} P_{ELb} - P_{FLb} P_{ELa}$  vermindert. Proportional zu dieser vergrößert sich auch der Nenner der Gleichung (3.3), wie dies in Abb. II graphisch dargestellt ist. Vertikal wurde der Erregungsverlust  $P_{EL}$  in Abhängigkeit vom Eisenverlust aufgetragen. Dies kann auf Grund der aufgenommenen Leer-

laufkennlinien, im Sinne der Konstruktion in Abb. 1 nach erfolgter Berechnung von  $P_{EL} = i_E^2 R_E$  aufgetragen werden. In Abb. 2 ist  $P_{FLa} P_{ELb}$  mit der vertikal schraffierten Fläche,  $P_{FLb} P_{ELa}$  mit der horizontal schraffierten Fläche gleich. Der der ersten Leerlaufmessung entsprechende Punkt  $a$  und der der zweiten Leerlaufmessung entsprechende Punkt  $b$  seien so angeordnet, daß die Differenz der beiden Flächen den größten Wert annehme. Da Punkt  $b$  auf einen steil ansteigenden Abschnitt fällt, wird bei Erhöhung der Erre-

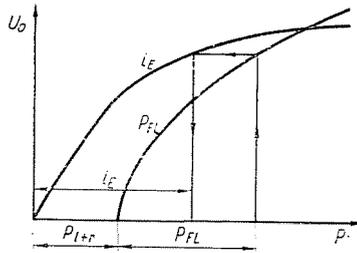


Abb. 1

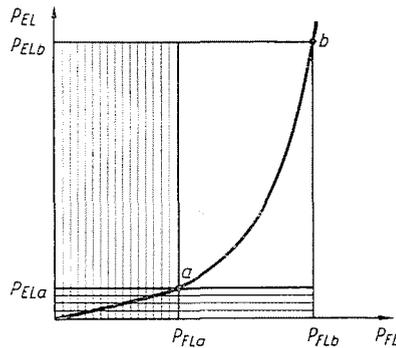


Abb. 2

gung die vertikal schraffierte Fläche in stärkerem Maße zunehmen als die horizontal schraffierte Fläche, so daß der relative Fehler  $\frac{\Delta c_4}{c_4}$  geringer wird.

Die zur Bestimmung der Fehler der Temperaturerhöhungsfaktoren  $c_3$ ,  $c_7$  und  $c_8$  dienenden Determinanten sind ganz ähnlicher Struktur wie jene zur Bestimmung des Faktors  $c_4$ . Das zuvor Festgestellte gilt daher auch für diese.

Dem Erhöhen des  $P_{ELb}$  Verlustes setzen die bei den höheren Sättigungen entstehenden zusätzlichen Verluste eine Grenze. Die mit Index  $Lb$  bezeichnete Messung führt man nur mit einer Erregung durch, bei welcher die zusätzlichen Verluste noch vernachlässigbar sind [4 (55. 211)].

Laut obigem sind die Meßfehler um so größer, je kleiner die Determinante  $D$  ist, und gar keine Lösung gibt es, wenn deren Wert auf Null absinkt. Hierzu kommt es, wenn sich die Erregungsverluste mit den Eisenverlusten proportional ändern, da in diesem Falle

$$\frac{P_{FLb}}{P_{FLa}} = \frac{P_{ELb}}{P_{ELa}} = k.$$

Durch Substituierung von  $P_{FLb} = k P_{FLa}$  und  $P_{ELb} = k P_{ELa}$  ergibt sich die Determinante unter (1.9) zu

$$D = \begin{vmatrix} P_l & P_{AK} & 0 & P_{EK} \\ P_l & 0 & P_{FLa} & P_{ELa} \\ P_l & 0 & kP_{FLa} & kP_{ELa} \\ P_l & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Werden das  $-k$ -fache der zweiten Reihe und die dritte Reihe addiert, erhält man

$$D = \begin{vmatrix} P_l & P_{AK} & 0 & P_{EK} \\ P_l & 0 & P_{FLa} & P_{ELa} \\ (1-k)P_l & 0 & 0 & 0 \\ P_l & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

