

NEUE BERECHNUNGSMETHODE DER ADMITTANZ VON SCHEIBENTRIODEN BEI KLEINEN SIGNALEN

Von

I. VÁGÓ und M. UZSOKY

Lehrstuhl für Theoretische Elektrizitätslehre an der Technischen Universität, Budapest

(Eingegangen am 16. Oktober 1960)

Vorgelegt von Prof. Dr. K. SIMONYI

1. Einleitung

Anhand der klassischen Röhrentheorie lassen sich die Kenngrößen einer Scheibentriode unter Berücksichtigung der Raumladung unschwer berechnen. Vertritt jedoch die Ladung den Steuerungsstrom, dann darf der Verschiebungsstrom nicht mehr vernachlässigt werden, weshalb die erwähnte Berechnungsart bei höheren Frequenzwerten, besonders aber im Bereich der Mikrowellenfrequenzen nicht mehr befriedigt.

Mit diesem Thema haben sich während des zweiten Weltkrieges gelegentlich der Entwicklung der Funkmeß-(Radar-)Anlagen mehrere Autoren, so unter anderen NEJMAN (Sowjetunion) und HEWELYN (USA) befaßt. Ihre sowie die Ergebnisse der seither erschienenen Fachliteratur bewegen sich auf zwei verschiedenen Grundlagen:

1. Die eine Richtung prüft die Hochfrequenzeigenschaften der Trioden auf Grund der Theorie der kleinen Signale und geht hierbei von der in praxi zulässigen Voraussetzung aus, daß die elektrischen Größen bei kleinen Signalen bloß lineare Änderungen erfahren. Sie löst das Differentialgleichungssystem bei Sinussignalen nach der Perturbationsmethode. Die Ergebnisse lassen sich in erster Linie bei Berechnung von Mikrowellen-Vorverstärkern anwenden, die mit Trioden bestückt sind.

2. Die zweite Richtung fußt auf der Theorie der großen Signale, die das Problem mit Hilfe verschiedener, dem »C«-Betrieb entsprechender Näherungsannahmen löst. Die Ergebnisse finden vor allem bei Oszillatoren mit »CW«-Betrieb bzw. bei Impulsozillatoren Anwendung, sofern die Einschwingungsvorgänge belanglos sind.

Die vorliegende Arbeit schließt sich der ersten Aufgabe an. In ihrer Methode weicht sie von den aus der bisherigen Literatur bekannten Verfahren insofern ab, als sie allgemeinere Ergebnisse zeitigt und die Röhrenadmittanz in Form von (Laplace-transformierten) Operatoren liefert, so daß sie für Spannungen beliebiger Form Geltung hat. Für den Fall sinusförmiger Signale stimmen die Ergebnisse mit den aus dem Fachschrifttum bekannten Resultaten überein. Die Methode läßt sich auch auf Mehrgitterröhren mechanisch übertragen, ihre Anwendung bietet mithin Vorteile gegenüber den in der Lite-

ratur bisher beschriebenen Verfahren. Die Methode wurde zu dem Zweck ausgearbeitet, die Einschwingungsvorgänge von Sendertrioden für den Fall der Impulsmodulation prüfen zu können.

Mit den üblichen Vernachlässigungen erhält man befriedigende Ergebnisse auch für den Fall großer Signale. Die im folgenden zu beschreibenden Integralgleichungen lassen sich in digitalen Hochleistungs-Rechenautomaten unmittelbar gut programmieren.

Die Methode, deren wir uns bedienen, ist folgende: Wir schreiben das auf die Triode bezügliche Differentialgleichungssystem auf. Durch Einführung einer neuen Variablen wird dieses in eine Form gebracht, die geeignet ist, auf einfache Art und Weise in ein nichtlineares Integralgleichungssystem umgeschrieben zu werden. Für den zeitlich statischen Fall lassen sich die nichtlinearen Integralgleichungen unmittelbar lösen. Zur Lösung des dynamischen Problems variieren wir die Integralgleichungen, der Theorie der kleinen Signale entsprechend, und erhalten nach Annahme einer linearen Näherung ein lineares Gleichungssystem, das sich mit Hilfe einer Laplace-Transformation gemäß Volterra unschwer lösen läßt.

2. Ausgangs-Integralgleichungen

Die Scheibentriode besteht aus drei parallel zueinander angeordneten flachen Elektroden (Kathode, Gitter, Anode) (Abb. 1). Das elektrische Feld (E) und die Geschwindigkeit (v) der Elektronen hat bloß eine nach x gerichtete, auf die Elektroden senkrechte Komponente.

Die Gesamtstromdichte besteht aus der Summe der Steuer- und der Verschiebungsstromdichte. Beide weisen nach der Richtung x , somit hat jeder für die Scheibentriode kennzeichnende Vektor bloß eine nach x gerichtete Komponente, so daß das Vektorzeichen entfallen kann. Nimmt man an, die positive Richtung des Stromes und der Feldstärke sei in Richtung der x -Achse gelegen (Abb. 1), dann schreibt sich die Gesamtstromdichte zu

$$J(t) = J_c + J_e = \varrho(x, t) v(t, x) + \varepsilon_0 \frac{\partial E(t, x)}{\partial x}, \quad (1)$$

worin ϱ die Ladungsdichte, ε_0 hingegen die Dielektrizitätskonstante des Vakuums bedeutet.

Die einzelnen Variablen, so auch die Geschwindigkeit v und die elektrische Feldstärke E sind zeit- und stellenabhängig. Die Divergenz der totalen Stromstärke ist gleich Null ($\text{div } J = 0$), J ist mithin bloß eine Funktion der Zeit.

Mit $\varrho = \varepsilon_0 \text{ dw } E$ für die Beziehung zwischen Ladungsdichte und Feldstärke einerseits und mit $v = \frac{\partial x}{\partial t}$ für den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und Ortskoordinate andererseits kann (1) in die Form

$$J(t) = \frac{\partial x}{\partial t} \varepsilon_0 \operatorname{div} E + \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial x} = \varepsilon_0 \left(\frac{\partial E}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} \right) = \varepsilon_0 \frac{dE(x, t)}{dt} \quad (2)$$

gebracht werden.

Die totale Stromdichte ist verhältnismäßig mit der totalen Ableitung der Feldstärke nach der Zeit.

Trägt man nun die Elektronenbahnen gemäß Abb. 2 auf, dann beziehen sich die verschiedenen Bahnen auf die aus der Kathode $x = 0$ in verschiedenen Augenblicken (τ_1, τ_2, τ_3) austretenden Elektronen, d. h. die einzelnen Bahnen lassen sich voneinander anhand der verschiedenen τ -Werte unterscheiden. Die Berechnung der Geschwindigkeit erfolgt entlang einer Bahn, derart also, daß der Wert von τ konstant bleibt, es gilt somit

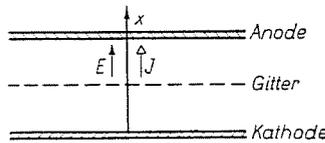


Abb. 1

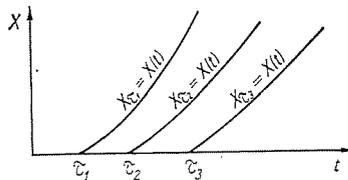


Abb. 2

$$v = \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{\tau} \quad (3)$$

Geht man von den Variablen t und x auf die Variablen t und τ über, und wendet sich die Bahn der Elektronen nicht zurück, was bei kleinen Signalen der Fall ist, dann kann man die Koordinaten der Stelle x als einwertige Funktionen von t und τ angeben, d. h. es wird

$$x = x(t, \tau) \text{ und somit } \tau = \tau(x, t), \quad (4)$$

und weiter aus Gleichung (2)

$$J(t) = \varepsilon_0 \left(\frac{dE(x, t)}{dt} \right)_{\tau} = \varepsilon_0 \frac{\partial E(t, \tau)}{\partial t} \quad (5)$$

Will man die auf die Elektronen wirkende Kraft azuschreiben, dann wird die Beschleunigung selbstredend gleichfalls bei konstantem τ berechnet, und man hat

$$e \cdot E = m \frac{\partial v(t, \tau)}{\partial t}, \quad (6)$$

worin $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C die elektrische Ladung darstellt. Hieraus erhält man

$$E = \frac{m}{e} \frac{\partial v(t, \tau)}{\partial t}. \quad (7)$$

Die Beziehung zwischen Feldstärke und Spannung schreibt sich zu

$$E = \frac{\partial U(x, t)}{\partial x} = \frac{\partial U(t, \tau)}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial x}, \quad (8)$$

und hieraus

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = E \frac{\partial x}{\partial \tau}. \quad (9)$$

Die Integration der Differenzialgleichungen (3), (5), (7) und (9) ergibt bei Gleichung (5)

$$E(t, \tau) = E(\tau, \tau) + \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{\tau}^t J(s) ds. \quad (10)$$

Aus Gleichung (7) erhält man mit Benützung von (10) und mit partieller Integration

$$\begin{aligned} v(t, \tau) &= v(\tau, \tau) + \frac{e}{m} \int_{\tau}^t E(s, \tau) ds = v(\tau, \tau) + \frac{e}{m} E(\tau, \tau) (t - \tau) + \\ &+ \frac{e}{m \varepsilon_0} \int_{\tau}^t (t - s) J(s) ds. \end{aligned} \quad (11)$$

Mit (11) und unter Berücksichtigung der Tatsache, daß $x(\tau, \tau) = 0$ wird durch partielle Integration aus Gleichung (3)

$$\begin{aligned} x(t, \tau) &= \int_{\tau}^t v(s, \tau) ds = v(t, \tau) (t - \tau) + \frac{e}{m} E(\tau, \tau) \frac{(t - \tau)^2}{2} + \\ &+ \frac{e}{m \varepsilon_0} \cdot \int_{\tau}^t \frac{(t - s)^2}{2} J(s) ds. \end{aligned} \quad (12)$$

Schließlich ergibt die Integration von (9)

$$U(t, \tau) = \int_{\tau}^t E(t, s) \frac{\partial x(t, s)}{\partial s} ds = - \int_{\tau}^t E(t, s) \frac{\partial x(t, s)}{\partial s} ds. \quad (13)$$

Die Integralgleichungen (10), (11), (12) und (13) bilden die Grundlage für den weiteren Rechnungsgang. Ist die Funktion $J(t)$ bekannt, dann lassen sich die einzelnen Funktionswerte anhand dieser Gleichung ermitteln. In der Praxis ist jedoch nicht das J , sondern U bekannt.

3. Stationäre Lösung

In stationären Fällen sind die einzelnen Größen nicht Funktionen der Zeit, der Wert der Stromdichte ist mithin konstant, und es gilt

$$J(t) = J_s.$$

Führt man die Bezeichnungen

$$v(\tau, \tau) = v_0 \quad \text{und} \quad E(\tau, \tau) = E_0$$

ein, dann nehmen die Gleichungen (10), (11) und (12) folgende Form an:

$$E(t, \tau) = E_0 + \frac{J_s}{\varepsilon_0} (t - \tau) \quad (14)$$

bzw.

$$v(t, \tau) = v_0 + \frac{e}{m} E_0 (t - \tau) + \frac{e}{m \varepsilon_0} \frac{(t - \tau)^2}{2} J_s, \quad (15)$$

ferner

$$x(t, \tau) = v_0 (t - \tau) + \frac{e E_0}{2m} (t - \tau)^2 + \frac{e}{m \varepsilon_0} \frac{(t - \tau)^3}{6} J_s. \quad (16)$$

Auf Grund von (15) und (16) wird weiters

$$\frac{\partial x(t, \tau)}{\partial \tau} = - \frac{\partial x(t, \tau)}{\partial t} = - v(t, \tau). \quad (17)$$

Setzt man (17) in die Gleichung (13) ein, dann hat man mit (14) und (15)

$$U(t, \tau) = \int_{\tau}^t E(t, s) \frac{\partial x(t, s)}{\partial s} ds = + \int_{\tau}^t E(t, s) v(t, s) ds =$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{\tau}^t \left(E_0 + J_s \frac{1}{\varepsilon_0} (t-s) \right) \left(v_0 + \frac{e}{m} E_0 (t-s) + \frac{e}{m \varepsilon_0} \frac{(t-s)^2}{2} \right) ds = \quad (18) \\
&= E_0 v_0 (t-\tau) + \left(\frac{J_s v_0}{\varepsilon_0} + \frac{e E_0^2}{m} \right) \frac{(t-\tau)^2}{2} + \\
&\quad + \frac{3 E_0 e}{2 \varepsilon_0 m} J_s \frac{(t-\tau)^3}{3} + \frac{e J_s^2}{2 \varepsilon_0^2 m} \frac{(t-\tau)^4}{4}.
\end{aligned}$$

Aus (18) läßt sich der funktionelle Zusammenhang zwischen Laufzeit und Anodenspannung ermitteln. Bezeichnet T die Laufzeit und σ den ihr zugeordneten τ -Wert, dann ist $T = t - \sigma$ und die Anodenspannung

$$U_a = E_0 v_0 T + \left(\frac{J_s v_0}{\varepsilon_0} + \frac{e E_0^2}{m} \right) \frac{T^2}{2} + \frac{J_s e E_0}{2 m \varepsilon_0} T^3 + \frac{e J_s^2}{8 \varepsilon_0^2 m} T^4. \quad (19)$$