Dieser Fall stellt sich ein, wenn bei beiden erregten Leerlaufmessungen die Arbeitspunkte auf den nahezu geraden Anfangsabschnitt der Magnetisierungskurve fallen. Dies kann zwar beseitigt werden, doch stößt die Erhöhung der Erregungs- bzw. Eisenverluste auf Hindernisse, und es kann leicht vorkommen, daß  $P_{FLa} P_{ELb} - P_{FLb} P_{ELa}$  klein ausfällt. In solchen Fällen werden die relativen Fehler der Temperaturerhöhungsfaktoren, sofern die eine oder beide Temperaturmessungen fehlerhaft sind, sehr große Werte annehmen, und die Gleichungen können nur mit Quantitäten ausgeglichen werden, die vom richtigen Wert stark abweichen.

#### *Bestimmung der Ausgangsbedingung der Kurzschlußmessung*

Die im Abschnitt (2.2) als Ergebnis ermittelten relativen Fehler können in drei Gruppen gereiht werden: Die erste Gruppe enthält Ausdrücke der Form  $\Delta c_4/c_4$ . Hierher gehören noch  $\Delta c_3/c_3$ ,  $\Delta c_7/c_7$  und  $\Delta c_8/c_8$ . In diesen kommen die Kurzschlußverluste nicht vor, wie dies z. B. aus der bei der Entwicklung der Determinanten  $D_4$  und  $D_4^d$  erhaltenen Gleichung (3.3) ersichtlich ist (die Multiplikatoren  $P_{AK}$  fielen aus dem Quotienten aus).

In die zweite Gruppe gehören die relativen Fehler  $\Delta c_2/c_2$  und  $\Delta c_6/c_6$ . Die zur Bestimmung dieser Fehler dienenden Ausdrücke sind anderer Struktur,

wie dies z. B. nach Entwicklung der Gleichung (2.31) erhellt, die den auf die Erwärmung der Ankerspule am meisten einwirkenden Faktor  $c_6$  bestimmt.

$$\frac{\Delta c_6}{c_6} = \frac{D_6^d}{D_6} = \frac{\Delta_r \vartheta_{AK}(P_{FLa} P_{ELb} - P_{FLb} P_{ELa}) + P_{EK}(\Delta_r \vartheta_{ALa} P_{FLb} - \Delta_r \vartheta_{ALb} P_{FLa})}{\vartheta_{AL}^*(P_{FLa} P_{ELb} - P_{FLb} P_{ELa}) + P_{EK}(\vartheta_{ALa}^* P_{FLb} - \vartheta_{ALb}^* P_{FLa})}. \quad (3.6)$$

Der Zähler wird auch hier hauptsächlich durch die Temperaturabweichungen bestimmt. Die Verminderung von  $\Delta c_6/c_6$  ist durch Vergrößerung von  $D_6$  möglich, welches mit der Erhöhung der Kurzschlußverluste zunimmt. Die Änderung der Kurzschlußverluste beeinflusst den Wert von  $D_6^d$  nur in viel geringerem Maße.

Ähnlicher Struktur wie  $c_6$  ist die Beziehung für den relativen Fehler des Temperaturerhöhungsfaktors  $c_2$ , daher führt auch hier die Erhöhung der Kurzschlußverluste zum Ziel.