Aus Gleichung (16) kann ferner die Beziehung zwischen dem Abstand zweier benachbarter Elektroden und der Laufzeit bestimmt werden; sie schreibt sich zu

$$d = v_0 T + \frac{e E_0}{2 m} T^2 + \frac{e}{m \varepsilon_0} \frac{T^2}{6} J_s. \quad (20)$$

Berechnet man die Verhältnisse für die Scheibendiode für den Fall, daß die Elektronen aus der Kathode mit der Anfangsgeschwindigkeit Null austreten ($v_0 = 0$) und die Feldstärke an der Kathode den Wert Null hat ($E_0 = 0$), dann vereinfachen sich (19) und (20) zu

$$U = \frac{e J_s^2 T^4}{8 \varepsilon_0^2 m} \quad (21)$$

bzw.

$$d = \frac{e}{m \varepsilon_0} \frac{T^3}{6} J_s. \quad (22)$$

Eliminiert man aus (21) und (22) das T , dann hat man für die Stromdichte die Beziehung

$$J_s = \frac{4}{9} \sqrt{2} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{e}{m}} \frac{U^{3/2}}{d^2}, \quad (23)$$

d. h. die bekannte Formel von Child-Langmuir.

4. Dynamischer Zustand

Bei Prüfung des dynamischen Zustandes einer Triode hat man zu berücksichtigen, daß sich sowohl die Spannung U_a zwischen Anode und Gitter als auch die Spannung U_k zwischen Gitter und Kathode ändern, daß ferner unter der Einwirkung dieser Änderungen der Wert der Stromdichte sowohl im Raum zwischen Anode und Gitter (J_a) als auch im Raum zwischen Gitter und Kathode (J_k) eine Änderung erfährt. Diesen Änderungen tragen wir in Gestalt einer Variation der Ausdrücke Rechnung, was bei kleinen Signalen durchaus zulässig ist. Dementsprechend lassen sich vier verschiedene dynamische Röhren-Admittanzen definieren, die man in eine Matrix zusammenfassen kann

$$\begin{vmatrix} \delta I_k \\ \delta I_a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \delta U_k \\ \delta U_a \end{vmatrix} \quad (24)$$

oder

$$\begin{aligned} \delta I_k &= Y_{11} \delta U_k + Y_{12} \delta U_a \\ \delta I_a &= Y_{21} \delta U_k + Y_{22} \delta U_a. \end{aligned} \quad (25)$$

Diese Admittanzen stellen bloß die elektronischen Admittanzen der Röhre dar. Überdies treten infolge der Geometrie auch parallele Kapazitäten und Reiheninduktivitäten auf, aus denen sich weitere Admittanzen ergeben. Wenn $\delta U_a = 0$, $U_a = \text{konst.}$, dann ist

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \frac{\delta I_k}{\delta U_k} \\ Y_{21} &= \frac{\delta I_a}{\delta U_k}, \end{aligned} \quad (26)$$

wenn ferner $\delta U_k = 0$, $U_k = \text{konst.}$, dann ist

$$\begin{aligned} Y_{12} &= \frac{\delta I_k}{\delta U_a} \\ Y_{22} &= \frac{\delta I_a}{\delta U_a}. \end{aligned} \quad (27)$$

Da hier bloß die elektronische Admittanz figuriert, ist bei Scheibentrioden $Y_{21} \approx 0$, die Admittanzmatrix mithin

$$\begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ 0 & Y_{22} \end{vmatrix},$$

und dementsprechend läßt sich die Röhre bei Wechselstrom durch folgendes Bild ersetzen:

Die weitere Berechnung zielt auf die Ermittlung der Werte von Y_{11} , Y_{12} und Y_{22} ab.

Zwecks Untersuchung des dynamischen, d. h. des in der Zeit veränderlichen Zustandes müssen die Variationen der einzelnen Integrale berechnet werden. Die einzelnen zeitlich veränderlichen Größen setzen wir annähernd ihrem im statischen Fall angenommenen Wert und der Summe der Variationen gleich (z. B. $J = J_s + \delta J$). Selbstredend ist diese Annäherung nur insoweit zulässig, als die fragliche Größe von ihrem Wert im statischen Fall nicht zu sehr abweicht, sie ist also nur bei kleinen Signalen vertretbar.

Bei der Bildung der Variationen erhält man Integrale der Form

$$f_1(t) = \int_{t-T}^t \sum_1^n C_i(t-s)^i f_2(s) ds, \quad (28)$$

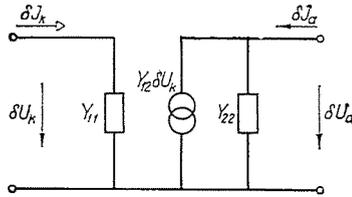


Abb. 3

worin C in der Zeit konstant ist. Auf die Gleichung (28) kann der Faltungssatz angewendet werden.

Führt man nämlich die neue Variable $u = t - s$ ein, dann ist

$$s = t - u \text{ und } ds = -du,$$

d. h. die Grenzen des Integrals sind

$$u = 0, \text{ sofern } s = t$$

bzw.

$$u = T, \text{ sofern } s = t - T,$$

und man hat

$$\int_{t-T}^t (t-s)^n f_2(s) ds = - \int_T^0 u^n \cdot f_2(t-u) du = \int_0^T u^n f_2(t-u) du. \quad (29)$$

Die Gleichung (29) stellt eine Faltung dar, die den üblichen Faltungsausdrücken auch formell entspräche, wenn die obere Grenze des Integrals t wäre. Die in den Gleichungen figurierenden Variablen (u , J , v , $t-s$) haben

im Bereich $0-t$ den Wert Null, eine Eigenschaft, die wir im allgemeinen nicht eigens bezeichnen. Eine separate Bezeichnung wird jedoch überall dort erforderlich, wo Laplace-transformierte Werte ermittelt werden müssen. An diesen Stellen verstehen wir unter $[t]^n$ die Funktionen

$$[t]^n = t^n, \text{ wenn } 0 < t < T$$

bzw.

$$[t]^n = 0, \text{ sofern } t < 0 \text{ und } t > T.$$

Die Funktionen u^n und $f_2(t)$ haben außerhalb des Bereiches $0-T$ den Wert von Null, so daß $\int_0^T = \int_0^t$, denn ist $t > T$, dann gilt für die Werte $u > T$ die Beziehung $u^n = 0$ und $\int_t^T = 0$, ist hingegen $t < T$, dann lautet bei Werten von $u > t$ die Gleichung $f(t-u) = 0$, es wird somit in beiden Fällen $\int_t^T = 0$, d. h.

$$\int_t^T u^n f_2(t-u) du = \int_0^t u^n f(t-u) du. \quad (30)$$

Die rechte Seite von (30) entspricht den üblichen Faltungsausdrücken.

Auf Grund dieser Überlegungen läßt sich der Faltungsausdruck in Gleichung (28) in die Form

$$f_1(t) = \int_{t=T}^t \sum_{i=1}^n C_i(t-s)^i f_2(s) ds = \sum_{i=1}^n C_i [t]^i * f_2(t) \quad (31)$$

bringen.

Die Laplace-Transformierte von (28) schreibt sich zu

$$\mathcal{L} f_1(t) = F_1(p) = \mathcal{L} \sum_{i=1}^n C_i [t]^i * f_2(t) = \frac{1}{Y(p)} \cdot F_2(p). \quad (32)$$

Ist $f_1(t)$ eine Spannungs-, $f(t)$ hingegen eine Stromfunktion, dann drückt die Beziehung

$$\frac{1}{\mathcal{L} \sum_{i=1}^n C_i [t]^i} = Y(p)$$

die operatorische Admittanz aus. Setzt man bei sinusförmiger Spannung statt » p « ein $j\omega$, dann erhält man den Wert der Impedanz, zu dessen Ermittlung man $\mathcal{L} [t]^n$ bestimmen muß:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}[t]^n = \int_0^{\infty} [t]^n e^{-pt} dt = \int_0^t t^n e^{-pt} dt = - \left(\frac{T^n}{p} + n \frac{T^{n-1}}{p^2} + \right. \\ \left. + n(n-1) \frac{T^{n-2}}{p^3} + \dots + \frac{n!T}{p^n} + \frac{n!}{p^{n+1}} \right) e^{-pT} + \frac{n!}{p^{n+1}}. \end{aligned} \quad (33)$$

Im weiteren haben wir nun die Variation der Ausgangsgleichungen (10), (11), (12) und (13) zu berechnen und diese in eine solche Form zu bringen, daß

$$f_1(t) = \delta U \quad \text{und} \quad f_2(t) = \delta J$$

seien. Mit Hilfe von (31) läßt sich dann der Wert von $Y(p)$ ermitteln.

4.1 Berechnung von Y_{11}

Wir gehen wieder von der üblichen Voraussetzung aus, daß die Feldstärke und die Austrittsgeschwindigkeit der Elektronen an der Kathode den Wert Null haben ($E_0 = 0$, $v_0 = 0$).

Damit nimmt die Gleichung (12) die vereinfachte Form

$$x = \frac{e}{m \varepsilon_0} \int_{\tau}^t \frac{(t-s)^2}{2} J(s) ds \quad (34)$$

an.

Bezeichnen wir am Gitter das $x = d_g$ und den zugehörigen τ -Wert mit σ , dann haben wir

$$\tau_g = \sigma \quad T = t - \sigma,$$

und es wird

$$d_g = \frac{e}{m \varepsilon_0} \int_{\sigma}^t \frac{(t-s)^2}{2} J(s) ds. \quad (35)$$

Will man nun (35) variieren, dann ändern sich im Vergleich zum statischen Fall die Stromdichte, die Laufzeit und damit auch der Wert von σ . Die Variation des Kathoden-Gitter-Abstandes ergibt Null, da dieser Abstand keine zeitabhängige Änderung erfährt. Wir können somit schreiben:

$$\begin{aligned} \delta d_g = 0 = \frac{e}{2m \varepsilon_0} \delta \int_{\sigma}^t (t-s)^2 J(s) ds = -\delta \sigma \frac{eT^2}{2m \varepsilon_0} J_s + \\ + \frac{e}{2m \varepsilon_0} \int_{\sigma}^t (t-s)^2 \delta J(s) ds. \end{aligned} \quad (36)$$

Aus Gleichung (36) wird

$$\delta\sigma = \frac{1}{T^2 J_s} \int_{t-T}^t (t-s)^2 \delta J(s) ds = \frac{1}{T^2 J_s} [t]^2 * \delta J. \quad (37)$$

Gleichung (10) nimmt für den Fall $E_0 = 0$ die Form

$$E(t, \tau) = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{\tau}^t J(s) ds \quad (38)$$

an, während die Variation der Gleichung (36)

$$\delta E = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{\tau}^t \delta J(s) ds = \frac{1}{\varepsilon_0} [1] * \delta J \quad (39)$$

ergibt.

Schreibt man unter Benützung der Gleichung (13) die Spannung zwischen Gitter und Kathode für den Fall $\tau = \sigma$ auf, dann hat man

$$U_k(t, \sigma) = - \int_{\sigma}^t E(t, s) \frac{\partial x(t, s)}{\partial s} ds \quad (40)$$

und hieraus

$$\begin{aligned} \delta U_k &= E(t, \sigma) \frac{\partial x(t, \sigma)}{\partial \sigma} \delta\sigma - \int_{\sigma}^t \frac{\partial x}{\partial s} \delta E ds - \int_{\sigma}^t E \delta \frac{\partial x}{\partial s} ds = \\ &= \delta U_{k_1} + \delta U_{k_2} + \delta U_{k_3}. \end{aligned} \quad (41)$$

Zur Lösung der Gleichung (40) geben wir der Gleichung (12) durch Einsetzen von s statt τ die Form

$$x(t, s) = \frac{e}{m \varepsilon_0} \int_s^t \frac{(t-s_1)^2}{2} J(s_1) ds_1 \quad (42)$$

und erhalten hieraus durch Ableitung nach s den Ausdruck

$$\frac{\partial x}{\partial s} = - \frac{e}{m \varepsilon_0} \frac{(t-s)^2}{2} J(s), \quad (43)$$

dessen Variation die Beziehung

$$\delta \frac{\partial x}{\partial s} = - \frac{e}{m \varepsilon_0} \frac{(t-s)^2}{2} \delta J(s) \quad (44)$$

ergibt.

Mit (37), (38) und (43) schreibt sich das erste Glied der Spannungsvariation bei ($t = \sigma = t - T$), $t - s = T$ zu

$$\begin{aligned} \delta U_{k_1} &= \left(\frac{1}{\varepsilon_0} \int_{\sigma}^t J(s) ds \right) \left(- \frac{e}{m \varepsilon_0} \frac{T^2}{2} J_s \right) \frac{1}{T^2 J_s} \int_{t-T}^t (t-s)^2 \delta J(s) ds = \\ &= - \frac{e J_s}{2m \varepsilon_0^2} T [t]^2 * \delta J. \end{aligned} \quad (45)$$

Bei der Lösung von (43) konnten wir uns die Tatsache zunutze machen, daß das im ersten Faktor befindliche $J(s)$ aus der Summe $J_s + \delta J$ bloß das konstante J_s enthält.