Zur dritten Gruppe gehören die relativen Fehler der Temperaturerhöhungsfaktoren  $c_1$  und  $c_5$ , die durch die einfachen Ausdrücke (2.36) und (2.37) bestimmt werden.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß zur Verminderung der relativen Fehler der Temperaturerhöhungsfaktoren  $c_3$ ,  $c_4$ ,  $c_7$  und  $c_8$  die Leerlaufmessungen vorzunehmen sind, daß der aus den Produkten der Verluste gebildete Ausdruck  $P_{FLa} P_{ELb} - P_{FLb} P_{ELa}$  je größere Werte annehme. Demnach sollte die mit Index  $Lb$  bezeichnete Messung mit der größtmöglichen Erregung durchgeführt werden, dem setzen jedoch die bei der höheren Sättigung entstehenden Mehrverluste eine Grenze. Nach Durchführung weiterer Messungen kann dies auch in Betracht gezogen werden [2], da dies aber praktisch Schwierigkeiten bereitet, wird eher nur mit einer Erregung gemessen, bei welcher die Wirkung der Mehrverluste noch vernachlässigt werden kann.

Zur Verminderung der relativen Fehler der Temperaturerhöhungsfaktoren  $c_2$  und  $c_6$  ist die Kurzschlußmessung bei je höherer Erregung vorzunehmen.

#### ANHANG

#### 4. Die überkommenen Fehler der Lösung der linearen Gleichungssysteme

Zur Analyse der Fehler in der Methode der vier Erwärmungsmessungen müssen die Fehler in den Lösungen der Gleichungssysteme mit vier Unbekannten bestimmt werden. Da dieses Verfahren in der technischen Fachliteratur weniger bekannt ist, sollen im folgenden die Berechnungen durchgeführt werden. Die Koeffizienten  $a_1 \dots a_4$  und  $S_1 \dots S_4$  des Gleichungssystems sind fehlerbehaftete Werte, weshalb auch die Lösungen  $x_1 \dots x_4$

des Gleichungssystems fehlerhaft sind. Die Fehler werden von den Koeffizienten »ererbte«.

Der üblichen Deutung gemäß versteht man unter dem Begriff Fehler die Differenz zwischen dem gemessenen Wert  $a_1$  und dem genauen Wert  $a'_1$ , es gilt also

$$F_1 = a_1 - a'_1 = -\Delta a_1.$$

Mit  $\Delta a_1$  wird die Korrektur bezeichnet, deren Vorzeichen jenem des Fehlers entgegengesetzt ist. Der genaue Wert ist daher:

$$a'_1 = a_1 + \Delta a_1.$$

Im folgenden werden die Berechnungen mit den bequemeren Vorzeichen liefernden Korrekturen durchgeführt. Die Korrekturen der gesuchten Unbekannten sind  $\Delta x_1 \dots \Delta x_4$ . Der genaue Wert von  $x'_1$  ergibt sich aus

$$x'_1 = x_1 + \Delta x_1.$$

Das fehlerbehaftete Koeffizienten und Lösungen enthaltende Gleichungssystem läßt sich in folgender Form aufschreiben:

$$a_1 x_1 + b_1 x_2 + c_1 x_3 + d_1 x_4 = S_1, \quad (4.1)$$

$$a_2 x_1 + b_2 x_2 + c_2 x_3 + d_2 x_4 = S_2, \quad (4.2)$$

$$a_3 x_1 + b_3 x_2 + c_3 x_3 + d_3 x_4 = S_3, \quad (4.3)$$

$$a_4 x_1 + b_4 x_2 + c_4 x_3 + d_4 x_4 = S_4. \quad (4.4)$$

Werden statt der Koeffizienten  $a_1 \dots d_4$  und  $S_1 \dots S_4$  die genauen Werte gesetzt, dann werden auch die Lösungen genau sein, und die vorigen vier Gleichungen gehen in die folgende Form über:

$$(a_1 + \Delta a_1)(x_1 + \Delta x_1) + (b_1 + \Delta b_1)(x_2 + \Delta x_2) + (c_1 + \Delta c_1)(x_3 + \Delta x_3) + \\ + (d_1 + \Delta d_1)(x_4 + \Delta x_4) = S_1 + \Delta S_1,$$

$$(a_2 + \Delta a_2)(x_1 + \Delta x_1) + (b_2 + \Delta b_2)(x_2 + \Delta x_2) + (c_2 + \Delta c_2)(x_3 + \Delta x_3) + \\ + (d_2 + \Delta d_2)(x_4 + \Delta x_4) = S_2 + \Delta S_2,$$