Das zweite Glied der Spannungsvariation schreibt sich unter Berücksichtigung von (43) und (39) zu

$$\begin{aligned} \delta U_{k_2} &= \int_{\sigma}^t \frac{e}{m \varepsilon_0} \frac{(t-s)^2}{2} J(s) \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{\sigma}^t \delta J(s) ds = \\ &= \frac{e}{6m \varepsilon_0^2} (T^3 [1] - [t]^3) * \delta J, \end{aligned} \quad (46)$$

und schließlich hat man für das dritte Glied mit den Gleichungen (38) und (44

$$\begin{aligned} \delta U_{k_3} &= \frac{1}{\varepsilon_0} J_s \int_{\sigma}^t (t-s) \frac{e}{m \varepsilon_0} \frac{(t-s)^2}{2} J(s) ds = \\ &= \frac{e}{2m \varepsilon_0^2} J_s [t]^3 * \delta J. \end{aligned} \quad (47)$$

Die Variation der Spannung erhält man durch Addition der Gleichungen (45), (46) und (47) in der Form

$$\begin{aligned} \delta U_k &= \delta U_{k_1} + \delta U_{k_2} + \delta U_{k_3} = \\ &= \frac{e J_s}{2m \varepsilon_0^2} \left(\frac{T^3}{3} [1] + \frac{2}{3} [t]^3 - T [t]^2 \right) * \delta J. \end{aligned} \quad (48)$$

Dividiert man die Laplace-Transformierte des Faltungsfaktors durch die Kathodenoberfläche A_k , dann ergibt sich aus (48) der Kehrwert der operatorischen Admittanz. Die Laplace-Transformierte errechnet sich anhand von (33) zu

$$\frac{1}{Y_{11}} = \frac{1}{A_k} \frac{e}{2m \varepsilon_0^2} J_s T^4, \tag{49}$$

$$\cdot \left(\frac{1}{3pT} - \frac{2}{(pT)^3} + \frac{4}{(pT)^4} - e^{-pT} \left(\frac{2}{(pT)^3} + \frac{4}{(pT)^4} \right) \right).$$

Die Gleichung (49) ist nicht nur für die Gitter-Kathoden-Admittanz einer Scheibentriode gültig, sondern auch für die Admittanz einer Scheibendiode.

4.2 Berechnung von Y_{22}

Die Konstanz der Spannung zwischen Gitter und Kathode bedeutet, daß auch die Ausgangsbedingungen am Gitter, d. h. die Anfangsgeschwindigkeit und die Feldstärke konstant sind, daß also $v_0 = \text{konst.}$ und $E_0 = \text{konst.}$

Anhand der Gleichung (12) gilt für den Abstand Gitter—Anode

$$\tau = \sigma \quad t - \sigma = T_a \quad x = d_a$$

und hieraus

$$d_a = v_0(t - \sigma) + \frac{e}{m} \frac{(t - \sigma)^2}{2} E_0 + \frac{e}{m \varepsilon_0} \int_{\sigma}^t \frac{(t - s)^2}{2} J(s) ds. \tag{50}$$

Die Variation des fixen Abstandes ergibt Null, d. h.

$$\delta d_a = 0 = - \left(v_0 + \frac{e E_0 T}{m} + \frac{e}{2m \varepsilon_0} T^2 J_s \right) \delta \sigma + \tag{51}$$

$$+ \frac{e}{2m \varepsilon_0} \int_{\sigma}^t (t - s)^2 \delta J(s) ds,$$

woraus

$$\delta \sigma = \frac{\frac{e}{2m \varepsilon_0}}{v_0 + \frac{e E_0 T}{m} + \frac{e}{2m \varepsilon_0} T^2 J_s} [t]^2 * \delta J. \tag{52}$$

Aus (10) erhält man für die Variation der Feldstärke

$$\delta E = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{\tau}^t \delta J(s) ds. \tag{53}$$

Setzt man in Gleichung (12) an die Stelle von τ das s , dann hat man nach partieller Ableitung nach s die Ausdrücke

$$\frac{\partial x}{\partial s} = -v_0 - \frac{e}{m} E_0(t-s) - \frac{e}{m\epsilon_0} \frac{(t-s)^2}{2} J(s) \quad (54)$$

und

$$\delta \frac{\partial x}{\partial s} = - \frac{e}{m\epsilon_0} \frac{(t-s)^2}{2} \delta J(s). \quad (55)$$

Die Variation der Anodenspannung schreibt sich ähnlich wie Gleichung (41) zu

$$\delta U_a = E(t, \sigma) \frac{\partial x}{\partial \sigma} \delta \sigma - \int_{\sigma}^t \delta E \frac{\partial x}{\partial s} ds - \int_{\sigma}^t E \delta \frac{\partial x}{\partial s} ds = \delta U_{a_1} + \delta U_{a_2} + \delta U_{a_3}. \quad (56)$$

Mit (10), (52) und (54) und $\tau = \sigma$ gesetzt, wird aus dem ersten Glied von Gleichung (53)

$$\begin{aligned} \delta U_{a_1} &= - \left(E_0 + \frac{1}{\epsilon_0} \int_{\sigma}^t J(s) ds \right) \left(v_0 + \frac{e}{m} E_0 T + \frac{e}{m\epsilon_0} \frac{T^2}{2} J_s \right) \cdot \\ &\quad \cdot \frac{\frac{e}{2m\epsilon_0}}{v_0 + \frac{eE_0 T}{m} + \frac{e}{2m\epsilon_0} T^2 J_s} \cdot [t]^2 * \delta J = \\ &= - \left(\frac{eE_0}{2m\epsilon_0} + \frac{eTJ_s}{2m\epsilon_0^2} \right) [t]^2 * \delta J. \end{aligned} \quad (57)$$

Das zweite Glied der Spannungsvariation schreibt sich unter Berücksichtigung der Gleichungen (53) und (54) bei partieller Integration in der Form

$$\begin{aligned} \delta U_{a_2} &= \int_{\sigma}^t \left\{ \left(v_0 + \frac{e}{m} E_0(t-s) + \frac{e}{m\epsilon_0} \frac{(t-s)^2}{2} J_s \right) \frac{1}{\epsilon_0} \int_s^t \delta J(s_1) ds_1 \right\} ds = \\ &= \left\{ \left(\frac{v_0 T}{\epsilon_0} + \frac{eE_0}{2m\epsilon_0} T^2 + \frac{eJ_s}{6m\epsilon_0^2} T^3 \right) [1] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{v_0}{\epsilon_0} [t] - \frac{eE_0}{2m\epsilon_0} [t]^2 - \frac{eJ_s}{6m\epsilon_0^2} [t]^3 \right\} * \delta J. \end{aligned} \quad (58)$$

Mit (10) und (55) hat man als drittes Glied der Spannungsvariation

$$\begin{aligned}
 \delta U_{a_3} &= - \int_{\sigma}^t E \delta \frac{\partial x}{\partial s} ds = \int_{\sigma}^t \left(E_0 + \frac{J_s}{\varepsilon_0} (t-s) \right) \cdot \\
 &\quad \cdot \frac{e}{m\varepsilon_0} \frac{(t-s)^2}{2} \delta J(s) ds = \\
 &= \frac{eE_0}{2m\varepsilon_0} [t]^2 * \delta J + \frac{J_s e}{2m\varepsilon_0^2} [t]^3 * \delta J.
 \end{aligned} \tag{59}$$

(In diesem Ausdruck ist $J = \text{konst.}$ und an Stelle von τ steht s .)

Die Variation der Anodenspannung ergibt sich als Summe der Gleichungen (57), (58) und (59) in der Form

$$\begin{aligned}
 \delta U_a &= \left\{ \left(\frac{v_0}{\varepsilon_0} T + \frac{eE_0}{2m\varepsilon_0} T^2 + \frac{eJ_s}{6m\varepsilon_0^2} T^3 \right) [1] - \frac{v_0}{\varepsilon_0} [t] - \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{eE_0}{2m\varepsilon_0} + \frac{eTJ_s}{2m\varepsilon_0^2} \right) [t]^2 + \frac{1}{3} \frac{eJ_s}{m\varepsilon_0^2} [t]^3 \right\} * \delta J.
 \end{aligned} \tag{60}$$

Den Kehrwert der Admittanz Y_{12} erhält man als Quotienten der Laplace Transformierten des Faltungsfaktors δJ und der Kathodenoberfläche, man schreibt daher die Gleichung

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{Y_{22}} &= \frac{v_0 T^2}{\varepsilon_0 A_k} \left(R - R^2 + R^2 e^{-\frac{1}{R}} \right) + \\
 &\quad + \frac{eE_0 T^3}{2m\varepsilon_0 A_k} \left(R - 2R^3 + e^{-\frac{1}{R}} (2R^2 + 2R^3) \right) + \\
 &\quad + \frac{eJ_s}{m\varepsilon_0^2 A_k} T^4 \left(-\frac{1}{6} R - R^3 + 2R^4 - e^{-\frac{1}{R}} (R^3 + 2R^4) \right),
 \end{aligned} \tag{61}$$

in der

$$R = \frac{1}{pT}.$$

Sind $v_0 = 0$ und $E_0 = 0$, dann ist $Y_{22} = Y_{11}$, d. h. Gleichung (61) geht in (49) über.

4.3 Berechnung von Y_{12}

Mit der Kathoden-Gitter-Spannung ändert sich im Raum zwischen Gitter und Anode der Wert der Geschwindigkeit und der Feldstärke am Gitter und damit auch die Stromdichte.

Die Variation des Abstandes zwischen Anode und Gitter ergibt auch in diesem Falle Null, aus (50) wird mithin

$$\begin{aligned} \delta d_a = 0 = & -v_0 \delta \sigma_a + T \delta v_0 + \frac{eT^2}{2m} \delta E_0 - \\ & - \frac{e}{m} E_0 T \delta \sigma_a - \frac{eT^2}{2m\epsilon_0} J_s \delta \sigma_a + \frac{e}{2m\epsilon_0} [t]^2 * \delta J, \end{aligned} \quad (62)$$

und hieraus nach Ordnung

$$\begin{aligned} - \left(v_0 + \frac{eE_0}{m} T + \frac{eT^2}{2m\epsilon_0} J_s \right) \delta \sigma_a + T \delta v_0 + \frac{eT^2}{2m} \delta E_k + \\ + \frac{e}{2\epsilon_0 m} [t]^2 * \delta J = 0. \end{aligned} \quad (63)$$

Da die Anodenspannung konstant ist, hat ihre Variation den Wert Null, und aus (13) folgt:

$$\begin{aligned} \delta U_a = E(t, \sigma_a) \frac{\partial x(t, \sigma_a)}{\partial \sigma_a} \delta \sigma_a - \int_{\sigma_a}^t \frac{\partial x(t, s)}{\partial s} \delta E(t, s) ds - \\ - \int_{\sigma_a}^t E \delta \frac{\partial x}{\partial s} ds = \delta U_{a_1} + \delta U_{a_2} + \delta U_{a_3} = 0. \end{aligned} \quad (64)$$

Um (64) lösen zu können, benötigt man folgende Ausdrücke:
Die Variation der Feldstärke anhand der Gleichung (10)

$$\delta E = \delta E_0 + \frac{1}{\epsilon_0} [1] * \delta J(s), \quad (65)$$

ferner die Variation von (54) in der Form

$$\delta \frac{\partial x}{\partial s} = -\delta v_0 - \frac{e}{m} (t-s) \delta E_0 - \frac{e}{2m\epsilon_0} (t-s)^2 \delta J. \quad (66)$$

Durch Einsetzen von (10) und (54) in das erste Glied der Gleichung (64) erhält man

$$\begin{aligned} \delta U_{a_1} = & - \left\{ \left(E_0 + \frac{1}{\epsilon_0} \int_{\sigma}^t J(s) ds \right) \left(v_0 + \frac{eE_0}{m} T + \frac{eJ_s T^2}{2m\epsilon_0} \right) \right\} \delta \sigma_a = \\ = & - \left(E_0 v_0 + \frac{eE_0^2}{m} T + \frac{3eE_0}{2m\epsilon_0} T^2 J_s + \frac{J_s v_0}{\epsilon_0} T + \frac{J_s^2 e T^3}{2m\epsilon_0^2} \right) \delta \sigma_a, \end{aligned} \quad (67)$$

während das zweite Glied durch Substitution von (54) und (65) die Form

$$\begin{aligned} \delta U_{a_2} = & \int_{\sigma}^t \left(v_0 + \frac{e}{m} E_0(t-s) + \frac{e}{m\epsilon_0} \frac{(t-s)^2}{2} J_s \right) \cdot \\ & \cdot \left(\delta E_0 + \frac{1}{\epsilon_0} \int_s^t \delta J(s_1) ds_1 \right) ds = \left\{ v_0 [1] + \frac{e}{m} E_0 [t] + \frac{eJ_s}{2m\epsilon_0} [t]^2 \right\} \delta E_0 + \\ & + \left(\frac{v_0}{\epsilon_0} T + \frac{eE_0}{2m\epsilon_0} T^2 + \frac{eJ_s}{6m\epsilon_0^2} T^3 \right) [1] - \\ & - \frac{v_0}{\epsilon_0} [t] + \frac{eE_0}{2m\epsilon_0} [t]^2 - \frac{eJ_s}{6m\epsilon_0^2} [t]^3 \left\} * \delta J. \end{aligned} \quad (68)$$

annimmt.