$$(a_3 + \Delta a_3)(x_1 + \Delta x_1) + (b_3 + \Delta b_3)(x_2 + \Delta x_2) + (c_3 + \Delta c_3)(x_3 + \Delta x_3) + \\ + (d_3 + \Delta d_3)(x_4 + \Delta x_4) = S_3 + \Delta S_3,$$

$$(a_4 + \Delta a_4)(x_1 + \Delta x_1) + (b_4 + \Delta b_4)(x_2 + \Delta x_2) + (c_4 + \Delta c_4)(x_3 + \Delta x_3) + \\ + (d_4 + \Delta d_4)(x_4 + \Delta x_4) = S_4 + \Delta S_4.$$

Es werden nun die Multiplikationen durchgeführt und die Glieder der Form  $\Delta a \Delta x \dots \Delta d \Delta x$ , die von sekundärer Größe sind, weggelassen. Nach entsprechender Gruppierung und Vereinfachung erhält man das die ererbten Fehler der Unbekannten bestimmende Gleichungssystem:

$$a_1 \Delta x_1 + b_1 \Delta x_2 + c_1 \Delta x_3 + d_1 \Delta x_4 = \Delta S_1 - (\Delta a_1 x_1 + \Delta b_1 x_2 + \Delta c_1 x_3 + \Delta d_1 x_4). \quad (4.5)$$

$$a_2 \Delta x_1 + b_2 \Delta x_2 + c_2 \Delta x_3 + d_2 \Delta x_4 = \Delta S_2 - (\Delta a_2 x_1 + \Delta b_2 x_2 + \Delta c_2 x_3 + \Delta d_2 x_4). \quad (4.6)$$

$$a_3 \Delta x_1 + b_3 \Delta x_2 + c_3 \Delta x_3 + d_3 \Delta x_4 = \Delta S_3 - (\Delta a_3 x_1 + \Delta b_3 x_2 + \Delta c_3 x_3 + \Delta d_3 x_4). \quad (4.7)$$

$$a_4 \Delta x_1 + b_4 \Delta x_2 + c_4 \Delta x_3 + d_4 \Delta x_4 = \Delta S_4 - (\Delta a_4 x_1 + \Delta b_4 x_2 + \Delta c_4 x_3 + \Delta d_4 x_4). \quad (4.8)$$

Die Korrekturen  $\Delta x_1 \dots \Delta x_4$  oder die Fehler mit entgegengesetztem Vorzeichen werden daher von einem Gleichungssystem derselben Struktur bestimmt wie die Unbekannten  $x_1 \dots x_4$ .

### Bezeichnungen

In den Indexen bezeichnet

$A$	die auf die Ankerspule bezüglichen Größen.
$E$	die auf die Erregerspule bezüglichen Größen.
$K$	die bei der Kurzschlußmessung bestehenden Größen.
$La$	die bei der ersten erregten Leerlaufmessung bestehenden Größen.
$Lb$	die bei der zweiten erregten Leerlaufmessung bestehenden Größen.
$o$	die bei der unerregten Leerlaufmessung bestehenden Größen.
$c_1, c_5$	die Temperaturerhöhungsfaktoren des Lufttreibungsverlustes $P_1$ . Die Wirkung des Lufttreibungsverlustes auf die Temperaturerhöhung der Erregerspule bzw. der Ankerspule.
$c_2, c_6$	die Temperaturerhöhungsfaktoren des Verlustes $P_A$ in der Ankerspule.
$c_3, c_7$	die Temperaturerhöhungsfaktoren des Eisenverlustes $P_F$ .
$c_4, c_8$	die Temperaturerhöhungsfaktoren des Erregungsverlustes $P_E$ .
$\Delta$	im allgemeinen die Änderung der nachfolgenden Größe.
$\Delta c_{1k} \dots \Delta c_{50}$	die Änderungen der Temperaturerhöhungsfaktoren als Folge dessen, inwiefern die Wärmeleitungs- und Wärmeübertragungsverhältnisse bei den einzelnen Erwärmungsmessungen und im Nennbelastungszustand voneinander abweichen.
$\Delta_T \vartheta$	die Temperaturabweichungen, die von den Änderungen der Wärmeleitungs- und Wärmeübertragungsverhältnisse herrühren.
z. B. $\Delta_T \vartheta_{EK}$	die Temperaturabweichungen, die daraus entstehen, daß bei der Kurzschlußmessung die Wärmeleitungs- und Wärmeübertragungsverhältnisse von denjenigen beim Nennbelastungszustand abweichen.
$\Delta_0 \vartheta$	die Unsicherheiten der Temperaturmessungen.
$\Delta \vartheta$	die Temperaturabweichungen, die durch die Änderungen der Wärmeleitungs- und Wärmeübertragungsverhältnisse sowie durch die Unsicherheiten der Temperaturmessungen gemeinsam verursacht werden.