Als drittes Glied der Spannungsvariation hat man anhand der Gleichungen (10) und (66) die Beziehung

$$\begin{aligned} \delta U_{a_3} = & \int_{\sigma}^t \left(E_0 + \frac{J_s(t-s)}{\epsilon_0} \right) \left(\delta v_k + \frac{e}{m} (t-s) \delta E_k + \right. \\ & \left. + \frac{e}{2m\epsilon_0} (t-s)^2 \delta J \right) ds = \left(E_1 [1] + \frac{J_s}{\epsilon_0} [t] \right) * \delta v_0 + \\ & + \left(\frac{E_0 e}{m} [t] + \frac{eJ_s}{m\epsilon_0} [t]^2 \right) \delta E_0 + \left(\frac{eE_0}{2m\epsilon_0} [t]^2 + \frac{eJ_s}{2m\epsilon_0^2} [t]^3 \right) * \delta J_s. \end{aligned} \quad (69)$$

Aus (64) wird durch Substitution der Gleichungen (67), (68) und (69)

$$\begin{aligned} - & \left(E_0 v_0 + \frac{eE_0^2}{m} T + \frac{3eE_0}{2m\epsilon_0} T^2 J_s + \frac{J_s v_0}{\epsilon_0} T + \frac{J_s^2 e T^3}{2m\epsilon_0^2} \right) \delta \sigma + \\ & + \left(v_0 [1] + \frac{2E_0 e}{m} [t] + \frac{3J_s e}{2m\epsilon_0} [t]^2 \right) * \delta E_0 + \left(E_0 [1] + \frac{J_s}{\epsilon_0} [t] \right) * \delta v_0 + \\ & + \left\{ \left(\frac{v_0}{\epsilon_0} T + \frac{eE_0}{2m\epsilon_0} T^2 + \frac{eJ_s}{6m\epsilon_0^2} T^3 \right) [1] - \frac{v_0}{\epsilon_0} [t] + \frac{eJ_s}{3m\epsilon_0^2} [t]^3 \right\} * \delta J = 0, \end{aligned} \quad (70)$$

und weiter mit Gleichung (63) und unter Elimination von $\delta \sigma - t$

$$\left(v_0 [1] + \frac{2E_0 e}{m} [t] + \frac{3J_s e}{2m\epsilon_0} [t]^2 \right) * \delta E_0 - \left(\frac{eT^2 E_0}{2m} + \frac{eT^3 J_s}{2m\epsilon_0} \right) \delta E_0 +$$

$$\begin{aligned}
& + \left(E_0 [1] + \frac{J_s}{\varepsilon_0} [t] \right) * \delta v_0 - \left(E_0 T + \frac{J_s T^2}{\varepsilon_0} \right) \delta v_0 + \\
& + \left\{ \left(\frac{v_0}{\varepsilon_0} T + \frac{e E_0}{2m\varepsilon_0} T^2 + \frac{e J_s T^3}{6m\varepsilon_0^2} \right) [1] - \frac{v_0}{\varepsilon_0} [t] - \right. \\
& \left. - \left(\frac{E_0 e}{2m\varepsilon_0} + \frac{e J_s T}{2m\varepsilon_0^2} \right) [t]^2 + \frac{e J_s}{3m\varepsilon_0^2} [t]^3 \right\} * \delta J = 0.
\end{aligned} \tag{71}$$

Die Laplace-Transformierte der Gleichung (69) schreibt sich in der Form

$$a E_0(p) + \beta v_0(p) + \gamma J(p) = 0, \tag{72}$$

worin

$$\begin{aligned}
a &= v_0 T R \left(1 - e^{-\frac{1}{R}} \right) + \frac{2 E_0 e}{m} T^2 \left(-\frac{1}{4} + R^2 - (R + R^2) e^{-\frac{1}{R}} \right) + \\
& + \frac{3}{2} \frac{J_s e T^3}{m \varepsilon_0} \left(-\frac{1}{3} + 2 R^3 - (R + 2 R^2 + 2 R^3) e^{-\frac{1}{R}} \right) \\
\beta &= E_0 T \left(-1 + R - R e^{-\frac{1}{R}} \right) + \frac{J_s}{\varepsilon_0} T^2 \left(-1 + R^2 - (R + R^2) e^{-\frac{1}{R}} \right) \\
\gamma &= \frac{v_0}{\varepsilon_0} T^2 R \left(1 - R + R e^{-\frac{1}{R}} \right) + \frac{e E_0}{2m\varepsilon_0} T^3 R \left(1 - 2 R^2 + 2(R + R^2) e^{-\frac{1}{R}} \right) + \\
& + \frac{e J_s}{2m\varepsilon_0^2} T^4 R \left(\frac{1}{3} - 2 R^2 + 4 R^3 + e^{-\frac{1}{R}} \left(\frac{2}{3} - 2 R^2 - 4 R^3 \right) \right).
\end{aligned} \tag{73}$$

Gleichung (72) drückt einen Zusammenhang zwischen E_0 , v_0 und J_s aus. Zur Ermittlung der Transferadmittanz benötigt man noch die Beziehungen zwischen $U_k(p)$ und $E_0(p)$, ferner zwischen $U_k(p)$ und $v_0(p)$. Zu diesem Zweck sollen zuerst Beziehungen zwischen $E_0(p)$ und $v_0(p)$ einerseits und zwischen dem Kathodenstrom $J_k(p)$ andererseits aufgeschrieben werden, die die Handhabe zur Ermittlung der Beziehung zwischen $J_k(p)$ und $J(p)$ bieten. Der Zusammenhang zwischen $J_k(p)$ und $U_k(p)$ ist durch die Admittanz Y_{11} gegeben, so daß sich der Wert der Impedanz zwischen $J(p)$ und $U_k(p)$ rechnerisch ermitteln läßt.