$\Delta_r, \vartheta_{EK} \dots \Delta_r, \vartheta_{ELb}$	die resultierenden Temperaturabweichungen, wie sie in den Gleichungen (2.20)–(2.22) definiert sind.
$\frac{\Delta c}{c}$	die relativen Fehler bzw. Unsicherheiten der Temperaturerhöhungsfaktoren.
$\vartheta_A, \vartheta_E$	die Übererwärmung der Ankerspule bzw. der Erregerspule im Vergleich zum Kühlmittel.
$\vartheta_A^*, \vartheta_E^*$	die Überwärmung der Ankerspule bzw. der Erregerspule im Vergleich zu ihrer Temperatur im unerregten Zustand.
$P_l$	Luftreibungsverlust.
$P_A$	Verlust in der Ankerspule bei Nennbelastung.
$P_E$	Verlust in der Erregerspule bei Nennbelastung.
$P_F$	Eisenverlust bei Nennbelastung.

Die übrigen Indexe bezeichnen die auf die einzelnen Messungszustände bezüglichen Größen.

### Literaturverzeichnis

1. ZSERVE, G. K.: Villamosgépek ipari vizsgálata (Industrielle Untersuchung elektrischer Maschinen). Nehézipari Kiadó (Schwerindustrie-Verlag), Budapest 1953.
2. ISTVÁNFY, GY.: Szinkrongépek közvetett melegedési mérései (Indirekte Erwärmungsmessungen an Synchronmaschinen). Kandidaten-Dissertation, Budapest 1959.
3. MIHEJEW, M. A.: A hőátadás gyakorlati számításának alapjai (Grundlagen der praktischen Berechnung der Wärmeübertragung). Tankönyvkiadó (Lehrbuchverlag), Budapest 1956.
4. ISTVÁNFY, GY.: Villamos gépek mérése (Die Prüfung elektrischer Maschinen) II. Tankönyvkiadó, Budapest 1960.

### Zusammenfassung

Im Aufsatz wird von den indirekten Erwärmungsmethoden jene der vier Erwärmungsmessungen analysiert, die scheinbar die meisten Ergebnisse liefert. Mit einem neuartigen Fehlerberechnungsverfahren wird der allgemeine Ausdruck für die relativen Fehler der sogenannten Temperaturerhöhungsfaktoren bestimmt, die die Erwärmungswirkung der einzelnen Verluste kennzeichnen. Die Ergebnisse beweisen, daß die relativen Fehler in hohem Maße von den Ausgangsbedingungen der Messungen abhängen und leicht so große Werte annehmen können, daß die Ergebnisse praktisch unbrauchbar werden. Es können auch jene Messungsbedingungen bestimmt werden, bei welchen sich die Fehler auf das mögliche Minimum herabsetzen lassen.

GY. ISTVÁNFY, Budapest, XI., Egry József u. 18, Ungarn.