Die Elektronengeschwindigkeit am Gitter im Raum zwischen Kathode und Gitter beträgt gemäß Gleichung (11) bei $\tau = \sigma$

$$v_0(t, \sigma) = \frac{e}{m \varepsilon_0} \int_{\sigma}^t (t-s) J(s) ds. \tag{74}$$

Die Variation der Gleichung (74) schreibt sich mit (37) in der Form

$$\begin{aligned} \delta v_0 &= \frac{e}{m \varepsilon_0} [t_k] \# \delta J_k - \frac{e}{m \varepsilon_0} T_k J_k \delta \sigma = \\ &= -\frac{e}{m \varepsilon_0} \left([t_k] - \frac{1}{T_k} [t_k]^2 \right) \# \delta J_k, \end{aligned} \quad (75)$$

während die Laplace-Transformierte der Gleichung (75) die Form

$$v_0(p) = \frac{e T_k^2}{m \varepsilon_0} \left((R_k^2 + 2R_k^3) e^{-\frac{1}{R_k}} + R_k^2 - 2R_k^3 \right) J_k(p) = \mu J_k(p) \quad (76)$$

annimmt.

Für den Steuerstrom im Raum zwischen Kathode und Gitter gilt die Beziehung

$$J_c = \varepsilon_0 v_0 \frac{\partial E}{\partial x} = \varepsilon_0 v_0 \frac{\frac{\partial E}{\partial \tau}}{\frac{\partial x}{\partial \varepsilon}}. \quad (77)$$

Aus Gleichung (10) wird

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} = \frac{-1}{\varepsilon_0} J_0, \quad (78)$$

aus Gleichung (12) hingegen

$$\frac{\partial x}{\partial \tau} = \frac{e}{m \varepsilon_0} \frac{(t - \tau)^2}{2} J_0. \quad (79)$$

Der Steuerungsstrom am Gitter schreibt sich nach Substitution der Gleichungen (78) und (79) in (77) und mit $\tau = \sigma$ in der Form

$$J_c = \varepsilon_0 v_0 \frac{2m}{e(t - \sigma)^2} \quad (80)$$

und die Variation dieser Gleichung in der Form

$$\delta J_c = \varepsilon_0 \frac{2m}{e T_k^2} \delta v_0 + \varepsilon_0 v_0 \frac{4m}{e T_k^3} \delta \sigma. \quad (81)$$

Setzt man in diese Gleichung die Gleichungen (75) und (37) ein, dann hat man

$$\delta J_c = \frac{2}{T_k^2} \left\{ \left(\frac{2m \varepsilon_0}{e_0 T_k^3 J_s} v_0 - \frac{1}{T_k} \right) [t_k]^2 + [t_k] \right\} * \delta J_k. \quad (82)$$

Aus dem Zwischenraum zwischen Kathode und Gitter fließt bloß der Steuerungsstrom kontinuierlich in den Zwischenraum zwischen Gitter und Anode, d. h. die Steuerungsströme in den Raumteilen beiderseitig des Gitters sind einander gleich.

Im Raum zwischen Gitter und Anode beträgt der Gesamtstrom am Gitter

$$J = J_c + J_e = J_c + \varepsilon_0 \frac{\partial E_k}{\partial t}. \quad (83)$$

Die Variation von (83) ergibt mit (82)

$$\begin{aligned} \delta J = \delta J_c + \varepsilon_0 \delta \frac{\partial E_k}{\partial t} = \frac{2}{T_k^2} \left\{ \left(\frac{2m \varepsilon_0}{e J_s T_k^3} v_0 - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{T_k} \right) [t_k]^2 + [t_k] \right\} * \delta J_k + \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}, \end{aligned} \quad (84)$$

und die Laplace-Transformation dieser letzteren die Gleichung

$$\begin{aligned} J(p) = \left\{ \frac{4m \varepsilon_0}{e J_s T_k^2} v_0 (2R_k^3 - (R_k + 2R_k^2 + 2R_k^3) e^{-\frac{1}{R_k}}) + \right. \\ \left. + 2(R_k^2 - 2R_k^3) + 2(R_k^2 + 2R_k^3) e^{-\frac{1}{R_k}} \right\} J_k(p) + \varepsilon_0 p E_k(p), \end{aligned} \quad (85)$$

während man aus dieser

$$\begin{aligned} E_k(p) = \frac{J(p)}{\varepsilon_0 p} - \frac{2}{\varepsilon_0 p} \left\{ \frac{2m \varepsilon_0}{e J_0 T_k^2} v_0 \left(2R_k^3 - (R_k + \right. \right. \\ \left. \left. + 2R_k^2 + 2R_k^3) e^{-\frac{1}{R_k}} \right) + (R_k^2 + 2R_k^3) e^{-\frac{1}{R_k}} + \right. \\ \left. + R_k^2 - 2R_k^3 \right\} J_k(p) = \frac{J(p)}{\varepsilon_0 p} - \varphi J_k(p) \end{aligned} \quad (86)$$

erhält.

Aus (72), (76) und (86) hat man

$$J_k(p) = J(p) \frac{\gamma + \frac{\alpha}{\varepsilon_0 p}}{\alpha\varphi - \beta\mu}, \quad (87)$$

ferner unter Berücksichtigung der Beziehung zwischen J_k und U_k

$$U_k(p) = J(p) \frac{\gamma + \frac{\alpha}{\varepsilon_0 p}}{\alpha\varphi - \beta\mu} \frac{A_k}{Y_{11}}, \quad (88)$$

und hieraus schließlich die zu berechnende Transfer-Admittanz in der Form

$$Y_{12} = \frac{\alpha\varphi - \beta\mu}{\gamma + \frac{\alpha}{\varepsilon_0 p}} Y_{11}. \quad (89)$$

Zusammenfassung

Im Bereich sehr hoher Frequenzen muß bei Scheibentrioden außer dem Steuerungsstrom auch der Verschiebungsstrom mit berücksichtigt werden. Bei kleinen sinusförmigen Signalen werden die Admittanzen, wie aus der Literatur bekannt, durch annähernde Lösung der betreffenden Differentialgleichungssysteme nach der Perturbationsmethode berechnet.

Das im Artikel mitgeteilte Verfahren weicht von diesem ab. Die Aufgabe wird in Gestalt von Integralgleichungen gestellt, die mit einer bei kleinen Signalen zulässigen Annäherung nach der Variationsmethode gelöst werden. Auf diese Weise erhält man die (Laplace-transformierten) operatorischen Admittanzen. Die Ergebnisse sind für beliebige Spannungsfunktionen verwendbar. Bei sinusförmigen Signalen stimmt die Lösung mit den aus der Literatur bekannten Resultaten überein.

I. VÁGÓ |
M. UZSOKY | Budapest, XI., Műegyetem rkp. 3. Ungarn.